

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF - 53/6
9.4.1953.

N. Carrara: CONSIDERAZIONI E CALCOLI DI ORIENTAMENTO
PER LA CAVITA' RISONANTE E PER LA POTENZA EROGATA DAL
GENERATORE DI ALTA FREQUENZA

Considerazioni e calcoli di orientamento per la cavità risonante e per la potenza erogata dal generatore di alta frequenza.

=====

1.- CAVITA' RISONANTE

Ricordiamo l'espressione del raggio dell'orbita circolare percorsa da un elettrone, in moto in un campo magnetico uniforme e costante, normale alla velocità v dell'elettrone, in funzione dell'energia cinetica E e dell'induzione magnetica B. Si trascura per ora l'energia perduta per radiazione.

Poichè l'energia cinetica è:

(1) $E_c = (m - m_0)c^2,$

(m=massa dell'elettrone, m_0 =massa di riposo) e la velocità angolare è:

$\omega_e = \frac{eB}{m}$

(e carica dell'elettrone), si deduce:

$\beta = \frac{v}{c} = \frac{eBr}{mc}$

(r= raggio dell'orbita dell'elettrone), e quindi:

$m = m_0 \sqrt{1 + \left(\frac{eBr}{m_0 c}\right)^2}$

da cui: (2)

$r = \frac{2c}{eB}$

Fissato il raggio dell'orbita $r = 2 \text{ m}$, l'energia $E_c = 300 \text{ Mev}$, risulta $B = 0,5 \text{ weber/m} = 5 \text{ 000 Gauss}$.

Se si ammette, come si è ammesso, che l'elettrone non irradia energia (d'altra parte fino a 300 Mev l'energia irradiata è trascurabile) la velocità lineare dell'elettrone sarà costante e molto prossima a c. Pertanto la frequenza del moto rotatorio dell'elettrone sull'orbita di raggio 2 m risulta

$f = \frac{c}{2\pi r} = 24 \text{ Mhz}$

che si può ritenere costante qualunque sia E_c (ovviamente B deve avere, per i diversi valori di E_c valori tali che il raggio rimanga immutato).

Se l'elettrone deve essere accelerato sull'orbita di raggio r invariabile, occorre dunque aumentare B ed in pari tempo provvedere ad un conveniente aumento di E_c , che si può ottenere facendo passare l'elettrone periodicamente attraverso una cavità risonante appropriata, eccitata con una frequenza $f_0 = nf$ (n numero intero) con ampiezza e fase opportune. La frequenza di ri-

5/53

data edizione modifica sostituzione diseg. approvato

CENTRO
MICROONDE
FIRENZE

NELSIN 1

RF 2401

1/8

sonanza f_0 può essere dunque multipla intera di f . Ma dalla letteratura risulta che non è opportuno assegnare ad n valori superiori a 2.

Convien dunque progettare due cavità, per le frequenze $f_0 = 24$ Mhz ed $f_0 = 48$ Mhz. Il coefficiente di risonanza Q deve essere il più elevato possibile.

Il percorso dell'elettrone interno alla cavità, ov'è accelerato dal campo a radiofrequenza, conviene sia il più ridotto possibile, per poter trascurare il tempo di transito in confronto con il periodo della radiofrequenza.

Quando ciò accade, il campo elettrico acceleratore può ritenersi costante in tale percorso, con valore dipendente dalla fase in cui l'elettrone penetra nella cavità. D'altra parte il percorso in questione deve esser tale da assicurare contro l'eventualità di scariche fra le pareti metalliche ravvicinate della cavità. Date le tensioni massime che si stabiliscono fra le pareti, che verranno calcolate in seguito, si può assegnare a tale percorso una estensione:

(4) $d = 0,04$ m

Questi elementi sono sufficienti per determinare le dimensioni di massima della cavità.

