



LABORATORI NAZIONALI DI FRASCATI
SIS – Pubblicazioni

LNF-00/010(IR)

24 Marzo 2000

**ANALISI TERMOSTRUTTURALE DEL SISTEMA
CLESSIDRA-STRAWS DELL'ESPERIMENTO FINUDA**

S. Tomassini

Laboratori Nazionali di Frascati, Via E. Fermi 40, I-00044 Frascati, Italy

Abstract

È stato studiato il comportamento termostrutturale del sistema Clessidra-StrawTubes dell'esperimento FINUDA. In particolare è stata studiata l'influenza della temperatura sulla sagitta e sulla freccia dei fili di tungsteno e degli straws in relazione alla deformazione termica della clessidra su cui sono vincolati.

PACS.: 07.05.Fb

1 – INTRODUZIONE

Nell'esperimento FINUDA presso l'anello DAΦNE dei LNF, tutti i rivelatori di traccia ad eccezione del TOFONE, sono vincolati ad una struttura meccanica detta Clessidra [1]. In particolare, i rivelatori Straw Tubes [2] sono tenuti ciascuno nella loro posizione spaziale di lavoro dalle flangie più esterne della Clessidra. Su queste flangie una serie concentrica di fori disposti su sei layers consente, attraverso delle apposite interfacce, l'aggancio meccanico degli straws e il loro tensionamento. È evidente che per effetto di fenomeni di dilatazione termica della Clessidra, lo straw, costituito da un tubo di mylar alluminato dello spessore di $30 \mu m$ e dal filo di tungsteno del diametro di $30 \mu m$ della lunghezza di $2500 mm$, può essere soggetto a variazioni di carico di tensionamento, che possono influire sulla risposta del rivelatore. Per tale ragione si è affrontato lo studio termostrutturale del sistema Clessidra-Straw.

2 – FILO SUPERTESO: APPROCCIO TEORICO

In un filo, con diametro (d) molto minore della lunghezza (l) e con le estremità vincolate e soggetto all'azione del peso proprio e di eventuali carichi ripartiti e/o concentrati, l'unica caratteristica di sollecitazione interna è la forza normale (N). Esso si adatta alla funicolare del carico.

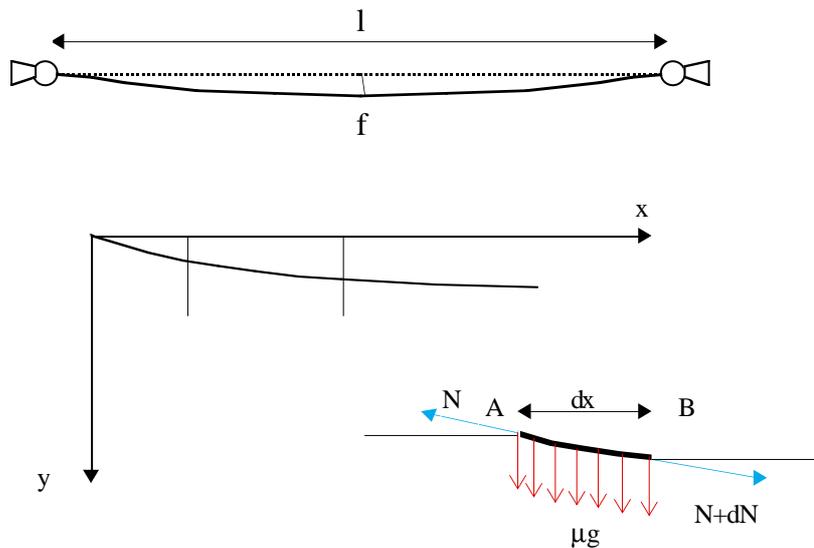


FIG. 1 – Modello filo.

