

COMITATO NAZIONALE PER L'ENERGIA NUCLEARE
laboratori Nazionali di Frascati

LNF - 62/17

M. Bassetti, R. Evangelisti, C. Pellegrini: DETERMINAZIONE
DEI DIVERSI PARAMETRI DI UNA STRUTTURA MAGNETICA "SMORZA-
TA".

Nota interna: n° 121
8 Marzo 1962

Laboratori Nazionali di Frascati del C.N.E.N.
Servizio Documentazione

LNF-62/17

Nota interna: n° 121

8 Marzo 1962

M. Bassetti, R. Evangelisti, C. Pellegrini: DETERMINAZIONE DEI DIVERSI PARAMETRI DI UNA STRUTTURA MAGNETICA 'SMORZATA'.

Introduzione

Il problema degli effetti dell'irraggiamento sul moto degli elettroni in un acceleratore circolare a focheggiamento forte è stato trattato da diversi autori (1,2,3) in modo così completo da potersi dire definitivamente risolto dal punto di vista teorico. Tutti i calcoli eseguiti concordano nel dimostrare che in un acceleratore circolare isomagnetico^(x) esiste un effetto di antismorzamento (o antidamping) nelle oscillazioni radiali di betatron.

Il problema dell'antidamping è uno dei problemi fondamentali da affrontare in fase di studio di un anello

(x) - Si definisce tale un acceleratore circolare composto di sezioni dritte e magneti D ed F, in cui il campo magnetico sull'orbita di equilibrio è costante, come direzione ed intensità, al variare dell'azimut.

di accumulazione per energie nominali dei fasci collidenti sui 1000 MeV, come la macchina Adone attualmente in fase di progetto a Frascati.

In questo articolo noi presentiamo i risultati di una vasta indagine parametrica che ci ha condotto ad una particolarmente semplice soluzione di tale problema.

Espressione analitica delle costanti di damping

I tre modi di oscillazione di una particella in un acceleratore circolare sono: modo verticale e modo orizzontale di betatrone, modo orizzontale di sincrotrone. Le costanti di tempo di smorzamento o antismorzamento dei tre modi rappresentano gli intervalli di tempo dopo i quali le ampiezze delle oscillazioni sono diventate $1/e$ dei valori iniziali. Supponendo di poter considerare i tre modi di oscillazione disaccoppiati, le espressioni analitiche degli inversi di tali costanti sono⁽³⁾

$$\begin{aligned}\frac{1}{\tau_v} &= -\frac{1}{2} \xi \left\langle \frac{f'}{\rho_s^2} \right\rangle \\ \frac{1}{\tau_r} &= -\frac{1}{2} \xi \left\{ \left\langle \frac{f'}{\rho_s^2} \right\rangle - \left\langle \frac{(1-2n)4}{\rho_s^3} \right\rangle \right\} \\ \frac{1}{\tau_s} &= \frac{3}{\tau_v} - \frac{1}{\tau_r}\end{aligned}\tag{1}$$

ove $\left\langle f' \right\rangle = \frac{\int_0^L f' ds}{\int_0^L ds}$ essendo f una generica funzione
 ρ_s = raggio di curvatura dell'orbita di equilibrio
 τ_v = costante di smorzamento delle oscillazioni di betatrone verticali
 τ_r = costante di smorzamento delle oscillazioni di betatrone orizzontali
 τ_s = costante di smorzamento delle oscillazioni di sincrotrone

$$\xi = \frac{2}{3} e^2 c \frac{E_s^3}{(m_e c^2)^4} = 4.221 \times 10^{-6} E_s^3 \text{ (metri}^2 \text{ sec}^{-1})$$

E_s = energia della particella sincrona espressa in MeV
 x = scostamento dell'orbita chiusa dalla traiettoria centrale di riferimento per un generico scostamento $\Delta \epsilon$ dall'energia sincrona

$$\gamma(s) = \frac{x(s)}{\Delta p/p} = \frac{\partial x}{\partial (\Delta p/p)} \quad \text{indipendente dal } \Delta p/p$$

$$x' = dx/ds$$

Le (1) sono scritte tenendo conto del fatto che la somma delle tre costanti di damping risulta $-\frac{2P_\gamma}{E_s}$ (1) ove con P_γ indichiamo la potenza irraggiata per giro dalle particelle.

Limitazioni nella scelta dei diversi parametri

Definiamo 'struttura magnetica smorzata' una particolare struttura a focheggiamento forte in cui tutte e tre le grandezze riportate nella (1) sono negative ovvero in cui tutti e tre i modi di oscillazione sono smorzati.

Come è noto dalla teoria delle macchine acceleratrici, è possibile esprimere la matrice di trasferimento per un periodo nella forma

$$M(s) = \omega_0 \mu + \begin{vmatrix} \alpha(s) & \beta(s) \\ -\gamma(s) & -\alpha(s) \end{vmatrix} \sin \mu s \quad (2)$$

ove

$$\alpha(s) = -\frac{1}{2} \beta'(s)$$

$$\gamma(s) = \frac{1 + \alpha^2(s)}{\beta(s)}$$

Se indichiamo con R il raggio medio della macchina, con ν e ν_V il numero di oscillazioni di betatron radiali e verticali per giro, con F il fattore di forma delle oscillazioni stesse $F = \beta_{\max} \frac{\nu}{R}$, le esigenze fondamentali cui una struttura magnetica a focheggiamento forte deve soddisfare sono:

a) $\left| \cos \nu R \right| < 1$
 $\left| \cos \nu_V \right| < 1$

- b) F_R e F_v compresi fra 1 e 3 per avere una buona accettanza in orizzontale e in verticale
- c) ν_R e ν_v vicini ai valori medi prefissati
- d) ν_R e ν_v lontani il più possibile da interi e seminteri, che danno luogo a risonanze su di un giro o su due giri, oppure risonanze di accoppiamento, e diversi da valori per cui si abbiano risonanze non lineari del tipo

$$a\nu_R + b\nu_v = \rho \approx 2\rho \quad (3)$$

con a e b interi tali che sia $a + b = 3$ oppure 4.

I calcoli successivamente illustrati in questa nota non tengono conto per ora di questa condizione. Ciò perché tutte le altre condizioni sono funzioni continue di ν_R e ν_v e restano soddisfatte per tutto un intorno di valori di ν_R e ν_v . Una volta soddisfatte tutte le altre condizioni, basterà modificare leggermente i valori di ν_R e ν_v per soddisfare anche la d).

- e) le costanti di damping come definite in (1) siano tutte e tre negative, e di valore opportuno.

La condizione e) non deve necessariamente essere soddisfatta in sede di progetto di un acceleratore a campo magnetico alternato, ma è invece di fondamentale importanza per un anello di accumulazione come ADONE.

Criteri adottati nella ricerca parametrica

I parametri che caratterizzano un periodo di una struttura a foceggiamento forte sono:

- 1) lunghezze dei magneti curvanti F e D, l_f e l_d (= lunghezze curvanti)
- 2) lunghezze delle sezioni dritte e dei quadrupoli, 0 e l_Q rispettivamente (= lunghezze non curvanti)

3) indici di campo nei magneti F o D

4) gradiente di campo dei quadrupoli, G

Il primo passo che è stato necessario compiere è consistito nella preparazione di una serie di programmi in linguaggio Fortran per una 1620 con cui è possibile ottenere $\cos \mu, \mu, \nu, \beta(s), \alpha(s), \psi(s), \xi_r, \xi_s$ e α per una qualsiasi struttura. ⁽⁴⁾

In fase di messa a punto di questi programmi abbiamo esaminato alcuni tipi di strutture per così dire 'tradizionali' alle quali venivano apportate modifiche atte ad ottenere smorzamento delle oscillazioni in tutti e tre i modi. Le modifiche erano essenzialmente di due tipi:

- I) macchina 'rippled' o a 'montagne russe': si fa variare B_0 a gradino lungo l'orbita di equilibrio, dandogli, magnete per magnete, un certo decremento o incremento $|\Delta B_0|$ intorno ad un prefissato valore medio B_{0m} .
- II) Macchina a 'settori invertiti': si conservano le proprietà foceggianti di una struttura tradizionale, ma si inverte in un certo numero di magneti componenti la macchina il verso del campo magnetico B_0 sull'orbita di equilibrio.

In entrambi i casi siamo incorsi quasi sempre nella difficoltà difficilmente superabile di ottenere strutture contemporaneamente stabili e smorzate.

Partendo da tali risultati decisamente negativi e basandoci sulla differenza fondamentale che intercorre fra un magnete defoceggiante radialmente, in cui il modo radiale di betatron è smorzato, ed un magnete foceggiante radialmente, in cui lo stesso modo è invece antismorzato, abbiamo introdotto in una doppia struttura FDO stabile, ma antismorzato, un quadrupolo come elemento foceggiante. Abbiamo quindi ridotto l_F , tratto in cui l'irraggiamento

provoca antismorzamento, e abbiamo contemporaneamente compensato la diminuzione di forza focheggiante con una lente quadrupolare, nella quale l'irraggiamento è nullo, in prima approssimazione.

Abbiamo quindi preso in considerazione la struttura

0/2	D	F	Q_F	F	D	0/2
-----	---	---	-------	---	---	-----

(x)

cercando l'optimum dei diversi parametri.

