



INFN/TC-01/08

21 Giugno 2001

**CONTROLLO AD ISTERESI DI CONVERTITORI A COMMUTAZIONE  
MUTUAMENTE ACCOPPIATI**

Fabio Montecassiano

*INFN-Sezione di Padova Via Marzolo 8, I-35131 Padova, Italy*

**Abstract**

Il crescente impiego di apparecchiature elettroniche, sia nei laboratori di ricerca che a livello industriale e domestico, ha evidenziato il problema dell'inquinamento armonico prodotto dalle interfacce di alimentazione poste tra le apparecchiature e la rete di distribuzione dell'energia elettrica. Le interfacce, nel convertire l'energia prelevata dalla rete nella forma più adatta all'applicazione, possono assorbire correnti fortemente impulsive in grado di produrre distorsioni della tensione di rete ed emissioni di disturbi elettromagnetici capaci di compromettere il corretto funzionamento di altri apparati elettrici. La riduzione dell'inquinamento armonico può essere ottenuta mediante tecniche di conversione dell'energia ad elevato fattore di potenza (*power factor controller – PFC*), tramite le quali l'assorbimento di corrente diviene praticamente sinusoidale ed in fase con la tensione di rete, ovvero a basso contenuto armonico. Un interessante sistema di conversione PFC prevede la connessione interleaved di due celle switching di tipo boost, funzionanti in continuous conduction mode con controllo ad isteresi di corrente e mutuamente accoppiate. Tale sistema è in grado di compiere un aggiustamento autonomo degli istanti di commutazione delle singole celle verso un regime vicino all'opposizione di fase, ottenendo un miglioramento del fattore di potenza complessivo.

Questo lavoro, dopo un'attenta analisi sul comportamento del sistema descritto, propone un modello di tipo *Phase Locked Loop* che permette previsioni sulla frequenza e sulla fase di regime dei convertitori con controllo ad isteresi componenti il sistema interleaved; in questo senso, il modello proposto risulta un valido strumento nel progetto di nuovi sistemi PFC.

La struttura del documento e' la seguente:

## **1 INTRODUZIONE**

Cenni sulla conversione dell'energia, la correzione del fattore di potenza, la connessione interleaved ed i Phase Locked Loop (PLL).

## **2 CONVERTITORI BOOST IN CONNESSIONE INTERLEAVED MUTUAMENTE ACCOPPIATI**

Analisi qualitativa. Equivalenza tra accoppiamento mutuo e accoppiamento in corrente.

## **3 MODELLO PHASE LOCKED LOOP PER IL CONTROLLO AD ISTERESI**

Sviluppo del modello. Confronto dei risultati teorici con quelli ottenuti dalle simulazioni. Analisi delle asimmetrie.

## **4 APPLICAZIONE DEL MODELLO PLL ALLA CONNESSIONE INTERLEAVED DI CONVERTITORI CON CONTROLLO AD ISTERESI**

Connessione interleaved di due convertitori boost.

## **5 CONCLUSIONI**

**APPENDICI**

**BIBLIOGRAFIA**

## 1 INTRODUZIONE

Sono qui discusse le principali motivazioni che rendono conveniente la conversione switching dell'energia elettrica rispetto al raddrizzamento non controllato ed ai regolatori lineari. Per ottenere un miglioramento sul fattore di potenza del sistema di conversione formato da più celle switching con controllo ad isteresi, è proposta una variante della tecnica interleaved che prevede il mutuo accoppiamento delle celle. Infine, viene introdotto il concetto di Phase Locked Loop, utilizzato nel capitolo 3 per fornire una spiegazione sull'origine dell'effetto di 'auto aggiustamento', che porta gli istanti di commutazione delle celle switching verso l'opposizione di fase. L'effetto è esaminato nel capitolo 2.

### 1.1 Cenni sulla conversione dell'energia elettrica

La maggior parte dei sistemi elettronici richiede un'alimentazione continua e stabilizzata ottenuta, generalmente, trasformando l'energia elettrica messa a disposizione dalla rete di distribuzione. Un sistema di conversione tra i più semplici è il raddrizzatore monofase non controllato con filtro capacitivo [4], [5], [7], rappresentato in figura 1.1.1. Questa configurazione, nella sua economicità, presenta numerosi svantaggi:

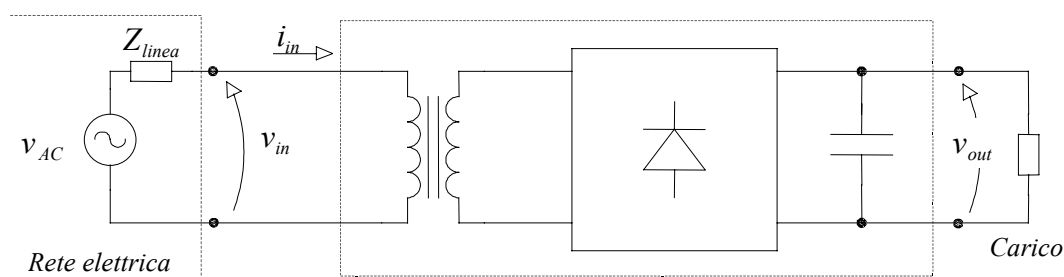
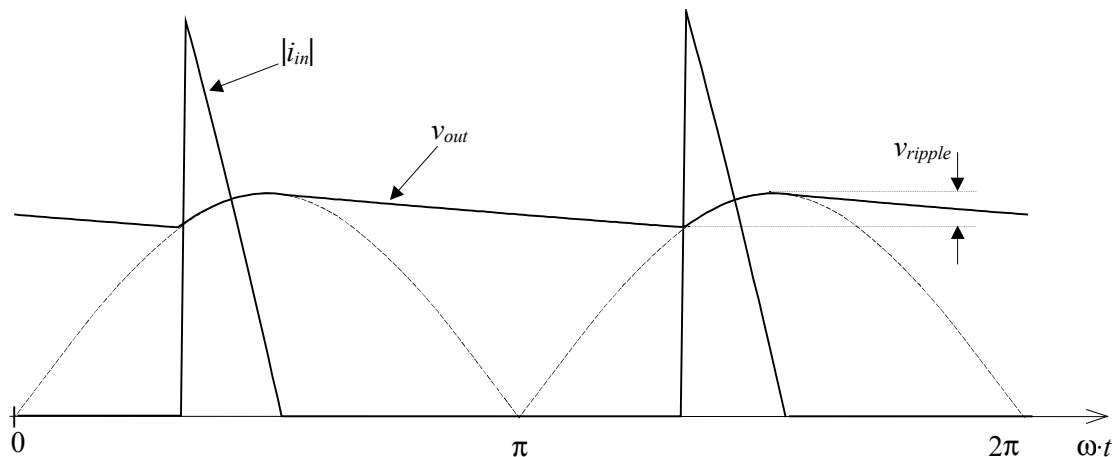


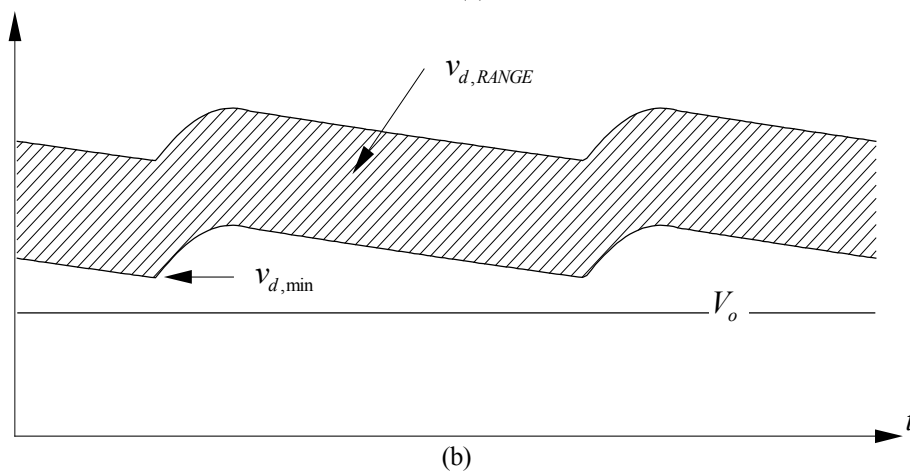
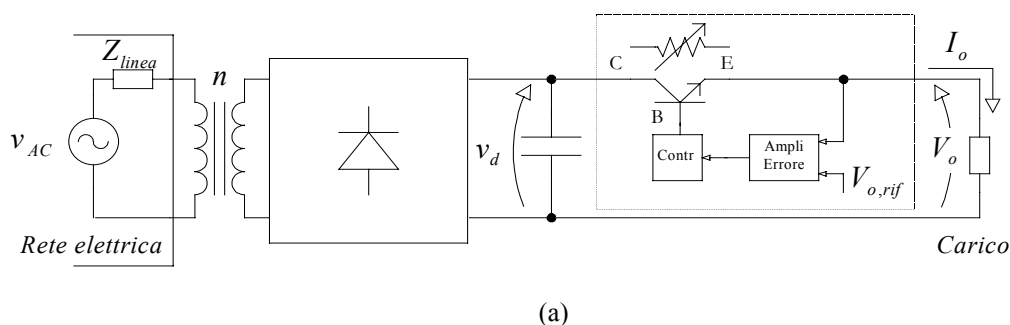
Fig. 1.1.1 Raddrizzatore a doppia semionda con filtro capacitivo.

- La tensione media d'uscita dipende fortemente dal carico.
- La tensione in uscita  $v_{out}$ , mostrata in figura 1.1.2 contiene un'ondulazione indesiderata, denominata ripple, il cui contenuto armonico si estende in banda audio a partire dal doppio della pulsazione di rete. L'ampiezza del ripple dipende dalla capacità del condensatore. Normalmente per raggiungere il grado di stabilità richiesto è necessario un condensatore con elevata capacità, dimensioni e costo.
- È richiesto un trasformatore alla frequenza di rete che, spesso, ha dimensioni e peso superiori a quelle dell'apparato da alimentare.
- La distorsione della tensione e della corrente assorbita impedisce il pieno sfruttamento della rete elettrica riducendo la potenza efficace prelevabile.
- La corrente assorbita dalla rete elettrica  $i_{in}$  ha l'andamento impulsivo mostrato in figura 1.1.2. Essa genera, attraverso l'impedenza di linea  $Z_{linea}$ , una distorsione della tensione di rete che si riflette negativamente su tutte le apparecchiature collegate.



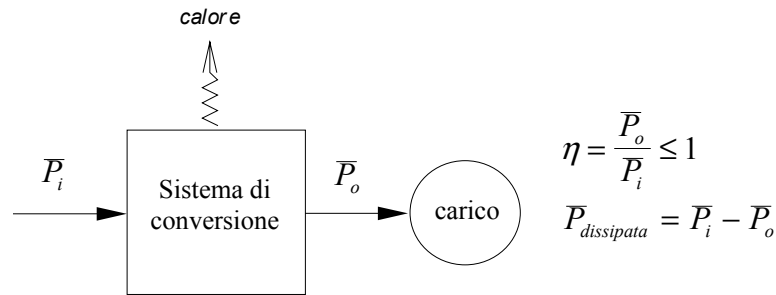
**Fig. 1.1.2** Andamento teorico della corrente assorbita dalla rete  $i_{in}$  e della tensione  $v_{out}$  per il circuito di figura 1.1.1 nel caso di carico resistivo e  $Z_{linea}$  nulla.

Una famiglia d'alimentatori molto diffusa nelle applicazioni di piccola potenza è quella nota con il nome di *regolatori lineari* [4], [6]. Le figure 1.1.3 (a) ed (b) mostrano il principio di funzionamento. Rispetto allo schema di figura 1.1.1 è stato introdotto un semiconduttore polarizzato in zona attiva, generalmente un transistor npn, in serie tra il raddrizzatore con filtro capacitivo ed il carico. La caduta di potenziale  $v_{CE}$ , controllata dal feedback, mantiene stabile la tensione d'uscita al variare di quella in ingresso e delle condizioni di carico.



**Fig. 1.1.3** (a) Schema di principio del regolatore lineare. (b) Selezione del rapporto di trasformazione che minimizza la  $\bar{P}_{dissipata}$  dal regolatore e soddisfa la  $v_{d, min} - V_o \geq v_{CE, min}$ .

Il regolatore lineare, pur migliorando i primi due punti dell'elenco precedente, introduce nuovi inconvenienti. Il principale è la bassa efficienza raggiungibile, generalmente compresa tra il 30% e il 60%. Infatti ogni sistema di conversione è caratterizzato, da un punto di vista energetico, dal rendimento di conversione  $\eta$ , definito in figura 1.1.4. La differenza fra la potenza media entrante  $\bar{P}_i$  e quella effettivamente utilizzata dal carico  $\bar{P}_o$  è trasformata in calore.



**Fig. 1.1.4** Il rendimento di conversione  $\eta$  di un generico sistema di conversione dell'energia.

Per i regolatori lineari, considerando la sola dissipazione dell'elemento attivo, si ha:

$$P_{dissipata}(t) \approx v_{CE}(t) \cdot i_{CE}(t) \approx (v_d(t) - V_o) \cdot I_o \quad (1.1.1)$$

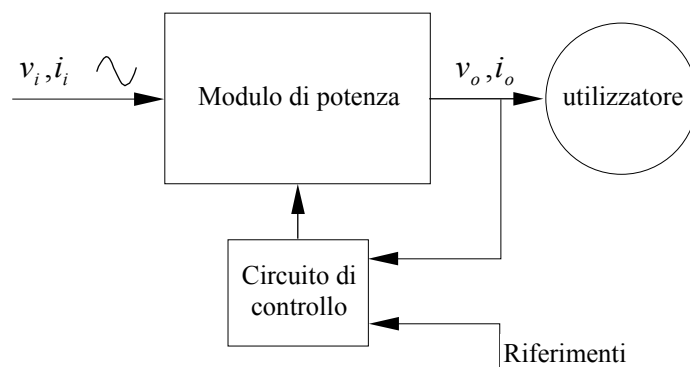
$$\eta \approx \frac{V_o \cdot I_o}{v_d \cdot i_{CE}} \approx \frac{V_o}{\bar{v}_d} = 1 - \frac{\bar{v}_{CE}}{\bar{v}_d} \quad (1.1.2)$$

Un'opportuna scelta del rapporto di trasformazione  $n$  può ridurre il termine  $v_d(t) - V_o$  che, in ogni caso, deve rimanere superiore alla tensione  $v_{CE,min}$  necessaria a mantenere il transistor in zona attiva. Fissato  $n$  e quindi  $v_d$ , una diminuzione di  $V_o$  comporta una diminuzione di  $\eta$ . Normalmente, il rendimento globale di un regolatore di questo tipo è limitato ad  $\eta < 0.6$  circa, di conseguenza esso trasforma in calore buona parte dell'energia che riceve in ingresso. Al costo intrinseco dell'energia così dissipata va aggiunto il costo dei dispositivi necessari allo smaltimento del calore prodotto.

Queste considerazioni giustificano il limitato impiego dei regolatori lineari nelle applicazioni con potenze superiori al centinaio di watt.

In linea di principio, un sistema per la conversione dell'energia disponibile attraverso la rete di distribuzione elettrica, figura 1.1.5, in grado di trasformare la potenza ricevuta in ingresso in una forma più adatta all'utilizzo, dovrebbe possedere i seguenti requisiti:

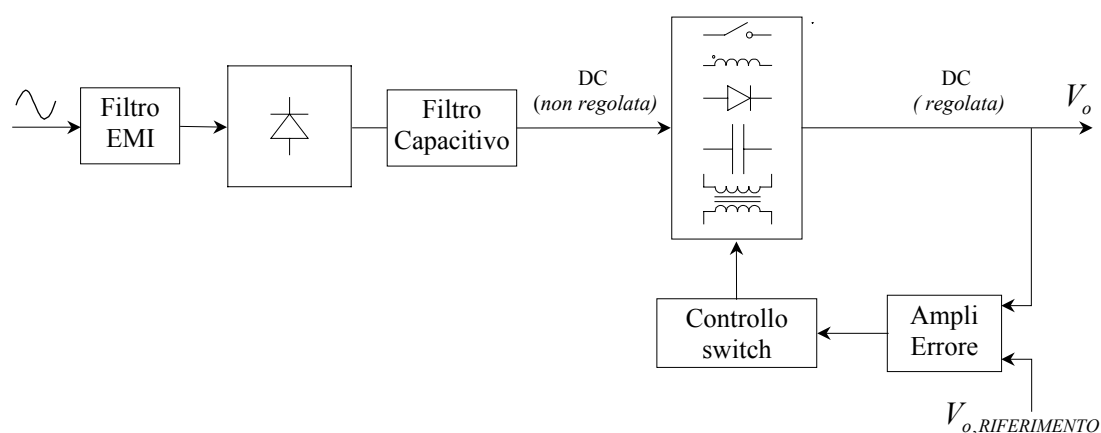
- Rendimento di conversione  $\eta$  unitario.
- Tensione d'uscita  $v_o$  priva di componenti indesiderate e dipendente esclusivamente dai riferimenti scelti in fase di progetto.
- Corrente assorbita in ingresso  $i_i$  perfettamente sinusoidale ed in fase con la tensione  $v_i$ .
- Dimensioni, peso e costi contenuti.



**Fig. 1.1.5** Schema di principio di un sistema di conversione dell'energia elettrica.

Un elevato rendimento  $\eta$  si può ottenere impiegando solo elementi che, almeno idealmente, non dissipano potenza, quali condensatori, induttori, trasformatori e interruttori. Sistemi di conversione che si valgono di componenti non dissipativi, dove i semiconduttori utilizzati come interruttori commutano a frequenze molto superiori a quelle dei segnali in ingresso ed in uscita, sono noti come *convertitori switching*, figura 1.1.6. Con questi convertitori è possibile raggiungere rendimenti anche superiori al 95%, secondo la configurazione del sistema e la potenza in gioco. L'elevata frequenza di commutazione permette la rimozione dei residui indesiderati presenti sui segnali in uscita mediante normali tecniche di filtraggio. Inoltre, lo studio del sistema è notevolmente semplificato potendo considerare le grandezze in ingresso ed in uscita costanti lungo numerosi cicli di commutazione. Questa tecnica è nota come *analisi quasi-statica*.

La qualità della tensione d'uscita di un convertitore switching è, generalmente, inferiore a quella ottenibile con un regolatore lineare tradizionale a causa della presenza di residui in alta frequenza. Per questo motivo quando le apparecchiature da alimentare necessitano di una tensione molto 'pulita', ad esempio le strumentazioni di laboratorio, si preferisce usare alimentatori basati sul regolatore lineare.



**Fig. 1.1.6** Schema di principio del convertitore switching

La riduzione dell'inquinamento armonico prodotto dalle apparecchiature connesse alla rete di distribuzione elettrica è oggetto di diverse normative .

Si chiamano convertitori ca/cc ad elevato fattore di potenza (*power factor controller* PFC) quei sistemi che assorbono dalla rete una corrente praticamente sinusoidale ed in fase con la tensione [9]. Dal punto di vista della rete, i convertitori PFC si comportano come resistenze pure e non introducono disturbi che potrebbero influire negativamente sulle altre apparecchiature connesse. Esistono numerose tecniche [10] che permettono di realizzare singoli convertitori con elevati fattori di potenza. Una soluzione interessante è la connessione interleaved di due o più convertitori PFC [1] [12] [13] [14].

## 1.2 Convertitori switching in modalità interleaved

La conversione interleaved consiste nell'interconnessione di due o più celle switching operanti con la stessa frequenza ma con istanti di commutazione degli elementi di potenza ritardati sequenzialmente di una frazione del periodo di commutazione. Questo tipo di connessione presenta numerosi vantaggi.

Un sistema interleaved assorbe dalla rete una corrente con un ripple inferiore e frequenza maggiore rispetto ad una singola cella, senza incrementare le perdite di commutazione e lo stress sui dispositivi. Numerosi studi a riguardo [11] [12] mostrano che la riduzione dell'ampiezza del ripple, nel caso di  $n$  sistemi sfasati di  $2\pi/n$ , è proporzionale a  $n^2$  e che la frequenza della fondamentale aumenta di  $n$  volte rispetto alla singola cella.

La conversione interleaved permette molteplici scelte progettuali. E' possibile ottenere un aumento della densità di potenza mantenendo costante l'efficienza dei singoli sottosistemi. Fissato il valore massimo ammesso per l'ampiezza del ripple si può ridurre la frequenza di commutazione con conseguente aumento dell'efficienza del convertitore o ridurre il filtro d'ingresso necessario a limitare le interferenze con altre apparecchiature.

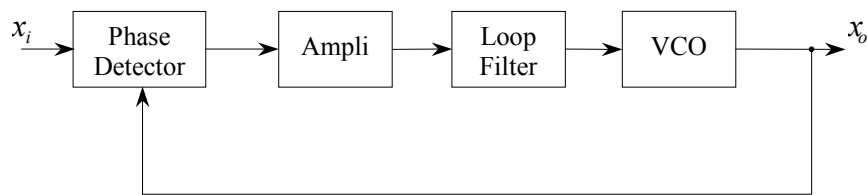
Pur non esistendo limiti teorici al numero di celle che è possibile connettere [14] [12], le prestazioni di un sistema interleaved decadono velocemente all'aumentare del numero di sottosistemi a causa delle inevitabili asimmetrie dovute, principalmente, alla dispersione delle caratteristiche dei componenti. In particolare risulta difficoltoso generare i segnali di controllo necessari a mantenere la differenza di fase ottimale che, non sempre è pari a  $2\pi/n$  [12]. Per questi motivi, solitamente, la tecnica interleaved è applicata utilizzando solo due celle.

La ricerca del 'miglior compromesso' fra le esigenze da soddisfare ed i costi derivanti, caratteristica di ogni attività progettuale, nel caso del calcolo di un sistema interleaved si traduce, principalmente, nell'ottimizzazione di ogni singola cella e nell'adozione di tecniche di controllo robuste ma non troppo complesse o costose. Quando possibile si preferisce far lavorare le singole celle in *Continuous Conduction Mode* (CCM), in modo da sfruttare al massimo la capacità di gestione della potenza del semiconduttore operante da interruttore. La scelta del controllo rappresenta un aspetto molto delicato. Il problema principale deriva dalla necessità di soddisfare numerose esigenze come la compatibilità con la tecnica interleaved, la robustezza nei confronti dei disturbi, la simmetrizzazione delle correnti parziali, la protezione dei dispositivi di potenza, la velocità di risposta ed altre ancora.

Un tipo di controllo che soddisfa a molti dei requisiti elencati è il controllo ad isteresi di corrente ma, la sua utilizzazione nella connessione interleaved non è direttamente praticabile a causa della variabilità della frequenza di commutazione. Si può comunque ottenere una sincronizzazione dei sistemi parziali verso un funzionamento vicino all'opposizione di fase accoppiando mutuamente le celle [1].

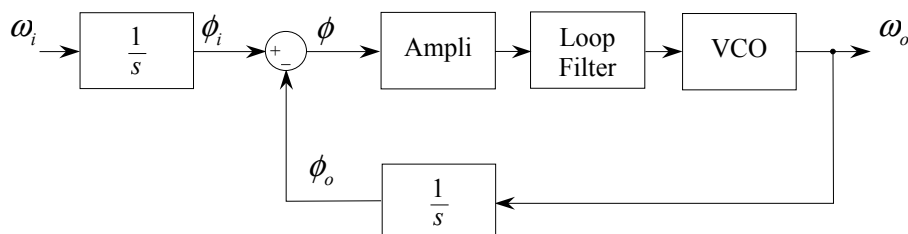
### 1.3 Generalità sui Phase Locked Loop

Nel capitolo 2, a seguito delle numerose simulazioni ed analisi qualitative, si giunge alla conclusione che il sistema formato da due convertitori boost mutuamente accoppiati e controllati ad isteresi di corrente si comporta come una coppia di *Phase Locked Loop* (PLL) chiusi uno sull'altro. Per questo motivo premettiamo un paragrafo di introduzione al concetto di PLL [2] [3]. Il PLL è un sistema reazionato la cui struttura di base è schematizzata nella figura 1.3.1. Esso si compone essenzialmente di un rivelatore di fase (PD), un filtro ed un oscillatore controllato (VCO).



**Fig. 1.3.1** Struttura di un sistema PLL. I segnali  $x_i$  e  $x_o$ , tensioni o correnti, sono i supporti che trasportano l'informazione di fase e frequenza elaborata dal sistema.

I sistemi che si comportano come PLL elaborano l'informazione di fase e frequenza trasportata dal segnale elettrico in ingresso  $x_i$  (tensione o corrente) per produrre in uscita un segnale  $x_o$ , la cui fase è 'agganciata' a quella di  $x_i$  secondo una legge stabilita dalla natura dei vari elementi. Lo schema di principio del PLL in figura 1.3.2 mostra le grandezze associate ai segnali  $x_i$  e  $x_o$  non evidenti nello schema di figura 1.3.1.



**Fig. 1.3.2** Schema di principio del PLL



- $\omega_i$  [rad/s] pulsazione del segnale  $x_i$ , agisce come controllo.
- $\omega_o$  [rad/s] pulsazione del segnale  $x_o$ .
- $\phi_i = \int \omega_i dt$  [rad] fase del segnale  $x_i$ .
- $\phi_o = \int \omega_o dt$  [rad] fase del segnale  $x_o$ .
- $\phi = \phi_i - \phi_o$  [rad] differenza di fase tra i segnali  $x_i$  e  $x_o$ .

Dal confronto dei due schemi precedenti è evidente il ruolo fondamentale del PD che deve estrarre le fasi dai segnali in ingresso e calcolarne la differenza. Il comportamento e le caratteristiche del PLL sono determinate dalla natura degli elementi componenti la maglia e dal tipo di segnali elaborati. La figura 1.3.3 mostra un esempio di PLL non lineare. La non linearità ha origine nel PD ed è riassunta dal blocco a valle del sommatore. Gli altri blocchi rappresentano funzioni di trasferimento lineari

- $F(s)$  funzione di trasferimento del filtro, solitamente passa basso
- $K_{VCO}$  fattore di guadagno del VCO.

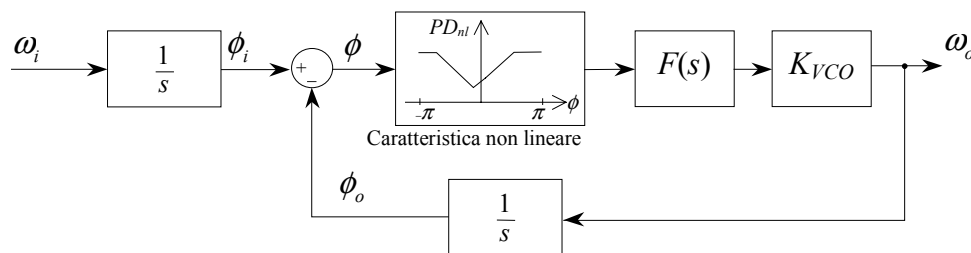


Fig. 1.3.3 Schema di un PLL con comparatore di fase non lineare.

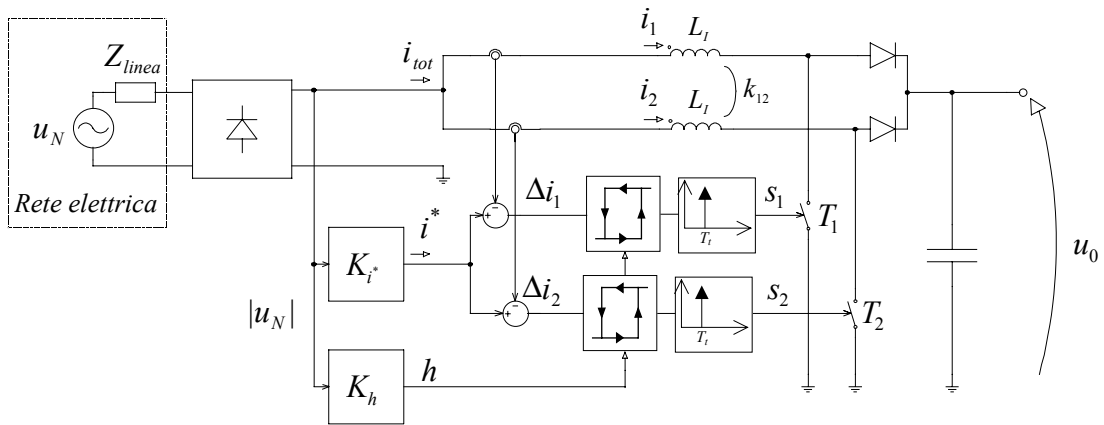
## 2 CONVERTITORI BOOST IN CONNESSIONE INTERLEAVED MUTUAMENTE ACCOPPIATI

Questo capitolo contiene un'analisi qualitativa della topologia boost interleaved con accoppiamento induttivo e controllo ad isteresi. L'analisi è condotta isolando le principali regioni di funzionamento, dentro le quali il comportamento del sistema non cambia, ed eseguendo numerose simulazioni numeriche in ognuna di esse. Viene discussa la possibilità di un comportamento di tipo Phase Locked Loop dipendente dal solo controllo. Si assume che il lettore sia a conoscenza dei principi di funzionamento del convertitore boost, per il quale si rimanda alla bibliografia [5] [6] [9].

