

ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE

Sezione di Trieste

INFN/TC-89/10

25 Settembre 1989

L. Bacarini, R. Giacomich e C. Saccavini:

**DENSITOMETRIA OSSEA IN DOPPIA ENERGIA CON
RAGGI X**

**DENSITOMETRIA OSSEA
IN DOPPIA ENERGIA CON RAGGI X**

**PARTE PRIMA :
PRELIMINARI FISICI**

R. Giacomich

Dipartimento di Fisica, Università di Trieste
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Sezione di Trieste

C. Saccavini

Dipartimento di Diagnostica per Immagini
Ospedale Regionale di Treviso

L. Bacarini

Dipartimento di Diagnostica per Immagini
Ospedale Regionale di Treviso

Introduzione.

La conoscenza del contenuto minerale delle ossa riveste una importanza fondamentale nel bilancio clinico di quelle malattie che comportano una più o meno marcata perdita di calcio (come, ad esempio, l'osteoporosi). Attualmente tale perdita di contenuto minerale è quantificabile attraverso l'impiego della l'absorbiometria ossea, la quale si basa su una serie di misure di trasmissione di un fascio di fotoni utilizzando o una sorgente monoenergetica ovvero una polienergetica.

Poichè entrambe le tecniche si basano su misure di trasmissione di fasci di raggi X o γ , in questo lavoro approfondiremo gli aspetti teorici e quelli sperimentali di dette misure.

Attenuazione di un fascio di fotoni.

Un fascio di fotoni monoenergetici di intensità I_0 attraversa un bersaglio composto da un materiale omogeneo di numero atomico Z e subisce una attenuazione tale che:

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu \Delta x} \quad (1)$$

dove μ viene detto coefficiente di attenuazione lineare e rappresenta una caratteristica propria del materiale attraversato e Δx è lo spessore del materiale stesso. Detto coefficiente è legato alla sezione d'urto totale dell'interazione fotone-atomo attraverso la relazione:

$$\mu = n_a \sigma^{\text{tot}} \quad (2)$$

dove ${}_a\sigma^{\text{tot}}$ è la sezione d'urto atomica totale per fotoni di energia E ed n rappresenta il numero di atomi per volume. Spesso è utile definire il coefficiente di attenuazione massico lineare:

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{1}{\rho} \frac{\rho N_A}{A} {}_a\sigma^{\text{tot}} \quad (3)$$

dove ρ rappresenta la densità del materiale costituente il bersaglio, N_A il numero di Avogadro e A il peso atomico dell'elemento di cui è costituito il bersaglio stesso. Se invece il materiale utilizzato è un composto, il coefficiente di attenuazione massico diventa:

$$\frac{\mu}{\rho} = \sum_{j=1}^n \omega_j \left\{ \frac{\mu}{\rho} \right\}_j \quad (4)$$

dove $(\mu/\rho)_j$ è il coefficiente di attenuazione massico per l'elemento j-esimo del composto e n il numero dei componenti.

Per una sostanza composta da più elementi con formula chimica $(Z_1)_{a_1}(Z_2)_{a_2}\dots(Z_n)_{a_n}$ il fattore di peso ω_i relativo all'i-esimo elemento del composto è:

$$\omega_i = \frac{a_i A_i}{\sum_{j=1}^n a_j A_j} \quad (5)$$

dove A indica il peso atomico dell'elemento.

Dato che i fotoni utilizzati in campo medico possiedono energie comprese fra 10 e 100 KeV, i fenomeni fisici che determinano l'attenuazione del fascio sono essenzialmente tre: effetto fotoelettrico, diffusione Rayleigh e diffusione Compton.

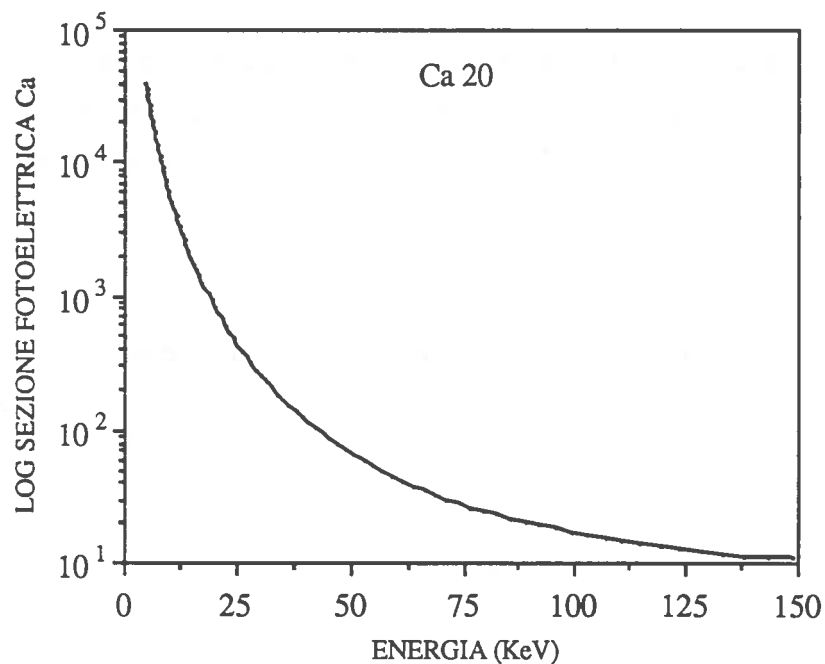


Fig. 1

L'effetto fotoelettrico avviene grazie all'interazione fra il fotone e un elettrone legato all'atomo che produce l'assorbimento totale del fotone con l'emissione di un fotoelettrone associato a un X caratteristico o a un elettrone Auger.

La sezione d'urto totale fotoelettrica vale:

$${}_a\sigma^{SC}(Z,E) = {}_a\sigma_{1s}^{SC}(Z,E) \left\{ \sum_{nl'l'} \frac{{}_a\sigma_{nl}^{ST}}{{}_a\sigma_{1s}^{ST}} \tilde{N}_{np}(Z) O_{np}(l') [1 + G_{np}^{l'}(Z,E)] \right\} \quad (6)$$

Per brevità omettiamo di riportare il significato dettagliato dei singoli termini rimandando alla voce [1] della bibliografia.

Dall'analisi di questa equazione si ricava che l'andamento della sezione d'urto fotoelettrica è proporzionale a Z^5 . In figura 1 si può osservare l'andamento di tale grandezza per il Calcio ($Z=20$).

