E - 206

Laboratori Nazionali di Frascati

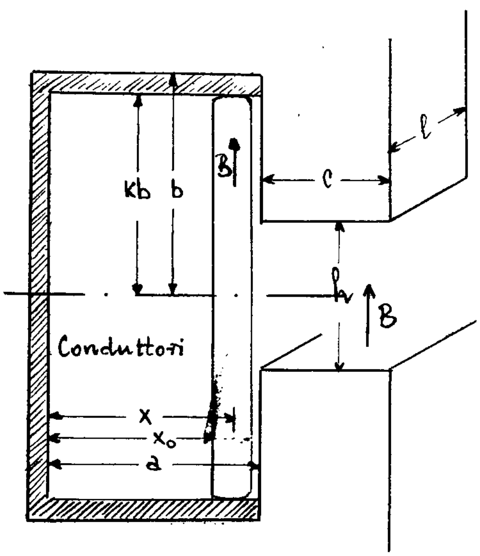
LNF - 53/28
8.7.1953.

G. Sacerdoti: STUDIO DELLA DISTRIBUZIONE DELLE CORRENTI NEI CONDUTTORI CHE SI TROVANO NELLA PARTE CAVA DEL MAGNETE A "C".-

STUDIO DELLA DISTRIBUZIONE DELLE CORRENTI NEI CONDUTTORI CHE SI TROVANO NELLA PARTE CAVA DEL MAGNETE A C. (Le dimensioni geometriche del magnete - che intervengono nei calcoli numerici - sono quelle del sincrotrone di Wilson nel progetto originario).

1) Trattazione teorica.-

In questa nota ci proponiamo di studiare in maniera molto approssimata la distribuzione delle correnti nel conduttore più vicino alla gap, determinare la dissipazione di energia in detto conduttore e confrontare il valore così trovato con quello ottenuto con delle formule approssimate (che verranno richiamate alla fine della relazione) con cui sono state trovate le perdite nella relazione di Wilson sul sincrotrone di Cornell. Da questo confronto si vedrà il grado di approssimazione e si giustificherà l'uso di dette formule. In fig.1 sono messi in evidenza i vari simboli che verranno usati nella nota e accanto sono specificati.



$B(x)$	=	campo magnetico
b	=	distanza della mezzaria dalla superficie interna ad essa parallela del C.
kb	=	altezza del conduttore
x	=	coordinata generica (vedi fig. 1)
x_o	=	coordinata della parte interna del conduttore
a	=	ampiezza pacco conduttori
c	=	intraferro - larghezza
l	=	lunghezza del magnete che si considera
h	=	intraferro - altezza
A_m	=	amperspire complessive di eccitazione
$\Phi(x)$	=	flusso generico concatenato con il conduttore
N	=	numero spire di eccitazione

Nella trattazione si farà l'ipotesi che le linee di flusso siano perpendicolari da x in tutta la finestra del C.

Per il teorema della circuitazione sarà

$$B(x) = \frac{x_0 A_m}{2ba}\mu_0 + \int_{x_0}^{x} \frac{w(x)}{2b}\mu_0 K 2b\,dx$$

Per definizione

$$\frac{\Phi(x)}{2} = \frac{A_m \mu_0 l c}{2h} + \int_{x}^{a} B(x)\,dx\, l \qquad \frac{A_{sm}}{N} = \int_{x_0}^{a} w(x)\, 2bK\,dx \qquad (0)$$

Inoltre, immaginando che tutte le superficie equipotenziali nel conduttore abbiano andamento radiale, sarà:

$$\frac{d}{dx}\left[V(t) = \mathfrak{w}(x)\varrho\ell + \frac{d}{dt}\,\frac{\Phi(xt)}{2}\right] = 0$$

cioè

$$0 = \mathfrak{w}'_x\varrho\ell + \frac{d}{dx}\frac{d}{dt}\,\frac{\Phi(xt)}{2} = \mathfrak{w}'_x\varrho\ell + \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dx}\,\frac{\Phi(xt)}{2}\right)$$

$$\frac{d}{dx}\,\frac{\Phi(x)}{2} = -B(x)\,\ell = -\frac{x_0 A_m \mu_0 \ell}{2ba} - \int_{x_0}^{x}\mathfrak{w}(x)\,k\mu_0\,dx\,\ell$$