### 2.1 Descrizione della topologia

Fra le diverse varianti della topologia boost interleaved, una interessante per quanto riguarda la correzione del fattore di potenza (PFC) è proposta in [1]; l'articolo evidenzia come un'appropriata scelta dell'induttanza di leakage nel primario del trasformatore, utilizzato per

alimentare due convertitori collegati ad avvolgimenti secondari separati, riduce il contenuto armonico della corrente assorbita all'ingresso e, conseguentemente, aumenta il fattore di potenza. La topologia discussa in [1] e schematizzata in figura 2.1.1 è composta dal parallelo di due convertitori boost aventi gli induttori d'ingresso mutuamente accoppiati e controllati mediante isteresi variabile di corrente. I due convertitori, assunti identici e fatti funzionare in Continuous Conduction Mode (CCM) [9], lavorano con la stessa frequenza di commutazione e ciclo utile  $\delta$ . L'accoppiamento è rappresentato dal mutuo induttore ideale descritto in appendice A. Ai dispositivi di potenza  $T_1$  e  $T_2$ , funzionanti come interruttori, è imposto un ritardo di commutazione  $T_t$  rispetto ai segnali di controllo prodotti dai comparatori ad isteresi.

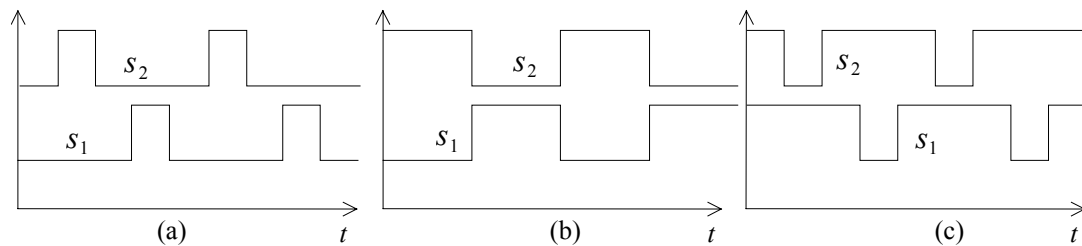


**Fig. 2.1.1** PFC boost interleaved con controllo ad isteresi variabile di corrente, induttori accoppiati e ritardo sulla commutazione degli interruttori.

Il ritardo permette alle correnti sugli induttori  $i_1$  e  $i_2$  di uscire dalla banda delimitata da  $i_{high} = i^* + h/2$  ed  $i_{low} = i^* - h/2$ . Il comportamento PFC è ottenuto rendendo la  $i^*$  e la  $h$  proporzionali ed in fase alla tensione  $|u_N|$ . Normalmente, per evitare commutazioni troppo veloci causate dall'annullamento della banda  $h$  alla fine di ogni semiperiodo di rete, si introduce un tempo morto che mantiene aperto l'interruttore quando la tensione di rete è prossima allo zero [15]. In [1] si illustra in che modo lo 'sbilanciamento' introdotto dal ritardo, interagendo con l'accoppiamento induttivo  $k_{12}$ , porti ad un miglioramento nel comportamento PFC del sistema. Infatti, il ritardo di commutazione  $T_t$ , almeno per particolari valori di  $k_{12}$ , dà origine ad un processo di sfasamento tra le correnti  $i_1$  ed  $i_2$  degli induttori che avviene in pochi cicli di commutazione. Il processo evolve verso un regime nel quale i segnali di controllo  $s_1$  e  $s_2$  si trovano in parziale opposizione di fase, indipendentemente dal punto di lavoro determinato dalla tensione d'alimentazione  $u_N$  e da quella di uscita  $u_0$ . Con l'espressione 'parziale opposizione di fase' si deve intendere la situazione di regime, descritta dalla figura 2.1.2, nella quale

- se  $\delta < 1/2$  l'intervallo di accensione del dispositivo di potenza di ognuno dei due sottosistemi risiede completamente nell'intervallo di spegnimento dell'altro dispositivo.

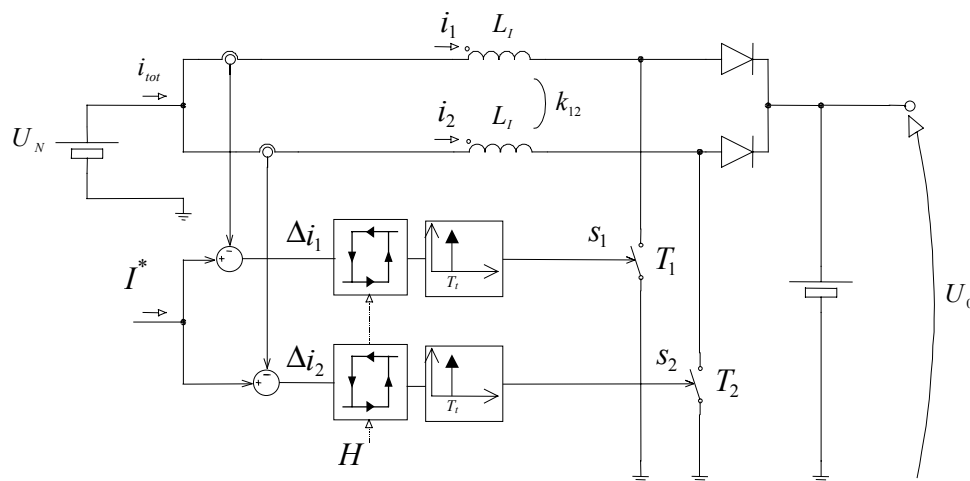
- se  $\delta > 1/2$  l'intervallo di spegnimento di ognuno dei due dispositivi si trova interamente nell'intervallo di accensione dell'altro.
- se  $\delta = 1/2$  i sottosistemi lavorano in opposizione di fase.



**Fig. 2.1.2** Regime di parziale opposizione di fase tra i due segnali  $s_1$  e  $s_2$  aventi stesso periodo e ciclo utile ma fase diversa. (a)  $\delta < 1/2$ , (b)  $\delta = 1/2$ , (c)  $\delta > 1/2$ .

In regime di parziale opposizione di fase, la corrente  $i_{tot} = i_1 + i_2$  assorbita dalla rete ha un contenuto armonico inferiore a quello delle singole  $i_1$  e  $i_2$ .

Come mostrato in [1], attraverso un'attenta analisi sugli andamenti temporali dei segnali  $s_1$ ,  $s_2$  e  $i_1$ ,  $i_2$ , compiuta lungo tutto il processo di aggancio, si può calcolare l'incremento del ritardo di fase che ha luogo ad ogni periodo di commutazione fino a raggiungere il regime. Di particolare interesse per questo lavoro sono le considerazioni riguardanti la velocità del processo, che avviene in pochi cicli di commutazione (cf. figura 6 in [1]).



**Fig. 2.1.3** Topologia boost interleaved DC-DC con controllo ad isteresi, accoppiamento degli induttori e ritardo sulla commutazione degli interruttori.

Per compiere l'analisi del sistema in figura 2.1.1 adottiamo il metodo quasi-statico, in virtù del fatto che la frequenza di commutazione degli interruttori è molto superiore alla frequenza di rete ed a quelle naturali del sistema. Questa ipotesi, ben verificata nella realtà,

permette di considerare la tensione alternata  $u_N(t)$ , la tensione  $u_0(t)$  sul condensatore, la corrente di riferimento  $i^*(t)$  e la banda d'isteresi  $h(t)$ , come costanti lungo numerosi cicli di commutazione. Ne consegue che per la nostra indagine è conveniente studiare il comportamento del convertitore DC-DC di figura 2.1.3, dove sono state indicate con lettere maiuscole tutte le entità assunte costanti.

## 2.2 Le regioni di funzionamento del boost interleaved

Analizziamo il circuito di figura 2.1.3 assumendo le seguenti ipotesi:

- Componenti ideali.
- Sistemi boost simmetrici, funzionanti in CCM e mutuamente accoppiati.
- Lo stato degli elementi attivi  $T_1$  e  $T_2$  funzionanti da interruttori, e' associato, rispettivamente, ai segnali binari  $s_1, s_2 \in \{1,0\}$ , secondo la mappa

$$s_1=1 \Leftrightarrow \text{interruttore } T_1 \text{ chiuso}$$

$$s_1=0 \Leftrightarrow \text{interruttore } T_1 \text{ aperto}$$

$$s_2=1 \Leftrightarrow \text{interruttore } T_2 \text{ chiuso}$$

$$s_2=0 \Leftrightarrow \text{interruttore } T_2 \text{ aperto}$$

In queste condizioni, le diverse topologie che lo schema di figura 2.1.3 può assumere sono quattro, ognuna delle quali è associata alla coppia di valori binari  $(s_1, s_2)$ . Per ogni topologia elementare così individuata si possono calcolare le derivate rispetto al tempo delle correnti negli induttori. I risultati del calcolo, sviluppato in appendice A, sono riportati in tabella 2.2.1 e nelle equazioni 2.2.1.

$$\begin{aligned}
 k_- &= -\frac{U_0}{L_I} \cdot \frac{1-m}{1+k_{12}} \\
 k_+ &= \frac{U_0}{L_I} \cdot \frac{m}{1+k_{12}} \\
 k_0 &= \frac{U_0}{L_I} \cdot \frac{m \cdot (1-k_{12}) - 1}{1-k_{12}^2} \\
 k_1 &= \frac{U_0}{L_I} \cdot \frac{m \cdot (1-k_{12}) + k_{12}}{1-k_{12}^2}
 \end{aligned} \tag{2.2.1}$$

Considerando  $U_0/L_I$  come parametro costante, le derivate delle correnti sono funzioni a due variabili  $f(k_{12}, m)$  con  $m=U_N/U_0$ . Nella stessa appendice si mostra come la regione

$s_1$	$S_2$	$d i_1/dt$	$d i_2/dt$
0	0	$k_-$	$k_-$
0	1	$k_0$	$k_1$
1	0	$k_1$	$k_0$
1	1	$k_+$	$k_+$

**Tab. 2.2.1** Derivata delle correnti negli induttori in funzione dello stato degli interruttori. La simmetria della topologia riduce a quattro le possibili pendenze.

$$W \equiv \{(k_{12}, m) \in \mathfrak{R}^2 : -1 < k_{12} < 1, 0 < m < 1\} \quad (2.2.2)$$

che rappresenta tutti i possibili punti di lavoro del circuito, possa essere suddivisa in quattro zone, illustrate in figura 2.2.1, in ognuna delle quali il segno e le relazioni fra le derivate non cambiano. Si ha

$$k_- \leq 0 \leq k_0 \leq k_1 \leq k_+ \quad \text{in } W_1 \equiv \left\{ (k_{12}, m) \in W : m \geq \frac{1}{1-k_{12}} \right\} \quad (2.2.3)$$

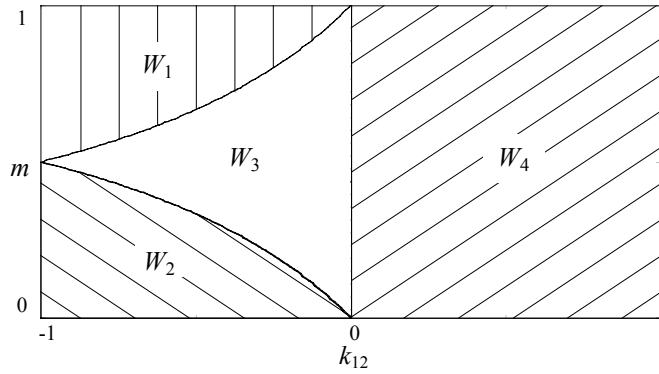
$$k_- \leq k_0 \leq k_1 \leq 0 \leq k_+ \quad \text{in } W_2 \equiv \left\{ (k_{12}, m) \in W : m \leq \frac{-k_{12}}{1-k_{12}} \right\} \quad (2.2.4)$$

$$k_- \leq k_0 \leq 0 \leq k_1 \leq k_+ \quad \text{in } W_3 \equiv \left\{ (k_{12}, m) \in W : \frac{-k_{12}}{1-k_{12}} < m < \frac{1}{1-k_{12}}, k_{12} < 0 \right\} \quad (2.2.5)$$

$$k_0 \leq k_- \leq 0 \leq k_+ \leq k_1 \quad \text{in } W_4 \equiv \{(k_{12}, m) \in W : k_{12} \geq 0\} \quad (2.2.6)$$

Le equazioni 2.2.3÷2.2.6 e la tabella 2.2.1, valida in ogni punto  $(k_{12}, m) \in W$ , permettono di effettuare un'analisi qualitativa dei cicli di commutazione in ciascuna regione. A tal fine diamo le seguenti definizioni.

- $H_{high} = I^* + H/2$  Soglia superiore di isteresi per le correnti  $i_1$  e  $i_2$ .
- $H_{low} = I^* - H/2$  Soglia inferiore di isteresi per le correnti  $i_1$  e  $i_2$ .
- $\Delta i_2 i_1(t) \equiv \Delta i_2(t) - \Delta i_1(t) = i_2(t) - i_1(t)$  Differenza fra le correnti sugli induttori.
- transizione Una transizione di stato ha luogo quando uno, o entrambi gli interruttori cambiano di stato.
- $t_n$  Istante nel quale avviene la n-esima transizione di stato.



**Fig. 2.2.1** Regioni di funzionamento del Boost Interleaved con accoppiamento induttivo. In ognuna delle quattro zone, definite dalle equazioni 2.2.3÷2.2.6, il segno e le relazioni tra le pendenze di  $i_1$  ed  $i_2$  non cambiano.

Prima di analizzare ognuna delle quattro regioni è conveniente discutere alcune proprietà generali. Le pendenze della  $i_1$  e  $i_2$  nello stato  $(s_1, s_2) = (0, 0)$  coincidono (vedi tabella 2.2.1) e sono negative in tutte le regioni (vedi equazione 2.2.3÷2.2.6); consegue che  $\Delta i_2 i_1(t)|_{(0,0)}$  è costante. Analogamente, nello stato  $(s_1, s_2) = (1, 1)$ , le derivate sono positive coincidenti, anche  $\Delta i_2 i_1(t)|_{(1,1)}$  rimane costante in tutte le regioni. La coppia di derivate negli stati  $(s_1, s_2) = (0, 1)$  e  $(s_1, s_2) = (1, 0)$  è simmetrica. Il loro segno dipende dalla regione considerata. In particolare, nella regione  $W_1$  sono entrambe positive mentre nella regione  $W_2$  sono negative. Per le  $\Delta i_2 i_1(t)|_{(1,0)}$  e  $\Delta i_2 i_1(t)|_{(0,1)}$  si ha

$$\frac{d(\Delta i_2 i_1(t)|_{(1,0)})}{dt} = -\frac{U_0}{L_I} \cdot \frac{1}{1-k_{12}} < 0 \quad (2.2.7)$$

$$\frac{d(\Delta i_2 i_1(t)|_{(0,1)})}{dt} = \frac{U_0}{L_I} \cdot \frac{1}{1-k_{12}} > 0 \quad (2.2.8)$$

Come diretta conseguenza della simmetria del circuito, le equazioni 2.2.7 e 2.2.8 confermano che durante gli stati (1,0) e (0,1) la  $\Delta i_2 i_1(t)$ , rispettivamente, diminuisce o aumenta con la stessa velocità.

### 2.3 Analisi del mutuo accoppiamento in assenza dei ritardi

Dalla sola conoscenza del segno delle derivate  $d i_1/dt$  e  $d i_2/dt$  e dei vincoli imposti dal controllo ad isteresi, in assenza dei ritardi di commutazione, si possono dedurre le transizioni di stato ammesse in ognuna delle quattro regioni. Nelle analisi seguenti accettiamo la possibilità di commutazioni simultanee degli interruttori.

Le simulazioni mostrate in questo paragrafo sono state fatte con i parametri  $L_I = 1.33 \text{ mH}$ ,  $U_0 = 380 \text{ V}$ ,  $H = 4$ ,  $I^* = 8 \text{ A}$ ,  $T_I = 0$ . Il punto di lavoro di ogni figura è specificato in tabella 2.3.1.

	<i>a</i>		<i>b</i>		<i>c</i>		<i>d</i>	
	$k_{12}$	$m$	$k_{12}$	$m$	$k_{12}$	$m$	$k_{12}$	$m$
fig 2.3.1.2	-0.8	0.65	-0.2	0.9	-0.95	0.95	-0.9	0.6
fig 2.3.2.2	-0.6	0.3	-0.2	0.1	-0.8	0.05	-0.9	0.4
fig 2.3.3.1	-0.7	0.5	-0.125	0.25	-0.125	0.75	-0.25	0.25
fig 2.3.3.2	0.5	0.3	0.25	0.4	0.2	0.8	0.1	0.1

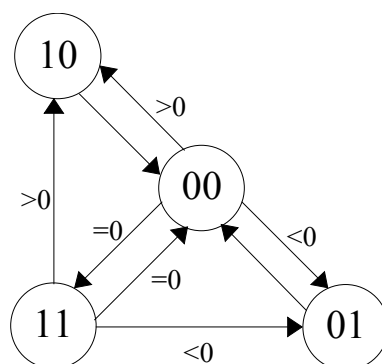
**Tab. 2.3.1** Punti di lavoro scelti per le simulazioni.

### 2.3.1 Regione $W_1$

Nella regione  $W_1$  definita dall'equazione 2.2.3, quando gli interruttori sono aperti, cioè nello stato  $(s_1, s_2) = (0, 0)$ , gli induttori sono attraversati da correnti che diminuiscono con pendenza uguale e pari a  $k_- < 0$ . Ad un certo istante una delle correnti, o anche entrambe, raggiunta la soglia di commutazione inferiore  $H_{low}$  determina la chiusura del corrispondente interruttore. In questa situazione tutte le transizioni sono possibili e dipendono dal segno di  $\Delta i_2 i_1(t_n)$  dove  $t_n$  è l'istante di commutazione, figura 2.3.1.1.

Una condizione analoga si ha nello stato  $(1, 1)$ , nel quale gli interruttori sono chiusi e le correnti crescenti con pendenza  $k_+$ . Il raggiungimento della soglia superiore  $H_{high}$ , possibile per entrambe le correnti anche simultaneamente, determina l'apertura degli interruttori interessati. Come nel caso precedente, dallo stato  $(1, 1)$  tutte le transizioni sono ammesse.

Negli stati  $(1, 0)$  e  $(0, 1)$  la situazione è diversa. In entrambi il controllo non può chiudere l'interruttore aperto; infatti la corrente che attraversa il corrispondente induttore cresce, invece che diminuire come nel caso di sottosistemi non accoppiati, e non può raggiungere la soglia inferiore  $H_{low}$ .



**Fig. 2.3.1.1** Diagramma degli stati di  $W_1$ . Le transizioni dipendono dal segno di  $\Delta i_2 i_1(t_n)$ .

L'unica commutazione possibile è verso lo stato (0,0) ed avviene, indipendentemente dal valore di  $\Delta i_2 i_1(t_n)$ , quando la corrente attraverso l'interruttore chiuso raggiunge la soglia d'isteresi superiore  $H_{high}$ . Le transizioni di stato ammesse nella regione  $W_1$  sono raffigurate nel diagramma 2.3.1.1. Per costruire le sequenze di commutazione ammesse nella regione  $W_1$ , è necessario calcolare la variazione di  $\Delta i_2 i_1(t)$  introdotta da ogni stato. Ogni passaggio per gli stati (0,0) e (1,1) non modifica  $\Delta i_2 i_1(t)$ , essendo  $d i_1/dt = d i_2/dt$ . Dalla figura 2.3.1.1 si deduce che lo stato (1,0) può essere raggiunto solo se  $\Delta i_2 i_1(t) > 0$ ; ad ogni passaggio per (1,0), in virtù dell'equazione 2.2.7,  $\Delta i_2 i_1(t)$  diminuisce. Trascurando il caso in cui lo stato precedente è (1,1), possibile solo come stato iniziale della sequenza (figure 2.3.1.1 e 2.3.1.2 a ed b), rimane da considerare lo stato (0,0). Chiamando  $t_n$  e  $t_{n+1}$ , rispettivamente, l'istante iniziale e finale dello stato (1,0), si ha

$$\begin{aligned} i_2(t_{n+1}) &= H_{low} + \Delta i_2 i_1(t_n) \Big|_{(1,0)} + \frac{H}{k_1} \cdot k_0 \\ i_1(t_{n+1}) &= H_{high} \end{aligned} \quad (2.3.1.1)$$

e quindi

$$\Delta i_2 i_1(t_{n+1}) \Big|_{(1,0)} \equiv i_2(t_{n+1}) - i_1(t_{n+1}) = \Delta i_2 i_1(t_n) \Big|_{(1,0)} - H \cdot \left(1 - \frac{k_0}{k_1}\right) \quad (2.3.1.2)$$

essendo  $-H \cdot (1 - k_0/k_1) < 0$  in  $W_1$ . Analogamente, lo stato (0,1) può essere raggiunto solo con  $\Delta i_2 i_1(t) < 0$ ; ad ogni passaggio  $\Delta i_2 i_1(t)$  aumenta in base all'equazione 2.2.8. Se lo stato di provenienza è (0,0) si ha

$$\begin{aligned} i_2(t_{n+1}) &= H_{high} \\ i_1(t_{n+1}) &= H_{low} - \Delta i_2 i_1(t_n) \Big|_{(0,1)} + \frac{H}{k_1} \cdot k_0 \end{aligned} \quad (2.3.1.3)$$

da cui

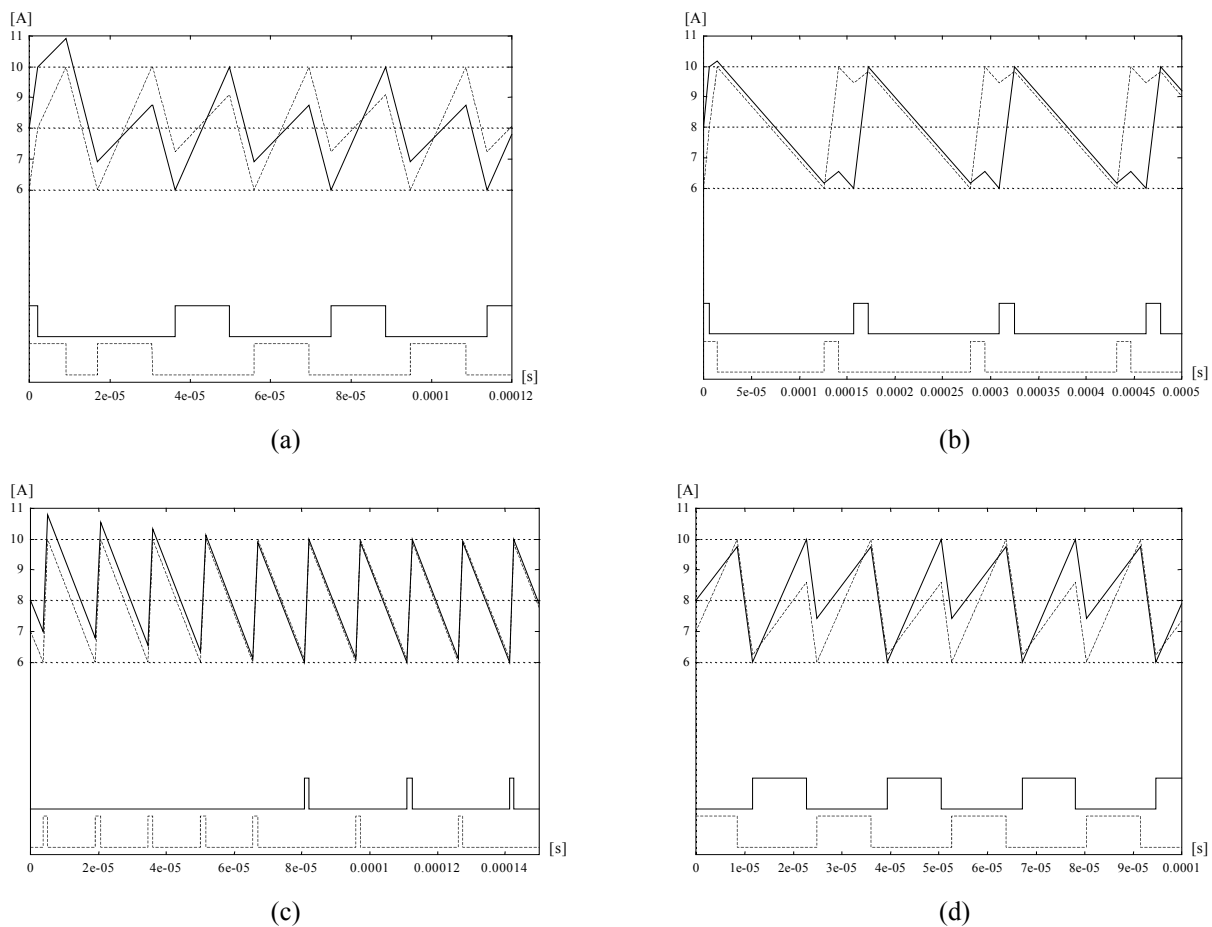
$$\Delta i_2 i_1(t_{n+1}) \Big|_{(0,1)} \equiv i_2(t_{n+1}) - i_1(t_{n+1}) = \Delta i_2 i_1(t_n) \Big|_{(0,1)} + H \cdot \left(1 - \frac{k_0}{k_1}\right) \quad (2.3.1.4)$$

Da queste considerazioni si comprende come nella regione  $W_1$  il sistema tenda a portare  $\Delta i_2 i_1(t)$  nella banda

$$-H \cdot \left(1 - \frac{k_0}{k_1}\right) < \Delta i_2 i_1(t) < H \cdot \left(1 - \frac{k_0}{k_1}\right) \quad (2.3.1.5)$$



all'interno della quale le possibili sequenze di equilibrio sono due, di cui una instabile e l'altra stabile. La sequenza instabile è formata dall'alternanza degli stati (0,0) e (1,1) ed è raggiunta quando la  $\Delta i_2 i_1(t)$  è multipla di  $H \cdot (1 - k_0/k_1)$ . Infatti, dopo un numero finito di transizioni  $10 \rightarrow 00 \rightarrow 10$  o  $01 \rightarrow 00 \rightarrow 01$ , secondo il segno iniziale della  $\Delta i_2 i_1(t)$ , il sistema giunge nello stato (0,0) con  $\Delta i_2 i_1(t) = 0$ . Questa è l'unica sequenza contenente lo stato (1,1), raggiungibile solo dallo stato (0,0) quando  $\Delta i_2 i_1(t) = 0$ , figura 2.3.1. Si tratta di un equilibrio instabile in quanto perturbando  $\Delta i_2 i_1(t)$  si impone il passaggio allo stato (0,1) o (1,0). La sequenza stabile è formata dagli stati (0,1) (0,0) (1,0) ed è raggiunta per ogni  $\Delta i_2 i_1(t)$  che non è multiplo di  $H \cdot (1 - k_0/k_1)$ . Essa costituisce un regime di parziale opposizione di fase.



**Fig. 2.3.1.2** Simulazioni in quattro punti di  $W_1$ . Segnali  $s_1$  e  $i_1$  tratteggiati,  $s_2$  e  $i_2$  continui. In tutti i casi il sistema raggiunge sequenze di commutazione stabili. I dati di simulazione sono nella tabella 2.3.1.