L'effetto coerente è dovuto quasi totalmente alla diffusione Rayleigh. Detta interazione avviene fra il fotone e un elettrone atomico coinvolgendo nel rinculo l'intero atomo e producendo la deflessione del fotone che mantiene inalterata la sua energia iniziale. La sezione d'urto totale differenziale coerente vale:

$$\frac{d}{d\Omega} {}_a\sigma^{coh} = F_0^2(q) \frac{d}{d\Omega} {}_e\sigma^{Th} \quad (7)$$

dove ${}_e\sigma^{Th}$ è la sezione d'urto per elettrone di Thompson e $F_0(q)$ è il fattore atomico di forma (cioè la funzione che descrive lo stato degli elettroni legati) e vale:

$$F_0(q) = Z \int e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \rho_0(\mathbf{r}) d^3r \quad (8)$$

dove q è il momento trasferito. La distribuzione di densità elettronica è definita come:

$$\rho_0(\mathbf{r}) = \frac{1}{Z} \langle 0 | \sum_{j=1}^Z \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) | 0 \rangle \quad (9)$$

con la condizione di normalizzazione:

$$\int \rho_0(\mathbf{r}) d^3r = 1 \quad (10)$$

Dalle due ultime equazioni si ricava l'andamento del fattore di forma:

$$\lim_{q \rightarrow 0} F_0(q) = Z \quad \lim_{q \rightarrow \infty} F_0(q) = 0 \quad (11)$$

da cui si osserva che, per piccoli momenti trasferiti, la sezione d'urto coerente è proporzionale a Z^2 .

In figura 2 è riportato l'andamento della sezione d'urto totale coerente per il Calcio, mentre in figura 3 quello della sezione d'urto differenziale.

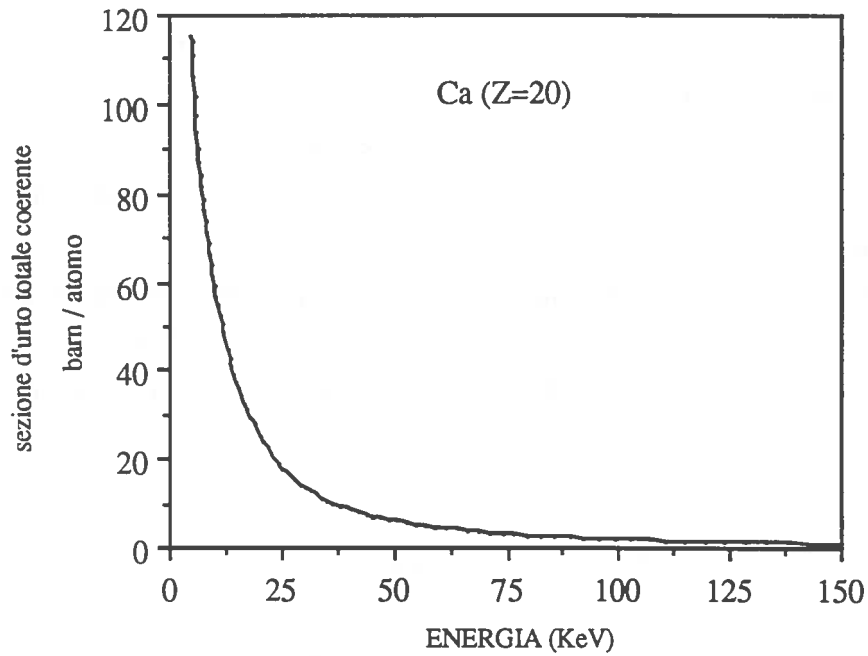


Fig. 2

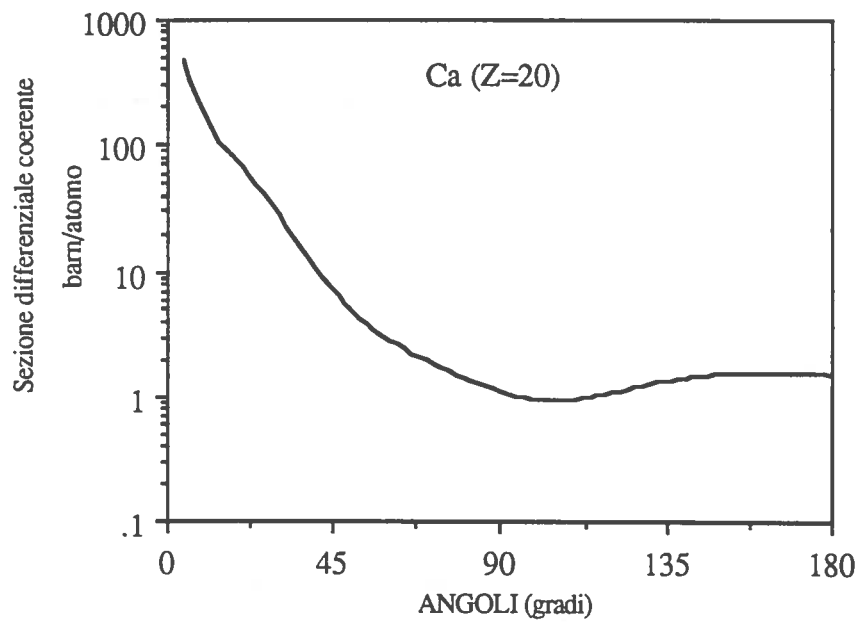


Fig. 3

La sezione d'urto totale coerente [1] si ottiene integrando quella differenziale sull'angolo solido $d\Omega$:

$${}_a\sigma^{\text{coh}} = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{d}{d\Omega} {}_a\sigma^{\text{coh}} d\Omega \quad (12)$$

L'effetto incoerente è dovuto all'interazione fra i fotoni e gli elettroni, che in prima approssimazione consideriamo liberi. In tale approssimazione si parla di diffusione Compton che risulta perfettamente descritto dalla sezione d'urto relativistica di Klein-Nishina.

Per le energie dei fotoni di cui ci occupiamo tale approssimazione non vale [1] e perciò è necessario riformulare la sezione d'urto tenendo conto del legame atomico degli elettroni. Seguendo tale via si ricava la sezione d'urto differenziale incoerente:

$$\frac{d}{d\Omega} {}_e\sigma^{\text{inco}} = \frac{d}{d\Omega} {}_e\sigma^{\text{KN}}(E) Z S(q) \quad (13)$$

dove $S(q)$ è la funzione di diffusione incoerente, q è il momento trasferito e ${}_e\sigma^{\text{KN}}(E)$ la sezione d'urto di Klein-Nishina.

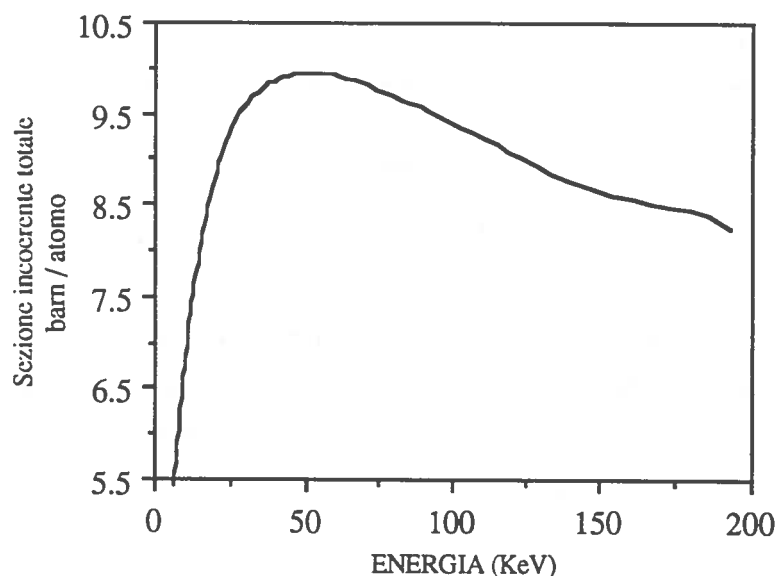


Fig.4

La sezione incoerente totale si ottiene integrando quella differenziale sull'angolo solido $d\Omega$:

$${}_a\sigma^{\text{inco}} = \int \frac{d_e\sigma^{\text{KN}}(\theta)}{d\Omega} ZS(q) d\Omega \quad (14)$$

per energie sufficientemente alte si potrà considerare:

$${}_a\sigma^{\text{inco}}(Z,E) = Z_e\sigma^{\text{KN}}(E) \quad (15)$$

In figura 4 è riportata la sezione incoerente totale per il Calcio, mentre nella figura 5 quella differenziale sempre per il Calcio.