Supponendo di lavorare con $B_0 = 10^4$ gauss indipendentemente dall'azimut, abbiamo calcolato per ogni magnete curvante le grandezze $\frac{l-n}{S_0^2}$ (piano orizzontale) e $\frac{n}{S_0^2}$ (piano verticale) e per ogni quadrupolo la grandezza analoga G/B_S ove G è il gradiente del quadrupolo in Wb/m^3 , B_S è la rigidità magnetica in Wb/m , e S_0 è il raggio di curvatura espresso in metri

$$\begin{aligned} \frac{l-n}{S_0^2} &= |K_{MRF}| & \frac{n}{S_0^2} &= |K_{MVF}| \\ \frac{n_D-1}{S_0^2} &= |K_{MRD}| & \frac{n_E}{S_0^2} &= |K_{MVD}| \\ G/B_S &= \pm K_Q \end{aligned} \quad (4)$$

I diversi K hanno le dimensioni di metri⁻²

Detta p la periodicità ed l_i la lunghezza del generico magnete curvante componente la cella unitaria calcolata lungo l'orbita di equilibrio, la realizzabilità della macchina impone che

$$\sum_i^N \frac{l'_i}{S_0^2} = \frac{2\pi}{p} \quad (5)$$

ove N = numero di magneti F o D presenti nel periodo.

Otteniamo in tal modo la lunghezza curvante totale del periodo: si deve quindi procedere per tentativi, fissando inizialmente un certo valore per il rapporto $\delta = l_D/l_F$

(x) - Tale struttura è stata suggerita da F. Amman

e per la lunghezza di mezza sezione dritta cioè $0/2$.

Distinguiamo ora due casi:

a) gli indici di campo sono uguali nel magnete F e nel D^(x)
allora assumiamo come parametro caratterizzante le proprietà di focheggiamento dei magneti la grandezza $|K_M| = n/S_0^2$

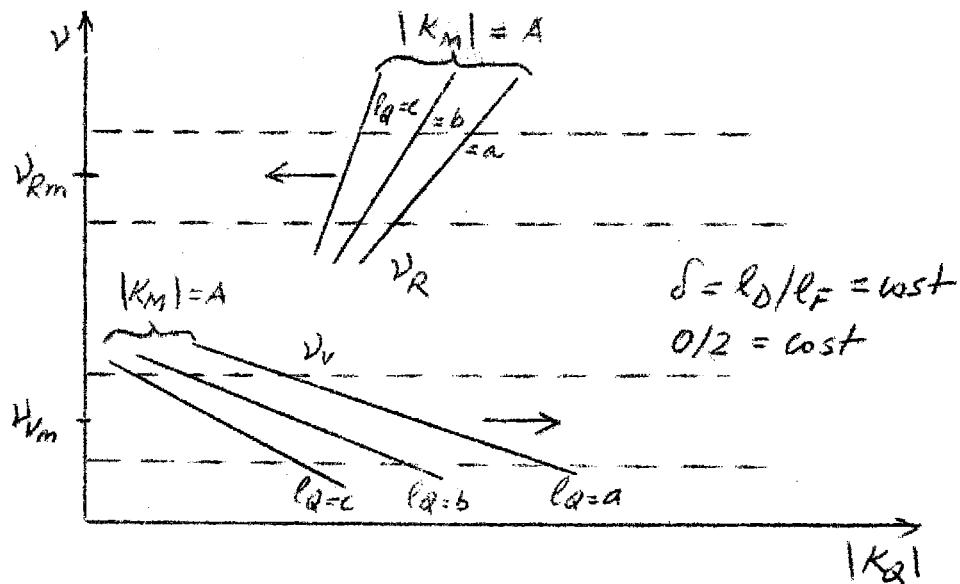
b) gli indici di campo differiscono di due unità e cioè risulta

$$|n_D| = |n_F| + 2$$

Si assume in tale caso $|K_M| = \frac{1+|n_F|}{S_0^2} = \frac{n_D - 1}{S_0^2}$

Quindi si calcolano le funzioni $\nu_R(|K_Q|) \ell_Q = \text{cost.}$ e

$\nu_v(|K_Q|) \ell_Q = \text{cost.}$ per un certo valore A della costante $|K_M|$
dei magneti.



Dai calcoli eseguiti risulta che le funzioni ν_R e ν_v sono con ottima approssimazione delle rette.

Si vede quindi come si spostano le due famiglie di

(x) - Quando non viene specificato, si sottintende che le proprietà ottiche dei magneti e quadrupoli sono riferite al piano orizzontale.

retto nel piano $\psi - |K_Q|$ per gli stessi valori a, b, c di l_Q al variare di $|K_M|$, ripetendo gli stessi calcoli per altri due valori $|K_M| = B$ e $|K_M| = C$. A questo punto è possibile costruirsi un diagramma come riportato nelle figg. 2, 4, 6, 8, 10 in cui si graficano i 'valori più convenienti' di $|K_M|$ in funzione di $|K_Q|$. Per valori più convenienti intendiamo quelli per cui le due famiglie di curve si dispon gono in modo tale che, per uno stesso valore di K_Q e per un fissato valore di l_Q , ψ_R e ψ_V siano vicini ai valori prefissati (condizione c)).

A questo punto è necessario verificare se i valori dei parametri così ottenuti, unitamente a quelli dei parametri prefissati, soddisfano anche alla condizione e) e danno un andamento soddisfacente della funzione $\psi(s)$.

Nel caso peggiore che ciò non avvenga, si fissano altri due valori del parametro , centrati attorno al precedente e per ognuno dei quali si ripetono i calcoli prima esposti. Per successive approssimazioni si arriva quindi ad ottenere un gruppo di parametri che soddisfano contemporaneamente le condizioni a, b, c, d, e. Giunti in tal modo ad una soluzione relativa ad un prefissato valore di $0/2$, si può variare tale valore e ripetere il procedimento ricercando una nuova soluzione mediante successivi tentativi.

E' forse superfluo ricordare che tutti i calcoli relativi a questa indagine parametrica, una parte dei cui risultati è riportata nelle figg. 1-17, sono stati eseguiti assumendo per la funzione $B_0 = f(0)$ in ogni singolo magnete un andamento rettangolare: questo significa che le lunghezze meccaniche l_D , l_F e l_Q differiranno dalle corrispondenti lunghezze teoriche per quantità Δl_F , Δl_D e Δl_Q da determinarsi in sede sperimentale.

Nell'esecuzione di tale indagine parametrica va in-

noltre tenuto conto dei valori massimi ammissibili per il gradiente di campo in una lente quadrupolare, in cui a rappresenti il raggio del cerchio di gola. Per una macchina come ADONE sarà presumibilmente $a = 10$ cm e quindi dalla relazione che esprime il valore massimo del gradiente in una lente quadrupolare (questo valore massimo è vincolato dai limiti di saturazione del ferro)

$$G_M \times 2a = 20 \times 10^3 \text{ (Gs)} \quad (6)$$

(ove G_M è espresso in gauss/cm
2a " " centimetri)

ricaviamo $G_{\max} = 1000$ Gs/cm e questo, visto in termini di costante caratteristica K_Q del quadrupolo, significa che si avrà come valore massimo cui spingere l'indagine

$$\begin{array}{ccc} K_Q \max & \xrightarrow[4]{\quad} & 2 \text{ metri}^{-2} \text{ per } 1500 \text{ MeV} \\ & \xrightarrow[4]{\quad} & 750 \end{array}$$

Cenni sui calcoli eseguiti per Adone

Si compongono essenzialmente di due parti, la prima riguardante la macchina a 1500 MeV (fig. 1-8) e la seconda concernente la macchina a 750 MeV. Mentre la prima parte aveva prevalentemente un valore indicativo, soprattutto per quanto riguardava la ricerca di una soluzione costruttivamente semplice del problema dell'antidamping, la seconda doveva servire per definire un vero e proprio progetto teorico di massima della macchina.

A tale scopo, per affrontare ad es. una sola volta in fase di misura il problema della ricerca sperimentale del profilo migliore da dare al polo per ottenere un andamento lineare del campo in funzione del raggio, e per semplificare anche costruttivamente la struttura, abbiamo stu

diato possibili soluzioni ad indice di campo uguale. In tale caso la ricerca parametrica ha avuto esito positivo nel caso di $p = 8$, mentre nel caso di $p = 6$ non è stato possibile trovare un gruppo di parametri soddisfacenti le condizioni a), b), c), e contemporaneamente anche la condizione

$$|n_D| = |n_F| \quad (7)$$

A 750 MeV, sia con $p = 8$ e indici di campo uguali, sia con $p = 6$ e indici di campo differenti di due unità, siamo giunti alle soluzioni riportate in Tab. 1 giocando su di un altro parametro, che in tutti gli altri casi avevamo fissato a priori, e cioè la lunghezza delle sezioni dritte: contemporaneamente verificavamo che ognuna delle soluzioni trovate corrispondesse ad una struttura smorzata e con un andamento soddisfacente della funzione $\psi(s)$, che condiziona l'accettanza in energia della macchina.

Per la macchina a 750 MeV, sempre con lo stesso tipo di struttura, abbiamo anche calcolato le funzioni $\alpha(\delta)$, $\frac{1}{\gamma}(\delta)$, $\frac{1}{\epsilon_r}(\delta)$, $\frac{1}{\epsilon_s}(\delta)$ per tre diversi valori degli indici di campo nell'intervallo in cui è possibile trovare valori di diversi parametri che assicurino la stabilità delle oscillazioni di betatron (v. figg. 12 - 13). E' interessante notare, anche in vista dello studio di strutture leggermente diverse, che all'aumentare del rapporto $\delta = l_D/l_F$ rimane smorzato anche il modo di sincrotron purchè scendano i valori degli indici di campo nei magneti: invece per uno stesso valore dell'indice di campo non si può lavorare con δ troppo alti affinchè $\frac{1}{\gamma}$ sia sufficientemente elevato.

