

Laboratori Nazionali di Frascati

LNf - 53/13
25.5.1953.

E. Persico: TABELLE E GRAFICI DI USO GENERALE.-

Gruppo TeoricoRapporto n.2

E. Persico

TABELLE E GRAFICI DI USO GENERALEa) Notazioni.

Adotteremo sistematicamente (anche nei rapporti successivi), salvo indicazione contraria, le notazioni seguenti, che raccomandiamo anche agli altri gruppi.

z, r, θ	- coordinate cilindriche in uno dei tratti curvi ($z=0$ è il piano di simmetria).
R	- Raggio dei tratti curvi dell'orbita principale (cm).
L	- Lunghezza di ciascuno dei 4 tratti rettilinei dell'orbita principale (cm).
s	- Ascissa curvilinea contata lungo l'orbita principale (origine in corrispondenza all'iniettore) (cm).
$\Lambda = 1 + \frac{2L}{\pi R}$	- <u>Lunghezza totale orbita principale</u> lunghezza di curva
$B(r, t)$	- Induzione magnetica nel piano $z=0$ (ga).
$B(r, t) = B_0(t) \left(\frac{R}{r}\right)^n$	- (Definizione di B_0 e di n).
$B_0 = B_{0\max} \sin \Omega t$	- (Definizione di $B_{0\max}$, Ω , e della origine dei tempi) (t in sec).
$e = 1.602 \times 10^{-20}$	- Carica dell'elettrone (in val. ass.) in u.e.m.
$c = 2.998 \times 10^{10}$	- Velocità della luce (cm/sec).

$$v = \beta c$$

ω

$$T_0 = \frac{2\pi R + h}{v} = \frac{2\pi}{\omega} \Lambda$$

$\omega_e(t)$

$$\nu = \frac{\omega_e}{2\pi} 10^{-9}$$

$U(t)$

U_{max}

$$\varphi = \frac{1}{\Lambda R} - \int_0^t \omega_e dt$$

φ_s

$$E_0 = mc^2 = 0.5109$$

$$E = E_0 + E_{cin}$$

ΔE

L

$$u = \Delta E + I$$

L^β

- Velocità di un elettrone (cm/sec).
- Velocità angolare di un elettrone nel campo (sec^{-1}).
- Durata di un giro lungo l'orbita principale (sec).
- Pulsazione del campo elettrico a R.F. (sec^{-1}).
- Frequenza del campo elettrico a R.F. (Mc).
- Valore di cresta della d.d.p. al risonatore (MV).
- Valore di cresta massimo della d.d.p. al risonatore (MV).
- Fase di un elettrone.
- Fase della particella sincrona (s_e = ascissa curvilinea del risonatore).
- Energia intrinseca dell'elettrone (MeV).
- Energia totale di un elettrone (MeV).
- Aumento di energia cinetica in un giro per un elettrone che segue l'orbita principale (MeV).
- Energia irradiata in un giro (MeV).
- Energia da comunicare in un giro perchè l'elettrone segua l'orbita principale (MeV).
- Energia comunicata all'elettrone in un giro dal campo elettrico di induzione (effetto betatrone) (MeV).

- \bar{E} - Energia (totale) di iniezione (MeV).
- \bar{t} - Istante di iniezione di un particolare elettrone.
- r_i - Raggio di curvatura nel campo magnetico dell'orbita istantanea di equilibrio.
- t_0 - Istante nel quale l'orbita istantanea di equilibrio passa per il bordo interno dell'iniettore.
- $\tau = t - t_0$ - Tempo contato dall'istante t_0 .
- x - Scostamento in senso radiale dall'orbita istantanea di equilibrio.
- z - Scostamento in senso verticale dall'orbita istantanea di equilibrio.
- a - Larghezza (radiale) della zona utile della ciambella.
- b - Altezza della zona utile della ciambella.

b) Dati Pisa II.

Indicheremo con la sigla Pisa II tutti i calcoli fatti sui dati provvisoriamente adottati nel secondo gruppo di riunioni di Pisa (21-22 marzo 1953).

