Laboratori Nazionali di Frascati

LNF - 53/19
24.6.1953.

G. Sacerdoti: SULLA POSSIBILITA' DI RILEVARE L'ANDAMENTO DEL CAMPO MAGNETICO DI UNA GAP DI UN SINCROTRONE SU UN MODELLO DI DIMENSIONI RIDOTTE.-

SULLA POSSIBILITA' DI RILEVARE L'ANDAMENTO DEL CAMPO MAGNETICO DI UNA GAP DI UN SINCROTRONE SU UN MODELLO DI DIMENSIONI RIDOTTE.

Lo scopo di questa nota è di esaminare se vi è la possibilità di dedurre i valori del campo magnetico di un magnete eccitato da un avvolgimento, da misure effettuate su un modello simile.

Sia il nostro magnete, per fissare le idee, a C, ottenuto con l'assemblaggio di lamierini di spessore δ.

Nell'intraferro del nostro magnete, a eguale distanza tra i poli, vi si potrà trovare ono una lamina metallica (che serve a dare una immagine semplificata della metallizzazione della donut) sufficientemente sottile. Le bobine di eccitazione sono disposte cone in fig.I

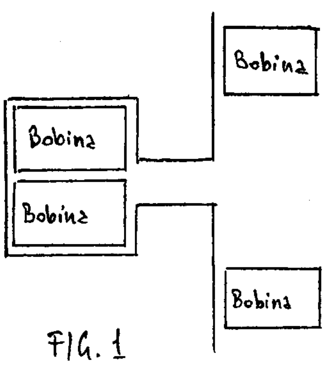

FIG. 1

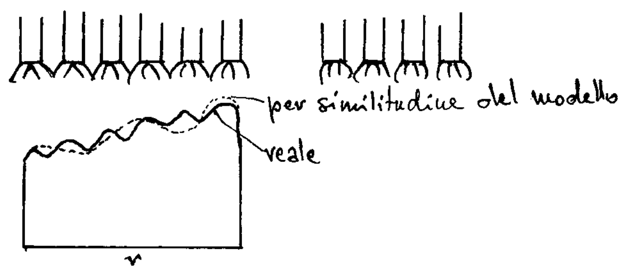

FIG. 2

Esaminiamo i due casi: I° eccitazione continua; 2° eccitazione alternata (con donut, senza donut metallizzata).

In questa nota si prescinde dall'isteresi e si immaginano valide le equazioni di Maxwell.

<u>I° Caso</u> : Riferiamo per chiarezza ad un sistema di assi xyz il nostro magnete. Costruiamone un modello in cui le distanze tra punti corrispondenti siano ridotte ad I/2. Cioè se nel punto P_o $(2x_o, 2y_o, 2z_o)$ c'è ferro nel magnete originale, visarà ferro nel punto P'_o (x_o, y_o, z_o) del modello e si dirà che P'_o corrisponde a P_o.

Se i campi non sono variabili nel tempo varranno le equazioni :

$\mathrm{rot}\, H = \frac{E}{\rho}$ (1)

$\mathrm{div}\, \varepsilon E = \rho_0$

$\left\{\begin{array}{l} \mathrm{rot}\,(E - E_i) = 0 \\ \mathrm{div}\, \gamma E = 0 \\ \gamma \vec{E} \times \vec{n} = 0 \end{array}\right\}$ sulle superfici dei conduttori (2)

$\mathrm{div}\, \mu_0 H_0$ (3)

ρ = resistività
γ = conduttività
ρ_0 = densità di carica fissa nello spazio.
E = campo elettrico totale
E_i = campo impresso
H = campo magnetico
μ = costante megnetica
ε = -u- dielettrica

E e H convergenti all'infinito.

Se noi ad ogni punto del modello associamo i campi che vi sono nei punti corrispon= denti del magnete otterreno il campo H' E'.

Mi spiego: se nel punto (1,1,1) del magnete c'è un campo (H)=1 nel punto (0,5, 0,5, 05) del modello vi sarà un campo (H') = 1

Il nuovo campo H' E' soddisferà alle relazioni :

$\mathrm{rot}\, H' = 2\,\mathrm{rot}\, H$ (H e H' in punti corrispondenti)

$\mathrm{div}\, \mu H' = 2\,\mathrm{div}\, \mu H$

$E = E'$

$E_i = E_i''$

La I^a equazione viene soddisfatta solo se ρ viene dimezzato. Le altre vengono tutte soddisfatte.

In parole più semplici nella similitudine $V(=\int E_i'\, ds)$ diminuisce secondo $1/2$, la resustenza aumenta secondo 2, la corrente diventa $1/4$. Ne consegue che il campo magnetico dimezza se non si dimezza ρ. La distribuzione del campo, magne= tico rimane la stessa anche mantenendo $\rho = \rho'$. infatti date E_i' dalle (2) determino la E' nell'interno d i conduttori che risulterà uguale alla E' ottenuta per similitudine. Dalla (I) e dalla (3) determino H che sarà proporzionale in ogni punto dello spazio a $1/\rho$ e quindi la distribuzione di H non sarà influenzata da ρ ma solo il suo valore. Cioè nel modello in campo E_i E_i' e $\frac{H'}{2}$ ottenuti per simili= tudine rappresentano il reale andamento dei campi rilevabili dal modello.