Preso un elemento di filo di lunghezza dx (Fig. 1), avendo indicato con N l'unica componente di sollecitazione agente sulla sezione posta in A, con $N + dN$ quella agente in B, con ϑ e $\vartheta + d\vartheta$ l'angolo che la direzione delle rispettive sollecitazioni formano con l'asse delle ascisse in A e in B, con μ la massa per unità di lunghezza e con g l'accelerazione di gravità, scriviamo le equazioni di equilibrio meccanico:

$$-N \cos(\vartheta) + (N + dN) \cos(\vartheta + d\vartheta) = 0 \quad (1)$$

$$-N \sin(\vartheta) + (N + dN) \sin(\vartheta + d\vartheta) + \mu g dx = 0 \quad (2)$$

Nel caso di filo superteso, cioè nel caso in cui la freccia f è trascurabile rispetto alla lunghezza, possiamo sviluppare in serie di Taylor le funzioni trigonometriche delle (1) e (2) e trascurare i termini di ordine superiore al primo ottenendo le seguenti due relazioni:

$$N(x) = \text{const} \quad (3)$$

$$\frac{d\vartheta}{dx} = -\frac{\mu g}{N} \quad (4)$$

Per angoli molto piccoli, ϑ è dato da:

$$\vartheta = \frac{dy}{dx} \quad (5)$$

Sostituendo la (5) nella (4) si ottiene la seguente equazione differenziale che descrive la catenaria di un filo superteso sotto l'azione del proprio peso:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{\mu g}{N} \quad (6)$$

il cui integrale generale è:

$$y = -\frac{\mu g}{2N} x^2 + c_1 x + c_2 \quad (7)$$

dove le costanti c_1 e c_2 dipendono dalle condizioni al contorno.

2.1 – Filo Sollecitato Solo Meccanicamente

Nel caso in cui il filo sia soggetto solo ad azioni meccaniche (peso proprio + forza di tensionamento) la (7), imponendo le seguenti condizioni al contorno ($x = 0 \ y = 0$, $x = l \ y = 0$), diventa:

$$y = \frac{\mu g}{2N} (l - x) x \quad (8)$$

da cui si ricava la freccia massima:

$$f = \frac{\mu g l^2}{8N} \quad (9)$$

2.2 – Filo e Vincolo Sollecitati Meccanicamente e Termicamente

Nel caso in cui sia il filo che il vincolo siano soggetti a variazioni di temperatura, si verificano le seguenti azioni:

1. Il filo è sollecitato meccanicamente dal peso proprio e dal precarico
2. Il filo è sollecitato meccanicamente dalla deformazione termica dei vincoli
3. Il filo è soggetto a deformazioni termiche

La sollecitazione interna sarà funzione della deformazione termica dei vincoli, della deformazione termica del filo, del peso proprio e del precarico. Nel problema studiato si hanno dei fili di tungsteno (W) vincolati a una struttura in alluminio (Al).

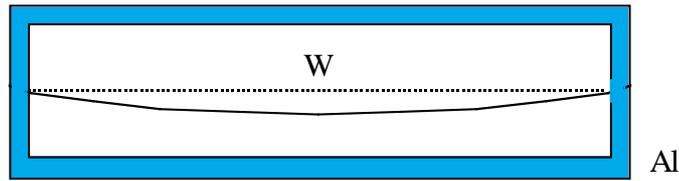


FIG. 2 – Filo e Vincolo deformabili termicamente.

Affinché sia rispettata la congruenza del sistema deve essere:

$$\varepsilon_{m_W} + \varepsilon_{T_W} = \varepsilon_{T_{Al}} \quad (10)$$

dove ε_{m_W} rappresenta la deformazione meccanica del filo di tungsteno, ε_{T_W} la sua deformazione termica e $\varepsilon_{T_{Al}}$ la deformazione termica del supporto in alluminio (Clessidra), avendo trascurato la deformazione meccanica del vincolo.