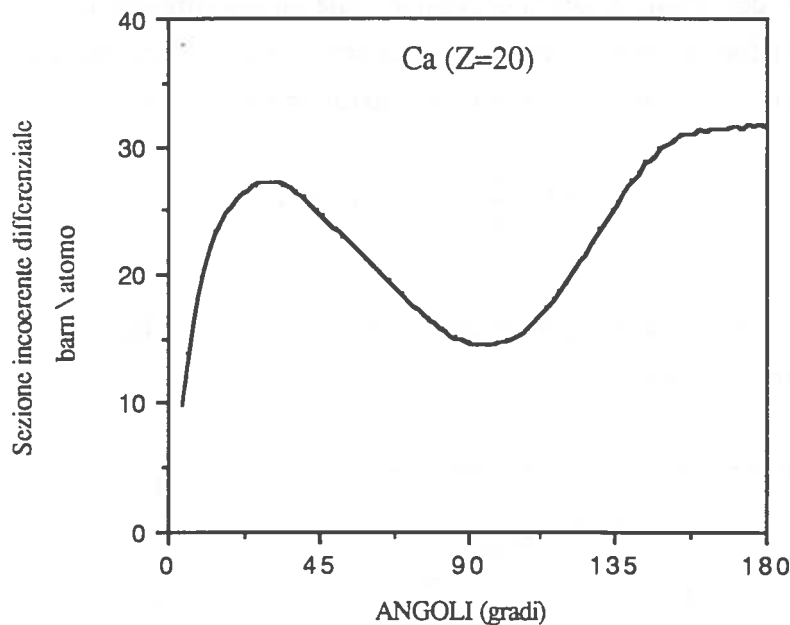


Fig. 5

Abbiamo visto che l'attenuazione di un fascio di fotoni è descritta dai coefficienti di attenuazione, che sono in relazione con la sezione d'urto totale. Dato che la sezione d'urto totale risulta dalla somma delle tre sezioni coerente, incoerente e fotoelettrica, il coefficiente di attenuazione massico diventa:

$$\frac{\mu}{\rho}(Z,E) = \frac{\mu}{\rho}^{\text{foto}}(Z,E) + \frac{\mu}{\rho}^{\text{coe}}(Z,E) + \frac{\mu}{\rho}^{\text{inco}}(Z,E) \quad (16)$$

Osserviamo in figura 6 l'andamento dei tre coefficienti di attenuazione massici in funzione dell'energia per il Calcio. Il grafico è eseguito in scala doppiamente logaritmica e

si vede che gli effetti predominanti sono il fotoelettrico alle basse energie e l'incoerente alle alte.

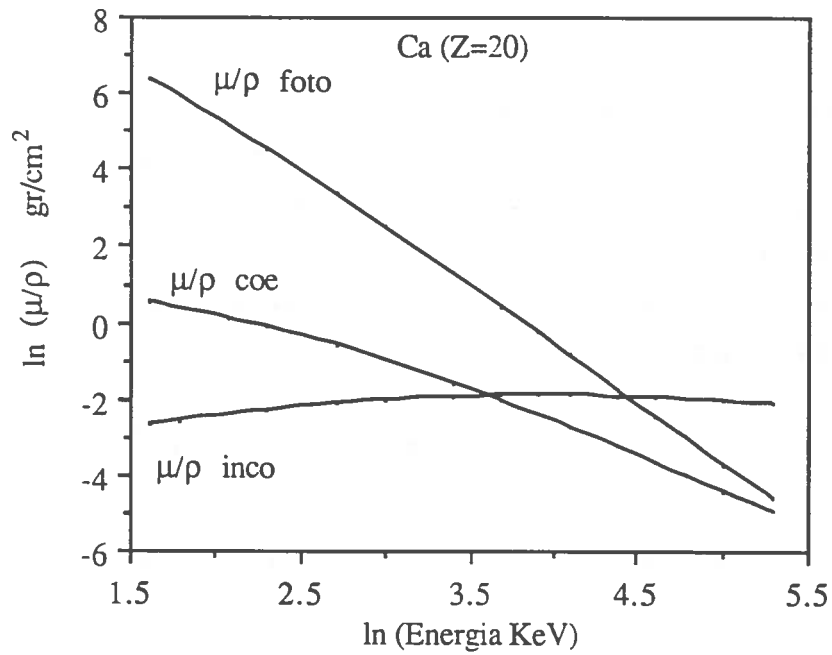


Fig. 6

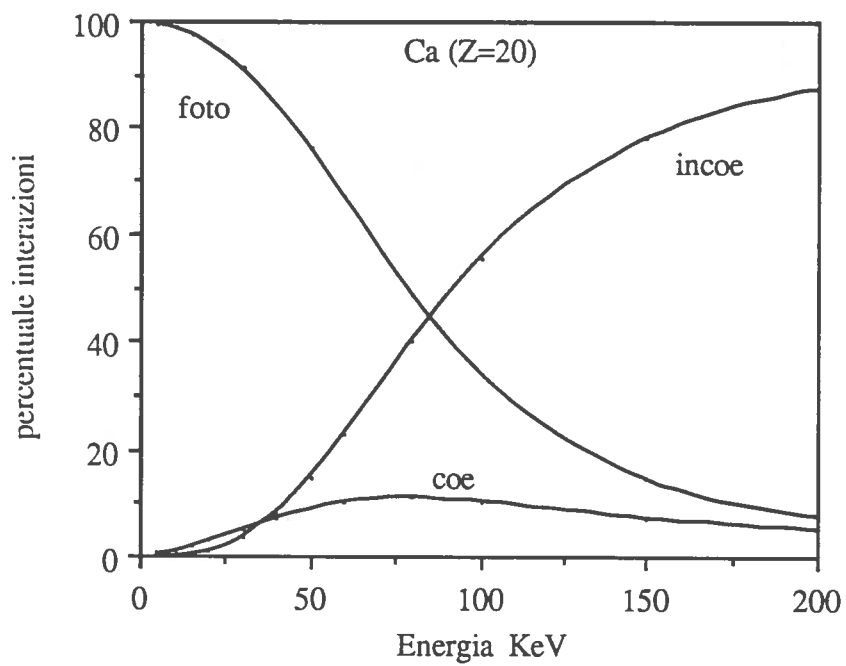


Fig. 7

In figura 7 sono riportate, ancora per il Calcio, le percentuali dei vari effetti rispetto all'attenuazione del fascio. Si nota chiaramente che a circa 80 KeV, l'effetto fotoelettrico è uguale a quello incoerente. Questa energia discrimina le zone dove prevalgono le due interazioni.