Come è noto dalla teoria, l'andamento della funzione $F(\mu)$ è, nel caso di strutture tradizionali, ragionevol-

mente indipendente dal tipo specifico di struttura. La nostra struttura si differenzia in questo dalle strutture tradizionali come si può rilevare dalle figg. 17 e 18: in queste sono riportati i risultati del calcolo dei fattori di forma delle oscillazioni di betatron in funzione dello angolo μ , per alcuni valori del gradiente del quadrupolo e nel caso di periodicità 6.

Abbiamo inoltre ritenuto interessante riportare un tipico andamento delle funzioni $\beta_y(s)$ e $\beta_x(s)$ per la nostra struttura e a 750 MeV (v. fig. 16).

La struttura sinora esaminata non è necessariamente la migliore qualora si tenga conto di altre esigenze oltre a quelle presentate all'inizio, e cioè dell'efficienza di iniezione, delle dimensioni della ciambella, etc.

Sono attualmente allo studio altre strutture nelle quali si cerca di ottenere nella sezione dritta un valore di β vicino al massimo (come è mostrato in (4) non è possibile che i β abbiano un massimo in una sezione dritta perchè il loro andamento parabolico ha sempre il coefficiente del termine di 2° grado negativo).

Questo studio completo ci permetterà in seguito di valutare in modo più esauriente inconvenienti e pregi di ogni struttura e scegliere quindi la più conveniente per Adone.

Bibliografia

- (1) - K.W. Robinson: Radiation effects in circular electron accelerators - Phys. Rev. 111, 373 (1958).
- (2) - A.A. Kolomenski and A.N. Lebedev: The effects of radiation on the motion of relativistic electrons in a synchrotron - Proc. of CERN Symposium on High Energy Accelerators, 1956.
- (3) - C. Pellegrini: A calculation of radiation effects on electron oscillations in a circular accelerator (in corso di pubblicazione sul Supplemento del Nuovo Cimento).
- (4) - M. Bassetti, R. Evangelisti, L. Mango, C. Pellegrini: Impostazione teorica di alcuni problemi relativi al progetto ADONE (nota interna in corso di stampa) e cenni sui programmi di calcolo numerico.

E MeV	$f = \frac{1}{2}$	$0/\frac{1}{2}$	F_{Rm}	F_{Vm}	n_D	n_F	α	ν_{Rm}	ν_{Vm}	$1/\tau_s$ sec	$1/\tau_{\alpha}$ sec	$1/\tau_{\nu}$ sec	1_Q m	1_D m	1_F m	R_m m	B_o Gs	G Gs/cm	X_M cm	
1500	1.17	1.5	2.8	1.32	9.35	7.35	0.275	2.25	1.75	-300	-155	0.3	1.06	0.905	9.2	8	104	310	3.34	
1500	1.2	1	2.77	1.3	22	20	0.13	3.25	2.75	-345	-103	-150	0.4	0.714	0.596	9.46	12	1	295	1.58
1500	1.5	1	2.78	1.28	19.5	17.5	0.134	3.25	2.75	-178	-267	-148	0.4	0.786	0.524	9.6	12	1	500	1.68
1500	1.47	1.5	2.78	1.3	7.75	5.75	0.25	2.2	1.7	-166	-285	-150	0.5	1.169	0.795	9.46	8	1	300	3.16
750	1.17	0.9	2.56	1.3	8.5	6.5	0.26	2.25	1.75	-126	-80	-69	0.3	0.529	0.452	5.175	8	1	310	1.7
750	1.56	1	2.65	1.25	7.5	7.5	0.265	2.25	1.75	-112	-85	-65	0.3	0.598	0.383	5.43	8	1	310	1.8
750	1.12	1	2.05	1.26	5.9	3.9	0.306	1.25	1.75	-115	-76	0.3	0.691	0.617	4.7	6	1	90	4.6	

TABELLA 1

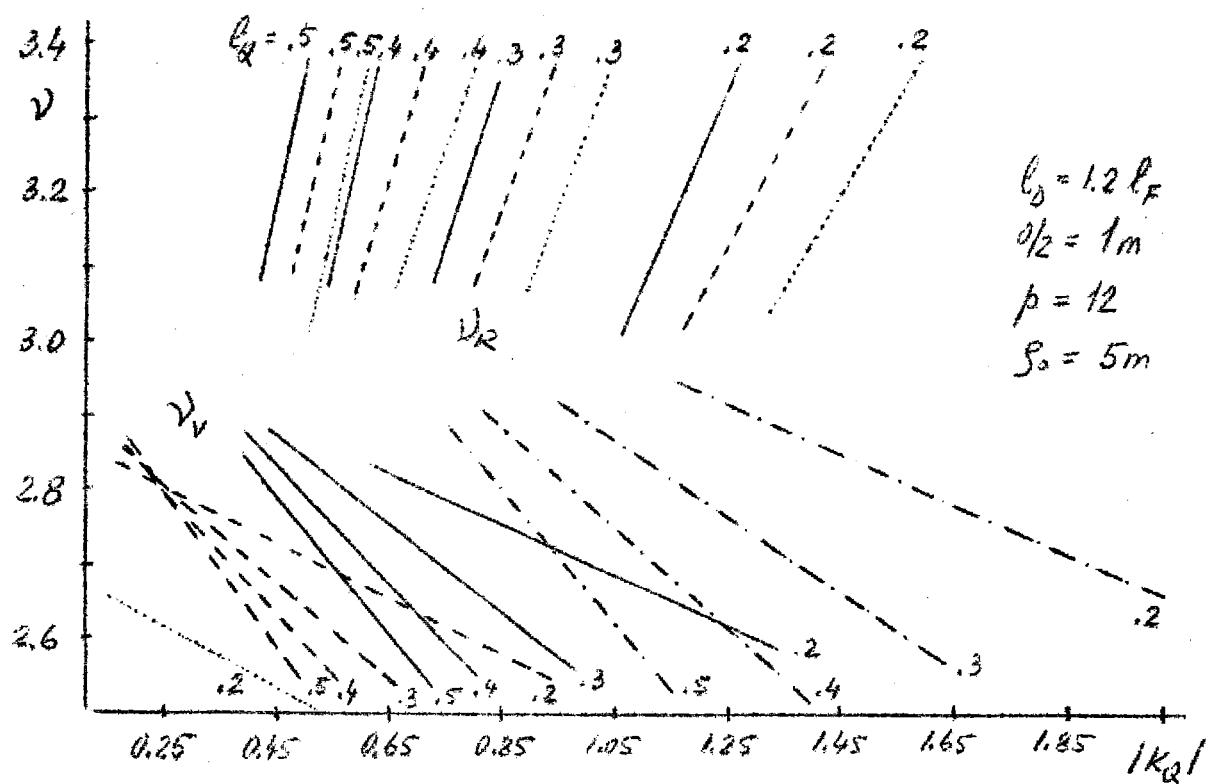


FIG. 1

$$\begin{array}{c} \cdots \cdots \cdots \\ \cdots \cdots \cdots \\ \cdots \cdots \cdots \\ \cdots \cdots \cdots \\ \cdots \cdots \cdots \end{array} \left. \begin{array}{c} .7 \\ .775 \\ .8 \\ .94 \end{array} \right\} = |K_{MRF}| = |K_{MRO}|$$

1500 MeV

$\frac{1}{2}$	D	F	Q_F	F	D	$\frac{1}{2}$
---------------	---	---	-------	---	---	---------------

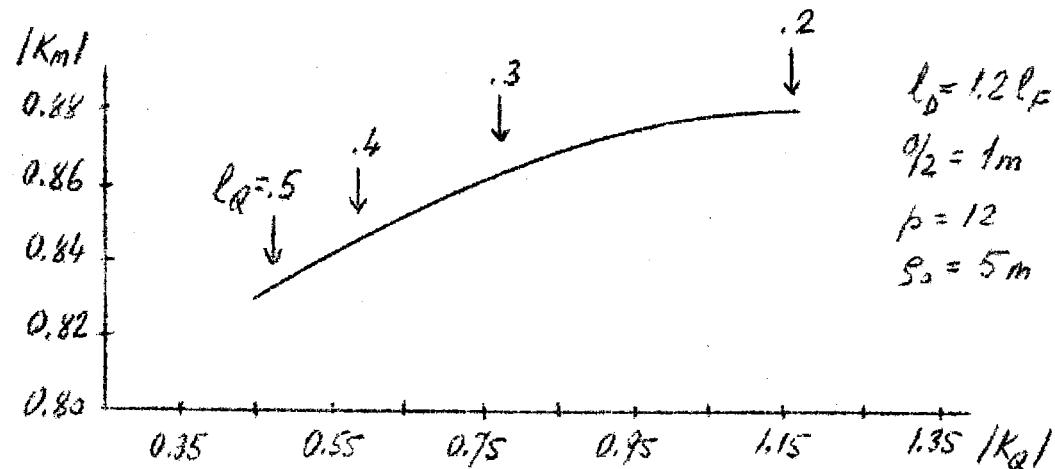


FIG. 2

$$|K_{MRF}| = |K_{MRO}|$$

1500 MeV

$\frac{1}{2}$	D	F	Q_F	F	D	$\frac{1}{2}$
---------------	---	---	-------	---	---	---------------