CAVITÀ n° 1

frequenza di risonanza $f_0 = 24$ Mhz

La sezione diametrale della cavità risonante è riportata in fig. 1. La cavità è una superficie di rotazione attorno alla linea tratteggiata; le sue pareti sono di rame (non vi è pratica convenienza a farle argentate, nonostante la maggiore conducibilità dell'argento). Gli elettroni attraverseranno la cavità seguendo la direzione della linea tratteggiata, e, in corrispondenza le pareti presenteranno adeguate aperture. L'ampiezza delle aperture potrà essere eguale alla sezione esterna della ciambella. Alle pareti saranno fissati, in corrispondenza delle aperture, due tubi a, a' , di lunghezza sufficiente per impedire all'energia elettromagnetica, contenuta nella cavità, di uscire attraverso le aperture delle pareti della cavità stessa; i due tubi costituiscono due spezzoni di guida d'onda al cut-off per la frequenza 24 oppure 48 Mhz; essi verranno calcolati in seguito.

Se r_1, r_2 sono i raggi minimo e massimo della superficie teorica della cavità (vedi fig. 1) ed l l'estensione longitudinale della cavità, vale, per il massimo Q la condizione:

(5) $l - d = r_2 - r_1$

Con questa condizione, fissato il rapporto r_2/r_1 , è possibile dai grafici sperimentali di cui il Centro Microonde dispone (per cavità di piccole dimensioni), determinare r_2, r_1 ed l .

5/53

data

edizione

modifica

sostituzione

diseg.

approvato

Un buon compromesso fra le varie esigenze potrebbe essere il seguente:

(6) $r_1 = 1,10 \text{ m}$
 $r_2 = 1,65 \text{ m}$
 $l = 0,585 \text{ m}$
 $d = 0,04 \text{ m}$

Per il calcolo del coefficiente di risonanza della cavità occorre valutare lo skin-depth δ del rame con cui la cavità dovrà essere costruita.

Posta $\rho = 1,72 \text{ ohm cm}$ la resistività del rame, risulta:

(7) $\delta = 1,35 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$ $Q = 20\ 000$ $\lambda = 1250 \text{ cm}$

Cavità n° 2 fig. 2

Frequenza di risonanza $f_0 = 48 \text{ Mhz}$

(8) $r_1 = 0,65 \text{ m}$ $\delta = 1 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$
 $r_2 = 0,97 \text{ m}$ $Q = 16\ 000$
 $l = 0,36 \text{ m}$ $\beta = 625 \text{ cm}$
 $d = 0,04 \text{ m}$

=====

2.- Potenza di alimentazione della cavità a radiofrequenza.

Sempre trascurando le perdite per radiazioni, ciò che può farsi fino a E_c non supera 300 Mev, calcoliamo l'ordine di grandezza del potenziale acceleratore entro la cavità, ammettendo che il tempo di transito sia trascurabile.

Supponiamo che B vari con legge sinusoidale e con la frequenza di 20 hz; si ha allora:

(9) $B = B_0 \text{ sen } 2\pi 20 t = B_0 \text{ sen } 40 \pi t$

ove $B_0 = 1 \text{ weber/m}^2 = 10\ 000 \text{ gauss}$. Tale valore di B_0 si desume dalla (2), per il massimo valore di $E_c = 600 \text{ Mev}$.

L'incremento di energia ad ogni giro dovrà dunque essere:

(10) $\Delta E_c = 40 \pi T 600 \cos 40 \pi t \cdot 10^6 \text{ ev}$

dove T è il periodo di rotazione degli elettroni (ricordiamo che non abbiamo tenuto conto delle perdite per radiazione). Dunque:

$\Delta E_c = \frac{40 \cdot 3,14 \cdot 600}{24} \cos 40 \pi t$

se gli elettroni entrano nella cavità per la prima volta al tempo $t = 0$ il valore iniziale di ΔE_c dovrà dunque essere:

5/53

data edizione modifica sostituzione diseg. approvato

CENTRO
MICROONDE
FIRENZE

RELSIN 1

RF 2401

3/8

$$\Delta E_c = 3140 \text{ ev}$$

per poi diminuire con legge del coseno fino a zero per $t=1/4$.
L'andamento di E_c in funzione di t è riportato in fig. 3 linea a.