$$0 = \mathfrak{w}'_x\varrho\cancel{\ell} - \frac{x_0 A'_m \cancel{\ell}\mu_0}{2ba} - \cancel{\ell}\int_{x_0}^{x}\mathfrak{w}'_t\,\mu_0 k\,dx \qquad (1)$$

$$0 = \mathfrak{w}'_x\varrho - \mathfrak{w}'_t\,\mu_0 k$$

Se l'eccitazione è sinusoidale, usando il calcolo simbolico si ha

$$\mathfrak{w}''_x = \frac{j\omega\mu_0 k\,\mathfrak{w}}{\varrho}$$

$$\mathfrak{w} = A_1\, e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,x} + A_2\, e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,x}$$

Perchè sia valida la (1) deve essere

$$\varrho A_1\cancel{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,x}} - \varrho A_2\cancel{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,x}} - \frac{x_0}{2ab}\mu_0 A'_m -$$

$$- \cancel{\frac{\mu_0 k j\omega A_1}{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}}\,e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,x}} + \cancel{\frac{\mu_0 k j\omega A_2}{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}}\,e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,x}} + \frac{\mu_0 k j\omega A_1}{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}}\,e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,x_0} -$$

$$- \frac{\mu_0 k j\omega}{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}}\,e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,x_0} = 0$$

ossia

$$\frac{j\omega\mu_0 x_0}{2ab}A_m = \sqrt{j\omega\mu_0 k\varrho}\;A_1\, e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,x_0} - \sqrt{j\omega\mu_0 k\varrho}\;A_2\, e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,x_0}$$

ossia

$$\frac{NI}{2ab}\,x_0\sqrt{\frac{j\omega\mu_0}{k\varrho}} = A_1\, e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,x_0} - A_2\, e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,x_0} \qquad (A)$$

Inoltre per la (0) si avrà:

$$\frac{1}{2b}\,\frac{NI}{N} = \frac{A_1}{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}}\,e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,a} - \frac{A_2\, e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,a}}{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}} - \frac{A_1\, e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,x_0}}{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}} + \frac{A_2\, e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,x_0}}{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}}$$

la quale si può trasformare in

$$\frac{NI}{N}\,\frac{1}{2b}\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}} = A_1\, e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,a} - A_2\, e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,a} + A_2\, e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,x_0} - A_1\, e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,x_0}$$

Moltiplico quest'ultima per: $\frac{x_0}{a}\,\frac{N}{K}$ e ottengo

$$\frac{x_0 NI}{2ab}\sqrt{\frac{j\omega\mu_0}{k\varrho}} = A_1\frac{x_0 N}{ak}\left(e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,a} - e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,x_0}\right) - A_2\frac{x_0 N}{ak}\left(e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,a} - e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\varrho}}\,x_0}\right) \qquad (B)$$

Sottraendo quest'ultima eguaglianza membro a membro dalla (A) ottengo

$$A_1\left[\frac{x_0N}{ak}\left(e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\rho}}a}-e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\rho}}x_0}\right)-e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\rho}}x_0}\right]=$$

$$=A_2\left[\frac{x_0N}{ak}\left(e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\rho}}a}-e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\rho}}x_0}\right)-e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\rho}}x_0}\right]$$

Detto

$$C=\frac{\frac{x_0N}{ak}\left[e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\rho}}a}-e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\rho}}x_0}\right)-e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\rho}}x_0}\Big]}{\frac{x_0N}{ak}\left[\left(e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\rho}}a}-e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\rho}}x_0}\right)-e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\rho}}x_0}\right]}$$

abbiamo $A_2 = CA_1$

e perciò

$$u(x)=A_1e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\rho}}x}+CA_1e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\rho}}x}$$

$$I=\frac{Ams}{N}=\frac{A_1\,2bk}{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\rho}}}\left[\left(e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\rho}}a}-e^{\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\rho}}x_0}\right)-C\left(e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\rho}}a}-e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu_0 k}{\rho}}x_0}\right)\right]$$