Essi sono:

- R = 200 cm
- L = 60 cm
- n = 0.58
- $\frac{\Omega}{2\pi}$ = 20 cicli/sec ($\Omega = 125.7$)
- B_{0max} = 10,000 gs

- 4 -

$$\begin{aligned}
 U_{\max} &= 0.01 \text{ MV} \\
 a &= 12 \text{ cm} \\
 b &= 5 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Da essi derivano direttamente i seguenti valori di uso corrente:

- Lunghezza totale orbita principale: $= 1497 \text{ cm}$
- Fattore di allungamento: $\Lambda = 1.191$
 $\sqrt{n} = 0.761$
 $\sqrt{1-n} = 0.648$
- Valore limite (per $v=c$) della radiofrequenza (1) $v_{\text{lim}} = 20.04 \text{ Mc}$
- Valore limite (per $v=c$) di ω_c $\omega_{c \text{ lim}} = 1.259 \times 10^8$
- Valore limite (per $v=c$) della durata di un giro: $T_0 = 1.993 \times 10^{-8} \text{ sec}$
- Valore limite (per $v=c$) della velocità angolare nel campo $\omega_{\text{lim}} = 1.499 \times 10^8 \text{ sec}^{-1}$

c) Illustrazione delle tabelle e dei grafici.

Tav. I - Contiene alcune funzioni relative a un elettrone che segua l'orbita principale in sincronismo col campo elettrico ("particella sincrona"). Esse sono definite e calcolate come segue:

- E = Energia totale (compresa l'energia intrinseca $E_0=0.5109$) in MeV.
- E_0/E = $0.5109/E$.
- $\beta = \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2}$ = Velocità divisa per c .

(1) Se si adottasse il funzionamento con due pacchetti di elettroni, v_{lim} e $\omega_{c \text{ lim}}$ sarebbero raddoppiati.

$$\omega_e = \frac{v}{R\Lambda} = 0.259 \times 10^8 \beta$$

= Pulsazione del campo elettrico (sec⁻¹).

$$\nu = \frac{\omega_e}{2\pi} \cdot 10^{-6}$$

= Frequenza del campo elettrico (Mc).

$$B_0 = \frac{\Lambda \omega_e}{c^2} E = \frac{\omega_e E}{7546} \cdot 10^{-6}$$

= Campo magnetico sull'orbita principale (Gs).

$$\Omega t = \arcsin \frac{B_0}{B_{0max}} = \arcsin B_0 \cdot 10^{-4}$$

$$t = \frac{1}{\Omega} \arcsin \frac{B_0}{B_{0max}} = \frac{1}{125.7} \arcsin B_0 \cdot 10^{-4}$$

= Tempo corrispondente all'energia E (sec).

Tutte queste quantità, tranne le ultime due, sono indipendenti dalla legge con cui B₀ varia nel tempo.

Mediante questa tavola sono stati tracciati i seguenti grafici:

Fig. 1 - Energia E in funzione del tempo t.

Fig. 2 - Energia E in funzione del campo B₀.

Fig. 3 - Radiofrequenza ν e campo B₀ in funzione del tempo t.

Tav. II - Contiene altre funzioni relative alla particella sincrona, e precisamente:

E = Energia (compresa l'energia intrinseca E₀=0.5109) (MeV).

$t = \frac{1}{125.7} \arcsin \frac{B_0}{B_{0max}}$ = Tempo (sec).

$\Delta E = 2 \pi \Lambda R^2 \cdot 10^{-14} B_{0max} \Omega \cos \Omega t = 3771 \times 10^{-6} \cos 126 t$ = Aumento di energia per giro (MeV).

$L = \frac{4 \pi}{3} \frac{(ec)^2}{R} \left(\frac{v}{c} \right)^4 = 3.014 \times 10^{-15} \left(\frac{E}{E_0} \right)^4$ = Energia irradiata in un giro (MeV).

u = ΔE - L = Energia da comunicare all'elettrone in un giro perchè segua l'orbita principale (MeV) (nelle ultime tre colonne, i numeri rappresentano ΔE, L, u moltiplicati per 10³, ossia espressi in KVe).

In base a questa tabella è stata costruita la fig. 4, che rappresenta E, L, u in funzione di t.

Tav. I

Funzioni fondamentali

(dati Pisa II)