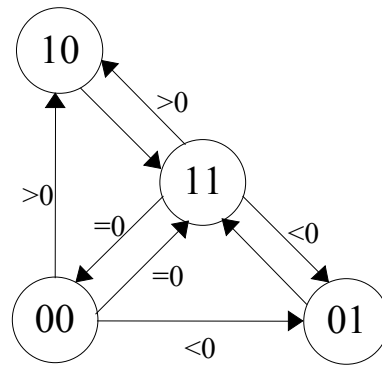
Come esempio immaginiamo di partire dallo stato (0,0) con  $\Delta i_2 i_1(t) > 0$ . Dal diagramma di figura 2.3.1.1 si deduce che lo stato successivo è (1,0), nel quale la  $\Delta i_2 i_1(t)$  diminuisce secondo l'equazione 2.3.1.2, per poi tornare nello stato (0,0). La transizione  $00 \rightarrow 10 \rightarrow 00$  viene ripetuta fino a verificare la condizione

$$-(1 - k_0/k_1) \cdot H < \Delta i_2 i_1(t) < 0 \quad (2.3.1.5)$$

che impone il passaggio allo stato (0,1) dove la  $\Delta i_2 i_1(t)$ , rispettando l'equazione 2.3.1.4, torna positiva. In questo modo si instaura un equilibrio nel quale ogni variazione di  $\Delta i_2 i_1(t)$  nello stato (1,0) viene compensata da una opposta nello stato (0,1). La figura 2.3.1.2 rappresenta alcune simulazioni nelle quali il sistema raggiunge la condizione di equilibrio stabile. Esse mostrano come il segno positivo di  $k_0$  permetta alle correnti  $i_1$  e  $i_2$  di oltrepassare la soglia superiore  $H_{high}$  quando la  $\Delta i_2 i_1(t)$  iniziale non soddisfa all'equazione 2.3.1.5.

### 2.3.2 Regione $W_2$

Per la regione  $W_2$  valgono considerazioni analoghe a quelle fatte per  $W_1$ . Negli stati  $(s_1, s_2) = (0,1)$  e  $(s_1, s_2) = (1,0)$  le derivate delle correnti che attraversano gli induttori sono negative, essendo  $k_0 < k_1 < 0$ . Il controllo non è in grado di aprire l'interruttore attraversato dalla corrente in diminuzione. L'unica commutazione possibile è verso lo stato (1,1). La figura 2.3.2.1 mostra le transizioni di stato ammesse. Da essa si deduce che le sequenze di equilibrio sono due, una instabile costituita dall'alternanza degli stati (0,0) e (1,1), l'altra stabile formata dai soli stati (0,1), (1,0) e (1,1). Alla minima perturbazione di  $\Delta i_2 i_1(t)$ , si passa dalla prima alla seconda.

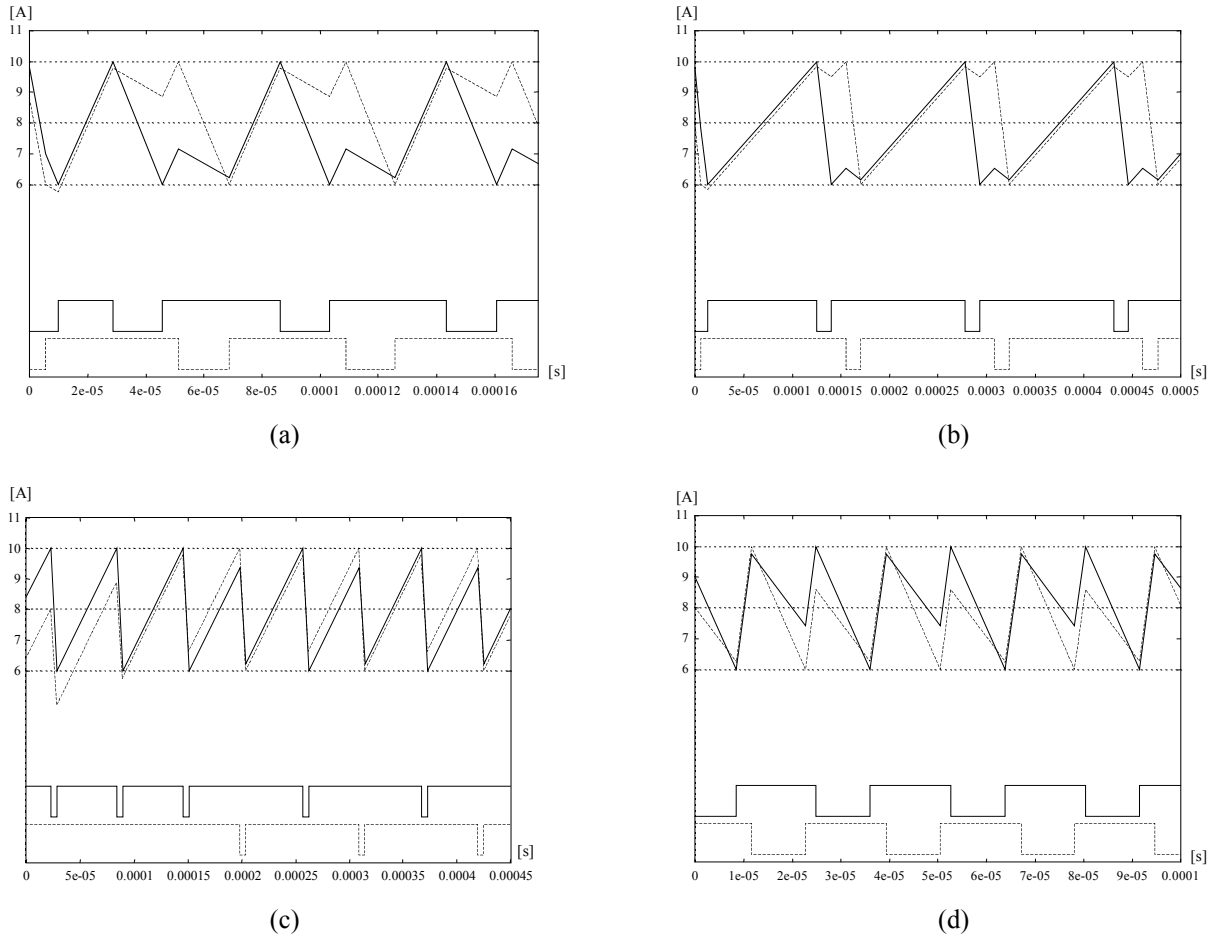


**Fig. 2.3.2.1** Diagramma degli stati di  $W_2$ . Le transizioni dipendono dal segno di  $\Delta i_2 i_1(t_n)$ .

Le figure 2.3.2.2 contengono i risultati di alcune delle simulazioni effettuate secondo i parametri di tabella 2.3.1. In  $W_2$ , quando non è soddisfatta l'eq. 2.3.2.1, il segno negativo di  $k_1$  permette alle correnti  $i_1$  ed  $i_2$  di superare la soglia  $H_{low}$ .

$$-H \cdot \left(1 - \frac{k_1}{k_0}\right) < \Delta i_2 i_1(t) < H \cdot \left(1 - \frac{k_1}{k_0}\right) \quad (2.3.2.1)$$

La convergenza e la stabilità delle  $i_2$  ed  $i_1$  all'interno della banda d'isteresi sono garantite dalle equazioni 2.2.7 e 2.2.8, che impongono a  $|\Delta i_2 i_1(t)|$  di diminuire ad ogni commutazione fino a soddisfare la relazione 2.3.2.1. Si conclude che, anche nella regione  $W_2$ , il sistema instaura un regime di parziale opposizione di fase tra i segnali di controllo  $s_1$  e  $s_2$ .



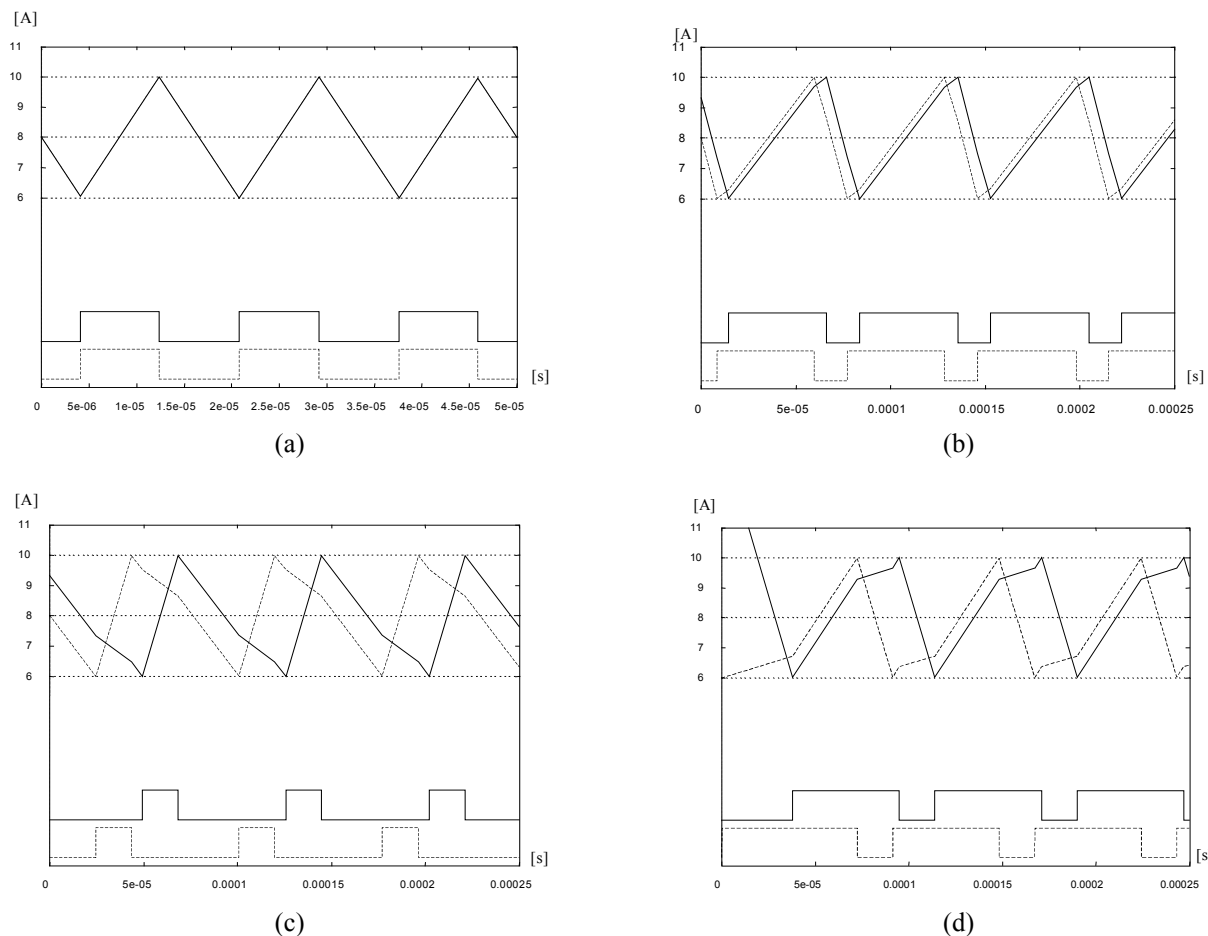
**Fig. 2.3.2.2** Simulazioni in quattro punti di  $W_2$ . Segnali  $s_1$  e  $i_1$  tratteggiati,  $s_2$  e  $i_2$  continui. Tutti i casi mostrano situazioni di equilibrio stabili. I dati di simulazione sono in Tab. 2.3.1.

### 2.3.3 Regioni $W_3$ e $W_4$

Nelle regioni  $W_3$  e  $W_4$  gli interruttori sono attraversati da correnti crescenti quando chiusi, decrescenti se aperti, tabella 2.2.1 ed equazioni 2.2.5 e 2.2.6. E' una situazione diversa da quella osservata per  $W_1$  e  $W_2$ , che permette al circuito di controllo di mantenere le correnti negli induttori sempre all'interno della banda d'isteresi. In entrambe le regioni sono possibili quattro diverse sequenze di commutazione, mostrate nelle figure 2.3.3.1 e 2.3.3.2, secondo il punto di lavoro specificato dalla coppia  $(k_{12}, m)$  e della fase iniziale. In assenza di perturbazioni tutte le sequenze mantengono la fase iniziale con la quale il sistema è parte.

Come esempio consideriamo la sequenza di figura 2.3.3.2.b. Supponiamo che la differenza tra le correnti nell'istante iniziale  $t_1$  sia  $\Delta i_{21}(t_1) \equiv i_2(t_1) - i_1(t_1) > 0$ . Nell'istante  $t_2$ , alla fine dello stato (1,0) si ha

$$\Delta i_{21}(t_2) = \frac{\Delta i_{21}(t_1)}{k_0} \cdot k_1 < 0 \quad (2.3.3.1)$$



**Fig. 2.3.3.1** Simulazioni nella regione  $W_3$ . Segnali  $s_1$  e  $i_1$  tratteggiati,  $s_2$  e  $i_2$  continui. Le figure mostrano le quattro sequenze di commutazione possibili, ognuna costituente un equilibrio indifferente del sistema.

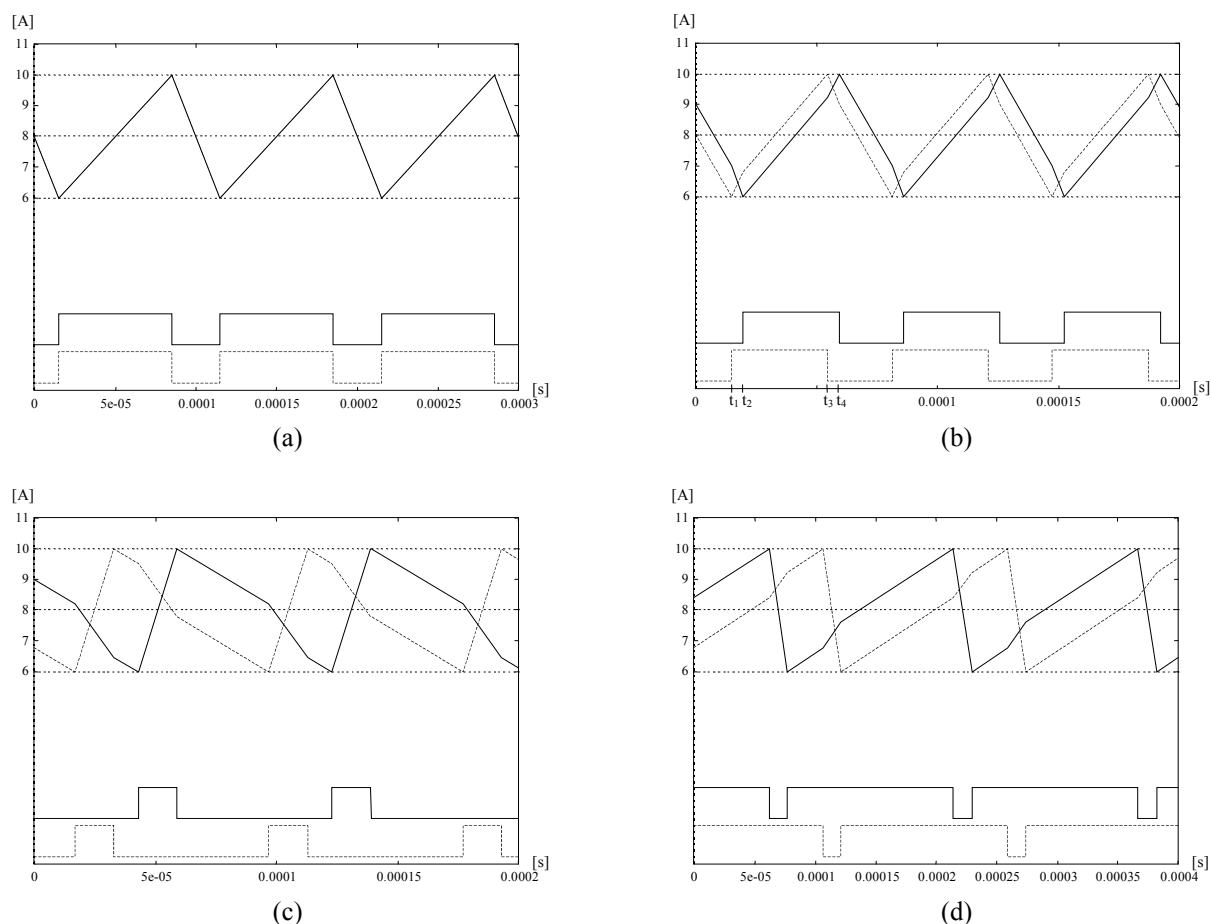
Nello stato (1,1) le correnti crescono con la stessa velocità, quindi  $\Delta i_2 i_1(t_3) = \Delta i_2 i_1(t_2)$ . Lo stato successivo è (0,1); esso termina nell'istante  $t_4$  dove

$$\Delta i_2 i_1(t_4) = \frac{\Delta i_2 i_1(t_3)}{k_1} \cdot k_0 = \Delta i_2 i_1(t_1) \quad (2.3.3.2)$$

In sostanza, ognuna della sequenze delle figure 2.3.3.1 e 2.3.3.2 costituisce un equilibrio indifferente. Una qualsiasi perturbazione esterna è in grado di modificare permanentemente la fase tra i segnali  $s_1$  e  $s_2$ , portando il sistema in una nuova situazione di equilibrio indifferente.

## 2.4 Analisi qualitativa in presenza dei ritardi

L'introduzione di un ritardo sulla commutazione degli interruttori cambia radicalmente il comportamento del sistema nelle regioni  $W_3$  e  $W_4$ . La figura 2.4.1 contiene i risultati di alcune simulazioni effettuate con accoppiamento induttivo  $k_{12} > 0$  e ritardo  $T_I$  non nullo.

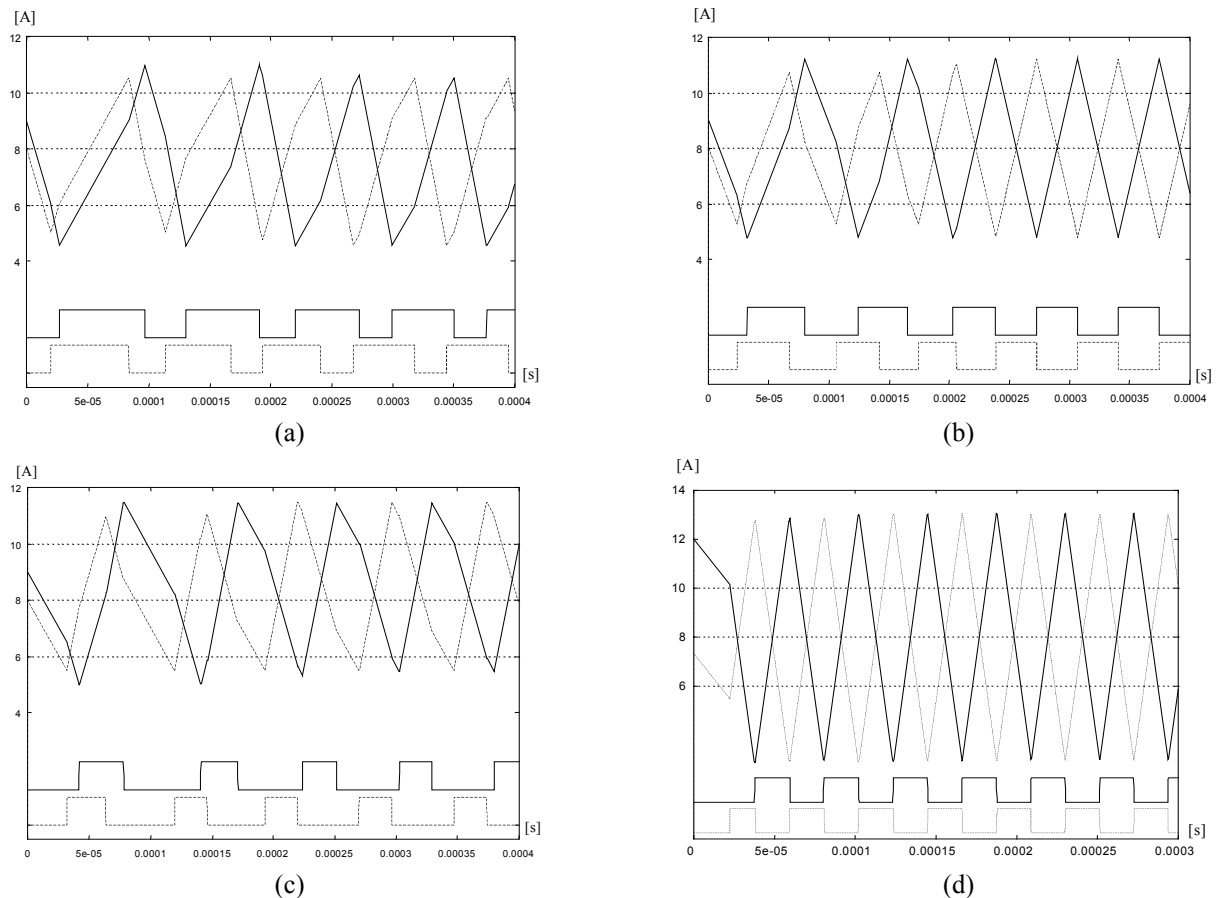


**Fig. 2.3.3.2** Simulazioni nella regione  $W_4$ . Segnali  $s_1$  e  $i_1$  tratteggiati,  $s_2$  e  $i_2$  continui. Le figure mostrano le quattro sequenze di commutazione possibili, ognuna costituente un equilibrio indifferente del sistema.

La presenza del ritardo amplifica l'effetto di mutua influenza tra i sottosistemi e porta i segnali  $s_1$  e  $s_2$  in una situazione stabile di parziale opposizione di fase, indipendentemente dal punto di lavoro  $(k_{12}, m) \in W_4$ .

Una descrizione del processo di aggancio nella regione  $W_4$  è data in [1]. In sintesi, il funzionamento può essere descritto come segue. Il ritardo di commutazione causa un allargamento della banda d'isteresi, che è funzione della pendenza del segnale di corrente che sta attraversando la soglia. Le correnti  $i_1$  e  $i_2$  attraversano le soglie con pendenze diverse; in questo modo si ha una variazione della fase tra loro. La differenza di fase aumenta ad ogni ciclo fino a che l'intervallo di accensione di  $T_2$  risiede completamente nell'intervallo di spegnimento di  $T_1$  e, vista la simmetria del circuito, sino a che l'intervallo di accensione  $T_1$  risiede completamente nell'intervallo di spegnimento di  $T_2$ .

Nel caso di accoppiamento  $k_{12} < 0$  i sottosistemi evolvono verso una condizione stazionaria dove le funzioni di commutazione agiscono in fase, visibile in figura 2.4.2.

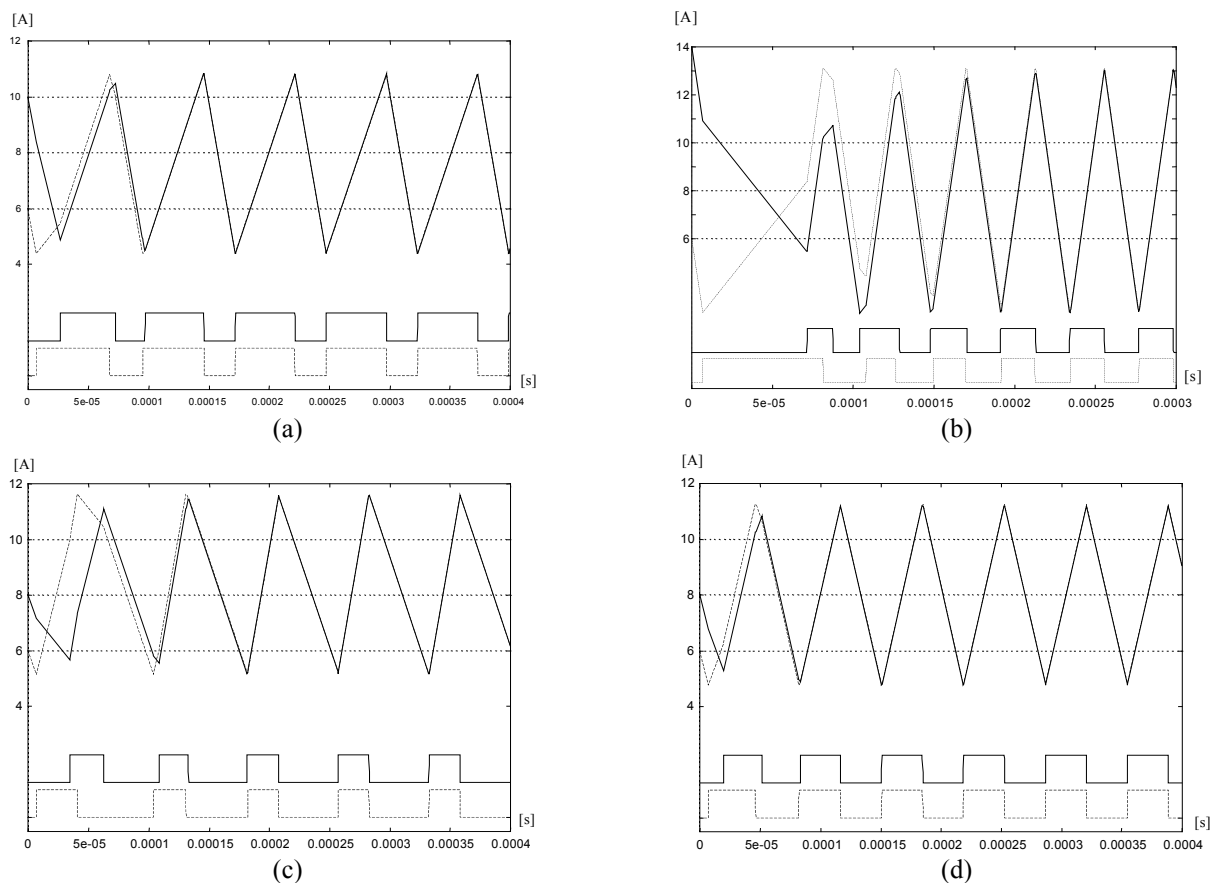


**Fig. 2.4.1** Simulazioni nella regione  $W_4$  in presenza dei ritardi. I parametri sono  $L_l=1.33\text{mH}$ ,  $k_{12}=0.248$ ,  $U_0=380\text{V}$ ,  $H=4$ ,  $I^*=8\text{ A}$ ,  $T_t=6.5\mu\text{s}$ . (a)  $m=0.34$ , (b)  $m=0.5$ , (c)  $m=0.66$ .

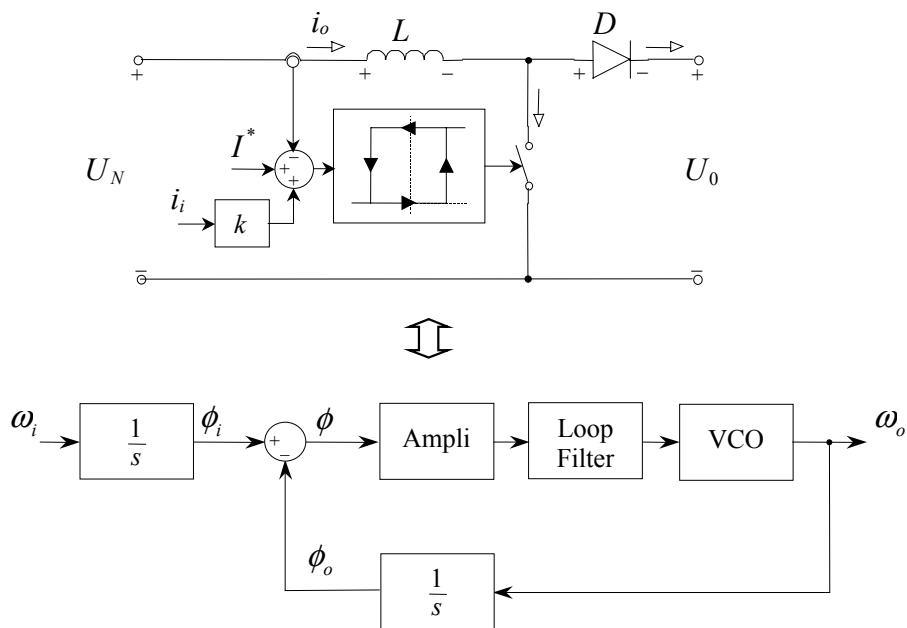
## 2.5 Il controllo ad isteresi come controllo PLL

L'analisi condotta nei paragrafi precedenti mostra che il boost interleaved mutuamente accoppiato e controllato ad isteresi di corrente opera una sincronizzazione delle funzioni di commutazione in tutte le regioni analizzate. E' naturale domandarsi se è possibile determinare la legge che ne descrive il funzionamento. Una questione successiva è se tale comportamento è rappresentabile mediante un modello di tipo *Phase Locked Loop* (PLL).