Nella stessa figura la retta b rappresenta il numero di giri compiuto dall'elettrone in funzione di t , ammesso che la velocità possa considerarsi sempre eguale a c. Si osserva che nel tempo $T/4 = 12500$ microsecondi gli elettroni compiono circa $3 \cdot 10^5$ giri. Sempre nella medesima figura, la linea c rappresenta l'andamento di E_c in funzione del tempo, nella medesima ipotesi riguardo alla velocità degli elettroni.

Prendiamo ora in considerazione le perdite per radiazione. L'energia irradiata per giro si può esprimere con la formula:

$$W = k \frac{E_c^4}{r}$$

dove k è una costante, r il raggio dell'orbita. Nel nostro caso:

$$W = 4,5 \cdot 10^{-8} E_c^4 \text{ ev}$$

L'andamento di W in funzione del tempo è riportato in fig. 3, linea d.

Sommando le ordinate delle linee a, d, si ottiene la linea riportata in fig. 4, che fornisce in funzione del tempo, ed anche del numero dei giri compiuti dall'elettrone, la tensione acceleratrice che deve essere impressa alla cavità.

Tale tensione varia da un massimo di 3140 volt a zero. Considerazioni riguardanti la stabilità del moto elettronico suggeriscono che la tensione acceleratrice effettivamente applicata sia compresa fra il doppio ed il triplo di quella calcolata. Da ciò si desume quale deve essere la forma degli impulsi a radio frequenza: essa è quella che corrisponde alla linea che rappresenta $\Delta E_c + W$ quando le ordinate si moltiplicano per un coefficiente h compreso fra 2 e 3.

Ritengo che l'impulso di tensione potrebbe avere ampiezza costante, essere cioè di forma rettangolare con tensione di circa 9 000 volt, perchè le ragioni di stabilità che suggeriscono di moltiplicare per h la tensione calcolata vengono a attenuarsi quando l'energia cinetica supera i 300 Mev.

Per un calcolo di orientamento della potenza del generatore a radio frequenza conviene attenersi alla potenza massima che esso dovrà erogare, la quale triplicando i valori calcolati corrisponde al massimo a 18 000 volt.

Il generatore deve provvedere alla potenza dissipata nel rame della cavità e a quella necessaria per gli elettroni.

Per un calcolo di orientamento della potenza dissipata nella cavità si può procedere come segue. Si calcola l'energia accumulata nella cavità considerata ciò che può farsi con buona

5/53

data

•

edizione

modifica

sostituzione

diseg.

approvato

approssimazione, come un circuito a costanti concentrate, la cui capacità C è quella costituita dalle pareti piane affacciate alla distanza $d = 0,04$ m. Tali superficie sono due dischi di raggio $\times r_1 = 1,10$ m per la cavità n° 1 e di raggio $r_2 = 0,65$ m per la cavità n° 2. L'energia richiesta è quella del campo elettrico fra i due dischi, quando la loro differenza di potenziale è massima 18 000 volt. Poichè, per definizione il coefficiente di risonanza Q è il rapporto fra tale energia E moltiplicata per 2π e l'energia dissipata per ciclo E_d la conoscenza di Q permette il calcolo di E_d .

Finalmente il prodotto di E_d per la frequenza dà la potenza P cercata. Riportiamo di seguito i calcoli:

CAVITA' N° 1

$C = 8,4 \times 10^{-10}$ farad
 $E = 13,6 \cdot 10^{-2}$ joule
 $Q = 20\ 000$
 $E_d = 4,3 \cdot 10^{-5}$ joule
 $P = 1000$ watt circa.

CAVITA' N° 2

$C = 3 \cdot 10^{-10}$ farad
 $E = 4,9 \cdot 10^{-2}$ joule
 $Q = 16\ 000$
 $E_d = 1,9 \cdot 10^{-5}$ joule
 $P = 900$ watt circa.