Caratterizzazione di un composto.

Nell'equazione (4) abbiamo illustrato come si ottiene il coefficiente di attenuazione per un composto chimico, adesso cercheremo di caratterizzare sostanze complesse attraverso delle quantità fisiche.

Se ci accontentiamo di una analisi in prima approssimazione possiamo scrivere la sezione d'urto totale come [1]:

$${}_a \sigma^{\text{tot}}(Z,E) = K^{\text{foto}}(E) Z^m + K^{\text{coe}}(E) Z^n + Z_e \sigma^{\text{KN}}(E) \quad (17)$$

dove il secondo termine contiene anche gli effetti dovuti al legame degli elettroni nella diffusione incoerente.

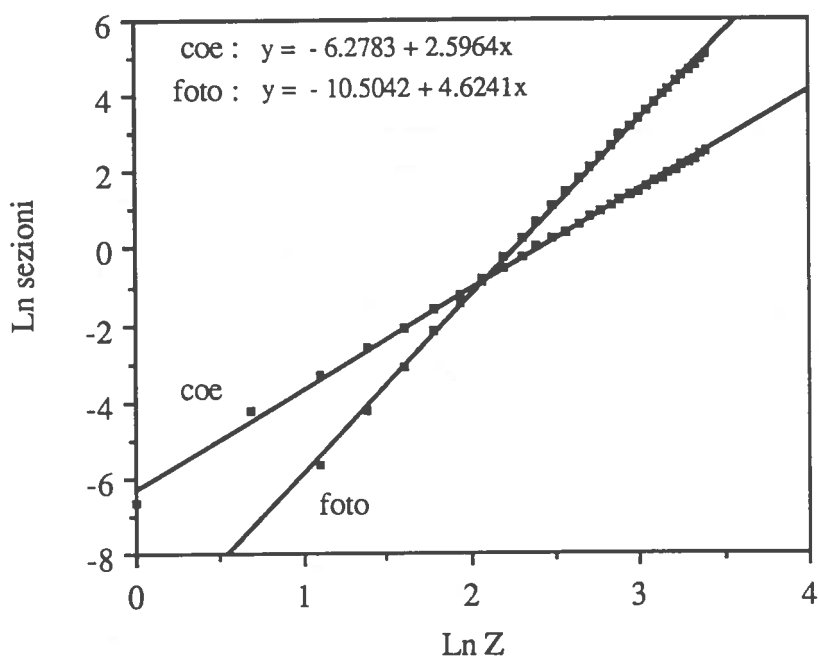


Fig. 8

Gli esponenti m e n si possono determinare interpolando i dati tabulati delle sezioni d'urto ad una fissata energia, come si vede in figura 8. Il grafico è eseguito in scala doppiamente logaritmica in modo tale da ottenere una relazione lineare fra le sezioni d'urto

totali e il numero atomico Z . Nella figura 8 abbiamo fissato l'energia a 60 KeV e ricavato i parametri eseguendo una regressione lineare con i dati tabulati. I valori ottenuti sono:

$$\begin{aligned} K^{\text{coe}}(60 \text{ KeV}) &= 0.0018 \\ n &= 2.5964 \\ K^{\text{foto}}(60 \text{ KeV}) &= 2.74 \cdot 10^{-5} \\ m &= 4.6241 \end{aligned}$$

Risulta evidente che il procedimento appena adottato è valido solo per piccoli intervalli di elementi vicini, dato che la relazione usata non è esattamente lineare, ma più complessa.

Se invece utilizziamo un composto allora il coefficiente di attenuazione lineare massico diventerà:

$$\frac{\mu_M}{\rho}(E) = N_g [K^{\text{foto}}(E) \tilde{Z}^{m-1} + K^{\text{coe}}(E) \tilde{\tilde{Z}}^{n-1} + \sigma^{\text{KN}}(E)] \quad (18)$$

con:

$$\tilde{Z} = \left[\sum_i \lambda_i Z_i^{m-1} \right]^{1/(m-1)} \quad (19)$$

$$\tilde{\tilde{Z}} = \left[\sum_i \lambda_i Z_i^{n-1} \right]^{1/(n-1)} \quad (20)$$

con λ_i definito come:

$$\lambda_i = \frac{\frac{\omega_i Z_i}{A_i}}{\sum_{j=1}^n \frac{\omega_j Z_j}{A_j}} \quad (21)$$

Le quantità fisiche \tilde{Z} e $\tilde{\tilde{Z}}$ sono chiamate numeri atomici effettivi. In molti casi in prima approssimazione l'effetto coerente è trascurabile rispetto agli altri due, come si rileva nelle figure 6 e 7. In tali condizioni si può caratterizzare un composto solo con il numero atomico effettivo fotoelettrico $\tilde{\tilde{Z}}$. Per dare un esempio dell'intervallo energetico dove vale questa ipotesi, si pensi che per l'acqua l'effetto coerente e quello fotoelettrico sono paragonabili già a 100 KeV, mentre per il grasso umano intorno ai 60 KeV.

Il concetto di numero atomico effettivo viene introdotto per caratterizzare l'attenuazione di un fascio di raggi X da parte dei tessuti, come ad esempio l'osso.

Nella letteratura scientifica sono stati più volte calcolati e tabulati i numeri atomici effettivi che oggi troviamo in esaurienti tabelle [2]. Da queste ultime si vede che i valori assunti dall'esponente m variano fra 4.13 e 4.88, mentre per n fra 2.39 e 2.82.

Come detto in precedenza, caratterizzare un composto con i numeri atomici effettivi è un metodo approssimativo e non è valido se vogliamo effettuare delle analisi più approfondite e precise dei fenomeni di attenuazione dei fotoni. Un altro modo per affrontare il problema è quello di considerare l'attenuazione di una sostanza complessa come se fosse dovuta ad un elemento fittizio con numero atomico Z^* e densità elettronica n^* [3]. Ne consegue che il coefficiente di attenuazione lineare diventa:

$$\mu_M(E) = n^* \sigma_a^{\text{tot}}(Z^*, n^*) \quad (22)$$

Eseguendo due misure a due distinte energie (metodo della doppia energia) si possono determinare i parametri Z^* e n^* . Anche questo sistema di caratterizzazione della sostanza composta non si presta ad analisi accurate.

La validità di questa equazione è limitata a casi ben definiti e su un intervallo energetico molto ristretto, da cui ne consegue che per avere risultati soddisfacenti per misure molto accurate è necessario trovare dei nuovi parametri per caratterizzare il nostro composto.