Da questa equazione determino A_1

Noto A_1 passo a ricercare l'energia dissipata in un metro di conduttore

$$\mathcal{E}d = 1\cdot 0{,}10\int_{x_0}^{a}(u)^2(x)\,dx$$

u è il valore efficace della densità di corrente ~~e non quello efficace.~~

ed essendo $(u)^2 = u \times \bar{u}$ ove con $\bar{u}$ si è indicato il coniugato di u ottengo

$$u^2=\left(A_1e^{(1+j)\sqrt{\frac{\omega\mu_0 k}{2\rho}}x}+CA_1e^{-(1+j)\sqrt{\frac{\omega\mu_0 k}{2\rho}}x}\right)\left(\bar{A}_1e^{(1-j)\sqrt{\frac{\omega\mu_0 k}{2\rho}}x}+\bar{C}\bar{A}_1e^{-(1-j)\sqrt{\frac{\omega\mu_0 k}{2\rho}}x}\right)=$$

$$=(A_1)^2e^{2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 k}{2\rho}}x}+|C|^2|A_1|^2e^{-2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 k}{2\rho}}x}+2\,\text{Reale}\,C|A_1|^2\left[e^{-2j\sqrt{\frac{\omega\mu_0 k}{2\rho}}x}\right]$$

$$\int_{x_0}^{a}u^2dx=\frac{A_1^2}{2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 k}{2\rho}}}\left[e^{2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 k}{2\rho}}a}-e^{2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 k}{2\rho}}x_0}\right]+\left(\frac{(C)^2A_1^2}{2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 k}{2\rho}}}\left[e^{-2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 k}{2\rho}}x_0}-e^{-2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 k}{2\rho}}a}\right]+\right.$$

$$+\,2RA_1^2\frac{C}{2j\sqrt{\frac{\omega\mu_0 k}{2\rho}}}\left[e^{-2j\sqrt{\frac{\omega\mu_0 k}{\rho}}x_0}-e^{-2j\sqrt{\frac{\omega\mu_0 k}{\rho}}a}\right]$$

R significa "parte reale di"

2) <u>Calcolo numerico.-</u>

Assumiamo per i vari parametri i seguenti valori:

$\omega = 126$ $\quad N = 12$ $\quad \rho = \frac{1}{55}10^{-6}\,\Omega m$ $\quad I = 3700$ Amper (valore massimo) $\quad x_0 = 2'\frac{3}{4} = 6{,}875$ cm.

$\frac{x_0}{ak} = 1{,}15$ $\quad a = 3' = 7{,}5$ cm. $\quad b = 6{,}2727$ cm $\quad \frac{1}{k} = 1{,}25454535$ $\quad \mu_0 = 1{,}256\cdot 10^{-6}$

Risulterà

$\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\varsigma}} = 58{,}87$ $\qquad \sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\varsigma}}\, a = 4{,}415250$ $\qquad \sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{\varsigma}}\, X_0 = 4{,}0473125$

$e^{4{,}4155250} = 82{,}700$ $\qquad e^{4{,}0473125} = 57{,}248$

$e^{j\,4{,}41525} = \cos 252°58'30'' + j \operatorname{sen} 252°58'30'' = -0{,}2928 - j\,0{,}9562$ -

$e^{j\,4{,}0473125} = \cos 231°53'37'' + j \operatorname{sen} 231°53'37'' = -0{,}6176 - j\,0{,}7865$

$e^{(1+j)\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\varsigma}}\, a} = -24{,}214 - j\,79{,}07774 = R$ $\qquad \frac{N X_0}{2K} = 13{,}8$

$e^{(1+j)\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\varsigma}}\, X_0} = -35{,}352 - j\,45{,}02 = S$

$e^{-(1+j)\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\varsigma}}\, X_0} = -10^{-3}\, 10{,}78946 + j\,10^{-3}\, 13{,}74015 = U$

$e^{-(1+j)\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\varsigma}}\, a} = -10^{-3}\, 3{,}5400 + j\,10^{-3}\, 11{,}562179 = T$