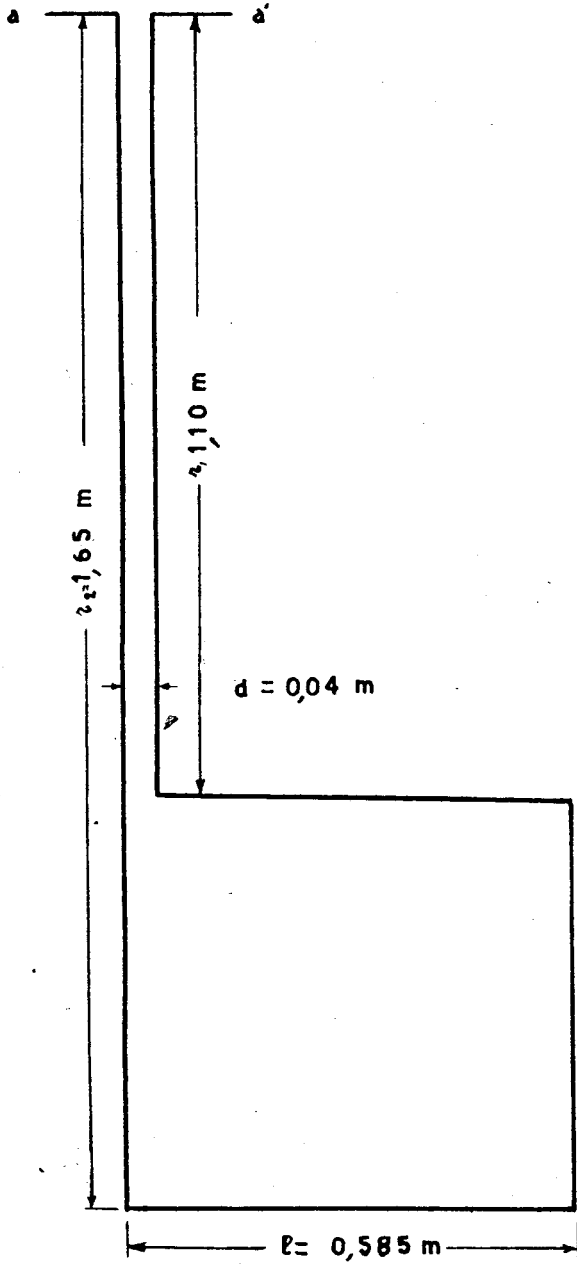
Se sul bersaglio arrivano 10^{11} elettroni per secondo, questi arrivano a gruppi, tanti quanti sono i cicli per secondo del campo magnetico cioè 20. Ogni gruppo, costituito da $10^{11}/20$ elettroni, viene accelerato negli ultimi giri con la tensione massima di 18 000 volt. Quindi ad ogni giro assorbe al massimo alla radio frequenza l'energia:

$$E_e = \frac{10^{11}}{20} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 18\ 000 \text{ joule/giro}$$

Questa energia, divisa per il periodo dà la potenza richiesta:

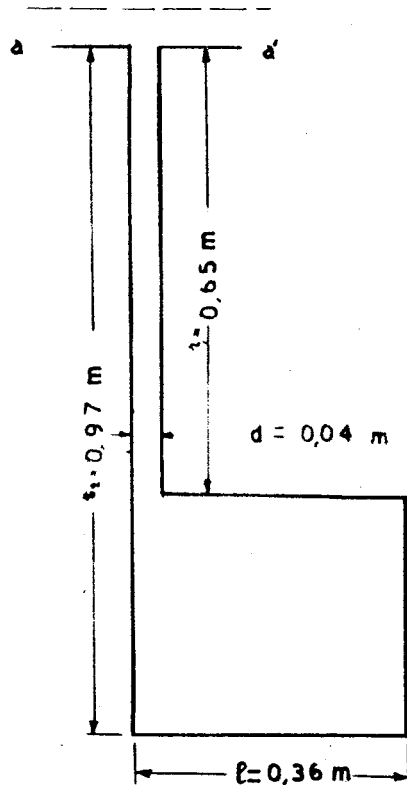
$$P_c = E_e \cdot 24 \cdot 10^6 = 350 \text{ watt circa.}$$

L'ordine di grandezza della potenza richiesta al generatore risulta dunque circa Kw. 4,5. Ritengo prudente e sufficiente provvedere un generatore della potenza di 2 Kw.