$\frac{E_c}{E}$	β	$\omega_e \cdot 10^{-8}$	ν (Mc)	B_0	t (μ sec)	Ωt
0.5109	0.8586	1.082	17.22	14.34	11.41	1434
0.4645	0.8356	1.115	17.75	16.25	12.93	1625
0.4258	0.9048	1.139	18.13	18.11	14.41	1811
0.3930	0.9195	1.158	18.43	19.95	15.87	1995
0.3649	0.9310	1.172	18.65	21.74	17.29	2173
0.3405	0.9402	1.184	18.84	23.54	18.73	2354
0.3193	0.9477	1.193	18.99	25.30	20.13	2530
0.3005	0.9538	1.201	19.11	27.06	21.53	2706
0.2838	0.9589	1.207	19.21	28.79	22.90	2879
0.2689	0.9632	1.213	19.21	30.54	24.29	3053
0.2555	0.9668	1.217	19.37	32.26	25.66	3225
0.2433	0.9700	1.221	19.43	33.98	27.03	3398
0.2322	0.9727	1.225	19.50	35.71	28.41	3571
0.2221	0.9750	1.228	19.54	37.43	29.87	3743
0.2129	0.9771	1.230	19.58	39.12	31.12	3912
0.2044	0.9789	1.232	19.61	40.82	32.47	4081
0.1965	0.9805	1.234	19.64	42.52	33.82	4251
0.1892	0.9819	1.235	19.67	44.24	35.19	4423
0.1825	0.9832	1.236	19.70	45.94	36.55	4594
0.1762	0.9844	1.239	19.72	47.62	37.88	4762
0.1703	0.9854	1.241	19.75	49.34	39.25	4934
0.1648	0.9863	1.242	19.77	51.02	40.59	5102
0.1597	0.9872	1.243	19.78	52.71	41.93	5271
0.1548	0.9879	1.244	19.80	54.40	43.28	5440
0.1503	0.9886	1.245	19.81	56.10	44.63	5610
0.1460	0.9893	1.246	19.83	57.79	45.97	5778
0.1419	0.9899	1.246	19.83	59.44	47.29	5943

$\frac{E_0}{E}$	β	$\omega_e \cdot 10^{-8}$	ν (Mc)	B_0	t (μ sec)	Ωt
0.1381	0.9304	1.247	19.85	61.14	48.64	6114
0.1344	0.9309	1.248	19.86	62.85	50.00	6285
0.1310	0.9314	1.248	19.86	64.50	51.31	6450
0.1277	0.9318	1.249	19.88	66.21	52.67	6621
0.1246	0.9322	1.250	19.89	67.92	54.03	6792
0.1216	0.9326	1.250	19.89	69.57	55.34	6956
0.1188	0.9329	1.250	19.89	71.23	56.66	7122
0.1161	0.9332	1.250	19.89	72.89	57.98	7288
0.1135	0.9335	1.251	19.91	74.60	59.34	7459
0.1111	0.9338	1.251	19.91	76.26	60.66	7625
0.1087	0.9341	1.251	19.91	77.92	61.99	7792
0.1064	0.9343	1.252	19.93	79.64	63.35	7963
0.1043	0.9345	1.252	19.93	81.30	64.67	8129
0.1022	0.9348	1.252	19.93	82.96	65.99	8295
0.08515	0.9364	1.254	19.96	99.71	79.32	9971
0.07299	0.9373	1.256	19.99	116.5	92.68	11650
0.06386	0.9380	1.256	19.99	133.2	105.9	13310
0.05677	0.9384	1.257	20.00	149.9	119.3	15000
0.05109	0.9387	1.257	20.00	166.6	132.5	16650
0.02555	0.9397	1.259	20.04	333.7	265.4	33370
0.01703	0.9399	1.259	20.04	500.5	398.7	50120
0.01277	0.9399	1.259	20.04	667.4	531.3	66750
0.01022	0.9399	1.259	20.04	834.2	664.4	83490
0.008515	1.0000	1.259	20.04	1001	797.6	100300
0.007299	1.0000	1.259	20.04	1168	931.3	117100
0.006386	1.0000	1.259	20.04	1335	1065	133900
0.005677	1.0000	1.259	20.04	1502	1199	150700
0.005109	1.0000	1.259	20.04	1668	1333	167600
0.003406	1.0000	1.259	20.04	2503	2013	253000
0.002555	1.0000	1.259	20.04	3337	2706	340100
0.002044	1.0000	1.259	20.04	4171	3423	430300