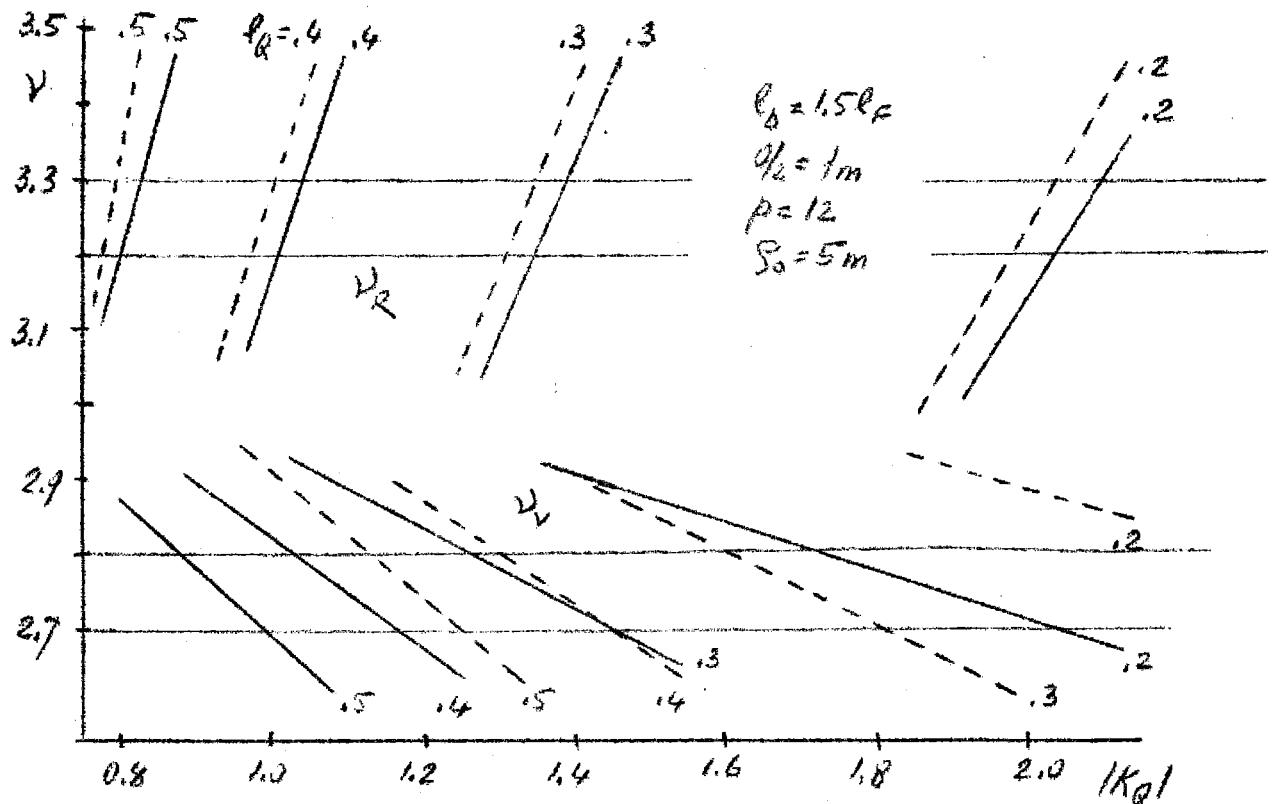


FIG. 3

$$\frac{0.75}{0.8} = |\mathcal{K}_{MRF}| = |\mathcal{K}_{MRD}|$$

1500 MeV

Ω_2	D	F	Q_F	F	D	Ω_2
------------	---	---	-------	---	---	------------

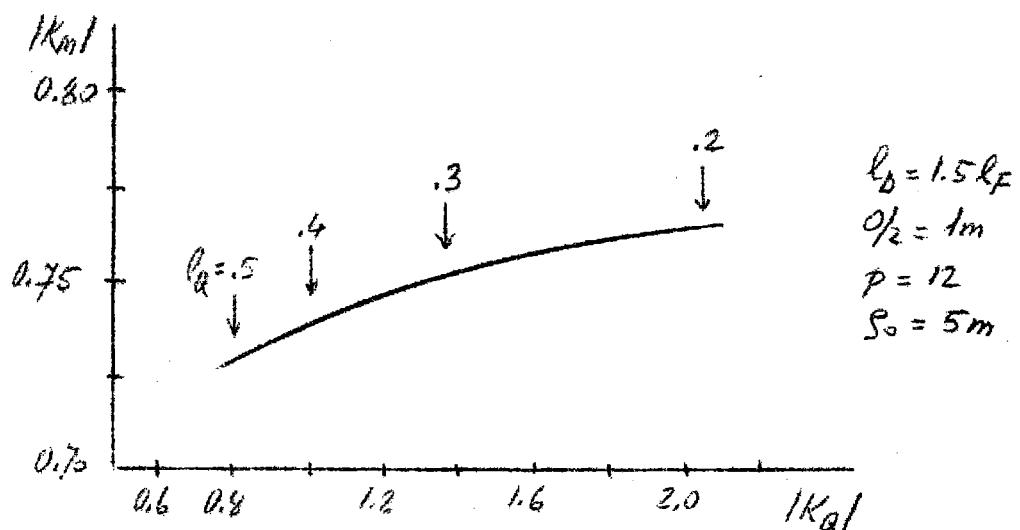


FIG. 4

$$|\mathcal{K}_{MRF}| = |\mathcal{K}_{MRD}|$$

1500 MeV

Ω_2	D	F	Q_F	F	D	Ω_2
------------	---	---	-------	---	---	------------

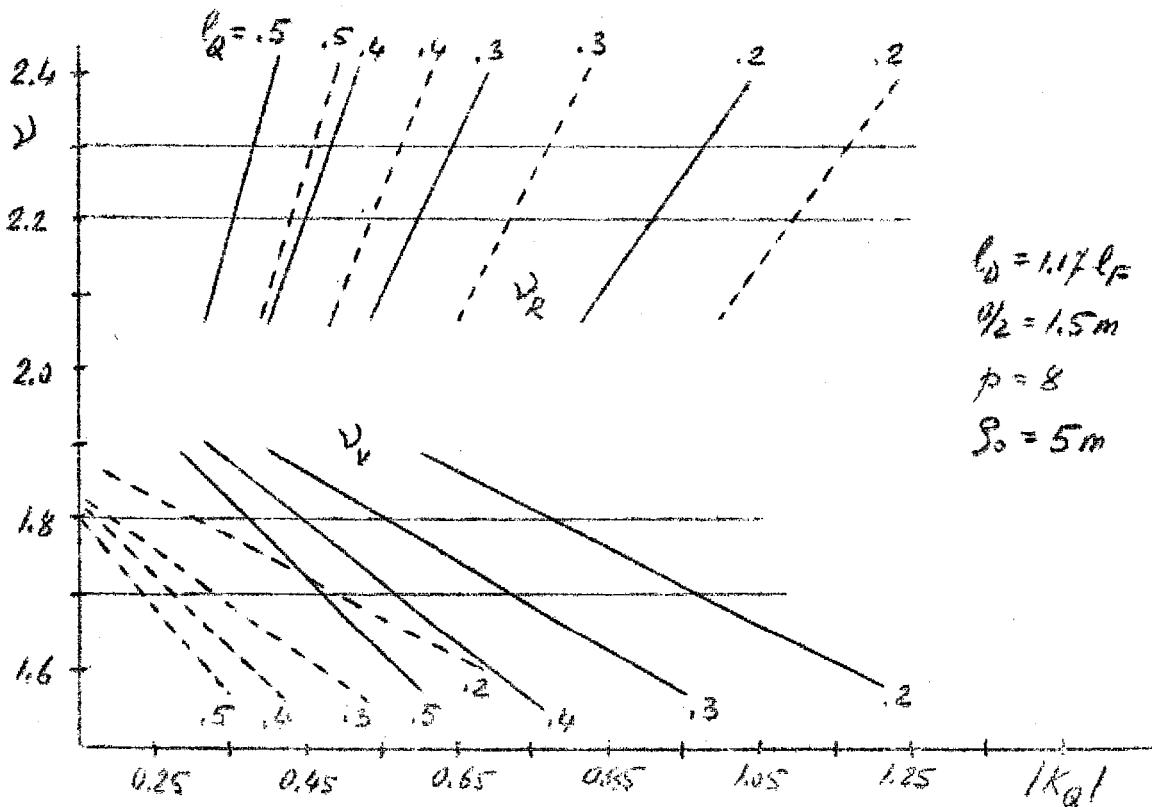


FIG.5

$$\frac{334}{275} = \frac{|K_{MRD}|}{|K_{MRFL}|}$$

1500 MeV

$\%$	D	F	Q_F	F	D	$\%$

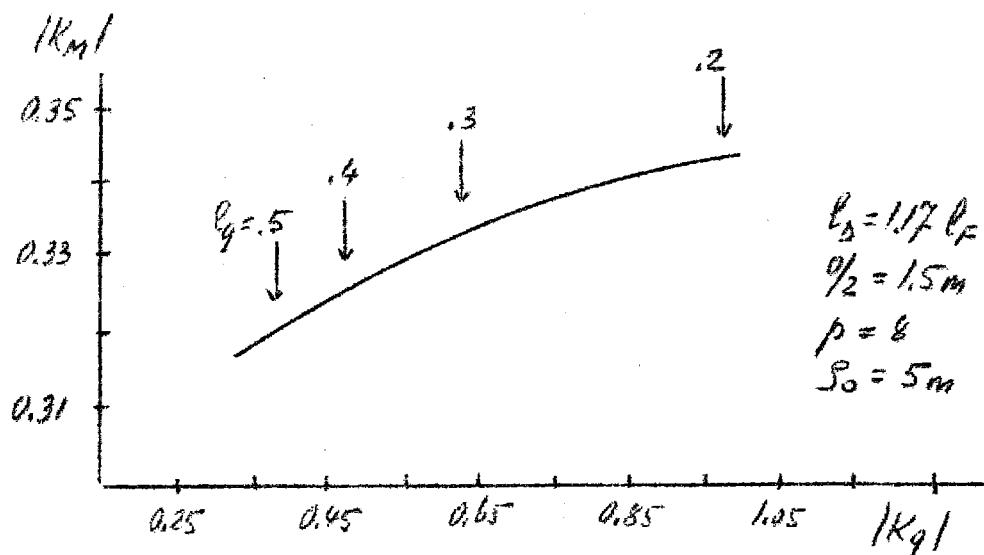


FIG.6

$$|K_{MRD}| = |K_{MRFL}|$$

1500 MeV

$\%$	D	F	Q_F	F	D	$\%$

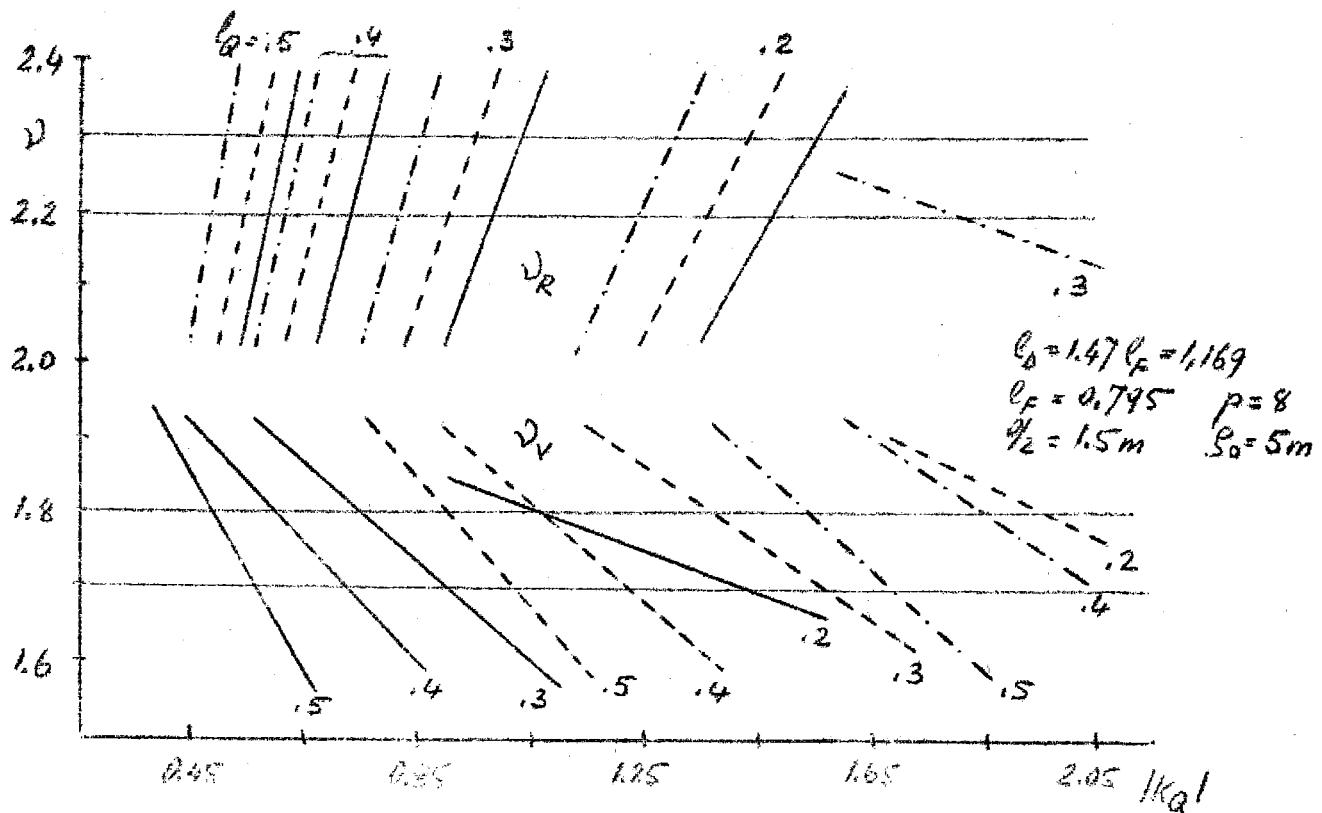


FIG. 7

----- : .374
 - - - - : $\frac{K_{MRF}}{K_{MRD}} = \frac{K_{MRF}}{K_{MRD}}$
 1500 MeV