Tentando di dare risposta a queste domande, nel capitolo 3 è proposto un modello PLL del sistema in osservazione. Anticipando alcune delle conclusioni, si può affermare che il ritardo di commutazione  $T_t$ , l'accoppiamento induttivo dei sottosistemi e la loro topologia, pur essendo complici del fenomeno, non ne sono la causa, che è da attribuire unicamente al controllo ad isteresi. Una giustificazione intuitiva del comportamento di tipo PLL del sistema può essere ottenuta dal confronto tra lo schema di un boost con controllo ad isteresi e lo schema di principio del PLL, figura 2.5.1. Procedendo in questo modo si può pensare all'induttore come l'integratore ed al comparatore con isteresi come al phase detector (PD). L'individuazione del VCO è meno immediata.

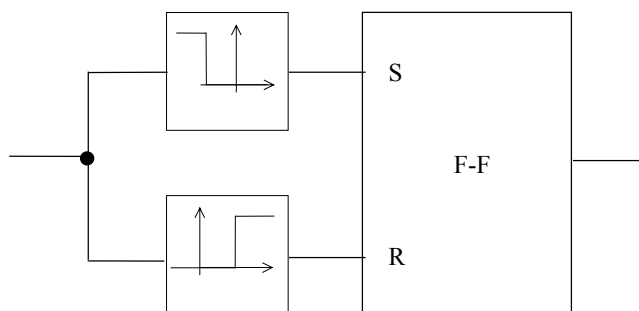


**Fig. 2.4.2** Simulazioni nella regione  $W_3$  in presenza di ritardi di commutazione. Parametri:  $L_f=1.33\text{mH}$ ,  $k_{12}=-0.248$ ,  $U_0=380\text{V}$ ,  $H=4$ ,  $I^*=8\text{ A}$ ,  $T_f=6.5\mu\text{s}$ . (a)  $m=0.34$ , (c)  $m=0.66$ , (d)  $m=0.5$ .



**Fig. 2.5.1** Ipotesi di comportamento PLL del convertitore con controllo a isteresi.

Tenendo conto che un convertitore switching è in ogni caso un oscillatore, si potrebbe dimostrare che la frequenza di commutazione di un convertitore con controllo ad isteresi dipende dal valore istantaneo della corrente di riferimento fornita al controllo. Il comparatore ad isteresi, visto come PD, può essere schematizzato in modo equivalente con un flip-flop di tipo set/reset e una coppia di comparatori senza isteresi, come mostrato dalla figura 2.5.2.



**Fig. 2.5.2** Schema equivalente del comparatore ad isteresi.

La scelta di un modello che rappresenti adeguatamente il sistema reale è fondamentale per la sua analisi. È necessario raggiungere un compromesso fra la completezza della rappresentazione e la complicazione che ne deriva, trascurando le cause ed i fenomeni meno influenti [4]. Nel nostro caso, come mostrato nel capitolo successivo, la scelta più semplice è rappresentata da un PLL del primo ordine senza filtro d'anello. Numerose simulazioni di verifica, hanno mostrato che il modello scelto, nonostante la sua semplicità, rispecchia con ottima precisione il comportamento del sistema.

## 2.6 Equivalenza fra accoppiamento mutuo e accoppiamento in corrente

L'accoppiamento mutuo tra gli induttori può essere sostituito in modo equivalente da un accoppiamento in corrente. L'equivalenza si può dimostrare indipendentemente dalla topologia, partendo dalle equazioni del mutuo induttore descritto in appendice A. Per il mutuo induttore valgono le seguenti

$$\begin{cases} i_1(t) = \Gamma_I \cdot \int v_1 \cdot dt + \Gamma_M \cdot \int v_2 \cdot dt \\ i_2(t) = \Gamma_M \cdot \int v_1 \cdot dt + \Gamma_I \cdot \int v_2 \cdot dt \end{cases} \quad (2.6.1)$$



Le equazioni 2.6.1 possono essere riscritte sostituendo le espressioni delle inertanze A.1.6 e A.1.7.

$$\begin{cases} i_1(t) = \frac{1}{1-k_{12}^2} \cdot \frac{1}{L_I} \cdot \int v_1 \cdot dt - \frac{k_{12}}{1-k_{12}^2} \cdot \frac{1}{L_I} \cdot \int v_2 \cdot dt \\ i_2(t) = -\frac{k_{12}}{1-k_{12}^2} \cdot \frac{1}{L_I} \cdot \int v_1 \cdot dt + \frac{1}{1-k_{12}^2} \cdot \frac{1}{L_I} \cdot \int v_2 \cdot dt \end{cases} \quad (2.6.2)$$

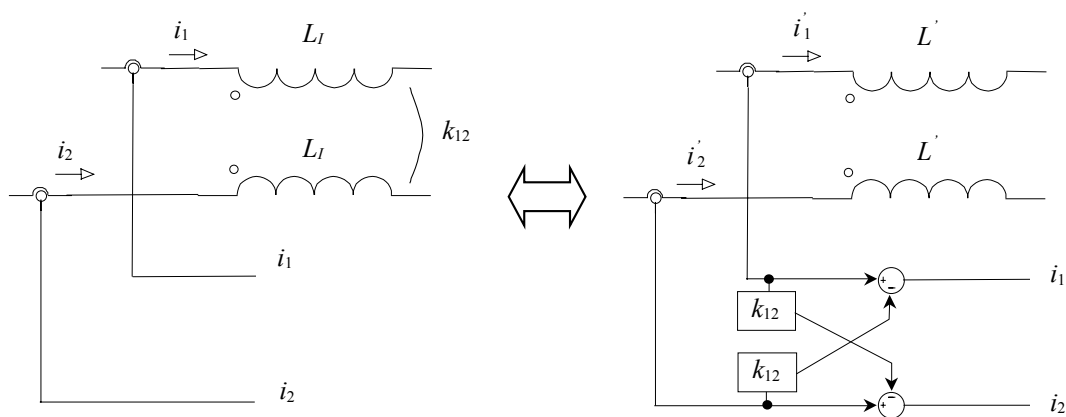
Definendo l'induttanza equivalente

$$L' = (1-k_{12}^2) \cdot L_I \quad (2.6.3)$$

e sostituendo nelle 2.6.2, si ottiene

$$\begin{cases} i_1(t) = \frac{1}{L'} \cdot \int v_1 \cdot dt - k_{12} \cdot \frac{1}{L'} \cdot \int v_2 \cdot dt \\ i_2(t) = -k_{12} \cdot \frac{1}{L'} \cdot \int v_1 \cdot dt + \frac{1}{L'} \cdot \int v_2 \cdot dt \end{cases} \quad (2.6.4)$$

Le equazioni 2.6.4 ci dicono che il mutuo induttore può essere rappresentato con un accoppiamento tra le correnti degli induttori equivalenti  $L'$ , non accoppiati tra loro, mostrato in figura 2.6.1.



**Fig. 2.6.1** Equivalenza tra il mutuo accoppiamento e l'accoppiamento di corrente.

### 3 MODELLO PHASE LOCKED LOOP PER IL CONTROLLO AD ISTERESI

In questo capitolo viene proposto un modello di tipo *Phase Locked Loop* per l'accoppiamento in corrente tra convertitori con controllo ad isteresi. I calcoli, sviluppati con l'ausilio del software *Maple V<sup>®</sup>*, sono riportati in appendice B.

#### 3.1 Modello CCM per i convertitori con controllo ad isteresi

Questo paragrafo descrive il modello per i convertitori funzionanti in Continuous Conduction Mode (CCM), utilizzato nell'elaborazione del PLL equivalente. Esso è ottenuto come generalizzazione dei modelli CCM per le topologie boost, buck e buckboost, qui presentati. Si assumono le seguenti ipotesi:

- Componenti ideali.
- Lo stato dell'elemento attivo, funzionante da interruttore, è associato al segnale binario  $s_{ctrl} \in \{1,0\}$

$$s_{ctrl} = 1 \Leftrightarrow \text{interruttore chiuso}$$

$$s_{ctrl} = 0 \Leftrightarrow \text{interruttore aperto}$$

Il simbolo  $\delta$  rappresenta il ciclo utile del segnale  $s_{ctrl}$ . Si ha sempre  $0 \leq \delta \leq 1$ .

- Il convertitore lavora in CCM. In queste condizioni la corrente sull'induttore non si annulla mai e la coppia interruttore/diodo funziona in modo complementare; quando uno è chiuso l'altro è aperto. Ne consegue che, in un convertitore operante in CCM, il segnale  $s_{ctrl}$  controlla sia l'interruttore sia il diodo

$$s_{ctrl} = 1 \Leftrightarrow \text{interruttore chiuso e diodo aperto}$$

$$s_{ctrl} = 0 \Leftrightarrow \text{interruttore aperto e diodo chiuso.}$$

- La tensione di uscita  $U_0$  è costante.

Inoltre risulta comodo normalizzare il valore della tensioni in ingresso  $U_N$  definendo il rapporto adimensionale  $m = U_N / U_0$ .

##### 3.1.1 Topologia boost

La topologia boost è rappresentata in figura 3.1.1.a. Per il modo di funzionamento CCM, con le convenzioni di segno fissate in figura, si ha

$$\begin{aligned} v_L(t) &= s_{ctrl}(t) \cdot U_N + (1 - s_{ctrl}(t)) \cdot (U_N - U_0) \\ v_L(t) &= L \cdot \frac{di_L(t)}{dt} \end{aligned} \quad (3.1.1.1)$$

Riscrivendo opportunamente le equazioni precedenti

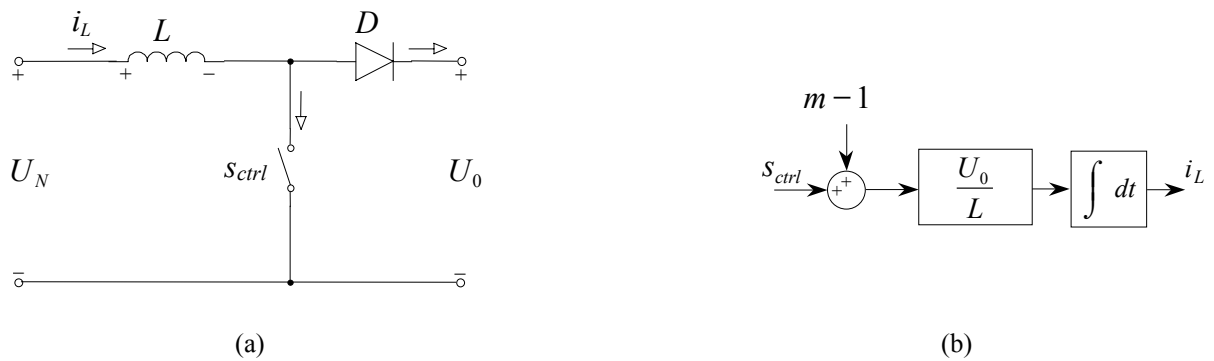
$$\begin{aligned} v_L(t) &= U_0 \cdot (s_{ctrl}(t) + m - 1) \\ i_L(t) &= \frac{1}{L} \cdot \int v_L(t) dt \end{aligned} \quad (3.1.1.2)$$

si ricava modello di figura 3.1.1.1.b. L'insieme di definizione per  $m$  è deducibile dalla caratteristica statica di controllo in CCM

$$U_0 = \frac{U_N}{1 - \delta} \quad (3.1.1.3)$$

Si ottiene

$$0 \leq m \leq 1 \quad (3.1.1.4)$$



**Fig. 3.1.1.1** Topologia boost. (a) Schema elettrico. (b) Modello CCM.

### 3.1.2 Topologia buck

Per la topologia buck, riprodotta in figura 3.1.2.1.a, in CCM si ha

$$\begin{aligned} v_L(t) &= s_{ctrl}(t) \cdot (U_N - U_0) - (1 - s_{ctrl}(t)) \cdot U_0 \\ v_L(t) &= L \cdot \frac{di_L(t)}{dt} \end{aligned} \quad (3.1.2.1)$$

Dalle precedenti equazioni si ottiene il modello di figura 3.1.2.1.b

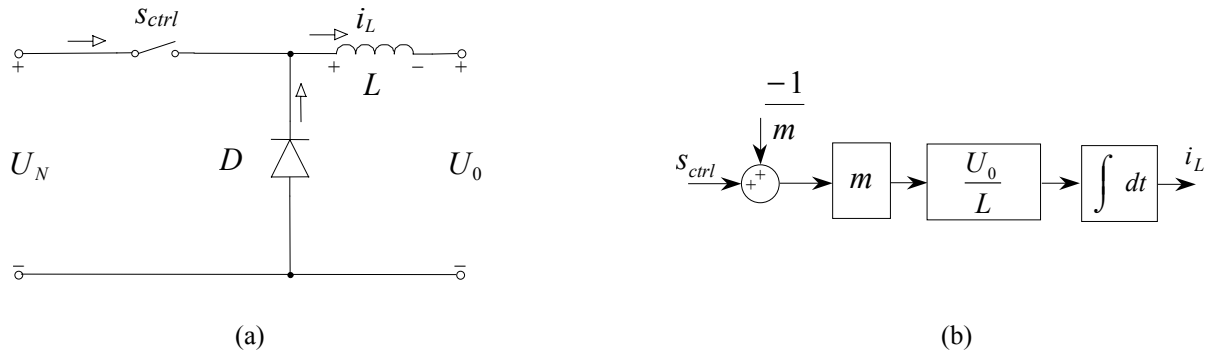
$$\begin{aligned} v_L(t) &= U_0 \cdot (s_{ctrl}(t) \cdot m - 1) \\ i_L(t) &= \frac{1}{L} \cdot \int v_L(t) dt \end{aligned} \quad (3.1.2.2)$$

Dalla caratteristica statica di controllo in CCM

$$U_0 = \delta \cdot U_N \quad (3.1.2.3)$$

si ottiene l'insieme di definizione per  $m$

$$m \geq 1 \quad (3.1.2.4)$$



**Fig. 3.1.2.1** Topologia buck. (a) Schema elettrico. (b) Modello CCM.

### 3.1.3 Topologia buckboost

Per la topologia buckboost in CCM, figura 3.1.3.1.a, si ha

$$\begin{aligned} v_L(t) &= s_{ctrl}(t) \cdot U_N - (1 - s_{ctrl}(t)) \cdot U_0 \\ v_L(t) &= L \cdot \frac{d i_L(t)}{dt} \end{aligned} \quad (3.1.3.1)$$

Le equazioni 3.1.3.2 definiscono il modello di figura 3.1.3.1.b.

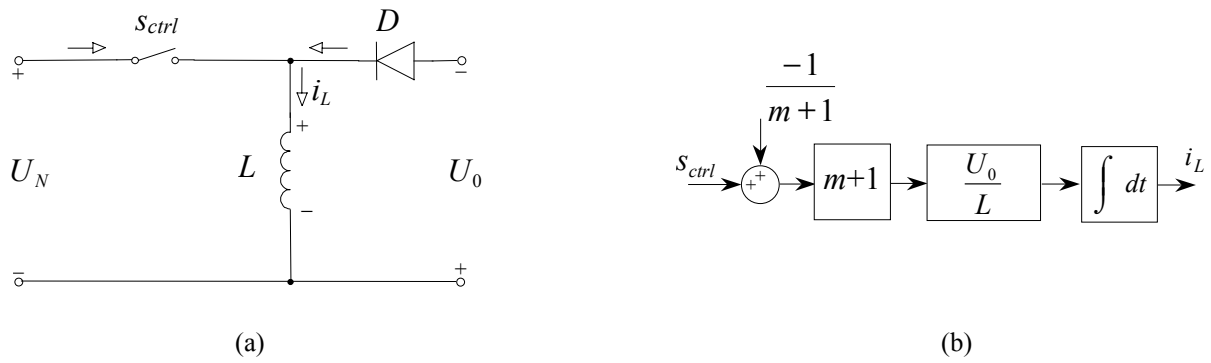
$$\begin{aligned} v_L(t) &= U_0 \cdot (s_{ctrl}(t) \cdot (m + 1) - 1) \\ i_L(t) &= \frac{1}{L} \cdot \int v_L(t) dt \end{aligned} \quad (3.1.3.2)$$

L'insieme di definizione per  $m$

$$m \geq 0 \quad (3.1.3.3)$$

è dedotto, come per gli altri convertitori, dalla caratteristica statica in CCM

$$U_0 = U_N \cdot \frac{\delta}{1 - \delta} \quad (3.1.3.4)$$

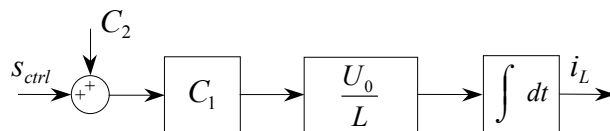


**Fig. 3.1.3.1** Topologia buckboost. (a) Schema elettrico. (b) Modello CCM.

### 3.1.4 Modello CCM generalizzato con controllo ad isteresi

La figura 3.1.4.1 mostra il modello CCM valido per le tre topologie elementari, la tabella 3.1.4.1 riassume i valori da assegnare ai parametri adimensionali  $C_1$  e  $C_2$ . Dalla tabella si deduce che  $C_2$  è legata al ciclo utile  $\delta$  del segnale  $s_{ctrl}$  dalla relazione  $C_2 = -\delta$ . Si ha

$$\begin{aligned} C_1 &\geq 1 \\ -1 &\leq C_2 \leq 0 \end{aligned} \quad (3.1.4.1)$$

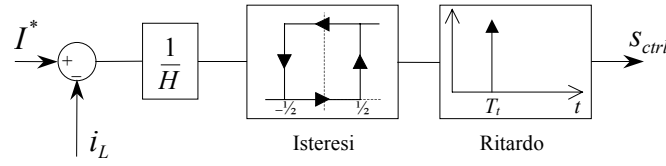


**Fig. 3.1.4.1** Modello CCM unificato.

Topologia	$C_1$	$C_2$	
boost	1	$m-1$	$0 \leq m \leq 1$
buck	$m$	$-1/m$	$m \geq 1$
buckboost	$m+1$	$-1/(m+1)$	$m \geq 0$

**Tab. 3.1.4.1** Parametri del modello CCM generalizzato.

La generazione del segnale  $s_{ctrl}$  è affidata al controllo con isteresi, mostrato in figura 3.1.4.2. Le soglie d'ingresso del comparatore ad isteresi sono normalizzate in modo che la sua banda sia unitaria. La banda reale del comparatore è espressa dalla costante  $H$ . Il modello tiene conto anche della presenza di ritardi sulle commutazioni. La corrente  $i_L$  varia all'interno di una regione la cui ampiezza dipende, oltre che dalla banda  $H$  del comparatore, anche dal ritardo  $T_t$ .



**Fig. 3.1.4.2** Schema del controllo ad isteresi con ritardo di commutazione.

Infatti, il ritardo di commutazione aumenta l'effettiva banda vista da  $i_L$  e le consente di oltrepassare le soglie imposte dal comparatore. Inoltre, anche il valore medio della corrente non è strettamente fissato da  $I^*$  e dipende da  $T_t$ . Per calcolare la banda effettiva  $H_e$  ed il valore medio di  $i_L$  si fa riferimento alla figura 3.1.4.1, dalla quale si ricava l'espressione per la pendenza della  $i_L$

$$\frac{di_L}{dt} = (s_{ctrl} + C_2) \cdot C_1 \cdot \frac{U_0}{L} \quad (3.1.4.2)$$

La pendenza varia a seconda dello stato dell'interruttore. Definendo  $p_+$  la pendenza ad interruttore chiuso e  $p_-$  quella ad interruttore aperto, si ha

$$\begin{aligned} p_+ &\equiv \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{s_{ctrl}=1} = C_1 \cdot (1 + C_2) \cdot \frac{U_0}{L} \geq 0 \\ p_- &\equiv \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{s_{ctrl}=0} = C_1 \cdot C_2 \cdot \frac{U_0}{L} \leq 0 \end{aligned} \quad (3.1.4.3)$$

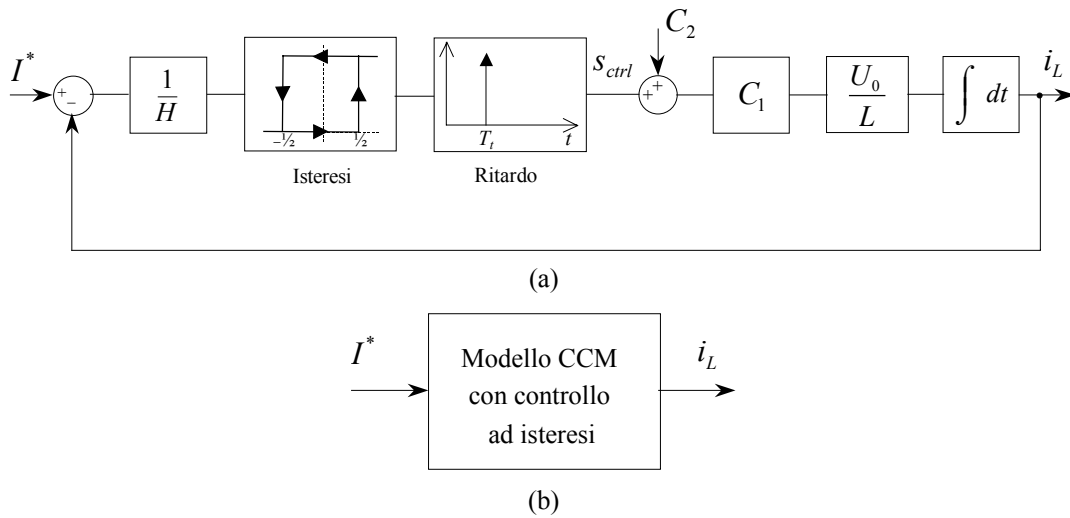
Ad interruttore chiuso la corrente  $i_L$  cresce fino ad oltrepassare la soglia superiore  $H_{high} = I^* + H/2$ , stabilita dal comparatore, di un valore pari a  $p_+ \cdot T_t$ . Analogamente, ad interruttore aperto, la corrente  $i_L$  diminuisce al di sotto della soglia inferiore  $H_{low} = I^* - H/2$  di una quantità pari a  $p_- \cdot T_t$ . Le espressioni delle effettive soglie di commutazione viste dalla  $i_L$  sono

$$\begin{aligned} H_{e,h} &= H_{high} + T_t \cdot C_1 \cdot (1 + C_2) \cdot \frac{U_0}{L} \\ H_{e,l} &= H_{low} + T_t \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot \frac{U_0}{L} \end{aligned} \quad (3.1.4.4)$$

In conclusione, per un convertitore con controllo ad isteresi e ritardo di commutazione, la banda entro la quale varia la  $i_L$  ed il suo valore medio sono espressi dalle equazioni seguenti.

$$\begin{aligned}
H_e &\equiv H_{e,h} - H_{e,l} = H + C_1 \cdot \frac{U_0}{L} \cdot T_t \\
I_e^* &\equiv \frac{H_{e,h} + H_{e,l}}{2} = I^* + C_1 \cdot \left( C_2 + \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{U_0}{L} \cdot T_t
\end{aligned}
\tag{3.1.4.5}$$

Si osservi che, in entrambe le equazioni 3.1.4.5, gli addendi sono dello stesso ordine di grandezza, essendo, generalmente,  $U_0 \cdot T_t / L \approx 1$  [A]. La figura 3.1.4.3 mostra il modello del convertitore CCM completo del controllo.



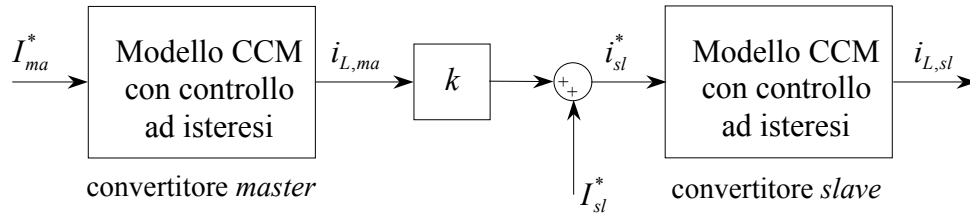
**Fig. 3.1.4.3** Modello CCM con controllo ad isteresi. Schema dettagliato (a) e generale (b).

### 3.2 Accoppiamento in corrente di convertitori operanti in CCM

L'accoppiamento in corrente tra due convertitori è rappresentato in figura 3.2.1. Nello schema i pedici  $ma$  e  $sl$  distinguono le grandezze associate al convertitore master da quelle relative allo slave. La costante adimensionale  $k$  rappresenta il fattore di accoppiamento. I sottosistemi interconnessi possono essere asimmetrici o avere diversa topologia. Si assume che i riferimenti di corrente  $I_{ma}^*$ ,  $I_{sl}^*$  siano costanti (nella pratica 'lentamente variabili' rispetto la frequenza di commutazione) ed in grado di mantenere il modo di funzionamento CCM.

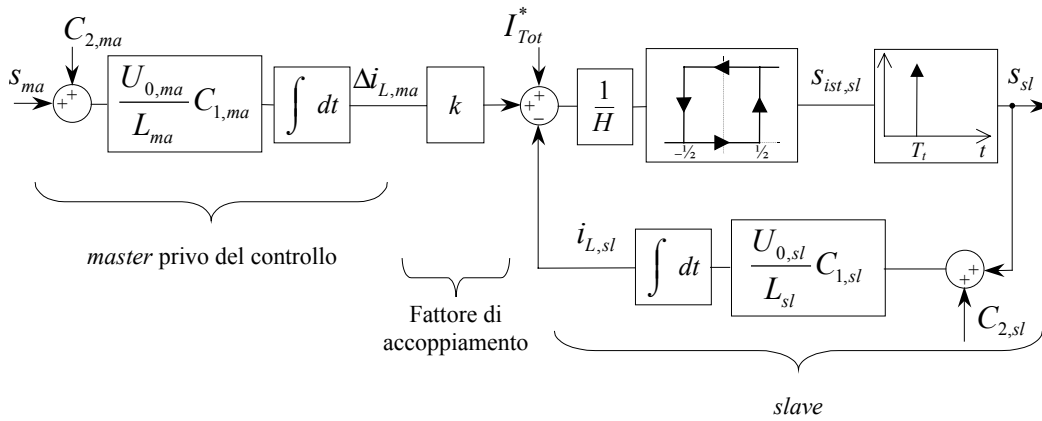
Numerose simulazioni hanno messo in evidenza il comportamento PLL dello schema di figura 3.2.1. In sostanza il convertitore slave subisce l'influenza del master attraverso il riferimento di corrente  $i_{sl}^*$ , reso variabile dalla  $i_{L,ma}$ . Nei casi in cui i due convertitori lavorano in condizioni 'non troppo diverse', lo slave modifica la propria frequenza di commutazione, agganciandola a quella del master e mantenendo con esso una ben precisa differenza di fase.

L'analisi di questo modello, con lo scopo di identificarne il comportamento PLL, non è conveniente. E' possibile semplificare lo schema osservando che i segnali di controllo  $s_{ma}(t)$  e  $s_{sl}(t)$ , aventi forma d'onda quadra e quindi di agevole elaborazione matematica, forniscono la stessa informazione di fase e frequenza dei segnali  $i_{L,ma}$  ed  $i_{L,sl}$ .



**Fig. 3.2.1** Schema di principio dell'accoppiamento in corrente tra due convertitori in CCM.

Supponendo inoltre che entrambi i convertitori siano in grado di raggiungere le stesse condizioni di regime per la frequenza di commutazione ed il ciclo utile, si può trascurare la parte relativa al controllo del master e tenere conto del valore medio della  $i_{L,ma}$  mediante la  $I_{e,ma}^*$ , definita dall'equazione 3.1.4.5. Da queste considerazioni risulta conveniente rielaborare lo schema di principio come mostrato dalla figura 3.2.2.



**Fig. 3.2.2** Schema per l'analisi a regime dell'accoppiamento in corrente di due convertitori in CCM con controllo ad isteresi. Si ha  $I_{Tot}^* = I_{sl}^* + k \cdot I_{e,ma}^*$  e  $\Delta i_{L,ma} = i_{L,ma} - I_{e,ma}^*$ .