CAVITA' n°1

fig.1



CAVITA' n°2

fig.2

8 - 4 - 53

5/53

data edizione modifica sostituzione diseg. approvato

**CENTRO
MICROONDE**
FIRENZE

RELSIN 1

RF 2401

6/8

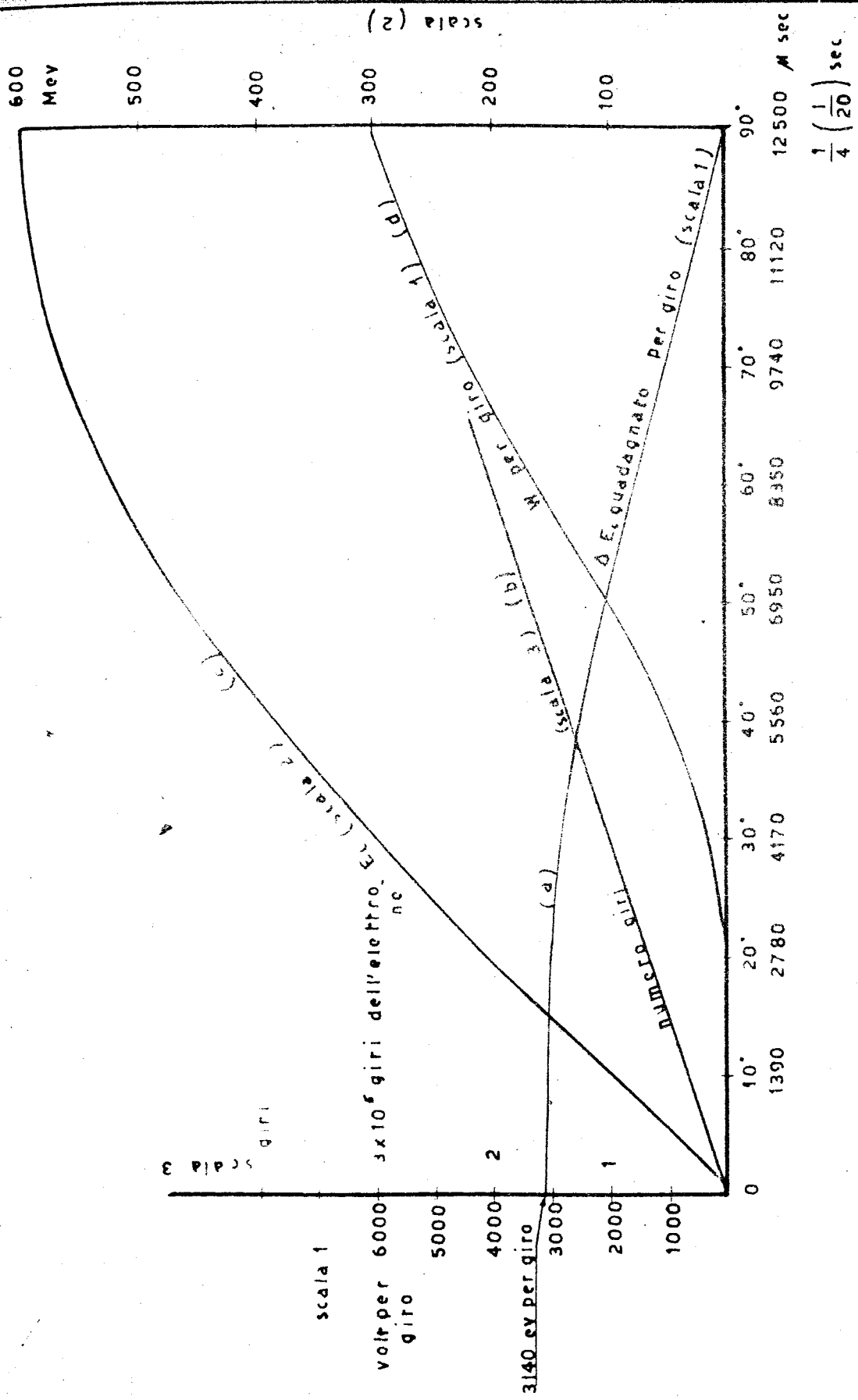


Fig. 3

8-4-53

5/53