$R - S = 11{,}134 - j\,34{,}05774 = P$ $\qquad T - U = 10^{-3}\, 7{,}25946 - j\,10^{-3}\, 2{,}17798$

$$C = \frac{13{,}8\,(11{,}134 - j\,34{,}05774) + 35{,}352 + j\,45{,}02}{13{,}8\,(10^{-3}\, 7{,}25946 - j\,10^{-3}\, 2{,}17798) + 10^{-3}\, 10{,}78946 - j\,10^{-3}\, 13{,}74015} =$$

$$= \frac{153{,}6492 + 35{,}352 - j\,470 + j\,45{,}02 \cdot 10^3}{100{,}180 + 10{,}789 - j\,30{,}05612 - j\,13{,}74015} = 10^3\,\frac{189{,}0012 - j\,424{,}98}{110{,}969 - j\,43{,}7962} =$$

$$= 10^3\,\frac{20973{,}27 + 18612{,}5 + j\,8277{,}534 - j\,47159{,}60}{12314{,}12 + 1918{,}10} = \frac{39585 - j\,38382{,}06}{14232{,}22}\,10^3 =$$

$$= 10^3 \cdot 2{,}781365 - j\,2{,}73197 \cdot 10^3$$

$|C|^2 = 10^6\,(7{,}7359912 + 7{,}46366) = 10^6 \cdot 15{,}1996512$

$C\,|T-U| = (2{,}781365 - j\,2{,}73197)\,10^3\; 10^{-3}(7{,}25946 - j\,2{,}17798) =$

$= 20{,}19120796 - j\,6{,}20047250875 - j\,20{,}14152228 - 5{,}6599228 =$

$= 14{,}531285 - j\,25{,}89035 = H$

$P - H = 11{,}134 - 14{,}531285 - j\,34{,}05774 + j\,25{,}89035 = -3{,}397285 - j\,8{,}86739$

$$A_1 = \frac{3700}{\sqrt{2}}\;\frac{1}{0{,}1}\;\frac{1}{K}\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\varsigma}}\,(1+j)\,\frac{1}{P-H} =$$

$$= \frac{37000 \cdot 58{,}87 \cdot 1{,}25454535\,(1+j)}{\sqrt{2}\,(-3{,}397285 - j\,8{,}86739)} = \frac{\sqrt{2}\cdot 1{,}366 \cdot 318\,(1+j)}{-3{,}397285 - j\,8{,}86739} =$$

$$A_1 = \frac{12,264675 + j\,5,570108}{11,541528 + 78,63060}\, 13,66318 \cdot 10^5 \cdot \sqrt{2} =$$

$$= \frac{-167,5354 + j\,76,0876\ 10^5}{90,1721} = -1,8580^5 + j\,0,8438051 \cdot 10^5$$

$$|A_1|^2 = 10^{10}(3,452 + 0,71200705) = 10^{10}\, 4,164 \cdot 2$$

$$e^{2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}x_0} = 3276,53 \qquad e^{+2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}a} = 6660,518$$

$$e^{-2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}x_0} = 3,052 \cdot 10^{-4} \qquad e^{-2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}a} = 1,501384 \cdot 10^{-4}$$

$$\frac{A^2}{2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}} = \frac{10^8 \cdot 416,4}{117,74} = 3,5366 \cdot 10^8 \cdot 2 \qquad \frac{C^2 A^2}{2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}} = 5,3654 \cdot 10^{15} \cdot 2$$

$$\frac{e^{2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}a}}{2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}}(A)^2 = 235,55 \cdot 10^{10} \cdot 2$$

$$\frac{e^{2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}x_0}}{2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}}(A)^2 = 115,8777 \cdot 10^{10} \cdot 2$$

$$\frac{|C|^2 |A|^2 e^{-2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}a}}{2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}} = 10^{10} \cdot 80,55534 \cdot 2$$

$$\frac{|C|^2 |A|^2 e^{-2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}x_0}}{2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}} = 10^{10} \cdot 163,75 \cdot 2$$

$$\frac{A_1^2}{\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}} = 2 \cdot 3,5366 \cdot 10^8 \cdot 2$$

Reale parte di $\dfrac{C \cdot e^{-2j\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}a}}{j}$ = parte immaginaria $C \cdot e^{-2j\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}a}$

per cui essendo

$$e^{-2j\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}a} = -0,82856 - j\,0,5599$$

$$e^{-2j\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}x_0} = -0,2388 - j\,0,9712$$

sarà P.R. di $C\,e^{-2j\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\rho}}a}$ = P.I. di $(-0,82856 - j\,0,5599)(2,781365 -$