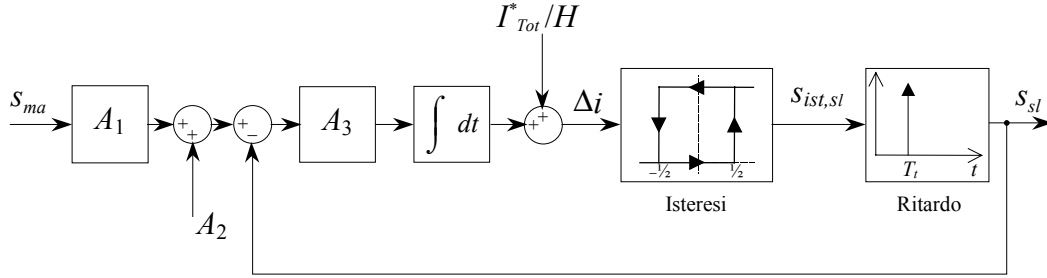
Esso può essere ulteriormente semplificato mediante l'algebra degli schemi a blocchi, facendo attenzione a non modificare i segnali visti all'ingresso ed in uscita del comparatore; la figura 3.2.3 mostra i risultati della trasformazione. Le costanti presenti sono definite dalle seguenti espressioni adimensionali

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{ULC_{1,ma}}{ULC_{1,sl}} \cdot k \\
 A_2 &= \frac{ULC_{1,ma} \cdot C_{2,ma} \cdot k}{ULC_{1,sl}} - C_{2,sl} \\
 A_3 &= \frac{ULC_{1,sl}}{H}
 \end{aligned} \tag{3.2.1}$$

con



$$\begin{aligned}
 ULC_{1,ma} &= \frac{U_{0,ma}}{L_{ma}} \cdot C_{1,ma} \\
 ULC_{1,sl} &= \frac{U_{0,sl}}{L_{sl}} \cdot C_{1,sl}
 \end{aligned}
 \tag{3.2.2}$$



**Fig. 3.2.3** Schema a blocchi equivalente a quello in figura 3.2.2.

La costante  $A_1$  rappresenta il fattore di accoppiamento al quale è stato aggiunto un termine che tiene conto di eventuali asimmetrie tra i due convertitori. Il segno di  $A_1$  coincide con il segno di  $k$ , essendo  $ULC_1 > 0$ . Assumendo  $U_0 \approx 10^2$ ,  $L \approx 10^{-3}$  e tenendo conto dell'equazione 3.1.4.1, si ha  $ULC_1 \approx 10^5$ . La costante  $A_3$ , che rappresenta il guadagno di anello del convertitore slave, è sempre positiva ed assume valori prossimi a  $ULC_{1,sl}$ .

Dalla presenza di simmetrie tra il master e lo slave possono discendere semplificazioni delle espressioni rappresentanti i risultati <. Nel caso di simmetria ideale completa, cioè di accoppiamento tra due convertitori aventi stessa topologia e caratterizzati dagli stessi identici parametri, valgono le seguenti uguaglianze

$$ULC_1 \equiv ULC_{1,ma} = ULC_{1,sl}, \quad C_2 \equiv C_{2,ma} = C_{2,sl}
 \tag{3.2.3}$$

Sostituendo le equazioni 3.2.3 nelle 3.2.1 si ha

$$A_1 = k, \quad A_2 = -C_2 \cdot (1-k), \quad A_3 = \frac{ULC_1}{H}
 \tag{3.2.4}$$

Dall'ultima equazione è possibile ricavare il segno  $A_2$  tenendo presenti le 3.1.4.1.

### 3.3 Modello PLL equivalente all'accoppiamento in corrente

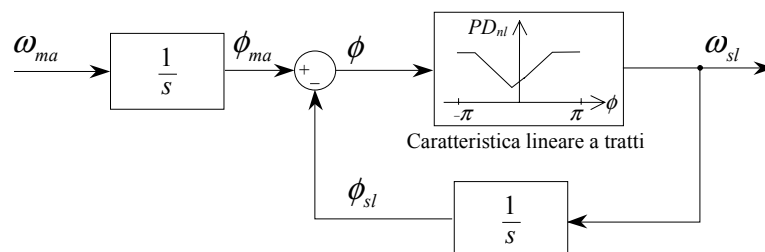
Nei paragrafi precedenti è stato ricavato uno schema a blocchi equivalente all'accoppiamento in corrente tra due generici convertitori con controllo ad isteresi e funzionanti in CCM, figura 3.2.3. Questo paragrafo mostra come elaborare un modello PLL non lineare del primo ordine che giustifica il comportamento a regime dello schema

menzionato. Il modello che vogliamo mettere in relazione con lo schema di figura 3.2.3, è rappresentato nella figura 3.3.1; il significato dei simboli è il seguente

- $\omega_{ma}, \phi_{ma}$  pulsazione [rad/s] e fase [rad] del segnale in ingresso  $s_{ma}$
- $\omega_{sl}, \phi_{sl}$  pulsazione [rad/s] e fase [rad] del segnale in uscita  $s_{sl}$
- $\phi$  differenza di fase tra i fronti di salita dei segnali  $s_{ma}(t)$  e  $s_{sl}(t)$ .

Il phase detector, come risulta dai calcoli in appendice B, ha caratteristica lineare a tratti. Nello schema è rappresentato da un phase detector ideale, con  $\phi = \phi_{ma} - \phi_{sl}$ , seguito da un amplificatore con caratteristica lineare a tratti. Quest'ultimo, per comodità, contiene anche la costante di proporzionalità  $K_{VCO}$  espressa in [1/s]; in questo modo l'uscita dell'amplificatore fornisce direttamente la pulsazione  $\omega_{sl}$  del convertitore slave.

La struttura del modello è diversa da quella generale presentata nel capitolo 1. Oltre al fattore di guadagno  $K_{VCO}$  è assente anche il filtro  $F(s)$ . Il motivo è che il filtro, supposto non contenga ulteriori integratori, non incide sulle condizioni di regime ma solo su come questo è raggiunto; a transitori esauriti si può supporre trascurabile la sua influenza. Ovviamente il modello che otteniamo non è capace di rendere conto della dinamica di  $\phi$ . Dalla figura 3.3.1 è evidente che l'identificazione della caratteristica non lineare specifica completamente il modello.



**Fig. 3.3.1** Modello PLL per l'accoppiamento tra due convertitori con controllo ad isteresi mostrato in figura 3.2.3.

### 3.3.1 Ipotesi per il calcolo

Alle ipotesi riguardanti la topologia, il modo di funzionamento CCM ed il controllo dell'interruttore esposte nel paragrafo 3.1, aggiungiamo quelle conseguenti la discussione fatta nel corso del capitolo.

- Il sistema è in condizioni di regime. I segnali binari  $s_{ist,sl}(t)$ ,  $s_{sl}(t)$ ,  $s_{ma}(t)$  hanno lo stesso periodo  $T$  e ciclo utile  $\delta$ . Questa ipotesi equivale a supporre che il PLL sia già agganciato con  $\omega_{sl} = \omega_{ma}$ .

- Valgono le seguenti

$$\begin{aligned}
 s_{sl}(t) &= s_{ist,sl}(t - T_t) \\
 \phi_1 &= \frac{\phi}{2\pi} \\
 \tau &= \phi_1 \cdot T \\
 s_{ma}(t) &= s_{sl}(t - \tau)
 \end{aligned}
 \tag{3.3.1.1}$$

La prima equazione esprime la presenza di un ritardo costante  $T_t$  tra l'uscita del comparatore ad isteresi e il segnale di controllo sull'interruttore. La seconda e la terza equazione definiscono, rispettivamente, la differenza di fase normalizzata all'unità  $\phi_1$  ed il ritardo  $\tau$ , suo omologo nel tempo. L'introduzione della fase normalizzata produce risultati più compatti. Con l'ultima equazione ammettiamo che tra i segnali di controllo del master e dello slave ci sia, a regime, un ritardo di fase costante  $\phi = \phi_{ma} - \phi_{sl}$ .

- Comparatore ad isteresi normalizzato con banda unitaria e soglie di commutazione simmetriche  $H_{in,h} = -H_{in,l} = 1/2$ . La banda d'isteresi reale, espressa dal parametro  $H$ , è contenuta nella costante  $A_3$  dello schema a blocchi di figura 3.2.3.
- I calcoli sono riferiti ad un istante iniziale  $t_0$  coincidente con il fronte di salita del segnale  $s_{ist,sl}(t)$ .

L'obiettivo è il calcolo della relazione  $T=f(\phi)$  dalla quale si ricava immediatamente la caratteristica non lineare

$$PD_{nl} = 2\pi/T = f_{non\ linear}(\phi) \tag{3.3.1.2}$$

### 3.3.2 Descrizione del procedimento di calcolo

Questo paragrafo introduce il procedimento utilizzato per il calcolo, lo svolgimento, vista la voluminosità, è stato inserito in appendice B. I calcoli sono stati sviluppati con l'ausilio dell'analizzatore simbolico *Maple V*<sup>®</sup>.

Per derivare un modello PLL equivalente allo schema di figura 3.2.3 è necessario risolvere, nel dominio del tempo, l'insieme di equazioni che descrivono la sua struttura.

Il calcolo ha inizio scrivendo l'equazione per  $\Delta i$ , figura 3.2.3, in un generico istante  $t$

$$\Delta i(t) = A_3 \cdot \int_{-\infty}^t A_1 \cdot s_{ma}(\tau) + A_2 - s_{sl}(\tau) d\tau + \frac{I_{Tot}^*}{H} \tag{3.3.2.1}$$

Tenendo conto dei vincoli imposti dal comparatore ad isteresi

$$\begin{aligned}
 \Delta i(t = t_0) &= H_{in,h} = \frac{1}{2} \\
 \Delta i(t = t_0 + T_{on\_s_{ist,sl}}) &= H_{in,l} = -\frac{1}{2} \\
 \Delta i(t = t_0 + T_{on\_s_{ist,sl}} + T_{off\_s_{ist,sl}}) &= H_{in,h} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}
 \tag{3.3.2.2}$$

si ottengono le seguenti

$$\begin{aligned}
 -1 &= A_3 \cdot \int_{t_0}^{t_0 + T_{on\_s_{ist,sl}}} A_1 \cdot s_{ma}(t) + A_2 - s_{sl}(t) dt \\
 1 &= A_3 \cdot \int_{t_0 + T_{on\_s_{ist,sl}}}^{t_0 + T_{on\_s_{ist,sl}} + T_{off\_s_{ist,sl}}} A_1 \cdot s_{ma}(t) + A_2 - s_{sl}(t) dt
 \end{aligned}
 \tag{3.3.2.3}$$

In termini strettamente matematici, le equazioni 3.3.2.3 costituiscono un sistema di equazioni integrali in forma implicita non lineare

$$\begin{cases}
 f_1(\delta, \tau, T) = 0 \\
 f_2(\delta, \tau, T) = 0
 \end{cases}
 \tag{3.3.2.4}$$

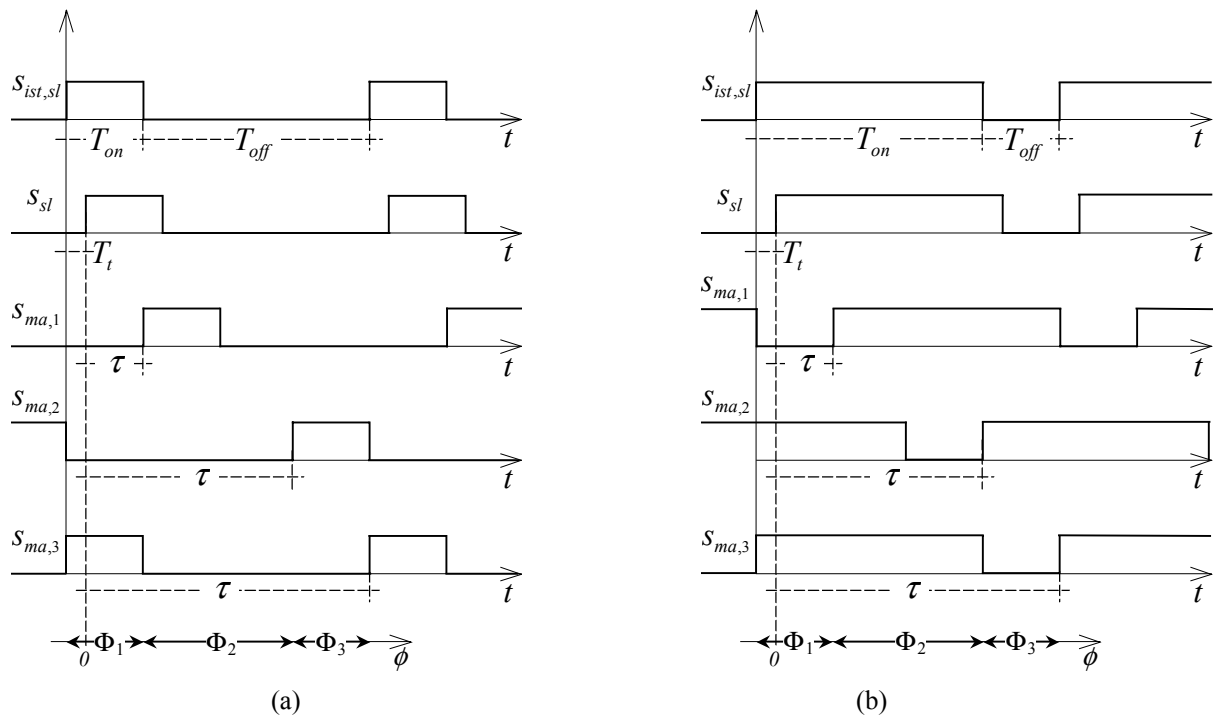
la cui soluzione permette di ricavare l'espressione  $T=f(\phi)$ ; da quest'ultima è possibile ottenere immediatamente, tenendo presenti le ipotesi 3.3.1.1, l'equazione 3.3.1.2. Il calcolo è stato effettuato scomponendo gli integrali del sistema in due parti. La prima è formata dagli integrali che non dipendono dai valori assunti da  $\phi$  e  $\delta$ , denominati  $Int\_indip\_T_{on}$  e  $Int\_indip\_T_{off}$

$$\begin{aligned}
 Int\_indip\_T_{on} &\equiv \int_{t_0}^{t_0 + T_{on\_s_{ist,sl}}} A_2 - s_{sl}(t) dt \\
 Int\_indip\_T_{off} &\equiv \int_{t_0 + T_{on\_s_{ist,sl}}}^{t_0 + T_{on\_s_{ist,sl}} + T_{off\_s_{ist,sl}}} A_2 - s_{sl}(t) dt
 \end{aligned}
 \tag{3.3.2.5}$$

La seconda parte è composta dagli integrali  $Int\_dip\_T_{on}$  e  $Int\_dip\_T_{off}$  dipendenti dai valori assunti da  $\delta$  e  $\phi$

$$\begin{aligned}
 Int\_dip\_T_{on} &\equiv \int_{t_0}^{t_0 + T_{on\_s_{ist,sl}}} s_{ma}(t) dt \\
 Int\_dip\_T_{off} &\equiv \int_{t_0 + T_{on\_s_{ist,sl}}}^{t_0 + T_{on\_s_{ist,sl}} + T_{off\_s_{ist,sl}}} s_{ma}(t) dt
 \end{aligned}
 \tag{3.3.2.6}$$

Per calcolare questi ultimi è necessario individuare i casi elementari che danno origine ad integrazioni differenti. Le ipotesi e le convenzioni assunte permettono di distinguere due casi principali legati da simmetria, rispettivamente per  $\delta < 1/2$  e  $\delta > 1/2$ . Per ognuno di essi si devono considerare tre intervalli di fase  $\Phi_1$   $\Phi_2$   $\Phi_3$  disgiunti, rappresentati in figura 3.3.2.1. Il caso  $\delta = 1/2$  deriva come limite dei precedenti. Gli intervalli sono determinati risolvendo i sistemi di disequazioni lineari che li definiscono in funzione di  $\delta$ ,  $\tau$  e  $T$ . Riassumendo, la soluzione completa del sistema di equazioni non lineare 3.3.2.3 comporta la soluzione dei sei sistemi lineari che esprimono  $T$  in ognuno degli intervalli  $\Phi_{\#}$  e dei sei sistemi di disequazioni lineari che definiscono implicitamente tali intervalli.



**Fig. 3.3.2.1** Le figure mostrano i sei casi da distinguere nel calcolo degli integrali dipendenti da  $\phi$  e  $\delta$ . L'origine dell'asse temporale, indicata con  $t_0$  nei calcoli, corrisponde al fronte di salita del segnale  $s_{ist,sl}$ . Il riferimento di fase  $\phi=0$ , rispetto al quale sono definiti gli intervalli  $\Phi_1$   $\Phi_2$   $\Phi_3$ , coincide con il fronte di salita del segnale  $s_{sl}$  applicato all'interruttore. Di ogni caso è rappresentata la situazione limite; (a) i tre intervalli per  $\delta < 1/2$ , (b) gli analoghi per  $\delta > 1/2$ .

### 3.3.3 Risultati del calcolo

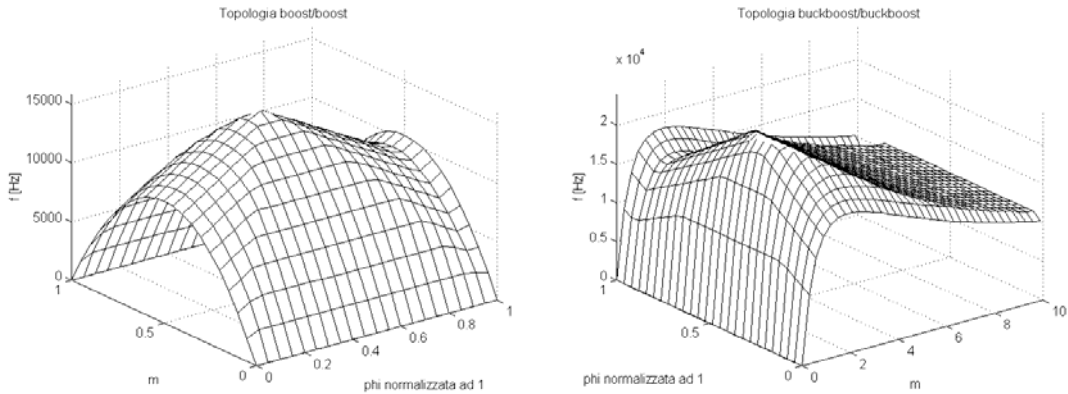
I calcoli effettuati in appendice B mostrano che, per entrambe le regioni  $\delta < 1/2$  e  $\delta > 1/2$ , la caratteristica  $PD_{nl}(\phi_l)$  è una funzione lineare a tratti del tipo

$$PD_{nl}(\phi_1) = \begin{cases} k_{\Phi_1} \cdot \phi_1 + f_{0,\Phi_1} & \Phi_{1,\min} \leq \phi_1 \leq \Phi_{1,\max} \\ k_{\Phi_2} \cdot \phi_1 + f_{0,\Phi_2} & \Phi_{2,\min} \leq \phi_1 \leq \Phi_{2,\max} \\ k_{\Phi_3} \cdot \phi_1 + f_{0,\Phi_3} & \Phi_{3,\min} \leq \phi_1 \leq \Phi_{3,\max} \end{cases} \quad (3.3.3.1)$$

dove  $\Phi_{\#, \min}$  e  $\Phi_{\#, \max}$  sono gli estremi dell'intervallo  $\Phi_{\#}$ . Si ha

$$\begin{aligned} \Phi_{1,\max} &= \Phi_{2,\min} \\ \Phi_{2,\max} &= \Phi_{3,\min} \\ \Phi_1 \cup \Phi_2 \cup \Phi_3 &= [\Phi_{1,\min}, \Phi_{3,\max}] \\ \Phi_1 \cap \Phi_2 \cap \Phi_3 &= 0 \end{aligned} \quad (3.3.3.2)$$

Nell'equazione 3.3.3.1 i parametri  $k_{\Phi_{\#}}$ ,  $f_{0,\Phi_{\#}}$ ,  $\Phi_{\#, \min}$  e  $\Phi_{\#, \max}$  sono costanti rispetto a  $\phi$ , da cui la linearità a tratti. Le figure 3.3.3.1 mostrano due esempi di caratteristiche  $PD_{nl}(\phi_I)$  relative agli accoppiamenti boost/boost e buckboost/buckboost al variare del rapporto  $m = U_N/U_0$ .



**Fig. 3.3.3.1** Caratteristiche  $PD_{nl}(\phi_I)$  per gli accoppiamenti boost/boost e buckboost/buckboost. I parametri del calcolo sono in tabella 3.3.4.1.

Le equazioni per  $\delta < 1/2$  e  $\delta > 1/2$  sono, come era logico aspettarsi, simmetriche rispetto a  $\delta = 1/2$ . Si può passare dalle equazioni per  $\delta < 1/2$  a quelle per  $\delta > 1/2$  con la sostituzione

$$\delta \leftarrow 1 - \delta \quad (3.3.3.3)$$

La sostituzione 3.3.3.3 non può essere applicata direttamente. Essa deve essere resa esplicita introducendo la soluzione per  $\delta$ , calcolata in appendice B,

$$\delta = -\frac{A_2}{A_1 - 1} \quad (3.3.3.4)$$

da cui

$$-\frac{A_2}{A_1 - 1} \leftarrow \frac{A_1 + A_2 - 1}{A_1 - 1} \quad (3.3.3.5)$$

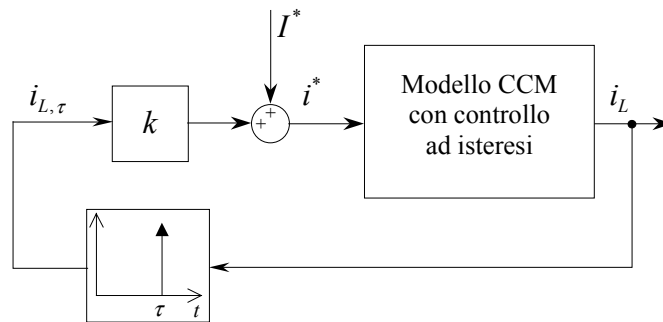
e osservando che la sostituzione 3.3.3.5 equivale alla seguente

$$A_2 \leftarrow -(A_1 + A_2 - 1) \quad (3.3.3.6)$$

Vista la simmetria, nel seguito ci riferiremo alle equazioni 3.3.3.1 senza più distinguere i casi  $\delta < \frac{1}{2}$  e  $\delta > \frac{1}{2}$ .

### 3.3.4 Verifica del modello

La validità del modello di figura 3.3.1 può essere provata con simulazioni numeriche dello schema di figura 3.3.4.1.

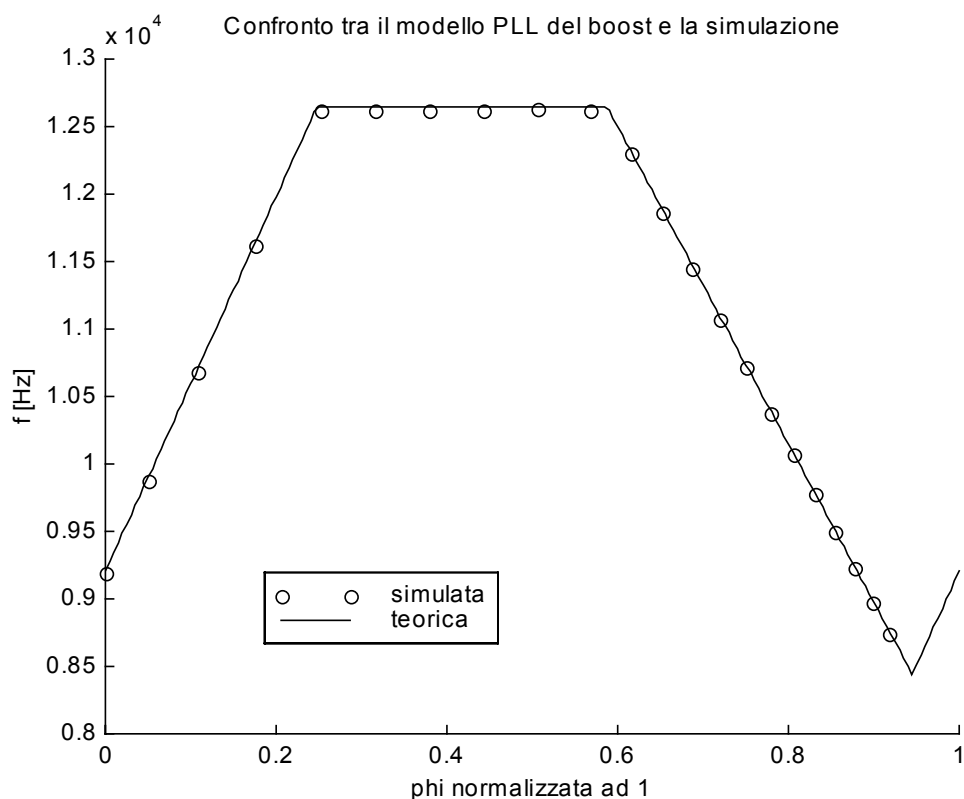


**Fig. 3.3.4.1** Schema per la simulazione numerica del modello PLL in figura 3.3.1.

Infatti, secondo il modello, un convertitore con controllo ad isteresi deve potersi sincronizzare con la propria corrente  $i_L$  ritardata, qualunque sia il ritardo  $\tau$ . Il programma che esegue il calcolo, riportato in appendice C, ripete numerose simulazioni dello schema di figura 3.3.4.1 al variare di  $\tau$ . Per ognuna effettua un numero di cicli di commutazione sufficienti a raggiungere le condizioni di regime e calcola il periodo  $T$  con il quale il sistema commuta. Il programma decide che il sistema è a regime quando due periodi di commutazione successivi differiscono di una quantità  $\varepsilon$  prefissata. I risultati dei calcoli sono scritti in un file nel quale ogni riga, corrispondente ad un diverso valore di  $\tau$  fissato, contiene

- il valore di  $\phi_1 = \tau/T$  imposto
- la frequenza di regime  $1/T$
- il numero di commutazioni necessarie a raggiungere il regime

Il confronto dei risultati numerici, ottenuti applicando la procedura appena descritta alle topologie boost, buck e buckboost, con le equazioni del modello, è effettuato nelle figure seguenti. La figura 3.3.4.2 paragona i risultati teorici con quelli ottenuti simulando la topologia boost.



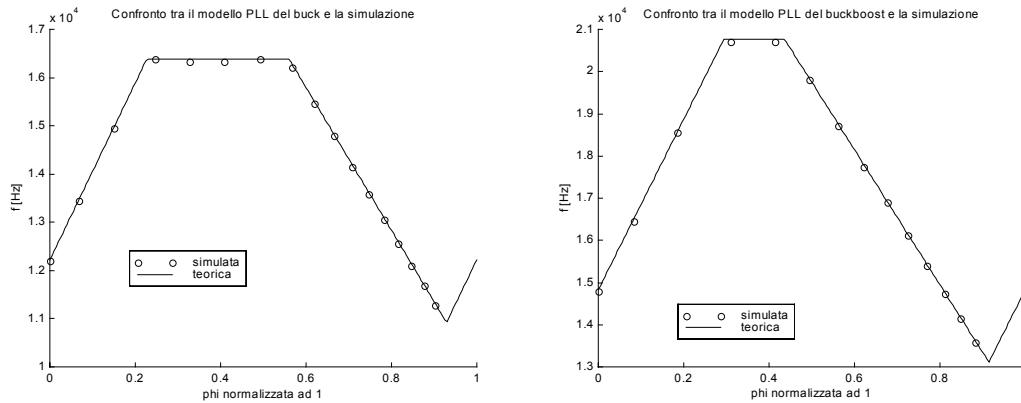
**Fig. 3.3.4.2** Topologia boost. Confronto tra i risultati teorici e quelli simulati.

Le figure 3.3.4.3 si riferiscono alle topologie buck e buckboost. I dati usati nelle simulazioni sono in Tab.3.3.4.1.

