Laboratori Nazionali di Frascati

LNF - 53/11
15.5.1953.

E. Bellomo: EFFETTO DELLE CORRENTI PARASSITE NELLE PARETI DELLA CIAMBELLA SUL VALORE DEL CAMPO MAGNETICO NEL TRAFERRO.-

CIAMBELLA & VUOTO

D.3 - 58

Relazione n° 3 — 15 maggio 1953

Effetto delle correnti parassite nelle pareti della ciambella sul valore del campo magnetico nel traferro.

° ° °

Calcoli di prima approssimazione sono stati eseguiti dal dr Bellomo per prevedere l'influenza delle correnti parassite sul campo magnetico nell'interferro. I risultati indicano limitazioni assai severe nella possibilità di realizzare la ciambella interamente in metallo.

Nei calcoli, che sono riportati qui di seguito, sono state fatte ipotesi che in ogni caso sembrano maggiorare i disturbi da attendersi; non si ritiene tuttavia che conti più precisi comportino fattori di correzione significativi.

° °° °°

Supponiamo la ciambella (formata di diversi settori aventi sezione ellittica) immersa completamente nel campo magnetico guida. Consideriamo che le linee di forza di questo campo siano rettilinee, parallele tra loro, e perpendicolari all'asse maggiore della sezione della ciambella (quest'ipotesi è conseguenza del basso valore assunto per il rapporto h/r_0, cfr. fig. 1).

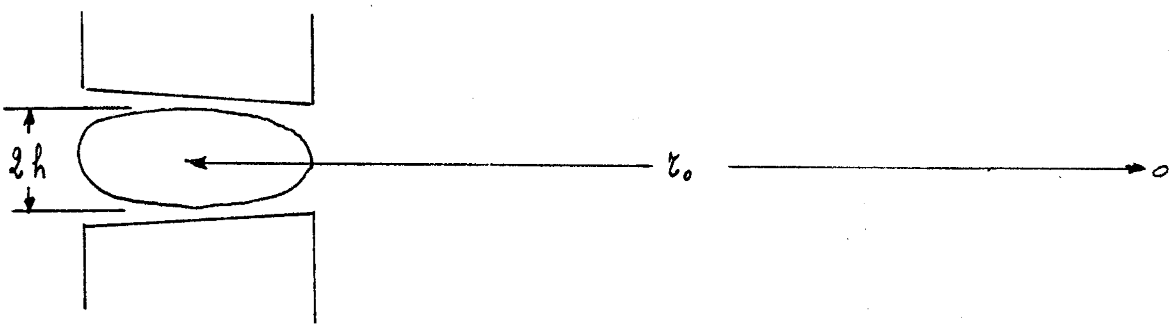

Fig. 1.

Trascuriamo inoltre l'effetto di controinduzione da attendersi nella ciambella stessa ad opera del campo creato dalle correnti indotte nella ciambella. Quest'effetto è favorevole (ed a bassi valori del campo inducente potrebbe essere anche importante). Ma a noi non interessa molto perché assumiamo come ipotesi di lavoro che il massimo spostamento ammissibile per l'orbita stabile per effetto del campo indotto all'istante dell'iniezione sia 2 cm.

Quando la ciambella, come nel nostro caso, è suddivisa in settori con interruzione della continuità elettrica tra un settore e quelli contigui, il campo magnetico indotto ha un minimo intorno al centro della sezione della ciambella (cioè per $r = r_0$), ed è in essa sempre dello stesso segno (contrario a quello del campo guida). Gli effetti principali del campo indotto sono:

1) allargamento dell'orbita stabile,
2) avvicinamento del valore di n all'unità.

o

o o

Il campo magnetico guida ha nell'interferro, in assenza di disturbi, la forma:

$$H = A\left(\frac{r_0}{r}\right)^n \cong A\,\frac{r_0}{r} + A(1-n)\,\frac{r-r_0}{r_0} \qquad 1)$$

Quando sia inserita nell'interferro la ciambella, il campo magnetico di ridurra' a:

$$H_{tot} = A\,\frac{r_0}{r} + A(1-n)\,\frac{r-r_0}{r_0} - \Delta H \qquad 2)$$

dove con ΔH e' stato indicato il valore del campo magnetico dovuto alle correnti indotte.

Dovendo essere, per $r=r_0$, $H=A$, otterremo il nuovo valore ~~XxxX~~ $\bar r$ dell'orbita stabile risolvendo la sottosegnata equazione ottenuta uguagliando a zero gli ultimi due termini della 2):

$$A(1-n)\,\frac{\bar r-r_0}{r_0} = \Delta H$$

Nell'ipotesi che al momento dell'iniezione il campo indotto sia tale da causare uno spostamento massimo dell'orbita stabile di 2 cm., e considerando detto campo costante, e' facile porre un limite al suo valore massimo. Infatti con le suddette ipotesi dovra' essere:

$$\Delta H \leq A\,\frac{2}{200}\,(1-n) \qquad 3)$$

Qualora si consideri che il campo magnetico guida vari linearmente con il tempo, per A possiamo scrivere la relazione:

$$A = \frac{H_{max}}{t_{max}}\,t \qquad 4)$$

essendo tmax il tempo necessario perche' H raggiunga il suo valore massimo.