Un metodo molto accurato è quello detto della parametrizzazione [1]. Se prendiamo in esame una sostanza composta da più elementi di cui conosciamo i vari coefficienti di attenuazione per un elemento di questa, allora il numero atomico dell'elemento i -esimo è:

$$Z_i = Z_S \left(1 + \frac{\delta Z_i}{Z_S} \right) = Z_S (1 + q) \quad (23)$$

dove Z_S è il numero atomico dell'elemento standard. La sezione d'urto diviene:

$$\begin{aligned} \sigma_a^{\text{tot}}(Z_i, E) = Z_S (1 + q) \left[\sigma_e^{\text{KN}}(E) + [1 - Z_S^{-1/2} (1 + q)^{-1/2}] (1 + q)^2 \sigma_a^{\text{coe}}(Z_S, E) + \right. \\ \left. + \sigma_a^{\text{foto}}[Z_S (1 + q), E] \right] \quad (24) \end{aligned}$$

Con tale formalismo siamo in grado di esprimere la sezione d'urto totale di qualsiasi elemento del composto in funzione di δZ_i . Se espandiamo l'eq.(24) al primo ordine in

δZ_i , con la condizione che valga per ciascun elemento $\delta Z_i / Z_S \ll 1$, allora il coefficiente di attenuazione lineare diviene:

$$\mu_M(E) = A_M^S \mu_S(E) + B_M^S \mu_S(E) + B_M^S \tilde{\mu}_S(E) \quad (25)$$

dove $\mu_S(E)$ è il coefficiente di attenuazione lineare dell' elemento standard.

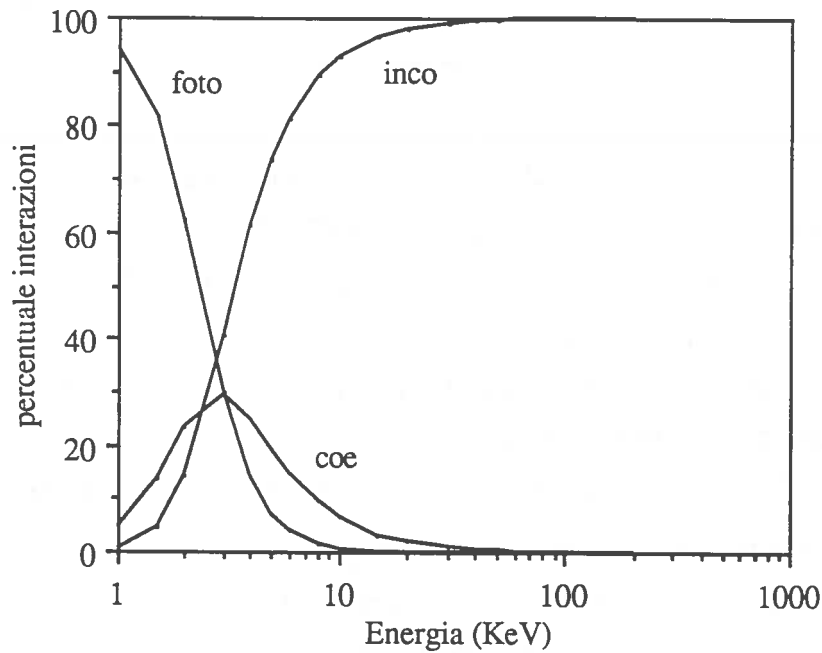


Fig. 9

In molti casi appare nel composto l'idrogeno, il quale rende assai difficile, e a volte impossibile, trovare un elemento standard tale che sia verificata la condizione $\delta Z_i / Z_S \ll 1$. Se osserviamo la figura 9, dove sono riportate le percentuali delle varie interazioni rispetto all'attenuazione totale, risalta che, nel caso dell'idrogeno, possiamo trascurare sia l'effetto fotoelettrico sia quello coerente per energie superiori a 30 KeV. Il coefficiente di attenuazione lineare per un composto che presenta anche l'idrogeno e un gruppo di elementi con numero atomico Z , affinché valga la condizione $\delta Z_i / Z_S \ll 1$, diventa:

$$\mu_M(E) = A_M^S \mu_S(E) + B_M^S \mu_S(E) + B_M^S \tilde{\mu}_S(E) + A_M^H \mu_H(E) \quad (26)$$

Cerchiamo adesso di dare un significato fisico a questi nuovi parametri. Introduciamo il numero atomico medio del composto:

$$\bar{Z}_M = \sum_{i=1}^N \frac{n_i^M Z_i}{\sum_{i=1}^N n_i^M} \quad (27)$$

Ridefiniamo i nostri due parametri con questa nuova quantità fisica:

$$A_M^S = \sum_{i=1}^N \frac{n_i^M}{n_S} \quad (28)$$

$$B_M^S = \frac{A_M^S (Z_i - \bar{Z}_M)}{Z_S} \quad (29)$$

Osservando con attenzione le due relazioni appena ottenute, si ricava il significato fisico di tali parametri. Il coefficiente A_M^S ci dà il rapporto fra la densità elettronica del composto e quella dell'elemento standard mentre B_M^S determina la differenza fra il numero atomico medio \bar{Z}_M e il numero atomico Z_S .

Se il composto in esame è formato da più gruppi di elementi, allora si dividerà il composto in gruppi e si definirà un numero atomico medio del j-esimo gruppo \bar{Z}_M^{Sj} . I parametri A_M^{Sj} , B_M^{Sj} e C_M^{Sj} conservano lo stesso significato fisico del caso precedente, ma sono riferiti al numero atomico medio del gruppo \bar{Z}_M^{Sj} .

Quando si effettuano delle misure di trasmissione si ottengono i coefficienti di attenuazione lineari o massici. Molto spesso tali misure servono a calcolare la densità di certi composti incogniti, come ad esempio la densità del Calcio nelle ossa. Si procede misurando la densità di un campione perfettamente noto e poi, per differenza, si determina la densità della sostanza incognita. I parametri che abbiamo definito con le eq.(28) e (29) descrivono perfettamente le misure effettuate. Detti A_R^S e B_R^S i coefficienti del materiale campione si ottiene:

$$A_M^S - A_R^S = \sum_{i=1}^N \frac{(n_i^M - n_i^R)}{n_S} \quad (30)$$

$$B_M^S - B_R^S = \frac{A_M^S \bar{Z}_M - A_R^S \bar{Z}_R}{Z_S} - (A_M^S - A_R^S) \quad (31)$$

L'eq.(30) esprime la differenza di concentrazione fra il composto incognito e la sostanza di taratura, mentre l'eq.(31) ci dà la differenza pesata del numero atomico medio fra le due sostanze.

Si può notare che i parametri appena definiti dipendono dall'energia, perciò possono prendere il posto delle quantità in funzione dell'energia come i vecchi numeri atomici effettivi. Con questi nuovi coefficienti non solo descriviamo lo stato di un composto, ma anche i vari mutamenti delle sue caratteristiche fisiche, come ad esempio le variazioni di densità. Tale possibilità, unita alla accuratezza della teoria che li determina, fa sì che tali coefficienti siano utilissimi nelle misure dove è richiesta un'alta precisione.

Misure di trasmissione.