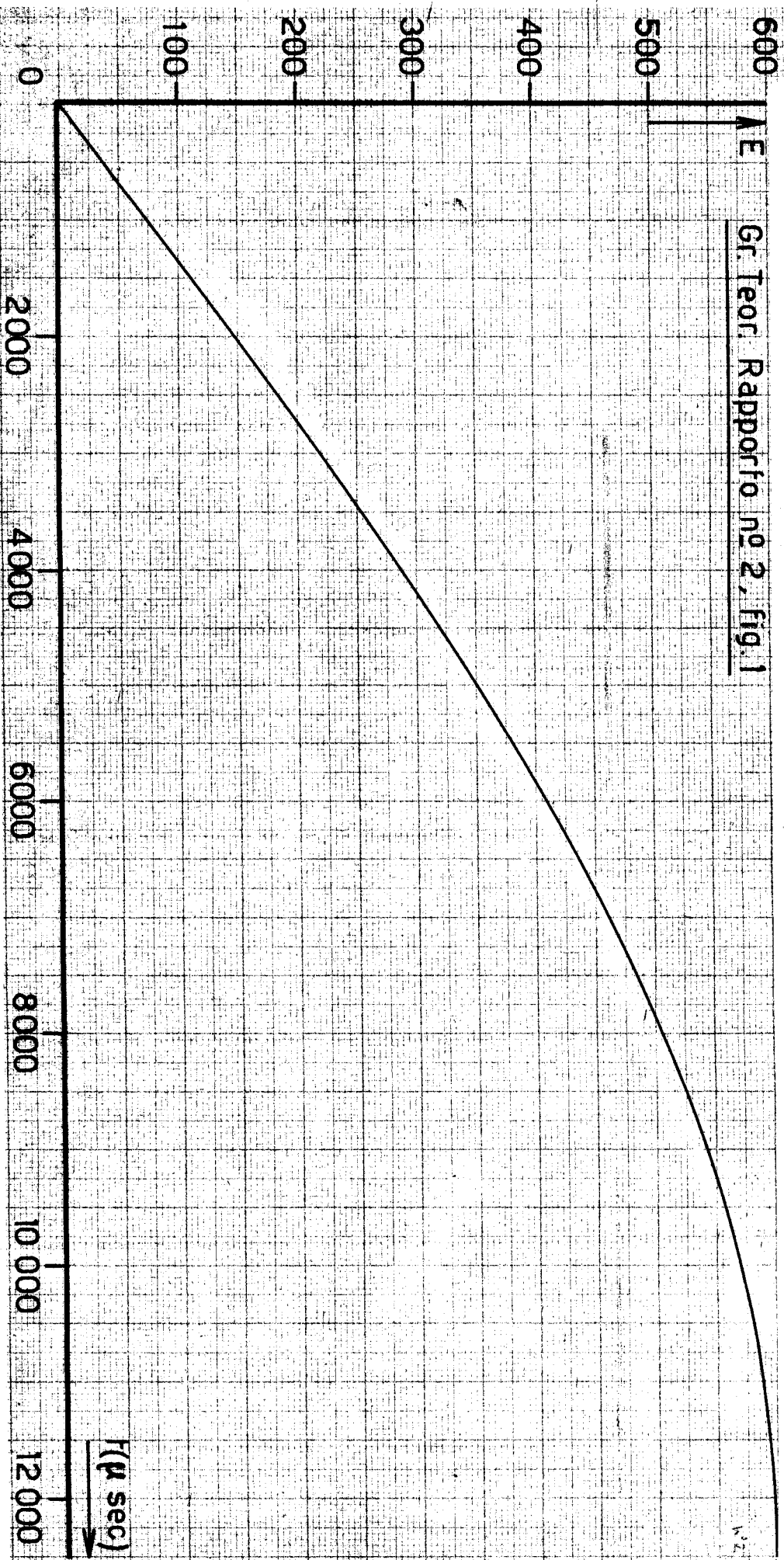
Tav. I (continuazione)

$\frac{E_0}{E}$	β	$\omega_e \cdot 10^{-8}$	ν (Mc)	B	t (μ sec)	Ωt
0.001703	1.0000	1.259	20.04	5005	4170	524200
0.001460	1.0000	1.259	20.04	5840	4961	623690
0.001277	1.0000	1.259	20.04	6674	5813	730700
0.001135	1.0000	1.259	20.04	7508	6756	849200
0.001022	1.0000	1.259	20.04	8342	7849	986600
0.0009289	1.0000	1.259	20.04	9176	9244	1162000
0.0008885	1.0000	1.259	20.04	9533	10220	1285000
0.0008733	1.0000	1.259	20.04	9760	10750	1351000
0.0008523	1.0000	1.259	20.04	10000	12500	1571000

$E(\text{MeV})$	$t(\mu \text{ sec})$	$L \cdot 10^3$	$\Delta E \cdot 10^3$	$u \cdot 10^3$
1	11.41		3.771	3.771
40	531.0		3.763	3.763
80	1065	0.001813	3.737	3.739
100	1333	0.004422	3.718	3.722
150	2012	0.02240	3.651	3.673
200	2706	0.07080	3.555	3.626
250	3423	0.1728	3.427	3.600
300	4170	0.3584	3.265	3.623
350	4961	0.6640	3.061	3.725
400	5813	1.1324	2.808	3.940
450	6756	1.8141	2.491	4.305
500	7849	2.7653	2.079	4.844
550	9244	4.0475	1.499	5.547
575	10219	4.831	1.063	5.894
585	10750	5.181	0.822	6.003
599.4	12500	5.705	0.000	5.705

Roma, 25 maggio 1953

Gr. Teor. Rapporto n° 2, Fig. 1



Gr. Teor. Rapporto n° 2 - fig. 2

E = energia totale (MeV)

B_0 = campo per $r = 200$ cm (gauss)