r_2	D	F	Q_F	F	D	r_2
-------	---	---	-------	---	---	-------

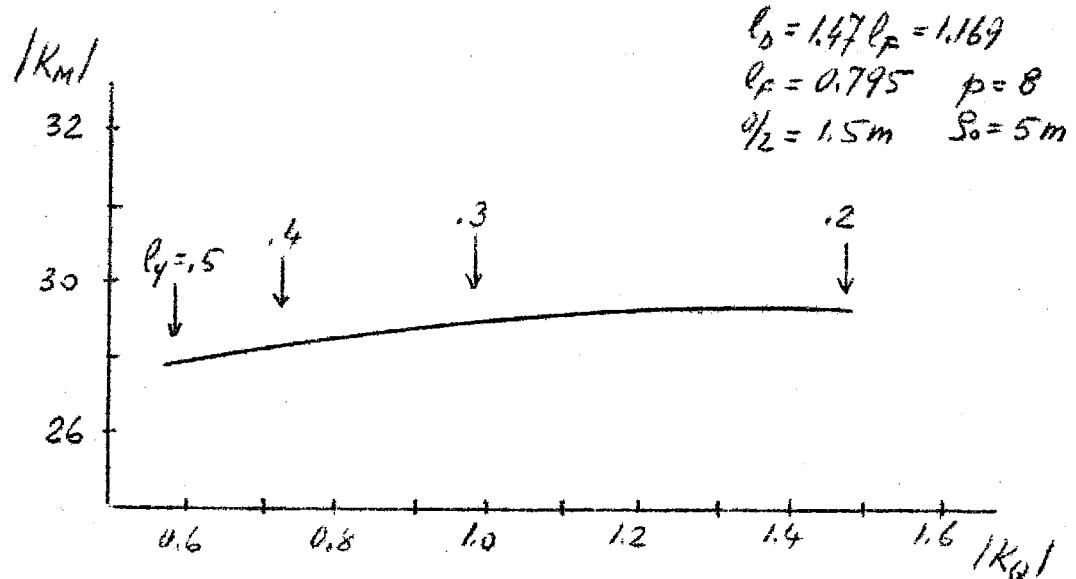


FIG. 8

$|K_{MRF}| = |K_{MRD}|$

1500 MeV

r_2	D	F	Q_F	F	D	r_2
-------	---	---	-------	---	---	-------

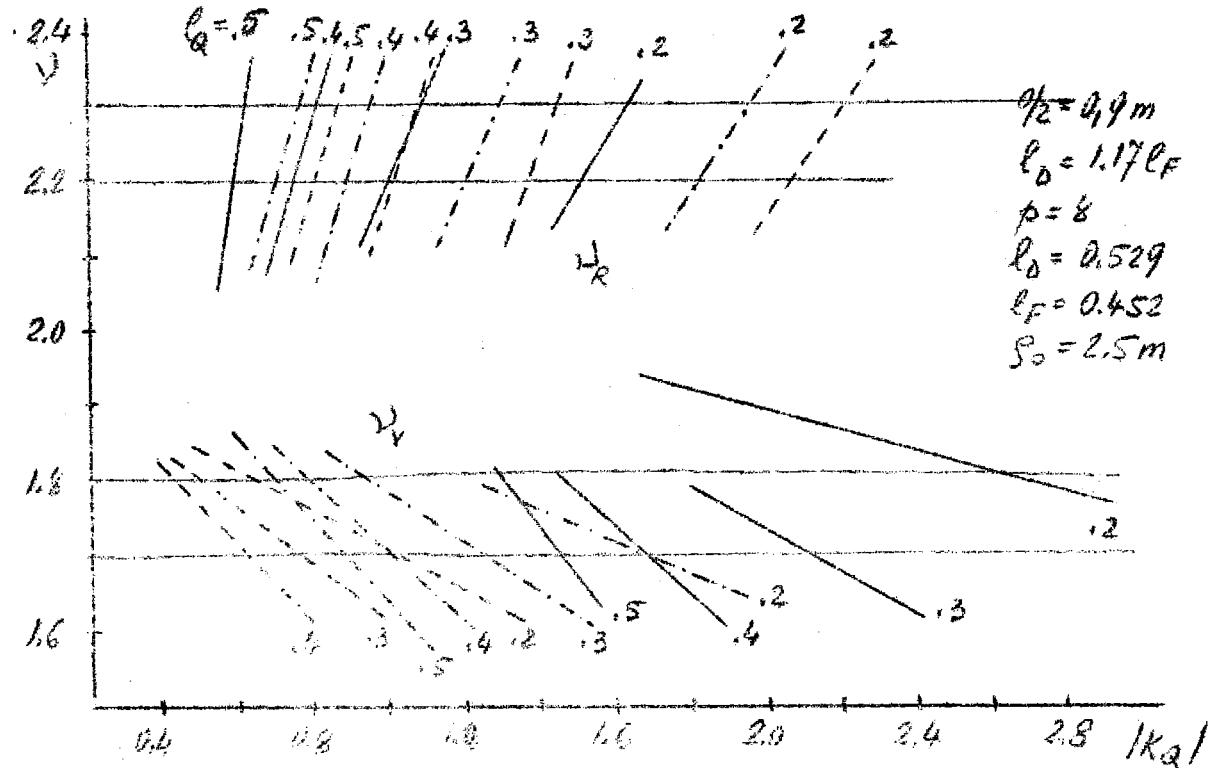