Le misure di trasmissione si effettuano eseguendo due distinte misurazioni. Prima si calcolano quanti fotoni del fascio diretto giungono al rivelatore, poi si introduce fra la sorgente e il rivelatore, nell'apposito sito, il materiale da analizzare e si rivelano i fotoni che passano oltre il bersaglio senza interagire con esso. Da tali misure si ricava il rapporto di trasmissione del campione analizzato.

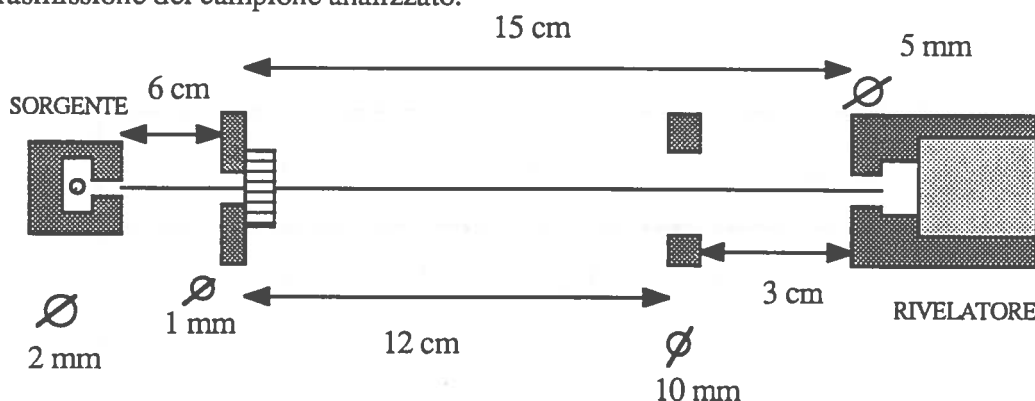


Fig.10

Il banco ottico di cui ci siamo serviti è illustrato in figura 10. La scelta del banco ottico è stata fatta dopo aver attentamente valutato varie proposte di altri sperimentatori e dopo averlo analizzato con un programma di simulazione basato sul metodo di Montecarlo.

Il rivelatore utilizzato è uno a semiconduttore, nel caso in specie un Germanio intrinseco. Tale scelta è stata presa per l'alta risoluzione che offre questo tipo di sistema di rivelazione nell'intervallo energetico di interesse medico [4].

Volendo approfondire le tecniche di misura del contenuto minerale osseo, abbiamo scelto di analizzare come prima sostanza l'Alluminio che meglio di ogni altra simula il Calcio contenuto nell'osso, benchè sia necessario utilizzare un materiale il più puro possibile, cio' e' difficilmente realizzabile; infatti anche il nostro campione conteneva impurità per circa un 3%.

Gli errori di cui sono affetti i risultati delle nostre misure sono dovuti principalmente all'incertezza statistica che viene valutata nel calcolo dell'area del picco energetico. Sono

stati corretti anche gli errori dovuti alla rivelazione di fotoni di tipo Rayleigh servendoci di un programma di simulazione del fenomeno. Un'altra fonte di errore è data dalla misura dello spessore Δx . La misura di esso è stata effettuata con un calibro centesimale Palmer, che ha una costante di lettura di 0.01 mm, e quando non era possibile utilizzarlo veniva sostituito con un calibro ventesimale, che possiede una costante di lettura di 0.05 mm. Possiamo quindi affermare che le misure sono affette da un errore totale massimo di circa l'1 %.

Abbiamo usato come bersaglio, per le misure sull'Alluminio, un cuneo a gradini di taratura per pellicole radiografiche.

Le dimensioni dei vari gradini sono riportate nella tabella 1: precisiamo che dall'ottavo gradino in poi le misure dello spessore sono state effettuate non più con il calibro Palmer, ma bensì con il calibro ventesimale.

TABELLA 1

gradino	Δx (cm)	I/I_0
1	0.332	.7832
2	0.635	.6221
3	0.953	.4893
4	1.272	.3824
5	1.588	.2992
6	1.909	.2354
7	2.223	.1831
8	2.560	.1457
9	2.850	.1135
10	3.180	.0914
11	3.480	.0729
12	3.820	.0564
13	4.150	.0440

Abbiamo utilizzato i fotoni della sorgente di Americio per calcolare la trasmissione dei vari gradini del cuneo di taratura e in particolare il γ di 59.568 KeV. I tempi necessari per svolgere una singola misura sono variati fra i 1500 secondi per i gradini più sottili e i 50500 per quelli più spessi.

Nella tabella sopra esposta abbiamo anche inserito i valori della trasmissione di ogni gradino. Ricordiamo che per il calcolo del coefficiente di attenuazione massico abbiamo considerato la densità dell'alluminio uguale a 2.702 gr/cm^3 . Il calcolo di tale coefficiente è stato eseguito interpolando i dati tabulati [5]. Il valore ottenuto per l'alluminio con fotoni di energia pari a 59.568 KeV è $0.27844 \text{ cm}^2/\text{gr}$.

Dopo aver affrontato il problema delle misure di trasmissione su bersagli composti da singoli elementi, si procederà ora nell'analisi di sostanze che sono formate da più elementi. Volendo calcolare i coefficienti di attenuazione per elementi che abbiano interesse in campo medico, si è scelto di effettuare delle misure sul Perspex. La decisione è stata dettata dal fatto che il comportamento di tale materiale è pressochè il medesimo dei tessuti molli che compongono il corpo umano: infatti spesso viene usato nei fantocci che simulano le varie parti del nostro organismo.

Il polimetilmetacrilato, questo è il nome chimico proprio del Perspex, ha la seguente struttura chimica:



ovvero è composto da gruppi formati da cinque atomi di Carbonio, due di Ossigeno e otto di Idrogeno; la sua densità vale 1.194 gr/cm^3 .

Come prima misura è stata effettuata la trasmissione del Perspex a vari spessori con la sorgente di Americio 241. In tabella 2 appaiono i risultati delle misure. Il coefficiente di attenuazione massico calcolato interpolando i dati tabulati per il γ di 59.568 KeV è $0.1928 \text{ cm}^2/\text{gr}$ [5].

TABELLA 2

Δx (cm)	I/I_0	μ/ρ (sper.)
1.0	.7944	.1927
2.0	.6319	.1922
10.0	.0994	.1933

Per il Perspex abbiamo calcolato le trasmissioni a varie energie servendoci della sorgente ad X 'variabili'. Utilizzando gli X caratteristici di Terbio, Bario, Argento, Molibdeno e rRubidio e le emissioni della sorgente di Americio si è potuta ricostruire la curva di trasmissione.

In figura 11 sono illustrate la curva, calcolata interpolando i dati teorici, ed i punti ricavati sperimentalmente.

La tabella 3 riporta i valori dei coefficienti di attenuazione massici alle varie energie, tenendo conto che il Perspex utilizzato aveva lo spessore di 1 cm. I tempi di misura per ottenere questi risultati sono variati dai 3500 secondi, per i γ dell'Americio, ai 64000 secondi per gli X caratteristici del Rubidio. Per quanto riguarda gli errori associati alle ultime misure valgono le stesse considerazioni espote precedentemente per l'alluminio.