Sapendo che la relazione costitutiva lega la caratteristica di sollecitazione (N) al modulo di Young (E), alla sezione (A) e alla deformazione (ε) $N = E A \varepsilon$ e che la deformazione è funzione del coefficiente di dilatazione termico (α) e della variazione di temperatura (ΔT) $\varepsilon = \alpha \Delta T$, la (10) diventa:

$$N_{\Delta T} = (\alpha_{Al} - \alpha_W) \Delta T E_W A_W \quad (11)$$

ossia la forza di tensionamento a cui è sottoposto il filo, avendo indicato con N_0 il precarico meccanico, è data:

$$N = N_0 + N_{\Delta T} \quad (12)$$

Imponendo le condizioni al contorno ($x = 0, y = 0, x = l_0(1 + \alpha_{Al}\Delta T), y = 0$) la (7) diventa:

$$y = -\frac{\mu g}{2N} x^2 + \frac{\mu g}{2N} l_0(1 + \alpha_{Al}\Delta T) x \quad (13)$$

da cui si ricava la freccia massima:

$$f(\Delta T) = \frac{\mu g l_0^2 (1 + \alpha_{Al} \Delta T)^2}{8 [N_0 + (\alpha_{Al} - \alpha_W) \Delta T E_W A_W]} \quad (14)$$

2.3 – Risultati Numerici

Utilizzando la relazione (14) è stata calcolata la freccia massima dei fili di tungsteno per $\Delta T = 0$ e per $\Delta T = -20 K$. La scelta di un ΔT negativo risiede nel fatto che il rivelatore è stato installato nel periodo estivo a temperature dell'ordine dei $32^\circ C$.

Sono stati utilizzati i parametri riportati in tabella 1:

TABELLA 1

Densità filo	ρ_w	$19E-6 \text{ Kg/mm}^3$
Sezione Filo	A_w	0.0007 mm^2
Accelerazione di gravità	g	9810 mm/s^2
Lunghezza filo	l_0	2500 mm
Precarico filo	N_0	0.9 N
Coeff. di dilatazione termica Al	α_{Al}	$23.6E-6 \text{ K}^{-1}$
Coeff. di dilatazione termica W	α_w	$4.2E-6 \text{ K}^{-1}$
Modulo di Young W	E_w	410 GPa

Per $\Delta T=0 \text{ K}$

$$f = \frac{19E-6 * .0007 * 9810 * 2500^2}{8000 * 0.9} = 0.113 \text{ mm}$$

Per $\Delta T=-20 \text{ K}$

$$f = \frac{19E-6 * .0007 * 9810 * 2500^2 (1 - 23.6E-6 * 20)^2}{8000 [0.9 - (23.6E-6 - 4.2E-6) * 20 * 410000 * 0.0007]} = 0.129 \text{ mm}$$

si conclude che una variazione di temperatura di -20 K determina un aumento della freccia dei fili pari a:

$$\Delta f = 0.129 - 0.113 = 0.016 \text{ mm}$$

3 –STRAW: APPROCCIO TEORICO

Lo straw [2] può essere schematizzato come un cilindro di spessore costante pressurizzato internamente con gas. Come per i fili sottili supertesì, è soggetto a trazione semplice dato che non è in grado di trasmettere né forze di taglio né momenti flettenti se lo spessore (Fig. 3) $\ll l_0$ e il diametro $D \ll l_0$ con l_0 lunghezza del tubo. Oltre alla forza di tensionamento è soggetto anche alla pressione interna (p) che determina un aumento della sollecitazione assiale per effetto Poisson (ν) e per l'azione esercitata sulle basi del tubo.