FIG. 9

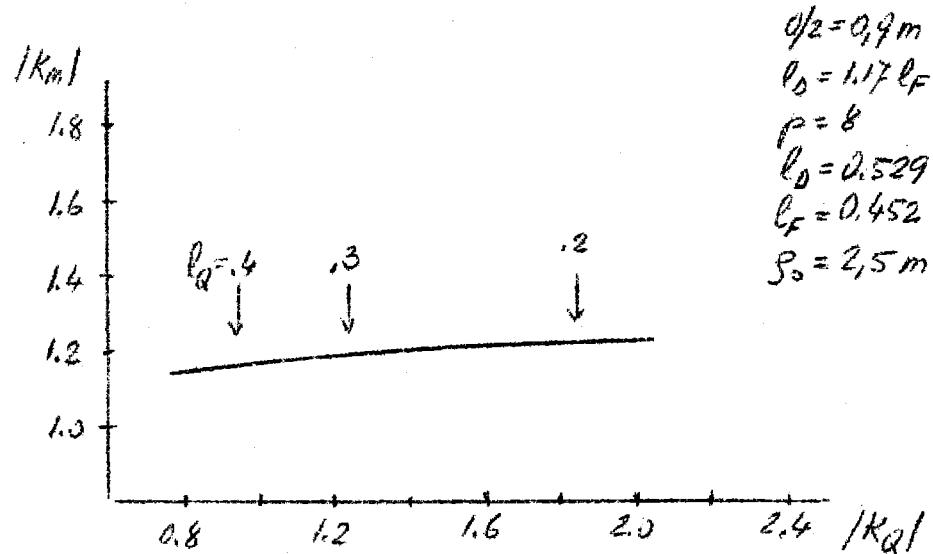
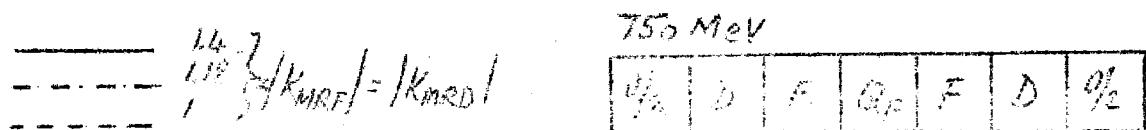
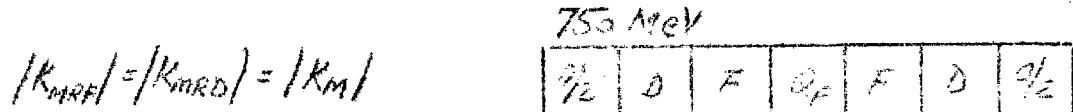


FIG. 10



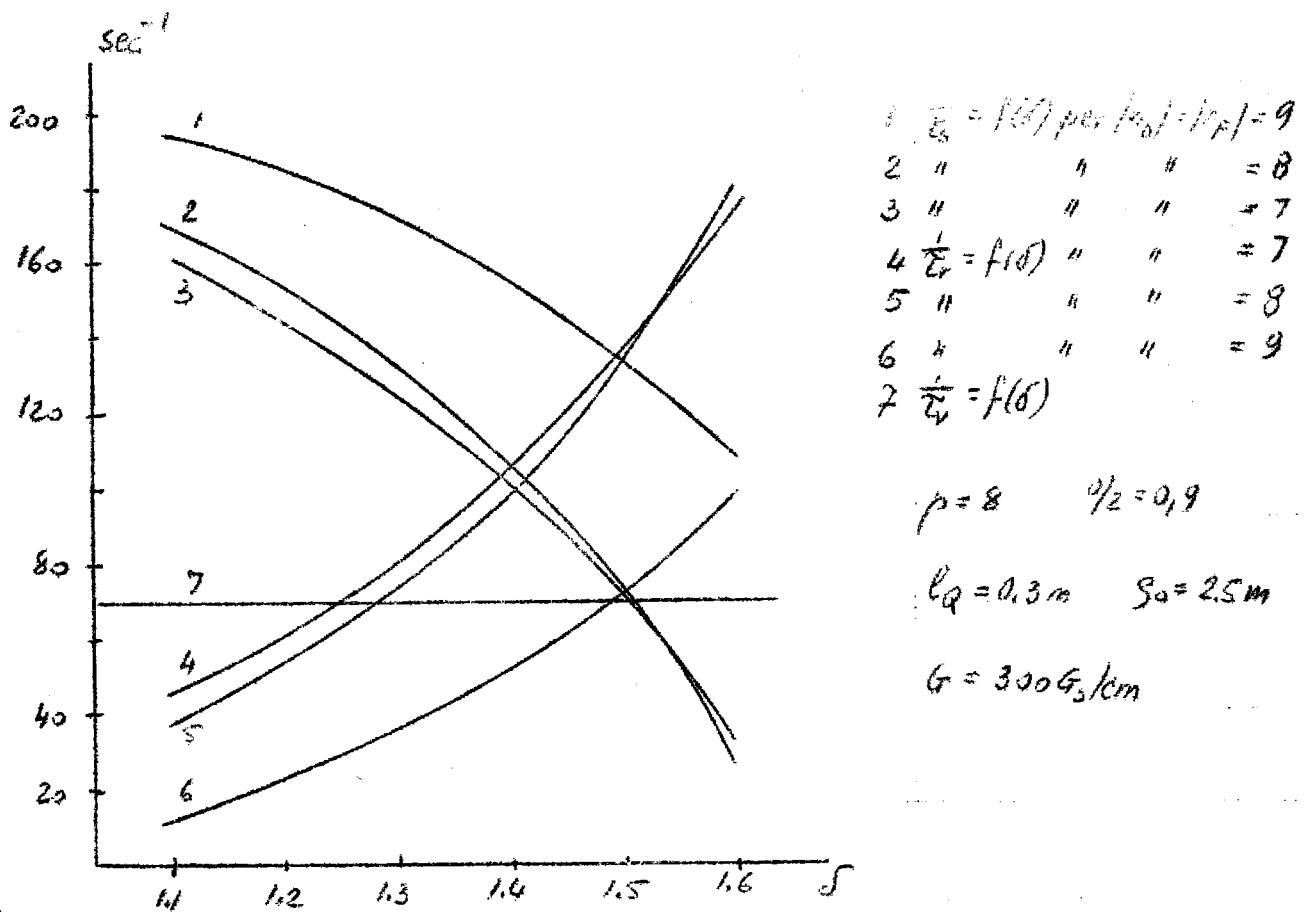
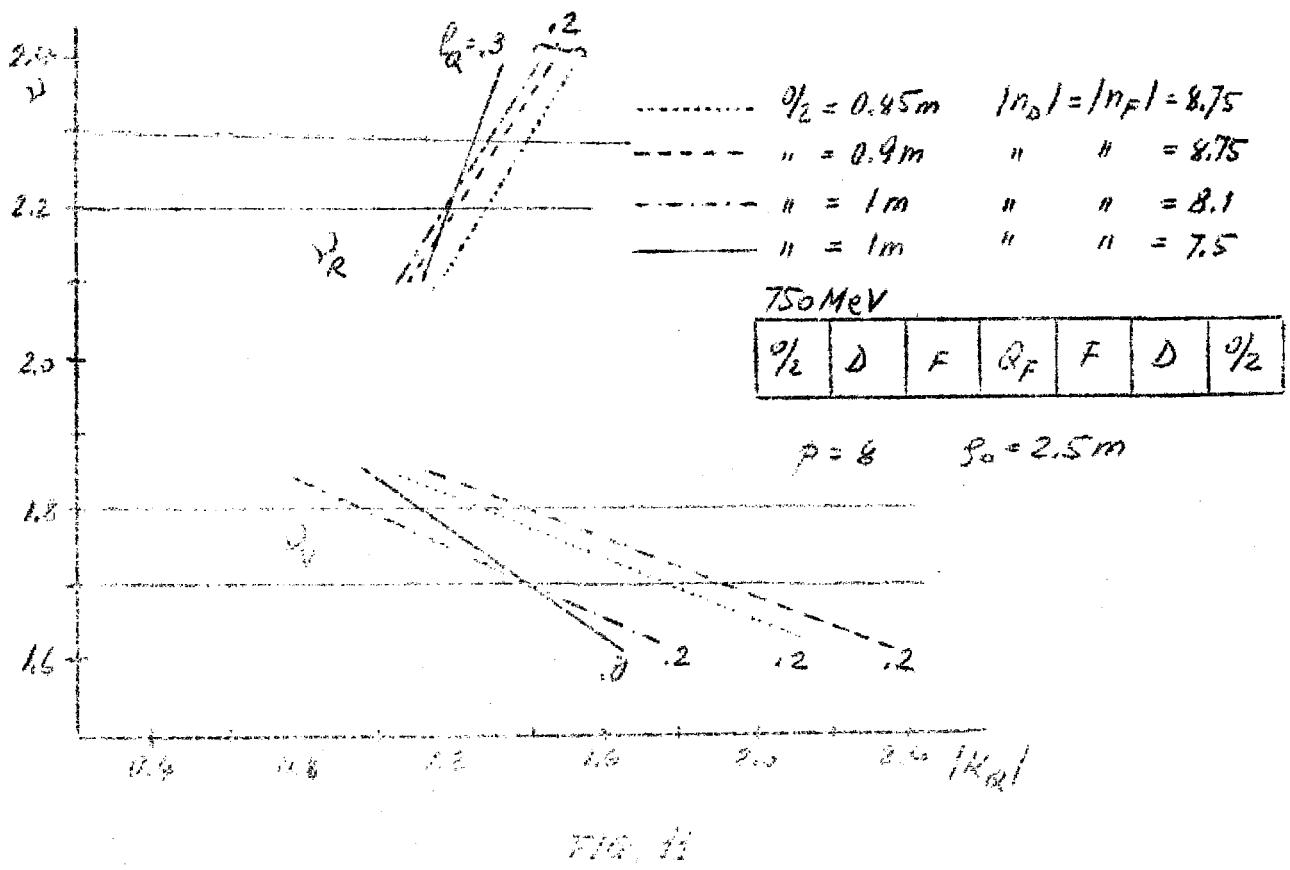