data edizione modifca distribuzione diseg. approvato

CENTRO
MICROONDE
FIRENZE

RELGIN 1

RF 2401

7/8

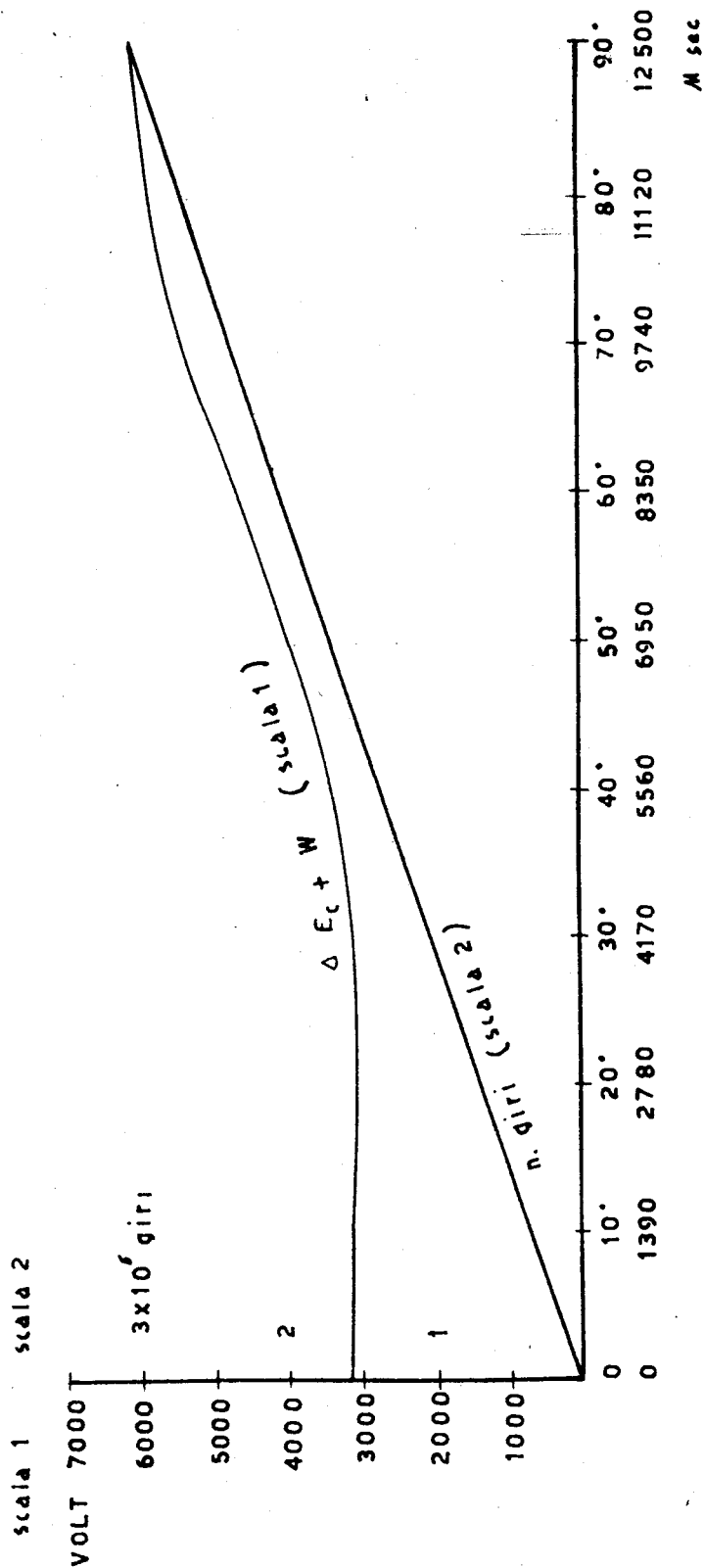


fig. 4

8 - 4 - 53

5/53

data

edizione

modifica

sostituzione

diseg.

approvato