Topologia	$m$	Parametri comuni
boost	0.33	$H=4$ A, $I^*=8$ A $T_r=6.5$ $\mu$ s, $k=0.25$ $L=1.248$ mH, $U_0=380$ V
buck	1.5	
buckboost	0.75	

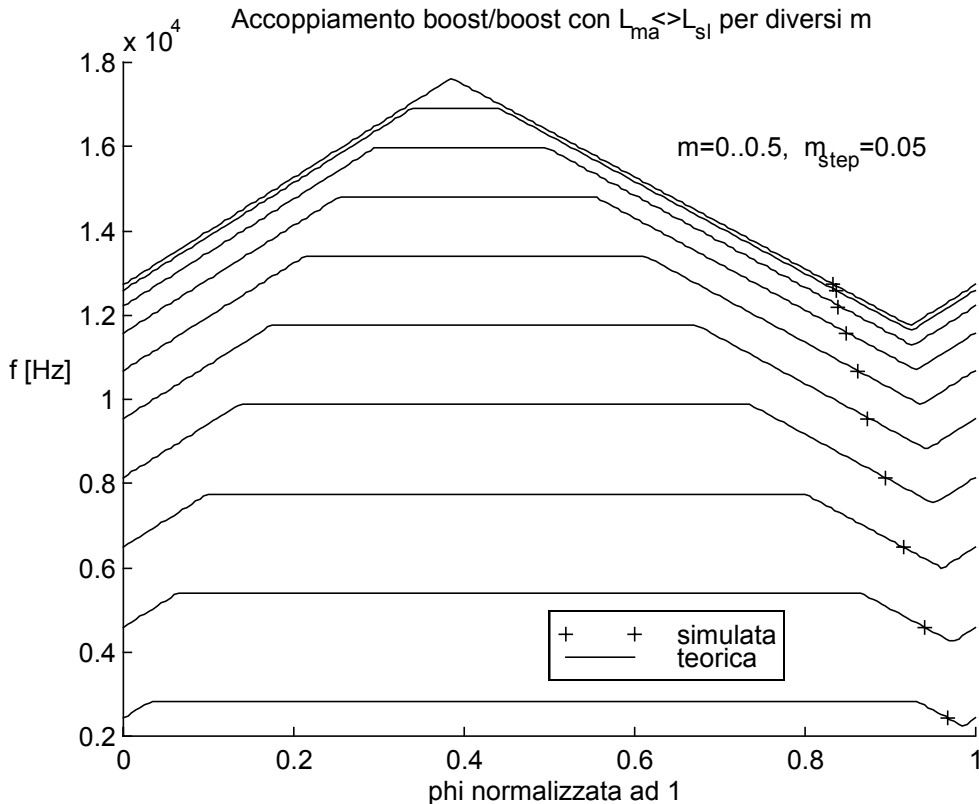
**Tab. 3.3.4.1** Parametri di simulazione delle figure 3.3.3.1, 3.3.4.2 e 3.3.4.3. Le simulazioni sono state effettuate supponendo la completa simmetria tra master e slave.





**Fig. 3.3.4.3** Verifica della caratteristiche  $PD_{nl}(\phi_l)$  per gli accoppiamenti buck/buck e buckboost/buckboost. Confronto tra i risultati teorici (linea continua) e quelli simulati (simbolo **o**). I dati di simulazione sono nella tabella 3.3.4.1.

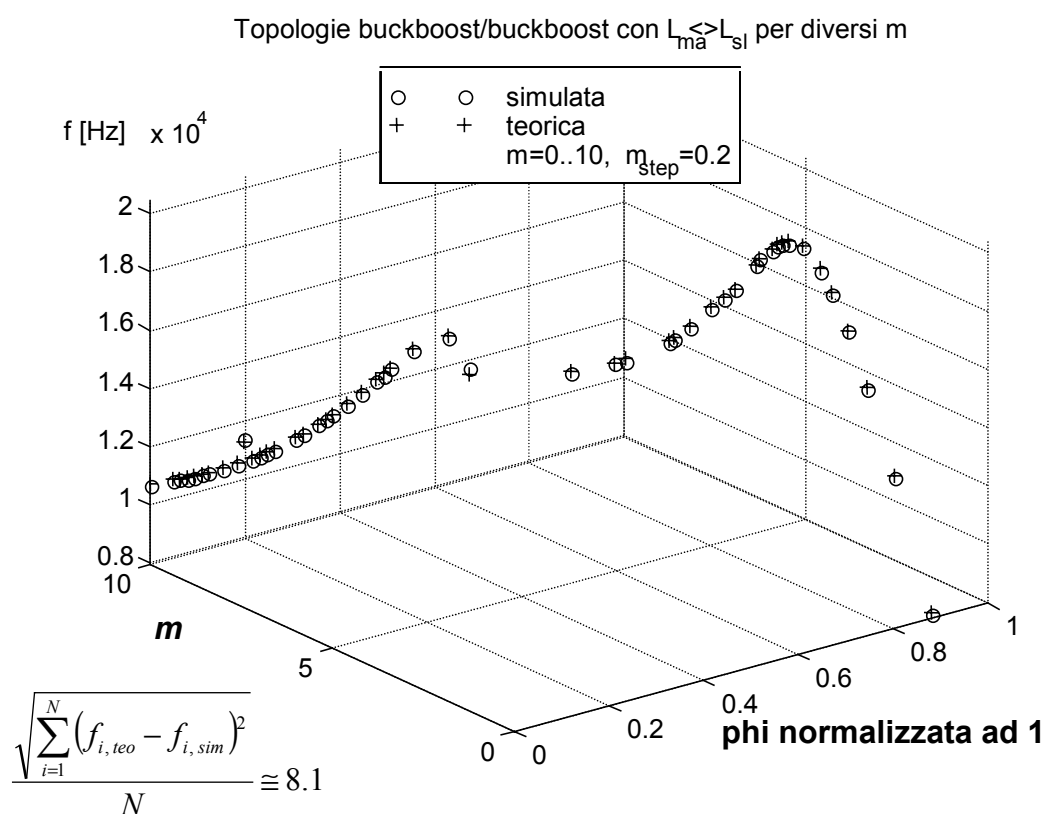
Un ulteriore verifica può essere fatta simulando lo schema di figura 3.2.1 nel quale, grazie alla presenza esplicita del convertitore master, è possibile specificare condizioni di asimmetria. La simulazione, riportata in appendice C, elabora le condizioni di regime di una coppia master/slave con induttanze che differiscono di circa il 25%, tab. 3.3.4.2. Le figure 3.3.4.4 confrontano i dati ottenuti dalla simulazione con quelli teorici per le topologie boost e buckboost.



**Fig. 3.3.4.4.a** Simulazione di una coppia boost/boost asimmetrica con  $L_{ma} \diamond L_{sl}$ .

Topologia	$m$	Parametri comuni
boost	0..0.5	$H=4$ A, $I^*=8$ A, $T_f=6.5$ $\mu$ s, $k=0.25$ , $U_0=380$ V $L_{ma}=1.248$ mH, $L_{sl}=1$ mH
buckboost	0..1.0	

**Tab. 3.3.4.2** Parametri di simulazione delle figure 3.3.4.4.a e 3.3.4.4.b. Le simulazioni sono state effettuate supponendo diversi gli induttori dei convertitori master e slave.



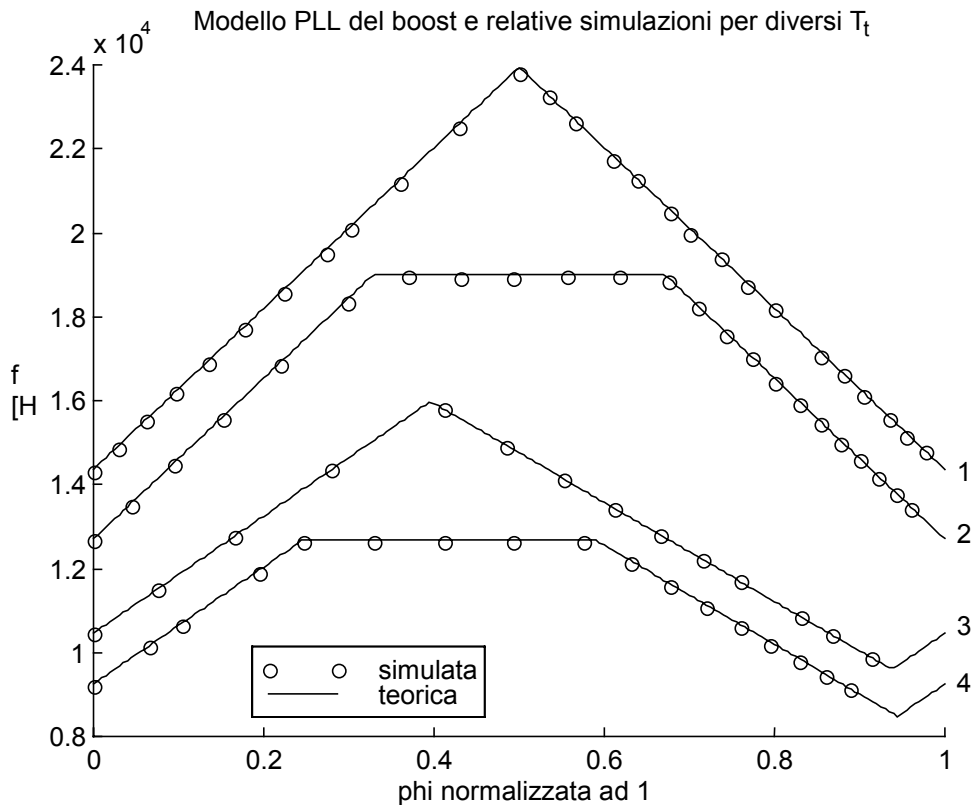
**Fig. 3.3.4.4.b** Simulazioni di una coppia buckboost/buckboost asimmetrica con  $L_{ma} < L_{sl}$  per diversi  $m$ . L'errore quadratico medio tra i dati simulati e quelli teorici è circa 8 [Hz].

$PD_{nl}$	$m$	$T_t$	Parametri comuni
1	0.5	0	$H=4$ [A], $I^*=8$ [A] $k=0.25$ $L=1.24$ [mH], $U_0=380$ [V]
2	.33	0	
3	0.5	6.5 $\mu$ s	
4	.33	6.5 $\mu$ s	

**Tab. 3.3.4.3** Parametri per le caratteristiche di fig. 3.3.4.5.

L'effetto del ritardo di commutazione, non percepibile dalle figure precedenti, può essere messo in evidenza confrontando le caratteristiche  $PD_{nl}$  di due sistemi che differiscono solo per questo aspetto. La figura 3.3.4.5 mostra quattro caratteristiche, ottenute con i parametri di Tab. 3.3.4.3, per una coppia master/slave di boost uguali.

Il comportamento PLL non dipende dal ritardo di commutazione, il cui effetto è la perdita di simmetria rispetto a  $\phi_1 = \frac{1}{2}$ .



**Fig. 3.3.4.5** Coppia boost/boost. Nelle caratteristiche 1 e 2 si ha  $T_t = 0$ , nelle 3 e 4  $T_t = 6.5\mu s$ .

#### 4 APPLICAZIONE DEL MODELLO PLL A CONVERTITORI INTERLEAVED CON CONTROLLO AD ISTERESI

Viene discusso, brevemente, l'utilizzo del modello PLL. Una particolare attenzione è posta alla connessione parallela delle celle switching. Come esempio di applicazione, si studia la connessione interleaved di due convertitori boost.

##### 4.1 Connessione dei sottosistemi master/slave

Il modello PLL per il controllo ad isteresi, per essere utilizzato, va completato con i parametri specifici dei convertitori master e slave ed in base al tipo di connessione che si vuole realizzare fra loro. Di tutte le possibili combinazioni alcune potrebbero non avere

senso, ad esempio il collegamento in parallelo (alimentazioni ed uscite comuni) di due convertitori con diversa topologia che non possono produrre la stessa tensione d'uscita  $U_0$ .

Si deduce che, affinché una configurazione sia possibile, è necessario vengano soddisfatte oltre alle ipotesi specificate per il calcolo del modello anche le condizioni derivanti dalle topologie da connettere e dal tipo di connessione che si vuole effettuare.

Questo lavoro, pur avendo sviluppato i principali risultati in forma generale, si occupa solo della connessione parallela di due o più sottosistemi. Va precisato che non si deve escludere a priori la possibilità di altre configurazioni 'interessanti', che possono essere oggetto di ulteriori analisi.

#### 4.1.1 Sottosistemi connessi in parallelo

La connessione in parallelo dei convertitori impone che essi abbiano uguale  $U_N$  ed  $U_0$ , quindi lo stesso rapporto  $m = U_N/U_0$ . Da questo vincolo discende l'impossibilità di effettuare il parallelo di topologie diverse, almeno per quanto riguarda le topologie qui considerate. Infatti, un sistema composto da un boost in parallelo ad un buck, ma anche in quello simmetrico dove il master e lo slave si scambiano di ruolo, non è realizzabile per incompatibilità elettrica, dato che nel boost deve essere  $U_N < U_0$  mentre per il buck vale  $U_N > U_0$ . Anche gli altri accoppiamenti misti (boost // buckboost, buck // buckboost e simmetrici) sono inattuabili perché non soddisfano l'ipotesi fondamentale riguardante l'uguaglianza del periodo  $T$  e del ciclo utile  $\delta$  di regime per i segnali  $s_{sl}(t)$  e  $s_{ma}(t)$ .

In sostanza la connessione parallela è possibile solo per sistemi dello stesso tipo, essendo gli unici a soddisfare contemporaneamente le condizioni necessarie

$$m_{sl} = m_{ma}$$

$$\delta_{sl} = \delta_{ma}$$

$$T_{sl} = T_{ma}$$

Quest'ultima affermazione può essere verificata esprimendo in funzione di  $m$  il ciclo utile  $\delta$  dei convertitori boost, buck e buckboost funzionanti in CCM

$$\delta_{boost} = 1 - m$$

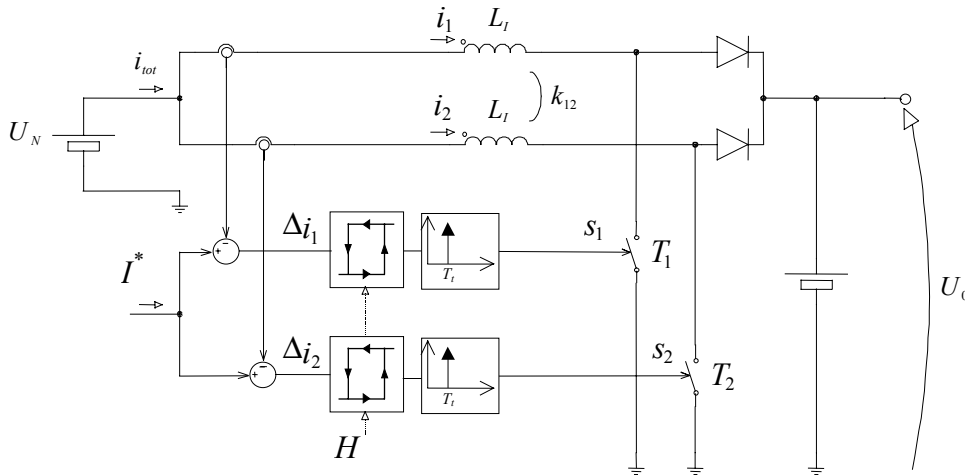
$$\delta_{buck} = 1/m$$

$$\delta_{buckboost} = 1/(1+m)$$

Il sistema di equazioni composto da due qualsiasi delle precedenti non ha soluzioni 'compatibili' a meno che i due convertitori abbiano la stessa topologia.

## 4.2 Connessione interleaved di due convertitori boost

La Fig. 4.2.1 mostra lo schema della connessione interleaved di due convertitori boost con accoppiamento mutuo. Per applicare il modello PLL ai due convertitori, sostituiamo all'accoppiamento mutuo il controllo di corrente equivalente, descritto nel capitolo 2. Agli induttori accoppiati  $L_l$  devono essere sostituiti gli induttori equivalenti  $L'$  non accoppiati, espressi dall'equazione 2.6.3. Lo schema rielaborato è in Fig. 4.2.2; le correnti  $i'_1$  ed  $i'_2$  sono legate alle  $i_1$  ed  $i_2$  di figura 4.2.1 dall'equazione 4.2.1, che rappresenta l'equivalenza tra accoppiamento mutuo e quello in corrente, espressa dall'equazione 2.6.4.

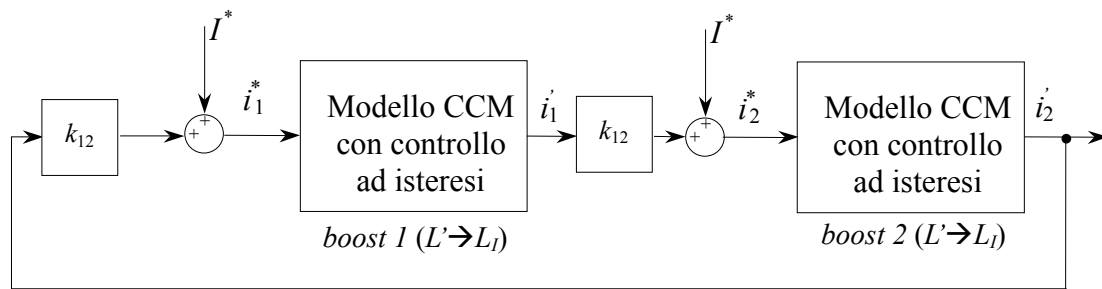


**Fig 4.2.1** Topologia boost interleaved DC-DC con controllo ad isteresi, accoppiamento degli induttori e ritardo sulla commutazione degli interruttori.

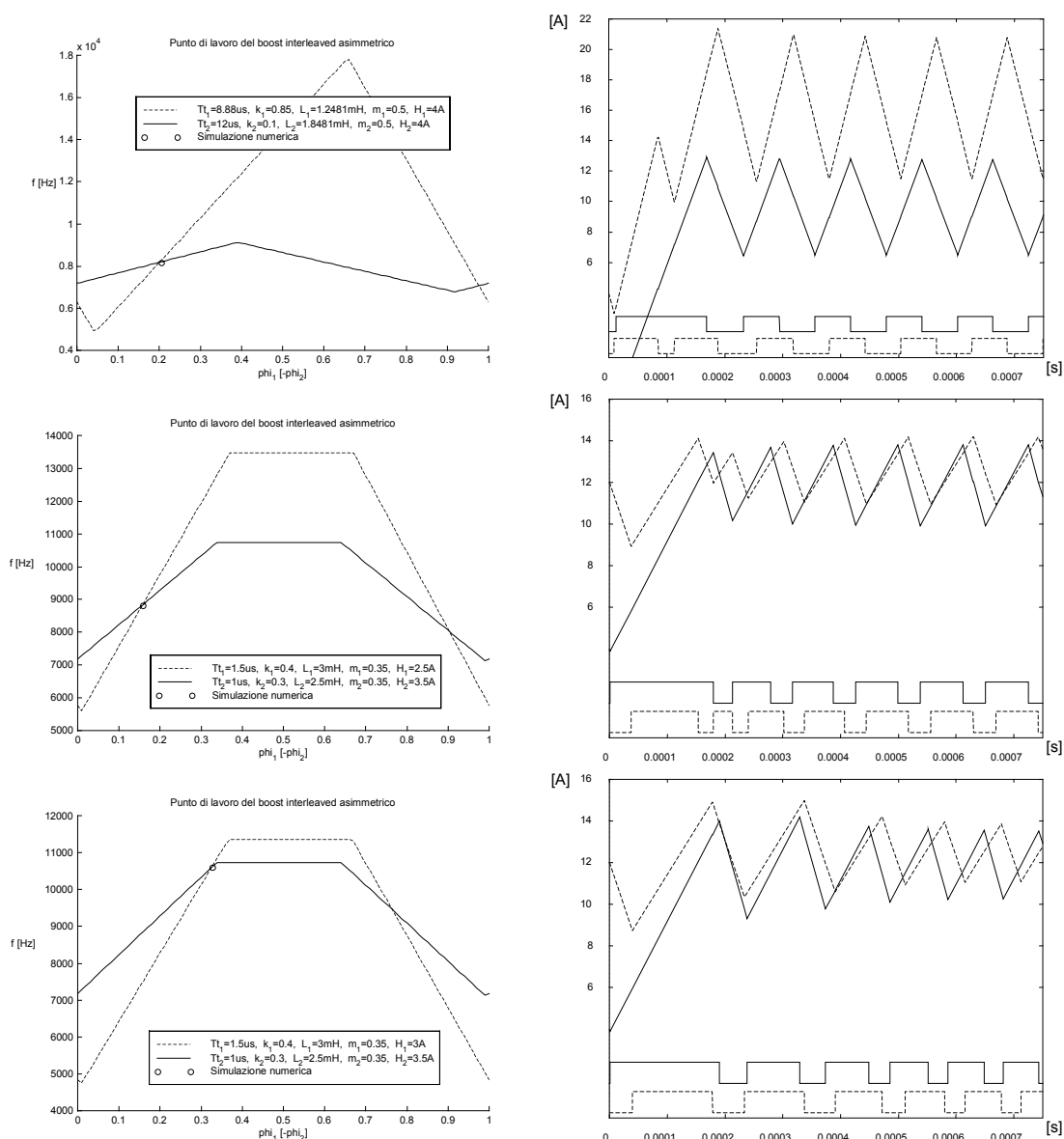
$$\begin{aligned} i_1 &= i'_1 - k_{12} \cdot i'_2 \\ i_2 &= i'_2 - k_{12} \cdot i'_1 \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

I due convertitori operano contemporaneamente sia da master che da slave, la condizione di regime è imposta da entrambi. La frequenza di commutazione e la fase di regime fra due i boost in parallelo si possono calcolare risolvendo il sistema di equazioni che definisce il modello PLL di ognuno dei due convertitori. Definendo le caratteristiche dei phase detector  $PD_{nl1}(\phi_1)$  e  $PD_{nl2}(\phi_2)$ , rispettivamente del convertitore boost 1 e 2, il sistema da risolvere è

$$\begin{cases} f_1 = PD_{nl1}(\phi_1) \\ f_2 = PD_{nl2}(\phi_2) \\ f_1 = f_2 \\ \phi_1 = -\phi_2 \end{cases} \quad (4.2.1)$$



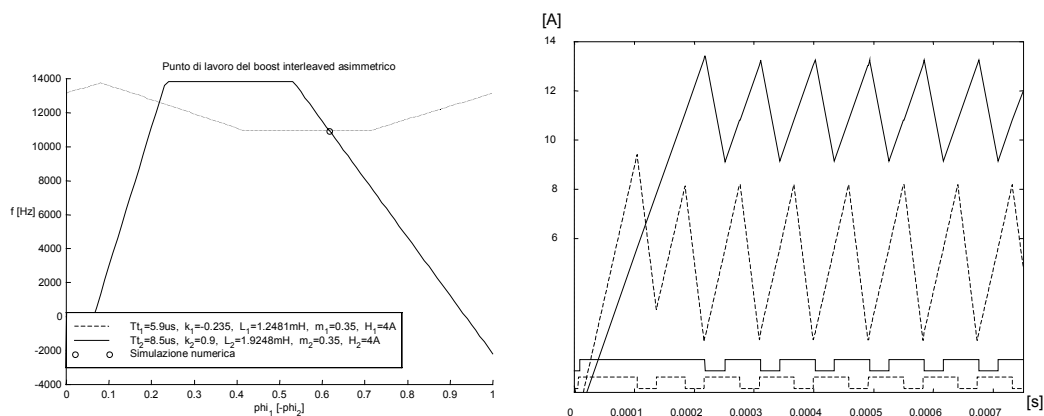
**Fig 4.2.2** Schema del boost interleaved DC-DC con controllo di corrente.



**Fig 4.2.3** Fase e frequenza di regime del boost interleaved asimmetrico di Fig. 4.2.2. Il simbolo **o** indica il punto di lavoro calcolato con una simulazione numerica. Le linee tratteggiate si riferiscono al boost 1, quelle continue al boost 2. L'asimmetria riguarda induttanze, fattori di accoppiamento, ritardo di commutazione e banda d'isteresi. Ai parametri di simulazione indicati in ogni figura va aggiunto  $U_0 = 380V$ .

dove  $\phi_1$  è la fase che il convertitore 1 mantiene rispetto al suo master (convertitore 2) e, analogamente,  $\phi_2$  è la fase che il convertitore 2 mantiene rispetto al convertitore 1 (suo master). Le prime due equazioni rappresentano i vincoli imposti dai convertitori sulla fase e frequenza di regime, le ultime due rappresentano le condizioni di regime nelle quali i due convertitori operano. Le soluzioni  $\Delta\phi \equiv \phi_1 = -\phi_2$  e  $f = f_1 = f_2$  dipendono dai parametri che specificano i boost e il controllo di corrente. Le figure 4.2.3 mostrano la previsione della fase e frequenza ottenuta con il modello PLL e confrontano i risultati teorici con quelli ottenuti mediante simulazione numerica. Come è evidente dai grafici, il modello rende conto anche delle asimmetrie tra i due convertitori.

La Fig. 4.2.4 mostra la situazione di regime quando i fattori di accoppiamento  $k_1$  e  $k_2$  sono di segno diverso.



**Fig 4.2.4** Fase e frequenza di regime del boost interleaved asimmetrico di Fig. 4.2.2 con i fattori di accoppiamento di segno opposto. Il simbolo o indica il punto di lavoro calcolato con una simulazione numerica. Le linee tratteggiate si riferiscono al boost 1, quelle continue al boost 2.

## 5 CONCLUSIONI

E' stato elaborato un modello di tipo Phase Locked Loop che permette di analizzare gli effetti di mutua influenza tra due o più convertitori con controllo ad isteresi, funzionanti in continuous conduction mode, accoppiati in corrente e/o induttivamente.

Il modello è in grado di spiegare il processo di auto sincronizzazione tra le celle switching discusso al capitolo 2, permette di effettuare previsioni sulla frequenza di commutazione e sulla fase tra le correnti delle celle e di valutare l'effetto delle asimmetrie, proprietà utile quando si vuole tenere conto della dispersione delle caratteristiche. Esso può essere applicato ad un numero qualunque di celle switching, indipendentemente dal tipo di connessione realizzata ed è sufficientemente semplice da poter essere trattato senza l'ausilio del motore di calcolo simbolico *Maple V*<sup>®</sup> utilizzato per svilupparlo.

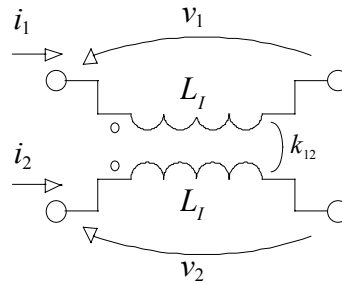
Numerose simulazioni numeriche hanno provato la validità del modello.

## A COMPLEMENTI AL CAPITOLO 2

Il primo paragrafo descrive il mutuo induttore ideale, utilizzato per rappresentare l'accoppiamento induttivo tra i sottosistemi. Nel seguito si analizzano tutte le topologie elementari componenti il boost interleaved con accoppiamento induttivo funzionante in CCM.

### A.1 Il mutuo induttore

L'accoppiamento tra gli induttori dei sistemi parziali è rappresentato mediante il mutuo induttore ideale mostrato in Fig. A.1.1. Le equazioni generiche in [8] sono state riscritte in forma integrale imponendo le convenzioni di segno della topologia boost interleaved, l'uguaglianza dei coefficienti d'autoinduzione e tenendo conto la reciprocità del mutuo induttore ideale.