FIG. 12

%	D	F	Q _F	F	D	%
---	---	---	----------------	---	---	---

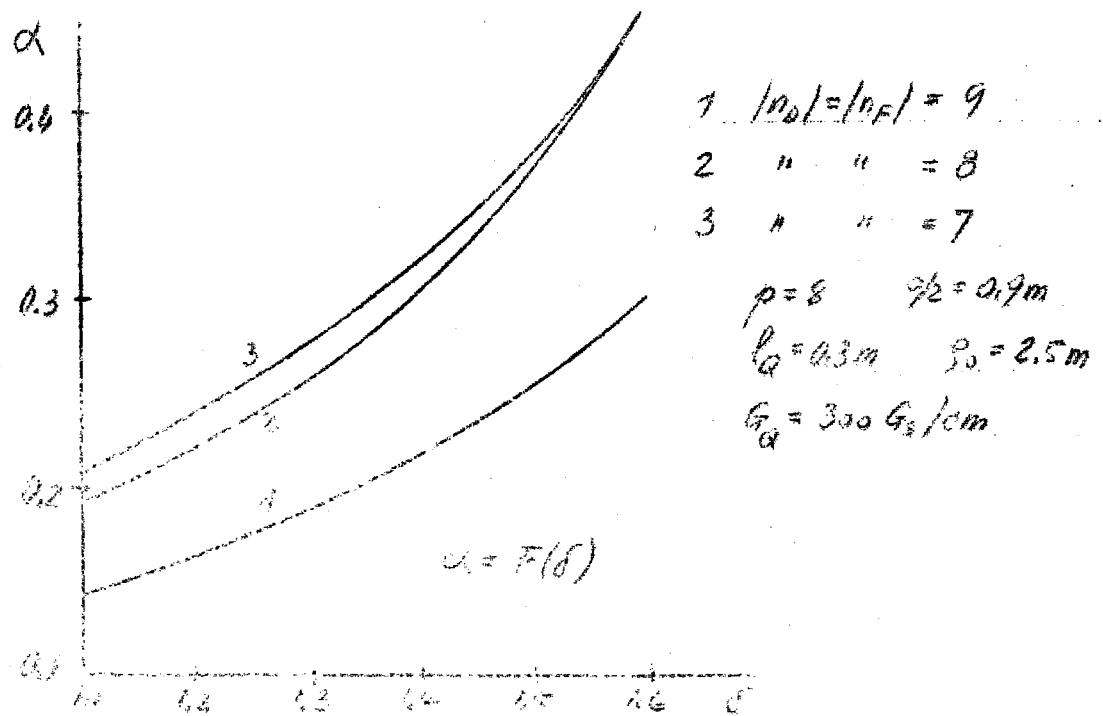


FIG. 13

Name							%
%	D	E	Q _F	F	D	%	

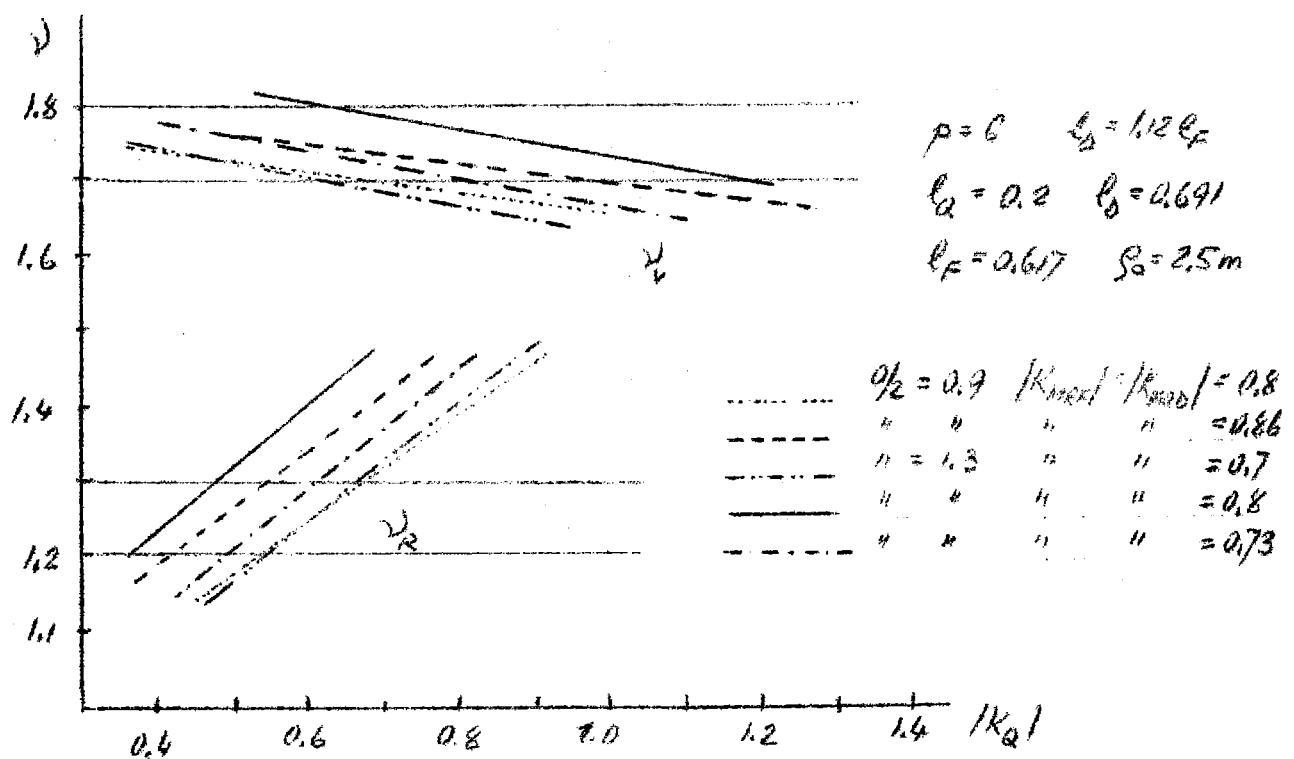


FIG. 74

TDS mg/l						
Q ₁	D	F	Q ₂	F	D	%
100	0	0	100	0	0	0

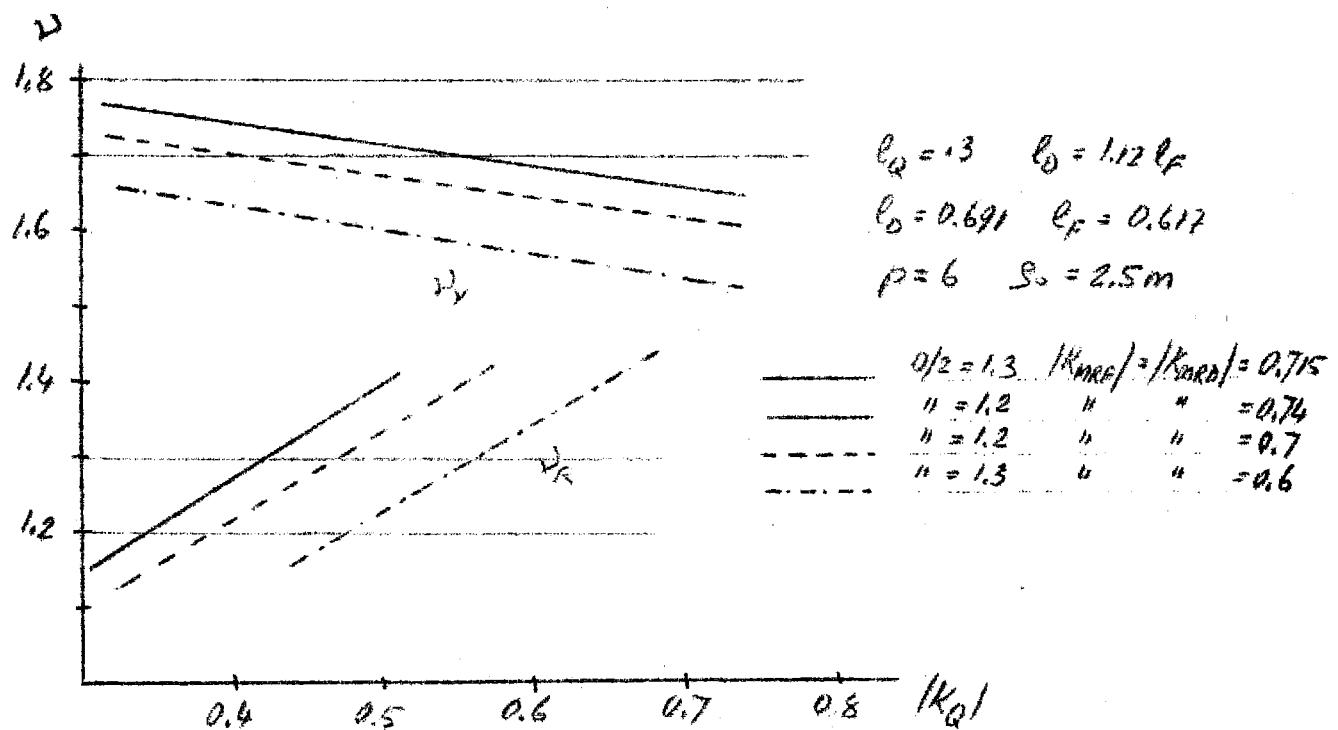


FIG. 15

750 MeV

$\frac{1}{2}$	D	F	Q_F	F	D	$\frac{1}{2}$
---------------	---	---	-------	---	---	---------------