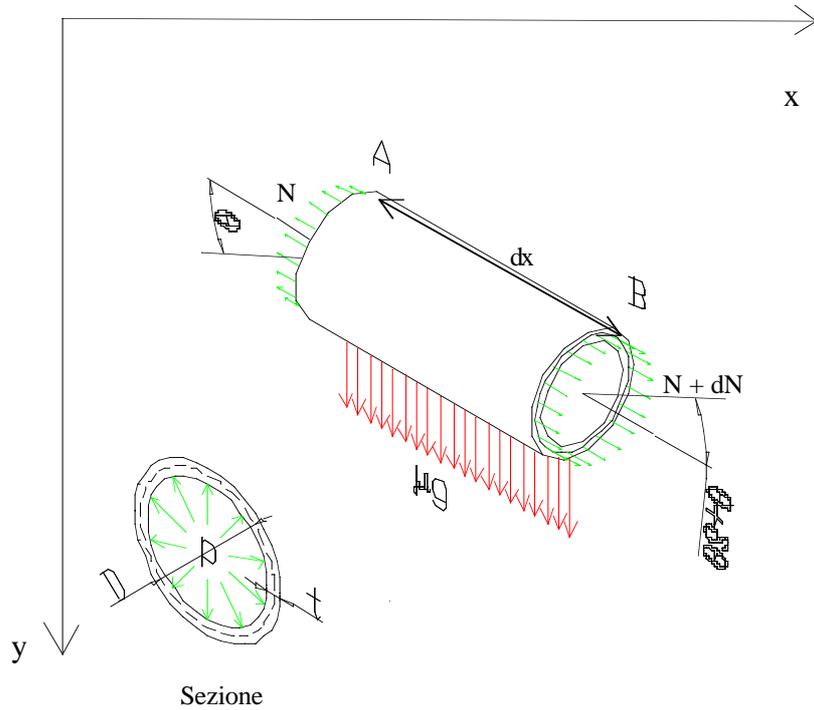


FIG. 3 – Modello Straw.

La pressione interna determina una deformazione circonferenziale che per effetto Poisson si traduce in deformazione assiale di contrazione:

$$\varepsilon_t = -\frac{\nu p D}{2 E_{My} t} \quad (15)$$

Nel caso in cui lo straw è vincolato alle estremità in modo tale da non potersi accorciare, tale contrazione assiale si traduce in una forza di trazione costante agente sulla generica sezione:

$$N_c = \frac{\pi}{2} \nu p D^2 \quad (16)$$

La pressione interna che agisce sulle basi del tubo dà un contributo alla sollecitazione assiale:

$$N_b = \frac{\pi}{4} p D^2 \quad (17)$$

Scrivendo le equazioni di equilibrio meccanico del generico elemento di tubo e indicando

con N la generica sollecitazione assiale agente sulla generica sezione A (vedi FIG. 4) e con $N+dN$ quella agente sulla sezione posta a dx rispetto ad A , si ottengono le stesse equazioni (1) e (2) che nel caso di piccole deflessioni della linea d'asse e stessi vincoli si trasformano nelle (3), (4), (8) e (9) con l'avvertenza che $N=N_0+N_c+N_b$ dove N_0 rappresenta il precarico meccanico.

3.1 – Straw Sollecitato Meccanicamente e Termicamente

Nel caso di variazioni di temperatura, alla generica sollecitazione assiale di tipo meccanico $N=N_0+N_c+N_b$ si va ad aggiungere una componente di forze dovute alla diversa dilatazione termica esistente tra il supporto meccanico (nel nostro caso la Clessidra in alluminio) e lo straw vero e proprio di Mylar $N_{\Delta T} = (\alpha_{Al} - \alpha_{My}) \Delta T E_{My} A_{My}$. Inoltre cambieranno le condizioni al contorno per effetto della dilatazione termica come descritto nel paragrafo 1.2. La freccia massima assumerà il seguente valore:

$$f = \frac{\mu g l_0^2 (1 + \alpha_{Al} \Delta T)^2}{8 [N_0 + N_c + N_b + (\alpha_{Al} - \alpha_{My}) \Delta T E_{My} A_{My}]} \quad (18)$$