In un secondo tempo si è passati ad analizzare un'altra sostanza di basilare importanza nella composizione del tessuto umano: l'acqua. Per poter effettuare le misurazioni con tale liquido è stata costruita una piccola vaschetta di alluminio, con le due pareti attraversate dal flusso di fotoni costituite di una sostanza polimerica acetata di spessore di qualche frazione di millimetro. Il dispositivo illustrato attenuava il fascio dei fotoni con energia di 59.568 KeV di circa un 3 %. Lo spessore dell'acqua analizzata era di 4.0 cm.

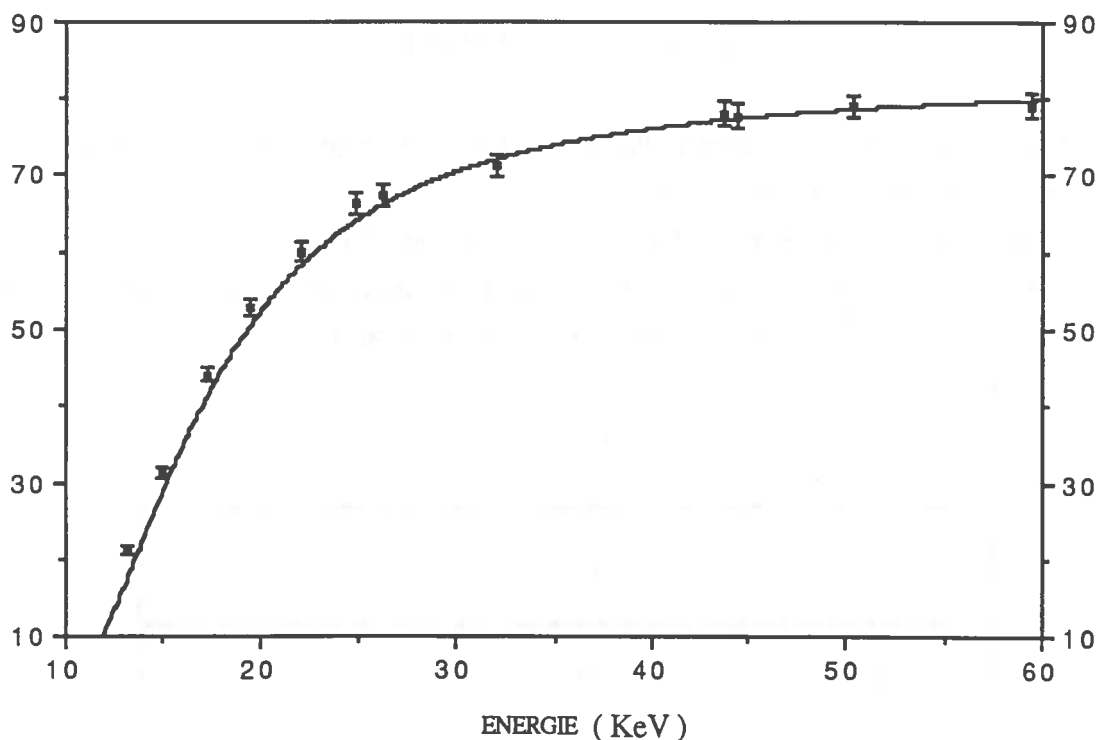


Fig. 11

TABELLA 3

energia (KeV)	I/I_0	μ/ρ (sper.)	μ/ρ (teor.)
13.3	.1758	1.4559	1.4572
14.9	.2740	1.0840	1.0859
17.3	.4042	0.7590	0.7592
19.5	.4952	0.5886	0.5877
22.1	.5440	0.5099	0.5091
24.9	.6333	0.3826	0.3827
26.3	.6552	0.3541	0.3538
32.1	.7154	0.2805	0.2801
36.3	.7410	0.2510	0.2512
37.2	.7453	0.2462	0.2465
43.7	.7671	0.2220	0.2217
44.4	.7695	0.2194	0.2198
50.3	.7818	0.2061	0.2064
51.6	.7834	0.2044	0.2040
59.5	.7940	0.1928	0.1927

Si è cercato di usare acqua il più pura possibile, utilizzando acqua bidistillata. In tabella 4 sono elencati i valori della trasmissione misurati ed i coefficienti di attenuazione massici teorici e sperimentali.

Per quanto riguarda gli errori associati alle misure effettuate sull'acqua valgono ancora le considerazioni formulate sia per l'Alluminio sia per il Perspex.

TABELLA 4

energia (KeV)	I/I_0	μ/ρ (sper.)	μ/ρ (teor.)
59.5	.4383	0.2061	0.2061
51.6	.4125	0.2214	0.2219
50.3	.4067	0.2249	0.2253
44.4	.3720	0.2472	0.2478
43.7	.3716	0.2475	0.2477
37.2	.3184	0.2861	0.2858
36.3	.3029	0.2985	0.2982
32.1	.2585	0.3382	0.3387
24.9	.1329	0.5046	0.5039
22.1	.1289	0.6393	0.6391

Misure di diffusione angolare.

Abbiamo visto precedentemente che la diffusione coerente e quella incoerente dipendono dal numero atomico Z del materiale che costituisce il bersaglio. Questo implica che si può determinare il numero atomico dalle misure di diffusione.

Per evitare molti problemi associati al banco ottico, come la determinazione dell'esatta geometria del sistema, oppure l'attenuazione del fascio di fotoni nel bersaglio, si misura il rapporto fra la diffusione coerente e quella incoerente. Nei primi lavori sull'argomento [6] si postulava che la dipendenza della diffusione Rayleigh dal numero atomico Z fosse come Z^3 , mentre quella della diffusione Compton andasse come Z .

Facendo l'ipotesi di lavorare con bersagli di spessore tale da permetterci di trascurare gli effetti dovuti alla diffusione plurima nel bersaglio, il rapporto R delle intensità delle due diffusioni vale:

$$R = \frac{\frac{d\sigma_R}{d\Omega}(\theta)}{\frac{d\sigma_{inc}}{d\Omega}(\theta)} = \frac{G(x,Z)^2}{S(x,Z)} f(\alpha,\theta) \quad (32)$$

dove la funzione che rappresenta il fattore di forma $G(x,Z)$ la troviamo tabulata in [7] e la $S(x,Z)$ in [8] e [9]. Notiamo che il parametro x vale:

$$x = \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\lambda} \quad (33)$$

con λ lunghezza d'onda del fotone incidente. La funzione $f(\alpha,\theta)$ contiene tutta la dipendenza angolare del rapporto R e vale:

$$f(\alpha,\theta) = \frac{(1+\cos^2\theta) (1 + \alpha[1-\cos\theta])^2}{1+\cos^2\theta + \frac{\alpha^2(1-\cos\theta)^2}{1+\alpha(1-\cos\theta)}} \quad (34)$$

con:

$$\alpha = \frac{E}{m_0c^2} \quad (35)$$

dove m_0c^2 è la massa a riposo dell'elettrone ed E l'energia del fotone incidente.