Ammettendo infine che le particelle iniettate nella donut acquistino una energia proporzionale al tempo di accelerazione, si trova immediatamente, per il valore minimo del rapporto t/t_{max} per il quale é verificata la 3), la seguente relazione (dove con Ei, Eott. si intendono l'energia all'iniezione e la energia totale ottenibile per le particelle accelerate):

$$\frac{\bar t}{t_{max}} \leq \frac{E_i}{E_{ott.}} \qquad 5)$$

Assumendo E_i = 1MeV, $E_{ott.}$ = 500 MeV, $H_{max}(r_0)$ = 10.000 gauss, $(1-n) = 1/2$, r_0 = 200 cm., e sostituendo tali valori nella 3) si ricava per ΔH il limite cercato:

$$\frac{\bar{t}}{t_{max}} \leq \frac{1}{500}$$

$$H \leq \frac{1}{500} \; H_{max}(r_0) \; \frac{2}{200} \; (1-n)$$

$$\Delta H \leq \frac{1}{10} \text{ gauss} \qquad \text{(o meno, essendo in effetti } 1-n < 1/2\text{)}$$

o

oo oo

Posto tale limite al valor massimo del campo indotto, andiamo a calcolarne un valore approssimato (al solito per eccesso). Con la limitazione precedente poi troveremo quale sia lo spessore massimo consentito per la parete della ciambella.

Con le ipotesi già enunciate, il campo elettrico indotto nella ciambella sarà funzione solo di r (e non di h). Infine di detto campo basterà considerare solo il contributo dovuto alla variazione di quella parte del campo magnetico corrispondente a linee di forza attraversanti la ciambella. Le rimanenti infatti, creando un rotE esterno alla ciambella, non producono corrente in essa (che e' spezzata) ma solo un affacciamento di cariche opposte, in vari punti del contorno, le qualicompensano il campo elettrico che le crea.

Supponendo in un primo tempo che il campo inducente sia indipendente da r si potrà scrivere:

$$H = t \, H_{max}/t_{max}.$$

In questo caso, dato che puo' essere considerata senza influenza la piccola curvatura di ciascun pezzo della ciambella, il campo elettrico indotto avrà la forma (in u.e.m.):

$$E(r) \sim (r - r_0) H_{max}/t_{max}$$

La densità di corrente attraverso una generica sezione $s(r)dr$, al raggio r, del conduttore immerso nel campo variabile risulterà:

$$i(r) = kE(r) \text{ u.e.s.} = \frac{k \, H_{max}(r - r_0)}{c \; t_{max}} \text{ u.e.m.}$$

dove con k è indicata la conducibilita' specifica in u.e.s. del cateriale di cui è composta il conduttore.

Supponendo che la sezione si trovi all'altezza medesima del punto di raggio r_0 in cui si vuol calcolare il campo indotto, si avrà dalla legge di Biot e Savart:

$$dH = \frac{2i(r)s(r)dr}{c(r-r_0)} = \frac{2k\ H_{max}(r-r_0)}{C^2 t_{max}(r-r_0)}s(r)dr \qquad \text{in u.e.m.}$$

che integrando da:

$$\Delta H = \frac{2k\ H_{max} S_{tot}}{c^2\ t_{max}} \qquad \text{gauss}$$

essendo Stot la sezione totale del conduttore.

Sostituendo in questa formula i valori riferentesi al nostro caso avremo:

$S_{tot} = 32d/10$ (d spessore della parete conduttrice della donut in mm.)

$H_{max} \simeq 10.000$ gauss

$t_{max} \simeq T/5 \simeq 1/125$ sec

$1/k =$ resistenza specifica; per acciaio amagnetico(Terni) $0{,}6\text{x}10^{-4}$ ohm.cm

$k = 10^4/0{,}6 \; .9.10^{11} = 9.10^{15}/0{,}6$ u.e.s.

$k/c^2 = 10^{-4}/6$

e quindi in conclusione:

$$\Delta H = 2.10^{-4} \cdot 10^4 125.3{,}2.d/6 = 8.10^{-4} d/6$$ (?)

Ma come è già stato visto $\Delta H < 1/10$; perciò perchè tale relazione sia verificata dovra' essere:

$$d \sim 10^{-5} \text{mm.}$$

Va osservato che l'ipotesi dell'altezza costante $(h(r) \neq 0)$ della sezione in cui si calcola il campo indotto dà un valore di d minore di quello reale: tuttavia si pensa che il fattore di correzione in favore di d non sia superiore a $2 \div 3$.

o