$- j\,2,73197)\,10^3 = 0,706314 \cdot 10^3$

e così pure P.R. di $Ce^{-\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\varrho}}x_0}$ = P.I. di $(-0,2383 - j0,9712)(2,781365 - j2,73197)10^3 = -2,058334 \cdot 10^3$

$$\frac{\not{\ell}(A_1)^2}{\not{\ell}\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\varrho}}} \mathrm{Re}\left[e^{-2j\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\varrho}}x_0} - e^{-2j\sqrt{\frac{\omega\mu_0 K}{2\varrho}}a}\right] = 195 \cdot 10^{10} \cdot 2$$

$$\varrho 2b\int U^2 dx = 2\frac{0,1}{55}10^{-6}10^{10}(203-195) = 290,909$$ = Perdite per unità di lunghezza di conduttore

Quest'ultima cifra ci fornisce il valore delle perdite in un metro di conduttore.

3) Eseguiamo ora il calcolo delle perdite che si hanno in un metro della lamina che si trova (vedi fig.1) tra x_0 ed a, calcolo eseguito nel paragrafo 2) con metodo laborioso, con il procedimento tracciato nella relazione di Wilson sul sincrotrone della Cornell University. Otteniamo:

Perdite di Faucault $= 2,7 \cdot 10^{-8} f^2 d^2 H^2 \cdot P_c$ $\qquad$ P_c = peso di 1 metro di conduttore in lb.

$$2,7\times 10^{-8}(20)^2(0,246)^2\left(\frac{13000 \cdot 3,818}{12,54545}\right)^2(1 \cdot 10 \cdot 0,0625)\,8,9 \cdot 2,207 =$$

$$= (3948)^2\, 2,7 \cdot 10^{-8} \cdot 400 \cdot (0,246)^2 (0,625)\, 8,9 \cdot 2,207 = 125 \text{ watt}$$

Perdite per resistenza ohmica

$$\text{Resistenza } I_f^2 H = \left(\frac{3700}{\sqrt{2}}\right)^2 \frac{1}{55} 10^{-6} \frac{1}{0,10 \cdot 0,00625} = \frac{(3700)^2}{2}\frac{1}{55}\frac{1}{625} =$$

$$= \frac{1369}{6,875} = 199,12$$

Perdite complessive = Perdite per resistenza ohmica + perdite per correnti parassite = 324 Watt.

4) <u>Conclusioni</u>.

Noi vediamo come un calcolo oltremodo laborioso e non del tutto esatto porti a risultati che differiscono solo del 10% dal calcolo eseguito con formule non esatte ma oltremodo semplici. Ed anzi forse il grado di attendibilità è maggiore per queste formule che per il metodo laborioso usato in paragrafo 1) e 2) in quanto in un calcolo laborioso facilmente errori anche non forti di calcolo nelle singole operazioni possono venire amplificati nel corso dello svolgimento del problema.

Da cui per le frequenze e le dimensioni dei conduttori usati per l'eccitazione del sincrotrone possiamo senz'altro fare affidamento sulle relazioni semplici e comode usate nella relazione di Wilson.

—— o ——

Riassunto

Nel paragrafo 1) è esposto il propodimento della nota: vedere qual'è il grado di fiducia che si può riporre nel procedimento usato nella relazione di Wilson sul sincrotrone di Cornell per ottenere il valore delle dissipazioni dei conduttori del circuito di eccitazione, tenendo conto della distribuzione non uniforme della corrente nei conduttori. La ricerca si svolge trovando le perdite con un procedimento più esatto e con il metodo della relazione citata, nel caso di un conduttore per la configurazione geometrica del conduttore di Wilson, e confrontandone i risultati numerici direttamente. Nel paragrafo 1) è impostato anche analiticamente il procedimento.

Nel paragrafo 2) è eseguito il calcolo numerico nel modo più laborioso e più approssimato.

Nel paragrafo 3) è seguito il calcolo numerico col metodo della relazione di Wilson.

Nel paragrafo 4) - confrontando i due risultati (324 e 290 Watt) - si conclude che i due procedimenti danno risultati abbastanza concordanti per cui nei sincrotroni eccitati con frequenze industriali con conduttori di dimensioni relativamente modeste, si può senz'altro usare il procedimento usato dal Wilson.

Sacerdoti Giancarlo

8 Luglio 1953