Come si può intuire facilmente il calcolo di tali funzioni avviene in maniera assai complessa mediante dei polinomi interpolatori, che per le loro caratteristiche sono validi solamente per piccoli intervalli energetici e per pochi elementi vicini. Attualmente si trovano pochissimi dati sperimentali per elementi a basso Z e per le energie da noi considerate in modo da poter confrontare i dati ottenuti per via teorica.

Il banco ottico, visto precedentemente, può essere modificato per eseguire le misure angolari. La configurazione di cui ci siamo serviti è illustrata in figura 12.

Abbiamo utilizzato la sorgente di Americio per le misure, giacchè quella ad X 'variabili' aveva una attività che non permetteva di eseguire alcuna misura statisticamente valida. La durata media delle misurazioni è stata di circa 84600 secondi. Nonostante il lungo tempo di misura l'errore associato alle misure è stato di circa il 10 %, a causa della scarsa statistica ottenuta.

Il primo elemento a essere preso in esame è l'Alluminio. Lo spessore del bersaglio scelto è di 1.5 mm, il che riduce ad appena il 5 % la probabilità di avere una diffusione multipla [10].

Per poter calcolare correttamente l'area dei due picchi abbiamo dovuto eseguire la sottrazione di uno spettro di fondo in quanto, a causa del lungo tempo di misura, lo spettro è affetto dalle fluttuazioni dovute al fondo naturale.

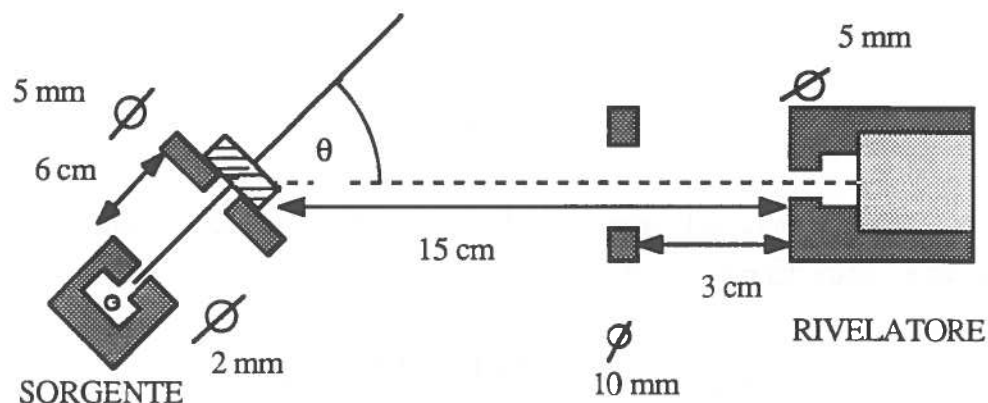


Fig.12

In tabella 5 sono riportati i risultati ottenuti eseguendo misure a vari angoli. Si noti che non e' stato possibile eseguire misure ad angoli inferiori ai 35° non potendosi distinguere i due picchi nemmeno con tecniche di deconvoluzione (peeling)

TABELLA 5

angoli (gradi)	R (sper.)	R (teor.)
35	0.2294	0.2119
40	0.1719	0.1678
45	0.1440	0.1407
50	0.1273	0.1231

In seguito si è esaminato il Perspex, come esempio di materiale composto. Anche in questo caso abbiamo scelto uno spessore tale da limitare a non più del 5% il fenomeno della diffusione multipla utilizzando un campione di 5 mm di spessore.

Riguardo gli errori valgono sempre le considerazioni fatte precedentemente anche se per tale materiale, che possiede uno Z effettivo pari a 6.2, l'effetto fotoelettrico è minore e perciò si hanno più interazioni di diffusione.

In tabella 6 abbiamo riportato i risultati delle misure effettuate in laboratorio e li abbiamo comparati a quelli ricavati interpolando i dati sperimentali.

TABELLA 6

angoli (gradi)	R (sper.)	R (teor.)
30	0.1478	0.1433
35	0.0989	0.0974
40	0.0659	0.0636
45	0.0438	0.0417
50	0.0321	0.0311

Conclusioni

In questa prima parte abbiamo analizzato dettagliatamente i fondamenti fisici che sono alla base dello sviluppo tecnologico nel campo della absorbiometria ossea. Quello che ci sembra opportuno sottolineare è come associando misure di trasmissione con misure di diffusione sia forse possibile passare dalla attuale misura quantitativa globale del contenuto minerale dell'osso ad una selettiva, (ricordiamo per inciso che l'osso si dispone in una parte esterna molto compatta, indicata con il termine di corticale ed in una parte interna a disposizione trabecolata, tra le cui maglie è contenuto il midollo osseo, detta spongiosa; nella corticale è contenuto circa il 70% della componente minerale. Avviene però che in situazioni patologiche la perdita della componente minerale inizia dalla spongiosa per cui è praticamente indeterminabile sino a quando non vi sia la contemporanea compromissione della corticale. Si stima che solo quando la perdita globale del contenuto minerale raggiunge il 50%, è possibile la quantificazione con gli

attuali sistemi di misura). Oggetto della seconda parte di questo lavoro sarà lo studio di fattibilità di una strumentazione che sfruttando sia la trasmissione dei raggi X che la loro diffusione consenta di individuare con maggior precisione la sede della perdita del contenuto minerale.

Bibliografia

- 1) F. JACKSON and D.J. HAWKES: X-ray Attenuation Coefficients of Elements and Mixtures. Phys.Rep.70, No.3 (1981) 169-233
- 2) D.R. WHITE : An Analysis of the Z-Dependence of Photon and Electron Interactions. Phys. Med.Biol., 1977, Vol.22, No.2
- 3) R.A. RUTHERFORD et al.: Characterisation of Compound by the New Method of Dual-Energy Analysis. Neuroradiology 11 (1976) 15
- 4) ISRAEL et al.: Comparison of Detectors Used in Measurement of 10 to 300 KeV X-ray Spectra. Nucl. Instr. Methods Phys. Rev. 91(1971)
- 5) E. STORM and H.I. ISRAEL: Scattering Cross sections for Gamma Rays. Atomic and Nuclear Data Tables A7 (1970) 565
- 6) P. PUUMALAINEN et al: Measurement of Stable Iodine Content of Tissue by Coherently and Compton Scattered Photons. Nucl. Instr. Methods Phys. Rev. 163(1979)
- 7) D. SCHAUPP et al: Small Angle Rayleigh Scattering of Photon at High Energies: Tabulations of Relativistic HFS Modified Atomic Form Factors. J.Phys. Chem. Reference Data 12 (1983) 467.
- 8) Don T. CROMER: Compton Scattering Factors for Aspherical Free Atoms. J. Chem. Phys. Vol. 30, 11 (1969)
- 9) Don T. CROMER: Compton Scattering Factors for Spherical Free Atoms. J. Chem. Phys.Vol. 47, 6 (1967)
- 10) D.J. WEBSTER and S.C. LILLICRAP: Coherent-Compton Scatterig for the Assessment of Bone Mineral Content Using Heavily Filtered X-rays Beams. Phys. Med., Biol., 1985, Vol.30, No.6