3.2 – Risultati Numerici

Utilizzando la relazione (18) è stata calcolata la freccia massima dei tubi di Mylar per $\Delta T=0$ e per $\Delta T=-20$ K. Sono stati utilizzati i parametri riportati in tabella 2:

TABELLA 2

Densità mylar	ρ_{My}	1300 Kg/m ³
Sezione straw	A_{My}	1.41e-6 m ²
Accelerazione di gravità	g	9.810 m/s ²
Lunghezza straw	l_0	2.5 m
Precarico straw	N_0	19.2 N
Coeff. di dilatazione termica Al	α_{Al}	23.6E-6 K ⁻¹
Coeff. di dilatazione termica mylar	α_{My}	1.3E-4 K ⁻¹
Modulo di Young mylar	E_{My}	3.8 GPa
Diametro straw	D	15E-3 m
Spessore straw	t	30E-6 m
Coeff. di Poisson	ν	0.3
Pressione di flussaggio	p	4000 Pa

Per $\Delta T=0$ K

$$f = \frac{1.98E-3 * 9.81 * 2.5^2}{8(19.2 + 4.24E-1 + 7.07E-1)} = 0.746 \text{ mm}$$

Per $\Delta T=-20$ K

$$f = \frac{1.98E-3 * 9.81 * 2.5^2 (1 - 2.36E-5 * 20)^2}{8[19.2 + 4.24E-1 + 7.07E-1 - (2.36E-5 - 1.3E-4) * 20 * 3.8E9 * 1.41E-6]} = 0.477 \text{ mm}$$

si conclude che una variazione di temperatura di -20 K determina una diminuzione della freccia degli straws pari a:

$$\Delta f = 0.477 - 0.746 = -0.269 \text{ mm}$$

4 – CONCLUSIONI

Dall'analisi effettuata è emerso che lo spostamento massimo del centro del filo dal centro dello straw per $\Delta T=0$ K è pari a:

$$\Delta f = 0.746 - 0.113 = 0.633 \text{ mm}$$

mentre per $\Delta T=-20$ K è pari a:

$$\Delta f = 0.477 - 0.129 = 0.348 \text{ mm}$$

In conclusione, un abbassamento di temperatura di 20 K determina una diminuzione della distanza tra centro filo e centro straw pari a (Fig. 4):

$$\Delta(\Delta f) = 0.348 - 0.633 = -0.285 \text{ mm}$$

Si può quindi dire che un abbassamento della temperatura ambiente riduce lo spostamento del filo dal centro dello straw migliorando il funzionamento del rivelatore che di conseguenza può essere portato a tensioni più alte senza scaricare. In Fig. 5 è riportata la sagitta dello straw e del filo per diversi valori del ΔT .

Non va però trascurato il fenomeno del rilassamento viscoelastico che per il Mylar e per le colle usate è presente anche a temperatura ambiente.

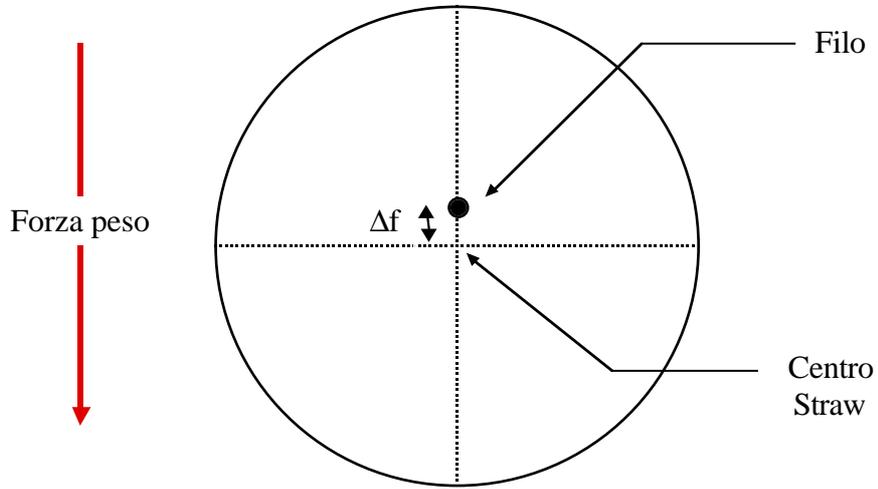


FIG. 4 – Posizione del filo nello straw.

