

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF - 53/1  
20.3.1953.

E. Persico: RISONANZE NELLE OSCILLAZIONI DI BETATRONE

T/1

I.N.F.N. - Sezione Acceleratore

Gruppo Teorico

Rapporto n.1

E. Persico

RISONANZE NELLE OSCILLAZIONI DI BETATRONE

Secondo Blachman e Courant (Rev. Sc. Inst., 20, 596, 1949) in un sincrotrone a race-track può stabilirsi una dannosa risonanza tra il moto orbitale e le oscillazioni (di betatrone) orizzontali e verticali, se è soddisfatta la relazione (per un sincrotrone a 4 settori)

$$(1) \quad \frac{\pi}{2} p + \mu_h q + \mu_v r = 0$$

con  $p, q, r$  numeri interi e  $\mu_v$  definito da

$$(2) \quad \cos \mu_v = \cos \frac{\pi}{2} \sqrt{n} - \frac{L}{2R} \sqrt{n} \sin \frac{\pi}{2} \sqrt{n}$$

e  $\mu_h$  dalla analoga con  $1-n$  al posto di  $n$  ( $L$ =lunghezza dei tratti rettilinei,  $n$ =indice del campo,  $R$ =raggio) ( $L, n, R$  si suppongono corretti per i fringing fields).

Trascurando  $\left(\frac{L}{2R}\right)^2 n$  rispetto a 1 la (2) si scrive

$$(2') \quad \mu_v = \sim \frac{\pi}{2} \sqrt{n} \left(1 + \frac{L}{\pi R}\right)$$

e quindi la (1)

$$(3) \quad p + \left(1 + \frac{L}{\pi R}\right) (q\sqrt{1-n} + r\sqrt{n}) = 0$$

Servendomi della (3) ho calcolato  $L/R$  in funzione di  $n$  per  $0,55 \leq n \leq 0,65$  e per tutti gli interi  $p, q, r$  in modulo non superiori a 4 per i quali  $L$  risultava compreso tra 40 e 80 cm. I risultati sono rappresentati nell'unito grafico: le curve (praticamente rette) per le quali si ha risonanza sono distinte con i numeri  $p, q, r$  (in questo ordine).

L'approssimazione introdotta sostituendo la (2') alla (2) comporta in questo caso un errore dell'ordine del 3%: la correzione agirebbe nel senso di innalzare un poco tutte le curve.

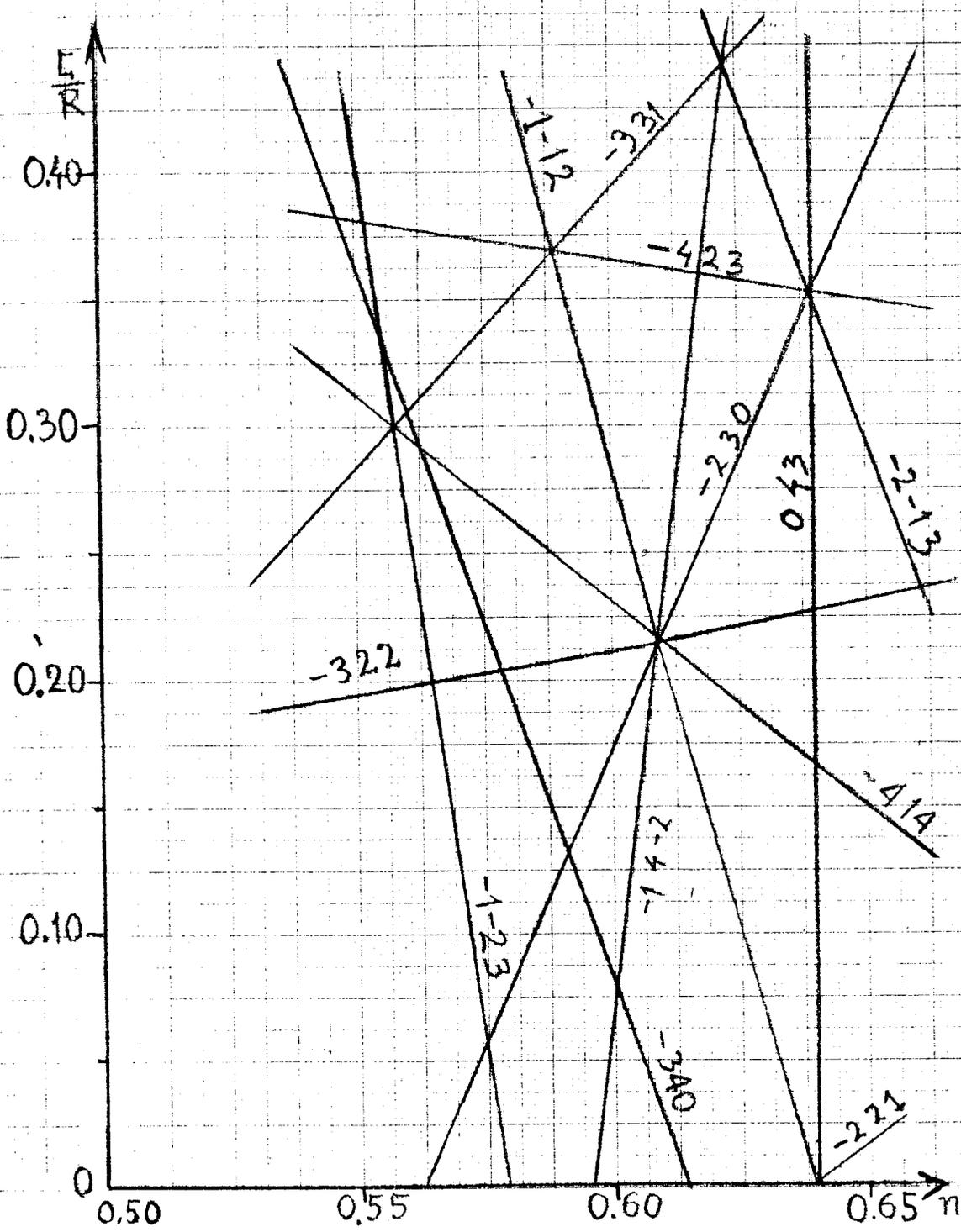
- 2 -

Il grafico può servire nella scelta finale di  $L$  ed  $n$  (tenendo conto anche di altre esigenze) per qualunque sincrotrone a quattro settori. Risulta intanto che i valori proposti nel progetto di massima ( $L=50$  cm,  $R=200$  cm,  $n=0,60$  cm) sono molto vicini a due curve di risonanza  $(-1, -1, 2)$ ,  $(-4, 1, 4)$  di cui la prima presumibilmente pericolosa perchè corrispondente ad armoniche basse, e la seconda perchè la quarta armonica nel moto di rivoluzione può essere esaltata dai 4 settori <sup>(\*)</sup>.

Roma, 20 marzo 1953

---

(\*) v. Courant - J. Appl. Ph., 20, 614, 1949.



n° 1-fiz 1