**Fig. A.1.1** Il mutuo induttore ideale.

Il segno del coefficiente d'accoppiamento  $k_{12}$  dipende dal senso di avvolgimento relativo tra gli induttori. La scelta della forma integrale piuttosto che quella differenziale, semplifica la notazione ed evita l'uso di derivatori nelle elaborazioni numeriche, meno precisi e stabili degli integratori. Le equazioni utilizzate per descrivere il mutuo induttore sono:

$$\begin{cases} i_1(t) = \Gamma_I \cdot \int_{0^-}^t v_1 \cdot dt + \Gamma_M \cdot \int_{0^-}^t v_2 \cdot dt + i_1(0^-) \\ i_2(t) = \Gamma_M \cdot \int_{0^-}^t v_1 \cdot dt + \Gamma_I \cdot \int_{0^-}^t v_2 \cdot dt + i_2(0^-) \end{cases} \quad (\text{A.1.1})$$

essendo:

$$L_I \quad (L_I > 0) \quad \text{Induttanza} \quad (\text{A.1.2})$$

$$M \quad (-L_I < M < L_I) \quad \text{Mutua-Induttanza} \quad (\text{A.1.3})$$

$$k = \frac{|M|}{L_I} \quad (0 \leq k < 1) \quad \text{Coef. di accoppiamento} \quad (\text{A.1.4})$$

$$k_{12} = \frac{M}{L_I} = -\frac{\Gamma_M}{\Gamma_I} \quad (-1 < k_{12} < 1) \quad \text{Coef. di accop. con segno} \quad (\text{A.1.5})$$

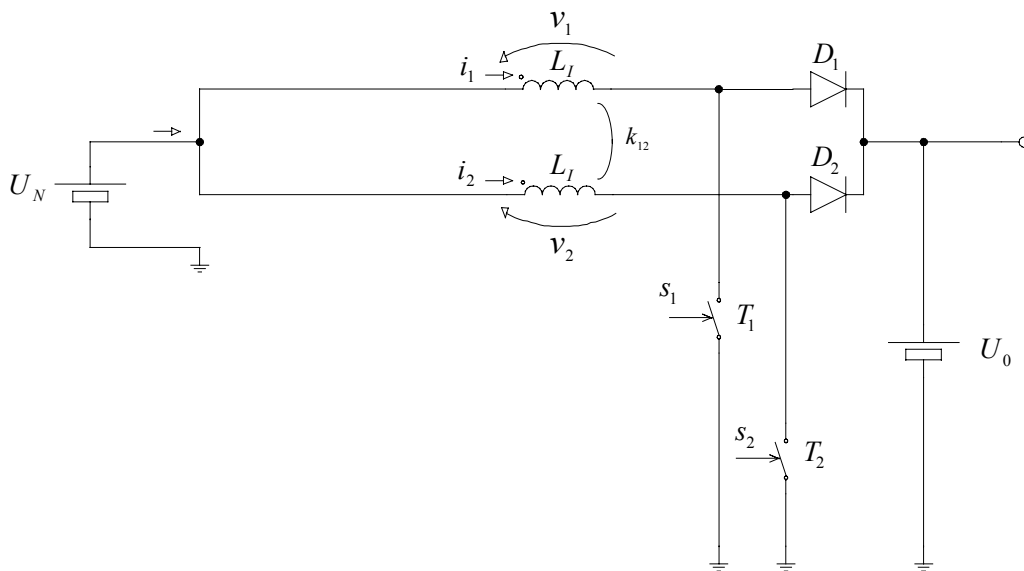


$$\Gamma_I = \frac{L_I}{L_I^2 - M^2} = \frac{1}{1 - k_{12}^2} \cdot \frac{1}{L_I} \quad (\Gamma_I > 0) \quad \text{Inertanza} \quad (\text{A.1.6})$$

$$\Gamma_M = \frac{-M}{L_I^2 - M^2} = \frac{-1}{1 - k_{12}^2} \cdot \frac{k_{12}}{L_I} \quad (-\Gamma_I < \Gamma_M < \Gamma_I) \quad \text{Mutua-Inertanza} \quad (\text{A.1.7})$$

## A.2 Le Topologie elementari del boost interleaved

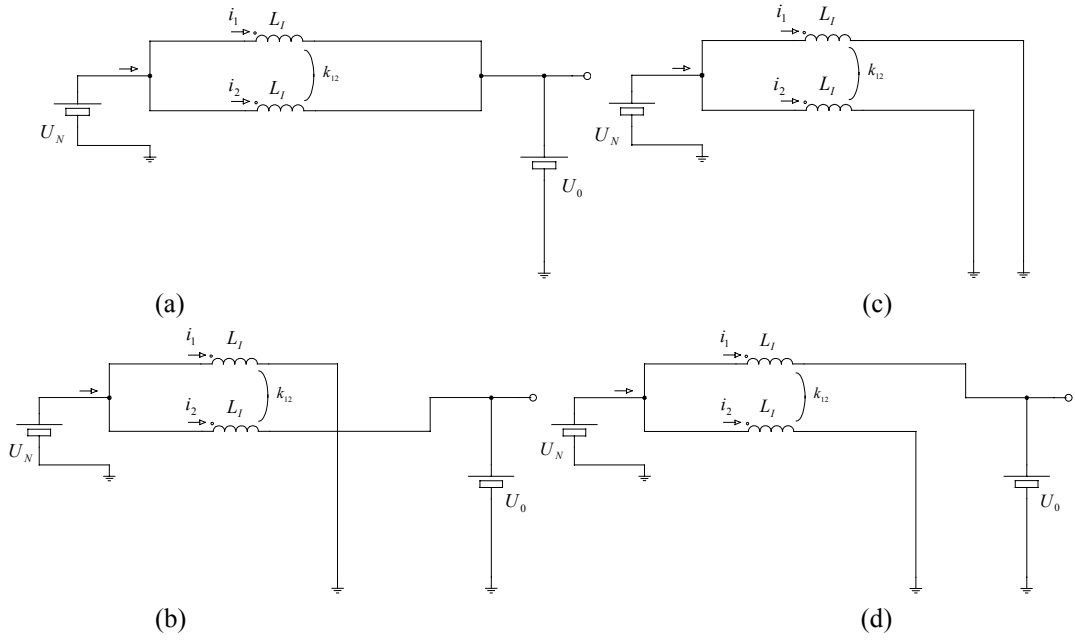
Calcoliamo, per ognuna delle topologie elementari, le derivate rispetto al tempo delle correnti sugli induttori e le relazioni tra esse intercorrenti. Assumiamo che le correnti negli induttori dei due sottosistemi boost non si annullino mai. Questa condizione, nota come Continuous Conduction Mode (CCM) si può realizzare con una opportuna scelta dei parametri che caratterizzano il controllo ad isteresi. Supponiamo costanti le tensioni d'alimentazione  $U_N$  e sul carico  $U_0$ .



**Fig. A.2.1** Modulo di potenza del boost interleaved DC-DC con accoppiamento induttivo.

Le topologie elementari da studiare sono quelle che possono essere assunte dallo schema mostrato in Fig. A.2.1, a seconda dello stato dei due interruttori direttamente controllati ( $T_1$  e  $T_2$ ) e dei due indirettamente controllati ( $D_1$  e  $D_2$ ). L'ipotesi di CCM comporta che l'interruttore ed il diodo ad esso collegato funzionino in modo complementare: se uno è acceso, l'altro è spento.

In queste condizioni le possibili topologie elementari con due interruttori sono quattro, ognuna delle quali si può rappresentare con una coppia di valori binari ( $s_1, s_2$ ) indicante lo stato degli interruttori. Per ogni topologia il calcolo è effettuato a partire dalle derivate delle eq. A.1.1 del mutuo induttore:



**Fig. A.2.2** Le quattro topologie elementari del boost interleaved: (a)  $(s_1, s_2)=(0,0)$ , (b)  $(s_1, s_2)=(1,0)$ , (c)  $(s_1, s_2)=(1,1)$ , (d)  $(s_1, s_2)=(0,1)$ .

$$\begin{cases} \frac{di_1}{dt} = \Gamma_I \cdot v_1 + \Gamma_M \cdot v_2 \\ \frac{di_2}{dt} = \Gamma_M \cdot v_1 + \Gamma_I \cdot v_2 \end{cases} \quad (\text{A.3.1})$$

Per distinguere le  $di_1/dt$  e  $di_2/dt$  calcolate nei diversi stati di funzionamento, si adotta la notazione seguente:

$$\left. \frac{di_x}{dt} \right|_{(s_1, s_2)}$$

Inoltre è utile definire l'uguaglianza ricavata dalle eq. A.1.6 e A.1.7:

$$\Gamma_I + \Gamma_M = \frac{1}{L_I + M} = \frac{1}{(1 + k_{12}) \cdot L_I} \quad (0 < \Gamma_I + \Gamma_M < 2 \cdot \Gamma_I) \quad (\text{A.3.2})$$

e il rapporto  $m$  tra le tensioni d'ingresso  $U_N$  e d'uscita  $U_0$ :

$$m = U_N / U_0 \quad (0 < m \leq 1) \quad (\text{A.3.3})$$

Nei calcoli va tenuto presente che il coefficiente d'accoppiamento  $k_{12}$  ed il rapporto  $m$  hanno significato fisico solo nella regione  $W$  definita dall'eq. A.3.4:

$$W \equiv \{(k_{12}, m) \in \mathfrak{R}^2 : 1 < k_{12} < 1, 0 < m \leq 1\} \quad (\text{A.3.4})$$

Nello stato  $(s_1, s_2) = (0, 0)$  i due interruttori sono aperti ed i corrispondenti diodi chiusi. La topologia risultante è in Fig. A.2.2 (a). Da essa si ricavano i seguenti vincoli:

$$\begin{cases} v_1 = U_N - U_0 \\ v_2 = U_N - U_0 \end{cases} \quad (\text{A.3.5})$$

Sostituendo le precedenti nelle eq. A.3.1 e tenendo conto delle eq. A.3.2 ÷ A.3.3 si possono calcolare le derivate delle correnti in funzione di  $k_{12}$  e  $m$ :

$$\begin{cases} \left. \frac{di_1}{dt} \right|_{(0,0)} = (\Gamma_I + \Gamma_M) \cdot (U_N - U_0) = -\frac{U_0}{L_I} \cdot \frac{1-m}{1+k_{12}} \\ \left. \frac{di_2}{dt} \right|_{(0,0)} = (\Gamma_I + \Gamma_M) \cdot (U_N - U_0) = -\frac{U_0}{L_I} \cdot \frac{1-m}{1+k_{12}} \end{cases} \quad (\text{A.3.6})$$

Lo studio del segno delle eq. A.3.6 comporta, per ognuna, la soluzione di una disequazione nella regione  $W$ . Nello stato  $(s_1, s_2) = (0, 0)$  le correnti sugli induttori decrescono

$$\left. \frac{di_1}{dt} \right|_{(0,0)} = \left. \frac{di_2}{dt} \right|_{(0,0)} \leq 0 \quad \forall (k_{12}, m) \in W \quad (\text{A.3.7})$$

Gli stati  $(s_1, s_2) = (1, 0)$  e  $(s_1, s_2) = (0, 1)$  sono simmetrici. Le topologie risultanti sono rispettivamente in Fig. A.2.2 (b) e (d). In entrambi è presente un interruttore chiuso con il corrispondente diodo aperto ed un interruttore aperto con il corrispondente diodo chiuso. La simmetria permette di studiare un solo stato ed estendere i risultati all'altro. Analizziamo lo stato  $(s_1, s_2) = (1, 0)$  di Fig. A.2.2 (b), la sua topologia impone:

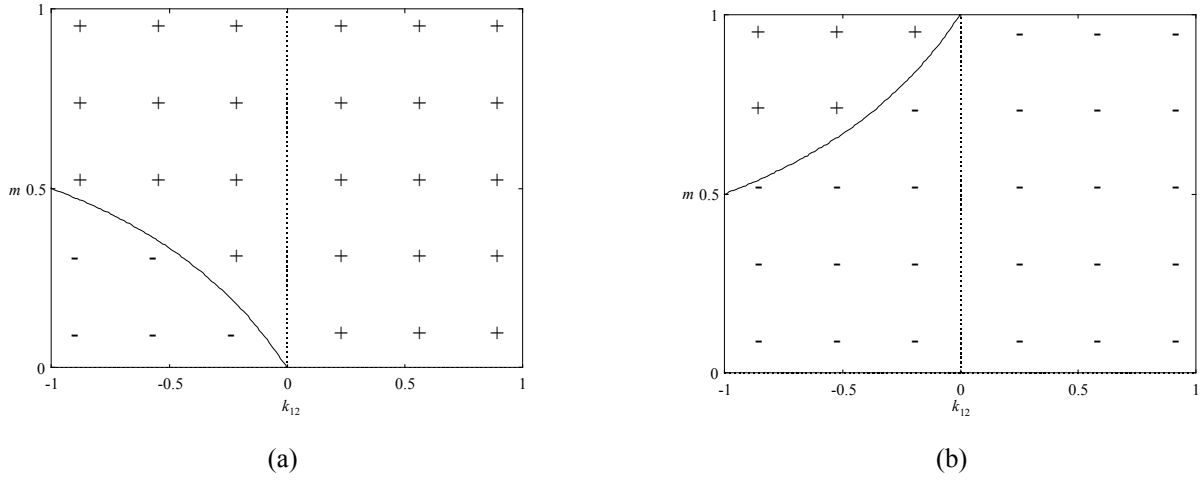
$$\begin{cases} v_1 = U_N \\ v_2 = U_N - U_0 \end{cases} \quad (\text{A.3.8})$$

Sostituendo le eq. A.3.8 nelle eq. A.3.1 e tenendo conto delle eq. A.3.2 ÷ A.3.3 si ha:

$$\begin{cases} \left. \frac{di_1}{dt} \right|_{(1,0)} = \Gamma_I \cdot U_N + \Gamma_M \cdot (U_N - U_0) = \frac{U_0}{L_I} \cdot \frac{m \cdot (1 - k_{12}) + k_{12}}{1 - k_{12}^2} \\ \left. \frac{di_2}{dt} \right|_{(1,0)} = \Gamma_M \cdot U_N + \Gamma_I \cdot (U_N - U_0) = \frac{U_0}{L_I} \cdot \frac{m \cdot (1 - k_{12}) - 1}{1 - k_{12}^2} \end{cases} \quad (\text{A.3.9})$$

Lo studio del segno delle eq. A.3.9 comporta la soluzione delle disequazioni  $di_1/dt|_{(1,0)} \geq 0$  e  $di_2/dt|_{(1,0)} \geq 0$ . La soluzione, rappresentata in Fi, è data dalle seguenti:

$$\left. \frac{di_1}{dt} \right|_{(1,0)} \geq 0 \quad \forall (k_{12}, m) \in W : m \geq \frac{-k_{12}}{1-k_{12}} \quad (\text{A.3.10})$$



**Fig. A.2.3** (a) Segno della  $di_1/dt|_{(1,0)}$ . (b) Segno della  $di_2/dt|_{(1,0)}$ . Si ha sempre  $di_1/dt|_{(1,0)} \geq di_2/dt|_{(1,0)}$ .

$$\left. \frac{di_2}{dt} \right|_{(1,0)} \geq 0 \quad \forall (k_{12}, m) \in W : m \geq \frac{1}{1-k_{12}} \quad (\text{A.3.11})$$

Fra le due pendenze sussiste la relazione derivata dalle eq. A.3.9:

$$\left. \frac{di_1}{dt} \right|_{(1,0)} \geq \left. \frac{di_2}{dt} \right|_{(1,0)} \quad \forall (k_{12}, m) \in W \quad (\text{A.3.12})$$

La simmetria permette di estendere i risultati precedenti allo stato  $(s_1, s_2)=(0,1)$ , si ha:

$$\begin{cases} \left. \frac{di_1}{dt} \right|_{(0,1)} = \Gamma_M \cdot U_N + \Gamma_I \cdot (U_N - U_0) = \frac{U_0}{L_I} \cdot \frac{m \cdot (1 - k_{12}) - 1}{1 - k_{12}^2} \\ \left. \frac{di_2}{dt} \right|_{(0,1)} = \Gamma_I \cdot U_N + \Gamma_M \cdot (U_N - U_0) = \frac{U_0}{L_I} \cdot \frac{m \cdot (1 - k_{12}) + k_{12}}{1 - k_{12}^2} \end{cases} \quad (\text{A.3.13})$$

Le regioni dove  $di_1/dt|_{(0,1)} \geq 0$  e  $di_2/dt|_{(0,1)} \geq 0$ , mostrate in Fig. A.2.4, sono delimitate, rispettivamente, dalle regioni definite nell'eq. A.3.11 e nell'eq. A.3.10. Le due pendenze soddisfano la relazione:

$$\left. \frac{di_2}{dt} \right|_{(0,1)} \geq \left. \frac{di_1}{dt} \right|_{(0,1)} \quad \forall (k_{12}, m) \in W \quad (\text{A.3.14})$$

Lo stato  $(s_1, s_2)=(1,1)$  corrisponde alla topologia in Fig. A.2.2 (c), da essa si ricava:

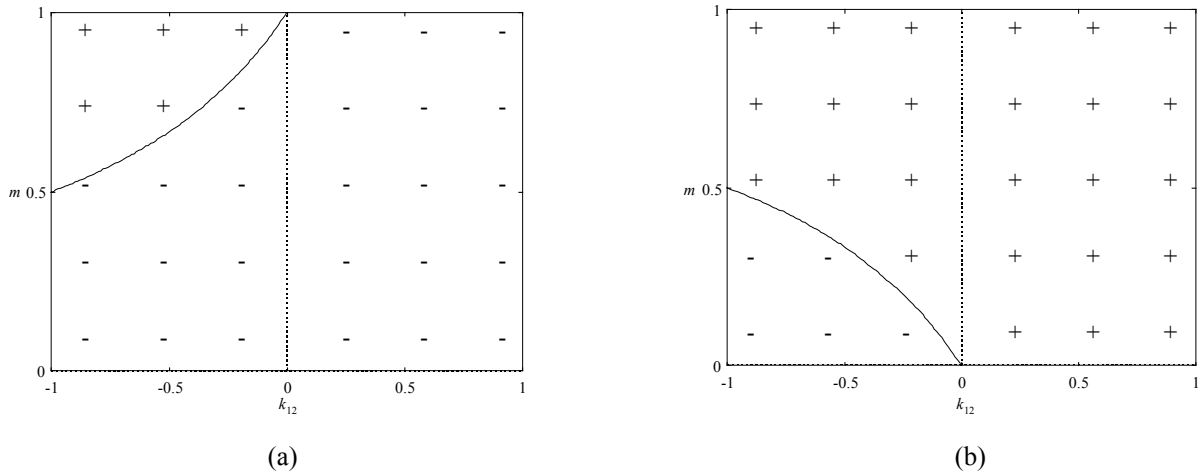
$$\begin{cases} v_1 = U_N \\ v_2 = U_N \end{cases} \quad (\text{A.3.15})$$

Come nei casi precedenti, dalla sostituzione delle eq. A.3.15 nelle eq. A.3.1 si ottiene:

$$\begin{cases} \left. \frac{di_1}{dt} \right|_{(1,1)} = (\Gamma_I + \Gamma_M) \cdot U_N = \frac{U_0}{L_I} \cdot \frac{m}{1+k_{12}} \\ \left. \frac{di_2}{dt} \right|_{(1,1)} = (\Gamma_I + \Gamma_M) \cdot U_N = \frac{U_0}{L_I} \cdot \frac{m}{1+k_{12}} \end{cases} \quad (\text{A.3.16})$$

Le derivate sono sempre positive:

$$\left. \frac{di_1}{dt} \right|_{(1,1)} = \left. \frac{di_2}{dt} \right|_{(1,1)} \geq 0 \quad \forall (k_{12}, m) \in W \quad (\text{A.3.17})$$



**Fig. A.2.4** (a) Segno della  $di_1/dt|_{(0,1)}$ . (b) Segno della  $di_2/dt|_{(0,1)}$ . Si ha sempre  $di_2/dt|_{(0,1)} \geq di_1/dt|_{(0,1)}$ .

Come abbiamo visto, la simmetria del circuito di Fig. A.2.1 riduce a quattro le diverse espressioni delle pendenze. Prima di calcolare le relazioni fra le pendenze nei vari stati, è conveniente introdurre una notazione più compatta:

$$\begin{aligned} k_- &\equiv \left. \frac{di_1}{dt} \right|_{(0,0)} = \left. \frac{di_2}{dt} \right|_{(0,0)} = -\frac{U_0}{L_I} \cdot \frac{1-m}{1+k_{12}} \leq 0 & \forall (k_{12}, m) \in W \\ k_+ &\equiv \left. \frac{di_1}{dt} \right|_{(1,1)} = \left. \frac{di_2}{dt} \right|_{(1,1)} = \frac{U_0}{L_I} \cdot \frac{m}{1+k_{12}} \geq 0 & \forall (k_{12}, m) \in W \\ k_0 &\equiv \left. \frac{di_2}{dt} \right|_{(1,0)} = \left. \frac{di_1}{dt} \right|_{(0,1)} = \frac{U_0}{L_I} \cdot \frac{m \cdot (1-k_{12}) - 1}{1-k_{12}^2} \geq 0 & \forall (k_{12}, m) \in W : m \geq \frac{1}{1-k_{12}} \end{aligned} \quad (\text{A.3.18})$$

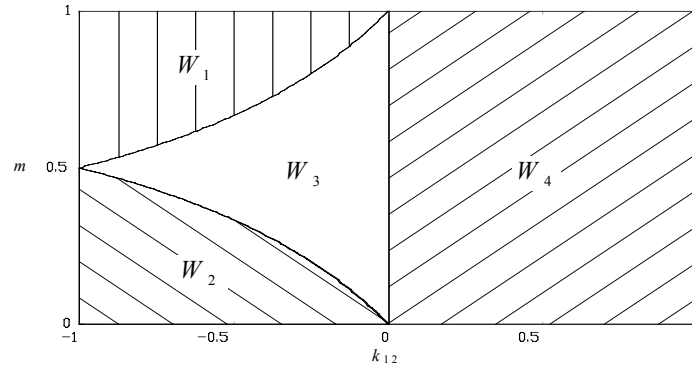
$$k_1 \equiv \left. \frac{di_1}{dt} \right|_{(1,0)} = \left. \frac{di_2}{dt} \right|_{(0,1)} = \frac{U_0}{L_I} \cdot \frac{m \cdot (1 - k_{12}) + k_{12}}{1 - k_{12}^2} \geq 0 \quad \forall (k_{12}, m) \in W : m \geq \frac{-k_{12}}{1 - k_{12}}$$

Confrontando le pendenze nei vari stati si può determinare, almeno qualitativamente, l'andamento delle correnti lungo cicli di funzionamento completi costituiti da successioni degli stati elementari:

$$\begin{aligned}
k_- \leq k_+ & \quad \forall (k_{12}, m) \in W \\
k_0 \leq k_- & \quad \forall (k_{12}, m) \in W : k_{12} \geq 0 \\
k_- \leq k_1 & \quad \forall (k_{12}, m) \in W \\
k_0 \leq k_+ & \quad \forall (k_{12}, m) \in W \\
k_+ \leq k_1 & \quad \forall (k_{12}, m) \in W : k_{12} \geq 0 \\
k_0 \leq k_1 & \quad \forall (k_{12}, m) \in W
\end{aligned} \tag{A.3.19}$$

Dall'eq. A.3.18 ed A.3.19, al variare di  $(k_{12}, m) \in W$ , si possono isolare quattro regioni  $W_1, W_2, W_3$  e  $W_4$ , mostrate in Fig. A.2.5, in ognuna delle quali resta costante il segno di tutte le derivate ed i vincoli tra esse intercorrenti:

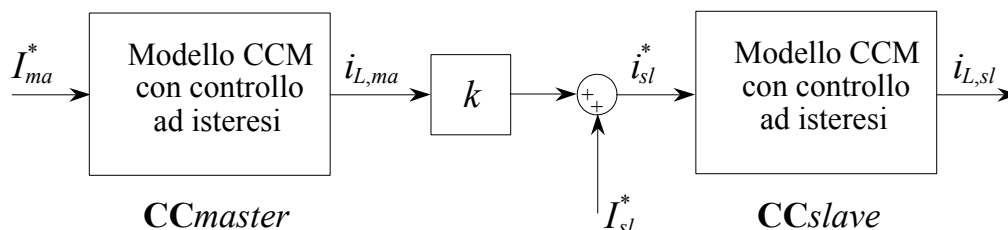
$$\begin{aligned}
k_- \leq 0 \leq k_0 \leq k_1 \leq k_+ & \quad \text{in } W_1 \equiv \left\{ (k_{12}, m) \in W : m \geq \frac{1}{1 - k_{12}} \right\} \\
k_- \leq k_0 \leq k_1 \leq 0 \leq k_+ & \quad \text{in } W_2 \equiv \left\{ (k_{12}, m) \in W : m \leq \frac{-k_{12}}{1 - k_{12}} \right\} \\
k_- \leq k_0 \leq 0 \leq k_1 \leq k_+ & \quad \text{in } W_3 \equiv \left\{ (k_{12}, m) \in W : \frac{-k_{12}}{1 - k_{12}} < m < \frac{1}{1 - k_{12}}, k_{12} < 0 \right\} \\
k_0 \leq k_- \leq 0 \leq k_+ \leq k_1 & \quad \text{in } W_4 \equiv \left\{ (k_{12}, m) \in W : k_{12} \geq 0 \right\}
\end{aligned} \tag{A.3.20}$$



**Fig. A.2.5** Regioni di funzionamento del boost interleaveo con accoppiamento induttivo.

## B Il modello PLL

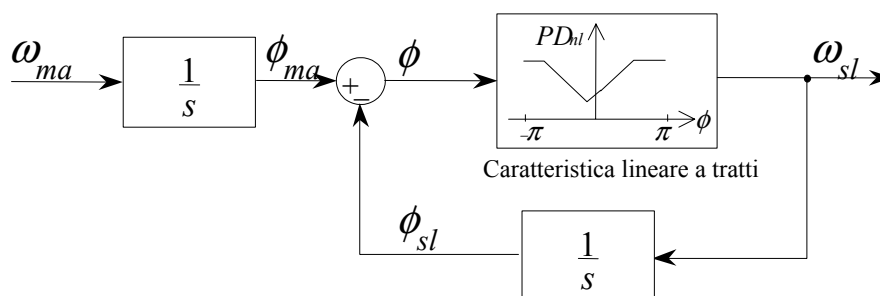
Questa appendice, estensione del capitolo 3, contiene il foglio di calcolo *Maple V Rel. 4* che elabora un modello Phase Locked Loop in grado di descrivere il comportamento a regime del sistema rappresentato in Fig. B.1.



**Fig. B.1** Schema di principio dell'accoppiamento in corrente tra due convertitori funzionanti in CCM

Il sistema è formato da due generici convertitori (*CC*), con controllo ad isteresi e funzionanti in *Continuous Conduction Mode (CCM)*, accoppiati in corrente mediante la costante adimensionale  $k$ . Nello schema gli ingressi ai due *CC* rappresentano il riferimento di corrente per il controllo ad isteresi; le uscite sono le correnti sugli induttori.

Il *CC* master, ricevendo il riferimento costante  $I_{ma}^*$ , si comporta come un normale convertitore con controllo ad isteresi mentre il *CC* slave, attraverso il segnale di riferimento variabile  $i_{sl}^*$ , subisce l'influenza del master. I calcoli seguenti mostrano come il master, entro certi limiti, sia in grado di imporre allo slave la propria frequenza di commutazione e come tra i loro segnali di controllo  $s_{ma}$  ed  $s_{sl}$  si instauri, a regime, una differenza di fase costante  $\phi$ . Il nostro obiettivo è porre in relazione le frequenze di commutazione dei due convertitori secondo il modello di Fig. B.2.



**Fig. B.2** Modello PLL per il controllo in corrente master-slave

Le equazioni e le istruzioni fornite al motore di calcolo sono precedute dal simbolo  $>$  ed hanno una diversa spaziatura per essere meglio distinte dal resto del testo. I risultati delle elaborazioni parziali sono visualizzati in corsivo.

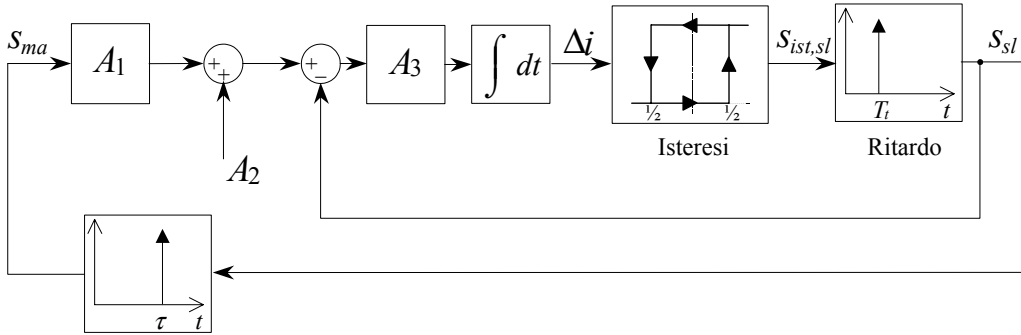
## B.1 Calcolo del modello PLL

### B.1.1 Definizioni ed ipotesi di calcolo

Questo paragrafo raccoglie le equazioni direttamente deducibili dalle ipotesi e le informazioni disponibili riguardo le principali variabili sia incognite che note.

Ammettiamo che il sistema di Fig. B.1 raggiunge una condizione di regime nella quale tutti i segnali commutano con la stessa frequenza. Per definire il modello di Fig. B.2 è necessario calcolare la caratteristica non lineare  $PD_{nl}(\phi)$ , che rappresenta la pulsazione di commutazione del  $CC$  slave in funzione dello sfasamento  $\phi$ , espresso in  $[rad]$ , tra i segnali di controllo sugli switches  $s_{ma}$  e  $s_{sl}$ . Dalla periodicità dei segnali  $s_{ma}$  e  $s_{sl}$  consegue che  $PD_{nl}(\phi)$  deve essere una funzione periodica di periodo  $2\pi$ , ciò permette di calcolarla in un intervallo d'ampiezza  $2\pi$  e prolungarla al di fuori. Un accorgimento che rende i risultati dei calcoli più compatti è normalizzare la differenza di fase  $\phi$ , in questo modo il ritardo di un periodo tra i due segnali corrisponde a  $\phi = 1$ . Per lo stesso motivo si è preferito calcolare la frequenza piuttosto che la pulsazione di commutazione. Con queste assunzioni i grafici e le equazioni che otteniamo risultano scalati di un fattore  $2\pi$  su entrambi gli assi rispetto alla reale caratteristica  $PD_{nl}(\phi)$  di Fig. B.2.