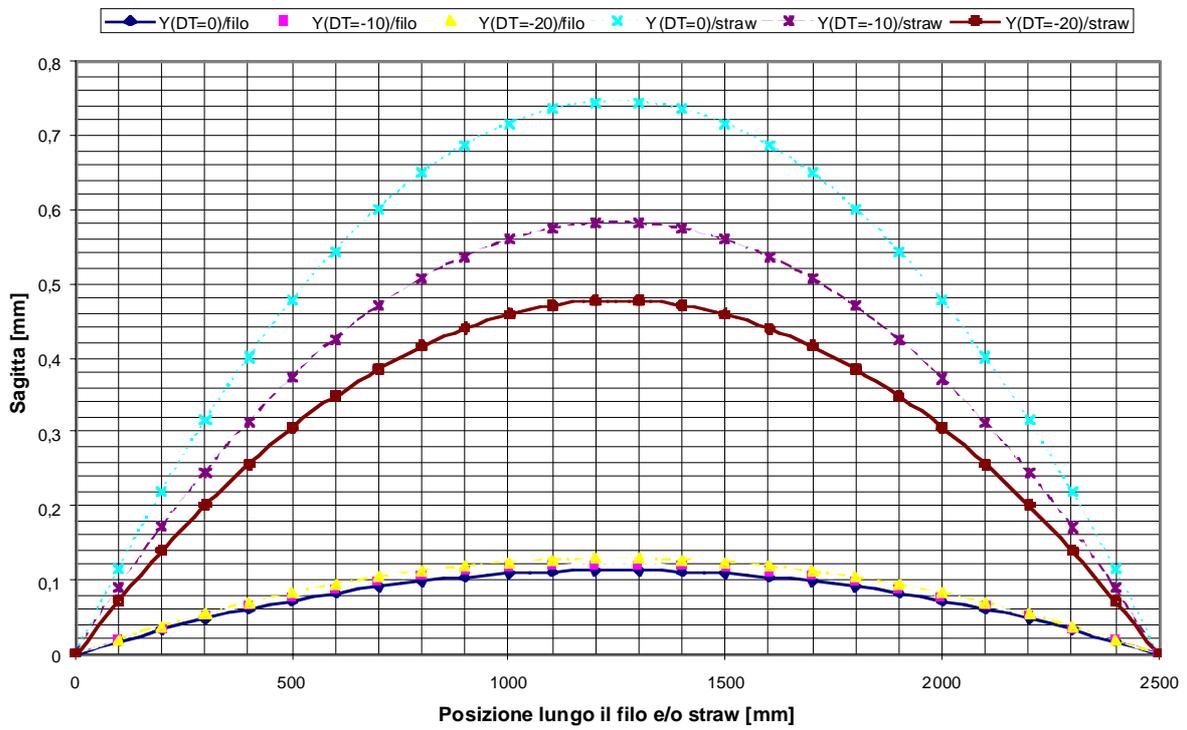


FIG. 5 – Sagitta del filo e dello straw.

RIFERIMENTI

- (1) FINUDA Collaboration, FINUDA Technical Report, LNF report, LNF-95/024 (IR), 1995.
- (2) L. Benussi et al., Straw Tube Detector of FINUDA Experiment, in: Nuclear Physics B (Proc. Suppl.) 61B (1998), p. 619-624.
- (3) B. Dulach, Calcolo dei fili supertesi per rivelatori di traccia, LNF nota tecnica, LNF-94/007 (NT), 1994.