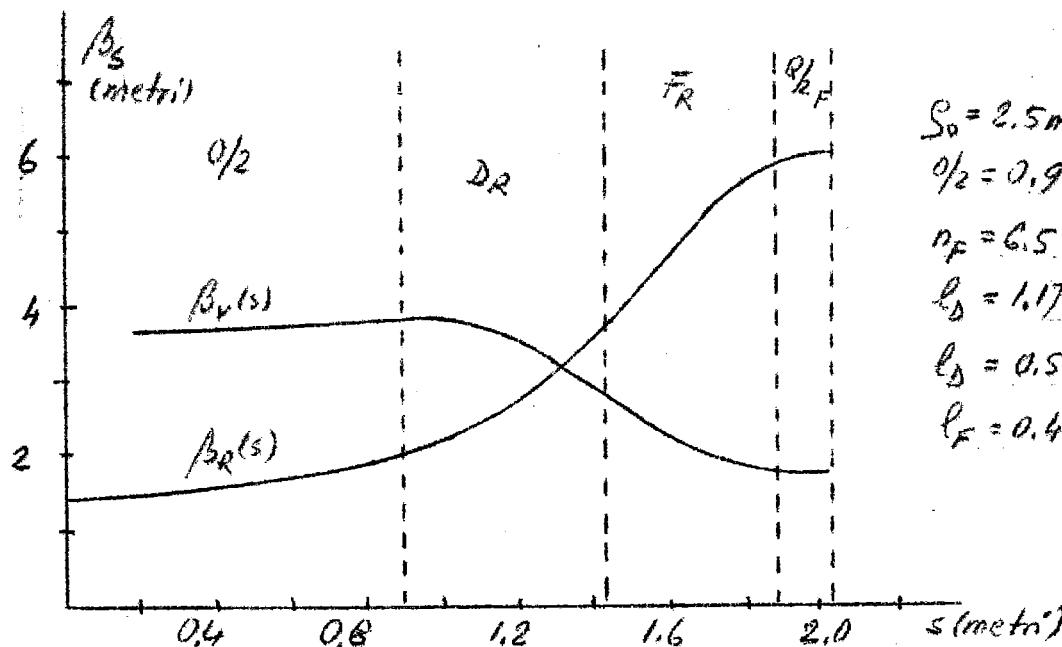


FIG. 16

$\frac{1}{2}$	D	F	Q_F	F	D	$\frac{1}{2}$
---------------	---	---	-------	---	---	---------------

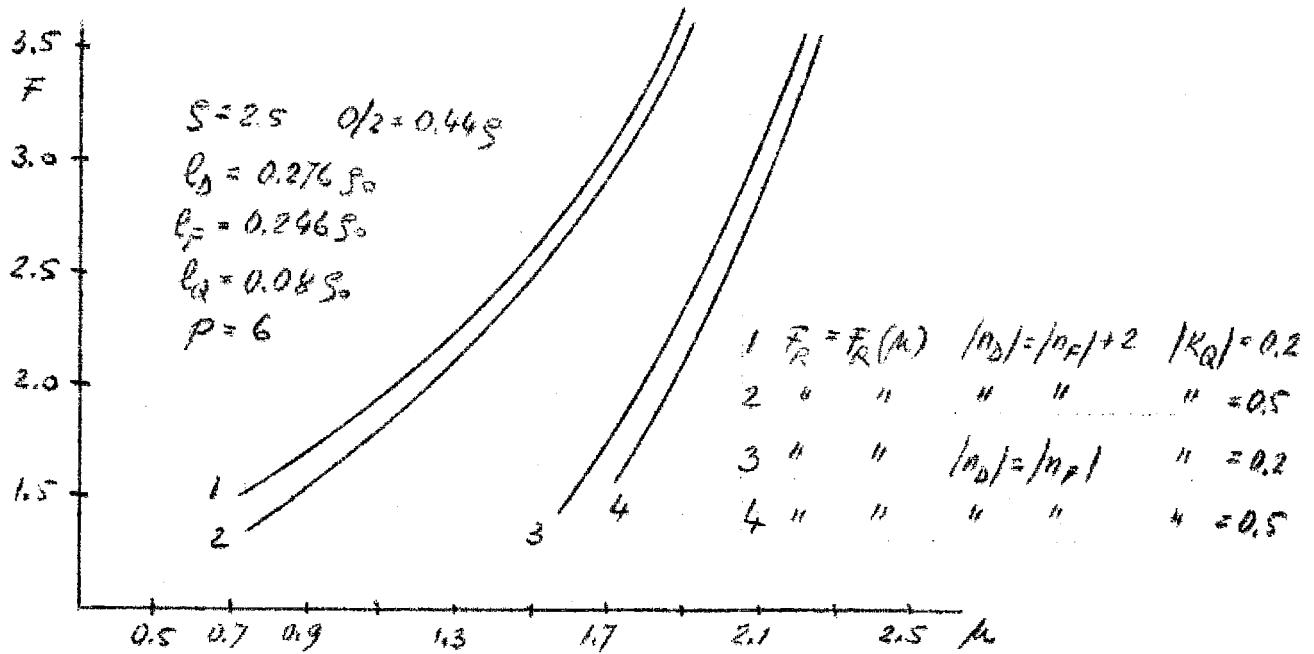


FIG. 17

750 MeV

%	D	F	Q_F	F	D	%
---	---	---	-------	---	---	---

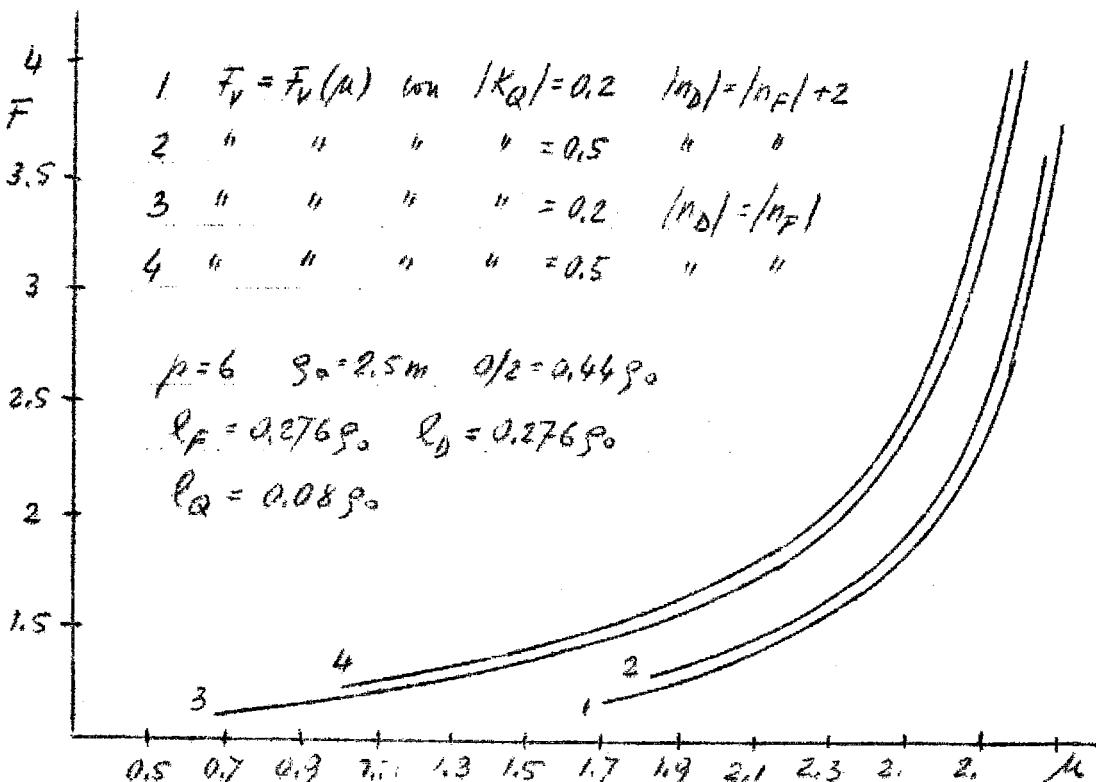


FIG. 18

750 MeV

0%	D	F	QF	F	D	0%
----	---	---	----	---	---	----