Se cambiassimo nel modello il coefficiente di stipamento delle lamine, sarebbe come introdurre dove vi è il ferro un μ medio più piccolo e la similitudine ne sarebbe alterata. Se lo spessore delle lamine rimane nel modello la stessa di quella che vi era nel magnete possiamo asserire che la distribuzione radiale di ρ rimane pressochè invariata, varia leggermente quella azimutale, ma poco, essendo la μ media uguale nel magnete e nel suo modello (μ media lungo l'azimut) (Fig.2).

II° Caso: Nel secondo caso valgono le equazioni :

$$\mathrm{rot}\, H = \gamma E + \varepsilon \frac{\partial (E-E_i)}{\partial t} \qquad \mathrm{div}\, \mu H = 0$$

$$\mathrm{rot}(E-E_i) = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}$$

Se $\mu = \mathrm{cost}(x,y,z)$, $\varepsilon = \mathrm{cost}(x,y,z)$ e l'eccitazione E_i è sinusoidale le equazioni si ridurranno in condizioni di regime.

$$\mathrm{rot}\, \vec{H} = \gamma E + j\omega\varepsilon (E-E_i)$$

$$\mathrm{rot}(E-E_i) = -\mu j\omega H$$

$$\mathrm{div}\, \mu H = 0$$

Trasportando lo stesso campo per similitudine nello spazio x' y' z' (come già abbiamo fatto nel I° caso), varranno le seguenti relazioni per punti corrispondenti :

$$\mathrm{rot}\, \vec{H'} = 2\,\mathrm{rot}\, \vec{H} \qquad E'_i = E_i$$

$$E' = E \qquad \mathrm{rot}(E'-E'_i) = 2\,\mathrm{rot}(E-E_i)$$

$$H' = H$$

Se γ raddoppiae e raddoppia ω , allora il campo ottenuto per similitudine è quello che si può rilevare sul nostro modello eccitato ad una tensione $\frac{1}{\alpha}V = V'$ ove α è il rapporto di similitudine $\left(V = \int E'_i\, ds = \frac{1}{\gamma}\int E_i\, ds\right)$. Ora evidentemente raddoppiare ω è possibile. Ma raddoppiare la γ del rame e delferro è impossibile.

Ora di può ovviare a questo inconveniente se si opera su un modello solo per rilevare $B(x)$ nella gap aualora per ipotesi sia l'influenza del rame delle bobine trascurabile sull'andamento del $B(x)$ nella gap nella similitudine avendo l'avvertenza:

I° di non diminuire lo spessore della metallizzazione della donut (costruzione lecita essendo la metallizzazione molto sottile). Sarebbe come sostituire ad una metallizzazione di spessore 2δ e conduttività $\gamma/2$ nel modello.

2° Diminuire lo spessore delle lamine passando dal magnete al modello solo nel rapporto $\sqrt{\alpha}$ sarebbe in prima approssimazione come aumentare la conduttività delle lamine del modello agli effetti delle correnti parassite nel modello del rapporto

α essendone aumentati gli spessori di $\sqrt{\alpha}$.

$$\left(R \equiv \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \qquad \frac{d\phi}{dt} = \sqrt{\alpha} \qquad I \equiv \alpha\right)$$

Il secondo punto può forse non venir preso in considerazione essendo che la lami= nazione nel modello e nel magnete non ha molta influenza sulla variazione radiale di B ed ha l'effetto di variare leggermente e con una frequenzq angolare no= tevolissima il campo B in funzione, dell'azimut.

Gian Carlo Sacerdoti.
Giancarlo Sacerdoti

BREVE AGGIUNTA ALLA NOTA N°2.-

d) Nei precedenti paragrafi si è esaminata la possibilità di fare modelli per misure elettromagnetiche nel caso di campi stazionari e nel caso di campi variabili. Esaminiamo questa possibilità nel caso di campi lentamente variabili.

Nel caso di campi lentamente variabili, o meglio nel caso in cui noi possiamo trascurare nelle equazioni di Maxwell il termine $\varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}$, si ha la possibilità di dedurre il campo H da modelli. Infatti dalle

$$\text{rot}\, H = \text{J}E \qquad \text{rot}E - \text{rot}\, E_i = j\omega\mu H$$

si ottiene

$$\Delta^2 H - \text{grad.div.}H = j\omega\mu_0 J H + J\, \text{rot}\, E_i \qquad (4)$$

Se il modello è nel rapporto 1/2 si ha che il primo membro viene aumentato nel rapporto 4/1 e la (4) viene ancora soddisfatta se $\omega J = 4$; cioè mantenendo J=cost, se ω viene aumentato nel rapporto 4 e se E_i viene raddoppiato, se ne conclude che cambiando frequenza, qualora il termine $\varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}$ sia di poca importanza nella prima equazione di Maxwell, possiamo effettivamente effettuare ~~misurare~~ misure magnetiche su modello.

Giancarlo Sacerdoti
Giancarlo Sacerdoti

Sacerdoti porterà il resto