La determinazione di  $PD_{nl}(\phi)$ , per un fissato valore di  $\phi$ , è effettuata calcolando il periodo di commutazione  $T$  dei segnali appartenenti al sistema di Fig. B.3. Nello schema la  $\phi$  viene fissata imponendo un ritardo di tempo finito  $\tau = T\phi$  tra i segnali  $s_{ma}$  e  $s_{sl}$ .



**Fig. B.3** Schema di riferimento per i calcoli

```
> restart:
with(plots):
interface(plotoptions='portrait,noborder');
alias(smy=simplify,clc=collect):
```

Il periodo di commutazione a regime  $T$  rappresenta l'incognita da calcolare. Il suo insieme di definizione è  $\Re > 0$ . Il ciclo utile di regime  $\delta$  è determinato dalla particolare topologia scelta per i convertitori master e slave. Pur non essendo una vera incognita, come ulteriore verifica dei calcoli, viene trattato come tale.

```
> assume(
    T,real,T>0,
```



```

        delta,real,delta>=0,delta<=1,
        phi,real,phi>=-1,phi<=1
    );
> Ton_s[ist,sl]:=delta*T;
  Toff_s[ist,sl]:=(1-delta)*T;
  Ton_s[ma]:=delta*T;
  Toff_s[ma]:=(1-delta)*T;
  tau:=phi*T;

```

$$Ton_{-s_{ist,sl}} := \delta T$$

$$Toff_{-s_{ist,sl}} := (1 - \delta) T$$

$$Ton_{-s_{ma}} := \delta T$$

$$Toff_{-s_{ma}} := (1 - \delta) T$$

$$\tau := \phi T$$

Le costanti  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  riassumono:

- i parametri  $C_{1,ma}$ ,  $C_{2,ma}$  e  $C_{1,sl}$ ,  $C_{2,sl}$  legati alle specifiche topologie del master e dello slave
- il fattore di accoppiamento  $k$
- la banda di isteresi  $H$

Per elaborare il modello generale è sufficiente definirne il dominio, la dichiarazione esplicita è fatta nel paragrafo relativo alla applicazione dei risultati generali.

```

> additionally(
    A1,real,A1>=-1,A1<=1,
    A2,real,
    A3,real,A3>0):

```

Le soglie del comparatore con isteresi sono normalizzate in modo che la banda sia unitaria. L'effettiva banda d'isteresi  $H$  del convertitore slave è contenuta in  $A_3$ .

```

> Hinput:={Hin[h]=1/2,Hin[l]=-1/2};
  Houtput:={Hout[h]=1,Hout[l]=0};
  assign(Hinput):
  assign(Houtput):
  additionally(H,real,H>0);

```

$$Hinput := \{Hin_h = \frac{1}{2}, Hin_l = \frac{-1}{2}\}$$

$$Houtput := \{Hout_h = 1, Hout_l = 0\}$$

Il ritardo di commutazione  $T_t$  può essere nullo.

```

> additionally(Tt,real,Tt>=0);

```

### B.1.2 Calcolo degli integrali indipendenti da $\phi$ e $\delta$

Il calcolo degli integrali indipendenti da  $\phi$  e  $\delta$

$$Int\_indip\_Ton = \int_{t_0}^{t_0+Ton\_s_{ist,sl}} A_2 - s_{sl}(t) dt$$

$$Int\_indip\_Toff = \int_{t_0+Ton\_s_{ist,sl}}^{t_0+Ton\_s_{ist,sl}+Toff\_s_{ist,sl}} A_2 - s_{sl}(t) dt$$

non presenta difficoltà e può essere effettuato immediatamente.

```
> Int_indip_Ton:=
  clc(smy(A2*Ton_s[ist,sl]-
    (Tt*Hout[1]+(Ton_s[ist,sl]-Tt)*Hout[h]))
    , [T,delta]);
Int_indip_Toff:=
  clc(smy(A2*Toff_s[ist,sl]-
    (Tt*Hout[h]+(Toff_s[ist,sl]-Tt)*Hout[1]))
    , [T,A2]);
```

$$Int\_indip\_Ton := (A2 - 1) \delta T + Tt$$

$$Int\_indip\_Toff := A2 (1 - \delta) T - Tt$$

### B.1.3 Calcolo degli integrali dipendenti da $\phi$ e $\delta$

La determinazione preliminare dell'integrale

$$Int\_s = \int_{t_0}^{t_0+T} s_{ma}(t) dt = \int_{t_0}^{t_0+T} s_{sl}(t) dt = \int_{t_0}^{t_0+T} s_{ist,sl}(t) dt$$

semplifica la scrittura delle equazioni dipendenti da  $\delta$  e  $\phi$ .

```
> Int_s:=smy(Ton_s[ma]*Hout[h]+Toff_s[ma]*Hout[1]);
```

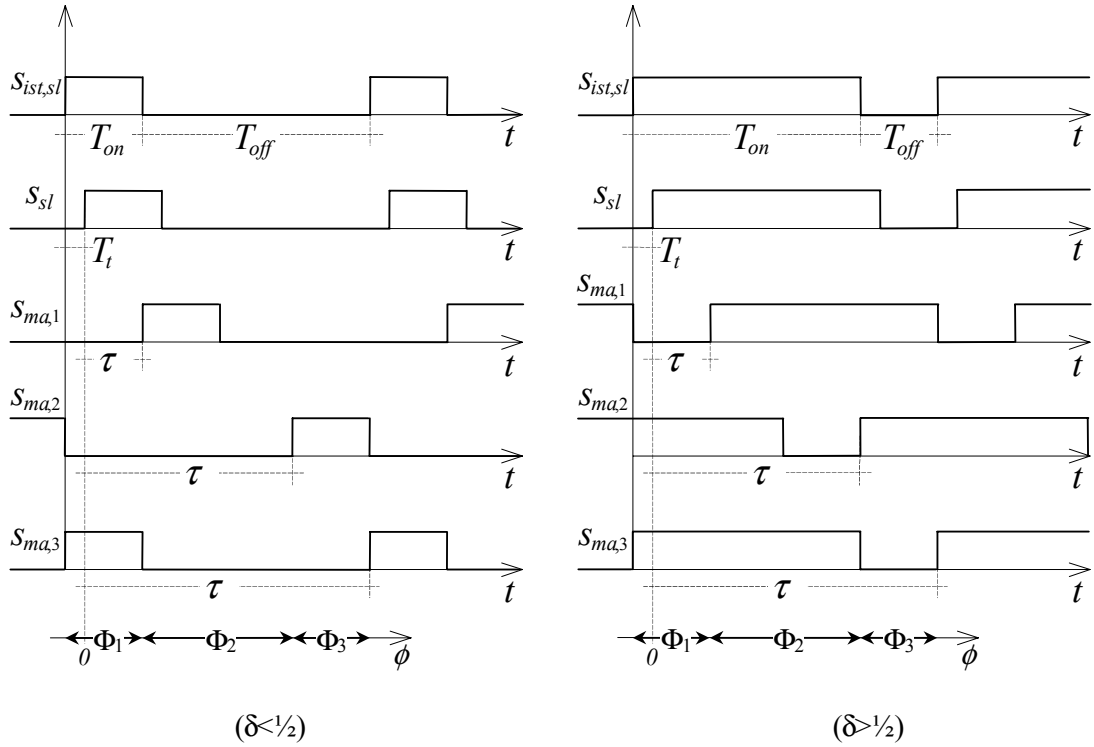
$$Int\_s := \delta T$$

Nel seguito vengono trattati separatamente sei casi, mostrati in Fig. B.4, tre per  $\delta < \frac{1}{2}$  e tre per  $\delta > \frac{1}{2}$ . Per distinguerli associamo ad ognuno di essi una coppia formata con gli elementi delle liste INTERV\_DUTY e INTERV\_PHI.

```
> INTERV_DUTY:=[ 'd<1/2', 'd>1/2'];
INTERV_PHI:=[Phi1, Phi2, Phi3];
```

$$INTERV\_DUTY := [d < \frac{1}{2}, d > \frac{1}{2}]$$

$$INTERV\_PHI := [\Phi1, \Phi2, \Phi3]$$



**Fig. B.4** Diagramma temporale dei principali segnali nello schema di Fig. B.3

Per ognuno dei casi rappresentati in Fig. B.4 devono essere impostate le equazioni integrali  $Int\_dip\_Ton$  e  $Int\_dip\_Toff$ , discusse nel capitolo 3; il loro intervallo di definizione  $\Phi_{\#}$  è ottenuto come soluzione del sistema di disequazioni denominato *Vincoli*.

#### B.1.4 Equazioni relative a $\delta < \frac{1}{2}$

Intervallo  $\Phi_1$ :  $0 \leq \tau + Tt, \tau + Tt < Ton_{-s_{ist,sl}}$

```
> Vincoli['d<1/2',Phi1]:=
  0 <= tau+Tt ,
  tau+Tt < delta*T
};
```

$$Vincoli_{d<\frac{1}{2},\Phi_1} := \{0 \leq \phi T + Tt, \phi T + Tt < \delta T\}$$

```
> Int_dip_Ton['d<1/2',Phi1]:=
  clc(smy(Int(s[ma](t),t=t[0]..t[0]+delta*T)=
    Hout[1]*(Tt+tau)+(Ton_s[ist,sl]-Tt-tau)*Hout[h]
  ),[T,Tt]);
```

$$Int\_dip\_Ton_{d<\frac{1}{2},\Phi_1} := \int_{t_0}^{t_0+\delta T} s_{ma}(t) dt = (\delta - \phi)T - Tt$$

```
> Int_dip_Toff['d<1/2',Phi1]:=
  clc(smy(Int(s[ma](t),t=t[0]+delta*T..t[0]+T)=
    Int_s_rhs(Int_dip_Ton['d<1/2',Phi1])
  ),[T,Tt]);
```

$$\text{Int\_dip\_Toff}_{d < \frac{1}{2}, \Phi_1} := \int_{t_0 + \delta T}^{t_0 + T} s_{ma}(t) dt = \phi T + Tt$$

Intervallo  $\Phi_2$ :  $Ton\_s_{ist, sl} \leq \tau + Tt$ ,  $\tau + Tt + Ton\_s_{ma} < Ton\_s_{ist, sl} + Toff\_s_{ist, sl}$

> Vincoli['d <  $\frac{1}{2}$ ', Phi2] := {  
delta\*T <= tau+Tt ,  
tau+Tt < (1-delta)\*T  
};

$$\text{Vincoli}_{d < \frac{1}{2}, \Phi_2} := \{\delta T \leq \phi T + Tt, \phi T + Tt < (1 - \delta) T\}$$

> Int\_dip\_Ton['d <  $\frac{1}{2}$ ', Phi2] :=  
clc(smy(Int(s[ma](t), t=t[0]..t[0]+delta\*T)=  
Hout[1]\*Ton\_s[ist,sl]  
), [T, Tt]);

$$\text{Int\_dip\_Ton}_{d < \frac{1}{2}, \Phi_2} := \int_{t_0}^{t_0 + \delta T} s_{ma}(t) dt = 0$$

> Int\_dip\_Toff['d <  $\frac{1}{2}$ ', Phi2] :=  
clc(smy(Int(s[ma](t), t=t[0]+delta\*T..t[0]+T)=  
Int\_s-rhs(Int\_dip\_Ton['d <  $\frac{1}{2}$ ', Phi2])  
), [T, Tt]);

$$\text{Int\_dip\_Toff}_{d < \frac{1}{2}, \Phi_2} := \int_{t_0 + \delta T}^{t_0 + T} s_{ma}(t) dt = \delta T$$

Intervallo  $\Phi_3$ :

$Ton\_s_{ist, sl} + Toff\_s_{ist, sl} \leq \tau + Tt + Ton\_s_{ma}$ ,  $\tau + Tt < Ton\_s_{ist, sl} + Toff\_s_{ist, sl}$

> Vincoli['d <  $\frac{1}{2}$ ', Phi3] := {  
(1-delta)\*T <= tau+Tt ,  
tau+Tt < T  
};

$$\text{Vincoli}_{d < \frac{1}{2}, \Phi_3} := \{(1 - \delta) T \leq \phi T + Tt, \phi T + Tt < T\}$$

> Int\_dip\_Ton['d <  $\frac{1}{2}$ ', Phi3] :=  
clc(smy(Int(s[ma](t), t=t[0]..t[0]+delta\*T)=  
subs(dTon\_s[ma]=((tau+Tt)-Toff\_s[ma]),  
Hout[h]\*dTon\_s[ma]+Hout[1]\*  
(Ton\_s[ist,sl]-dTon\_s[ma]))  
), [T, Tt]);

$$\text{Int\_dip\_Ton}_{d < \frac{1}{2}, \Phi_3} := \int_{t_0}^{t_0 + \delta T} s_{ma}(t) dt = (\phi - 1 + \delta) T + Tt$$

> Int\_dip\_Toff['d <  $\frac{1}{2}$ ', Phi3] :=  
clc(smy(Int(s[ma](t), t=t[0]+delta\*T..t[0]+T)=  
Int\_s-rhs(Int\_dip\_Ton['d <  $\frac{1}{2}$ ', Phi3])  
), [T, Tt]);

$$\text{Int\_dip\_Toff}_{d < \frac{1}{2}, \Phi_3} := \int_{t_0 + \delta T}^{t_0 + T} s_{ma}(t) dt = (-\phi + 1) T - Tt$$

B.1.5 Equazioni relative a  $\delta > \frac{1}{2}$

Intervallo  $\Phi_1$ :  $0 \leq \tau + Tt$ ,  $\tau + Tt + Ton_{-s_{ma}} < Ton_{-s_{ist, sl}} + Toff_{-s_{ist, sl}}$

> Vincoli['d> $\frac{1}{2}$ ',Phi1]:= {  
 $0 \leq \tau + Tt$  ,  
 $\tau + Tt < (1 - \delta)T$   
};

$$Vincoli_{d>\frac{1}{2}, \Phi_1} := \{0 \leq \phi T + Tt, \phi T + Tt < (1 - \delta)T\}$$

> Int\_dip\_Ton['d> $\frac{1}{2}$ ',Phi1]:=  
clc(smy(Int(s[ma](t), t=t[0]..t[0]+delta\*T)=  
Hout[1]\*(Tt+tau)+(Ton\_s[ist,sl]-Tt-tau)\*Hout[h]  
), [T, Tt]);

$$Int\_dip\_Ton_{d>\frac{1}{2}, \Phi_1} := \int_{t_0}^{t_0+\delta T} s_{ma}(t) dt = (\delta - \phi)T - Tt$$

> Int\_dip\_Toff['d> $\frac{1}{2}$ ',Phi1]:=  
clc(smy(Int(s[ma](t), t=t[0]+delta\*T..t[0]+T)=  
Int\_s-rhs(Int\_dip\_Ton['d> $\frac{1}{2}$ ',Phi1])  
), [T, Tt]);

$$Int\_dip\_Toff_{d>\frac{1}{2}, \Phi_1} := \int_{t_0+\delta T}^{t_0+T} s_{ma}(t) dt = \phi T + Tt$$

Intervallo  $\Phi_2$ :  $Ton_{-s_{ist, sl}} + Toff_{-s_{ist, sl}} < \tau + Tt + Ton_{-s_{ma}}$ ,  $\tau + Tt < Ton_{-s_{ist, sl}}$

> Vincoli['d> $\frac{1}{2}$ ',Phi2]:= {  
 $(1 - \delta)T \leq \tau + Tt$  ,  
 $\tau + Tt < \delta T$   
};

$$Vincoli_{d>\frac{1}{2}, \Phi_2} := \{\phi T + Tt < \delta T, (1 - \delta)T \leq \phi T + Tt\}$$

> Int\_dip\_Toff['d> $\frac{1}{2}$ ',Phi2]:=  
clc(smy(Int(s[ma](t), t=t[0]+delta\*T..t[0]+T)=  
Hout[h]\*Toff\_s[ist,sl]  
), [T, Tt]);

$$Int\_dip\_Toff_{d>\frac{1}{2}, \Phi_2} := \int_{t_0+\delta T}^{t_0+T} s_{ma}(t) dt = (1 - \delta)T$$

> Int\_dip\_Ton['d> $\frac{1}{2}$ ',Phi2]:=  
clc(smy(Int(s[ma](t), t=t[0]..t[0]+delta\*T)=  
Int\_s-rhs(Int\_dip\_Toff['d> $\frac{1}{2}$ ',Phi2])  
), [T, Tt]);

$$Int\_dip\_Ton_{d>\frac{1}{2}, \Phi_2} := \int_{t_0}^{t_0+\delta T} s_{ma}(t) dt = (2\delta - 1)T$$

Intervallo  $\Phi_3$ :  $Ton_{-s_{ist,sl}} < \tau + Tt$ ,  $\tau + Tt < Ton_{-s_{ist,sl}} + Toff_{-s_{ist,sl}}$

```
> Vincoli['d>1/2',Phi3]:={
    delta*T <= tau+Tt,
    tau+Tt < T
};
```

$$Vincoli_{d>\frac{1}{2},\Phi_3} := \{\delta T \leq \phi T + Tt, \phi T + Tt < T\}$$

```
> Int_dip_Ton['d>1/2',Phi3]:=
    clc(smy(Int(s[ma](t),t=t[0]..t[0]+delta*T)=
        subs(dTon_s[ma]=((tau+Tt)-Toff_s[ma]),
            Hout[h]*dTon_s[ma]+Hout[l]*(Ton_s[ist,sl]-dTon_s[ma]))
        ),[T,Tt]);
```

$$Int\_dip\_Ton_{d>\frac{1}{2},\Phi_3} := \int_{t_0}^{t_0+\delta T} s_{ma}(t) dt = (\phi - 1 + \delta) T + Tt$$

```
> Int_dip_Toff['d>1/2',Phi3]:=
    clc(smy(Int(s[ma](t),t=t[0]+delta*T..t[0]+T)=
        Int_s-rhs(Int_dip_Ton['d>1/2',Phi3])
        ),[T,Tt]);
```

$$Int\_dip\_Toff_{d>\frac{1}{2},\Phi_3} := \int_{t_0+\delta T}^{t_0+T} s_{ma}(t) dt = (-\phi + 1) T - Tt$$

### B.1.6 Soluzione del sistema di equazioni

La soluzione cercata,  $T = f(\delta, \phi)$  con  $\{0 < \phi < 1, 0 < \delta < 1\}$ , è ottenuta componendo le soluzioni dei sistemi

$$\Delta i_{-Ton_{duty,inter\_phi}} = Hin_l - Hin_h$$

$$\Delta i_{-Ton_{duty,inter\_phi}} = Hin_h - Hin_l$$

impostati per ognuno dei sei casi definiti precedentemente.

```
> for duty in INTERV_DUTY do
    for inter_phi in INTERV_PHI do
```

Calcolo dell'integrale:

$$\Delta i_{-Ton_{duty,inter\_phi}} = A_3 \int_{t_0}^{t_0+Ton_{-s_{ist,sl}}} A_1 s_{ma}(t) + A_2 - s_{sl}(t) dt$$

```
> DELTAi_Ton[duty,inter_phi]:=
    smy(Hin[l]-Hin[h]=
        A3*(A1*rhs(Int_dip_Ton[duty,inter_phi])+Int_indip_Ton)):
```

Calcolo dell'integrale:

$$\Delta i_{-Ton_{duty,inter\_phi}} = A_3 \int_{t_0+Ton_{-s_{ist,sl}}}^{t_0+Ton_{-s_{ist,sl}}+Toff_{-s_{ist,sl}}} A_1 s_{ma}(t) + A_2 - s_{sl}(t) dt$$

```
> DELTAi_Toff[duty,inter_phi]:=
  smy(Hin[h]-Hin[l]=
  A3*(A1*rhs(Int_dip_Toff[duty,inter_phi])+Int_indip_Toff)):
```

La soluzione del sistema formato dalle ultime due equazioni fornisce  $T$  e  $\delta$  di regime per il caso specificato da  $duty$  ed  $inter\_phi$ . Da  $T$  ricaviamo  $PD_{nl}$ .

```
> Soluzioni[duty,inter_phi]:=
  solve({DELTAi_Ton[duty,inter_phi],
  DELTAi_Toff[duty,inter_phi]}
  ,{T,delta}):
```

Verifica sulla presenza di eventuali errori

```
> if Soluzioni[duty,inter_phi] = NULL then
  printf('ERRORE: 'solve' per %a regione %a\n',
  duty,inter_phi);
  next;
fi;
```

Ciclo utile a regime.

```
> DUTY[duty,inter_phi]:=
  smy(subs(Soluzioni[duty,inter_phi],delta));
```

Frequenza di commutazione a regime.

```
> PDnl[duty,inter_phi]:=
  clc(smy(subs(Soluzioni[duty,inter_phi],1/T))
  ,[phi,Tt,A1,A3]);
```

Intervallo di validità  $\Phi_{\#}$  per le soluzioni di regime trovate.

L'algoritmo implementato nel 'solve' di MapleVR4 è in grado di gestire solo disequazioni lineari. Le nostre disequazioni sono riconducibili ad una forma lineare in  $\phi$  con alcuni passaggi.

```
> Intervallo[duty,inter_phi]:=NULL:
for diseq in Vincoli[duty,inter_phi] do
  solve(diseq,{phi}):
  Intervallo[duty,inter_phi]:=
  Intervallo[duty,inter_phi] union
  solve(subs(delta=DUTY[duty,inter_phi],
  T=1/PDnl[duty,inter_phi],"),
  {phi}):
od:
od;
od;
```

Risultati del calcolo.

```
> #-----
#-- Procedura: smyprint(espressione)
#-----
# Stampa l'espressione dopo averla semplificata.
```

```

#
smyprint:=proc(espr)
  print(clc(smy(espr), [phi, Tt, A3, A2, A1]));
end:
#-----
> for duty in INTERV_DUTY do
  print('== Equazioni per '.duty.' ==');
  for inter_phi in INTERV_PHI do
    smyprint(inter_phi=Intervallo[duty, inter_phi]);
    smyprint(delta[inter_phi]=DUTY[duty, inter_phi]);
    smyprint(' PDnl '[inter_phi]=PDnl [duty, inter_phi]);
    print('-----');
  od;
od;

```

== Equazioni per  $d < \frac{1}{2}$  ==

$$\Phi_1 = \left\{ -\frac{A_3 Tt A_2 (A_1 + A_2 - 1)}{(A_1 - 1) A_3 Tt + A_1 - 1} \leq \phi, \phi < -\frac{A_2 (1 + A_3 Tt A_2)}{(A_1 - 1) A_3 Tt + A_1 - 1} \right\}$$

$$\delta_{\Phi_1} = -\frac{A_2}{A_1 - 1}$$

$$PDnl_{\Phi_1} = -\frac{A_3 (A_1^2 - A_1) \phi}{(1 + A_1^2 - 2 A_1) A_3 Tt - A_1 + 1} - \frac{A_3 (A_2^2 + (A_1 - 1) A_2)}{(1 + A_1^2 - 2 A_1) A_3 Tt - A_1 + 1}$$

-----

$$\Phi_2 = \left\{ -\frac{A_2 (1 + A_3 Tt A_2)}{(A_1 - 1) A_3 Tt + A_1 - 1} \leq \phi, \phi < -\frac{(A_2^2 + 1 - A_1 - 2 A_2) A_3 Tt - A_1 + 1 - A_2}{(A_1 - 1) A_3 Tt + A_1 - 1} \right\}$$

$$\delta_{\Phi_2} = -\frac{A_2}{A_1 - 1}$$

$$PDnl_{\Phi_2} = \frac{(A_2 - 1) A_3 A_2}{(A_1 - 1) A_3 Tt + A_1 - 1}$$

-----

$$\Phi_3 = \left\{ -\frac{(A_2^2 + 1 - A_1 - 2 A_2) A_3 Tt - A_1 + 1 - A_2}{(A_1 - 1) A_3 Tt + A_1 - 1} \leq \phi, \right. \\ \left. \phi < -\frac{(A_2^2 + (A_1 - 1) A_2 + 1 - A_1) A_3 Tt + 1 - A_1}{(A_1 - 1) A_3 Tt + A_1 - 1} \right\}$$

$$\delta_{\Phi_3} = -\frac{A_2}{A_1 - 1}$$



$$PDnl_{\Phi_3} = -\frac{A^3 (A1^2 - A1) \phi}{(A1^2 - 1) A^3 Tt + A1 - 1} - \frac{A^3 (-A2^2 + (1 - A1) A2 - A1^2 + A1)}{(A1^2 - 1) A^3 Tt + A1 - 1}$$

-----

$$== \text{Equazioni per } d > \frac{1}{2} ==$$

$$\Phi_1 = \left\{ -\frac{A^3 Tt A2 (A1 + A2 - 1)}{(A1 - 1) A^3 Tt + A1 - 1} \leq \phi, \right. \\ \left. \phi < -\frac{(A2^2 + (2 A1 - 2) A2 + 1 + A1^2 - 2 A1) A^3 Tt - A1 + 1 - A2}{(A1 - 1) A^3 Tt + A1 - 1} \right\}$$

$$\delta_{\Phi_1} = -\frac{A2}{A1 - 1}$$

$$PDnl_{\Phi_1} = -\frac{A^3 (A1^2 - A1) \phi}{(1 + A1^2 - 2 A1) A^3 Tt + 1 - A1} - \frac{A^3 (A2^2 + (A1 - 1) A2)}{(1 + A1^2 - 2 A1) A^3 Tt + 1 - A1}$$

-----

$$\Phi_2 = \left\{ \phi < -\frac{(-A1 + 2 A1 A2 + A2^2 + A1^2) A^3 Tt + A2}{(A1 - 1) A^3 Tt + A1 - 1}, \right. \\ \left. -\frac{(A2^2 + (2 A1 - 2) A2 + 1 + A1^2 - 2 A1) A^3 Tt - A1 + 1 - A2}{(A1 - 1) A^3 Tt + A1 - 1} \leq \phi \right\}$$

$$\delta_{\Phi_2} = -\frac{A2}{A1 - 1}$$

$$PDnl_{\Phi_2} = \frac{(A2^2 + (2 A1 - 1) A2 + A1^2 - A1) A^3}{(A1 - 1) A^3 Tt + A1 - 1}$$

-----

$$\Phi_3 = \left\{ \phi < -\frac{(A2^2 + (A1 - 1) A2 + 1 - A1) A^3 Tt + 1 - A1}{(A1 - 1) A^3 Tt + A1 - 1}, \right. \\ \left. -\frac{(-A1 + 2 A1 A2 + A2^2 + A1^2) A^3 Tt + A2}{(A1 - 1) A^3 Tt + A1 - 1} \leq \phi \right\}$$

$$\delta_{\Phi_3} = -\frac{A2}{A1 - 1}$$

$$PDnl_{\Phi_3} = -\frac{A^3 (A1^2 - A1) \phi}{(A1^2 - 1) A^3 Tt + A1 - 1} - \frac{A^3 (-A2^2 + (1 - A1) A2 - A1^2 + A1)}{(A1^2 - 1) A^3 Tt + A1 - 1}$$

-----

Localmente ad ogni intervallo  $\Phi_{\#}$  la frequenza di commutazione  $PDnl(\phi)$  è una funzione lineare di  $\phi$ . Considerando l'intero dominio  $PDnl(\phi)$  è una funzione lineare a tratti.

## B.2 Applicazione dei risultati alle principali topologie

Questo paragrafo mostra come applicare il *modello PLL generale* alla connessione interleaved tra due convertitori dello stesso tipo, entrambi con controllo ad isteresi di corrente. Prima di procedere è necessario definire esplicitamente le costanti  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  che dipendono, sostanzialmente, dalle topologie e dal tipo di connessione fra master e slave.

### B.2.1 Costanti $A_1$ , $A_2$ , $A_3$

Lista delle topologie elementari rappresentate dal modello CCM unificato.

```
> CC_unificati:=[boost, buck, buckboost];
```

Parametri del modello CCM unificato,  $C_1$  e  $C_2$ , necessari per la specifica delle topologie master e slave.

```
> C1C2[boost] := C1=1, C2=m-1;
   C1C2[buck] := C1=m, C2=-1/m;
   C1C2[buckboost] := C1=m+1, C2=-1/(m+1);
   C1C2_boost := C1 = 1, C2 = m - 1
```

$$C1C2_{buck} := C1 = m, C2 = -\frac{1}{m}$$

$$C1C2_{buckboost} := C1 = m + 1, C2 = -\frac{1}{m + 1}$$

I modelli CCM unificati per il master e lo slave sono completamente specificati dalle costanti  $ULC_1 = U_0 C_1 / L$  e  $C_2$ .

```
> ULC1[ma,sl] :=
   ULC1[sl]=U[0,sl]/L[sl]*C1[sl],
   ULC1[ma]=U[0,ma]/L[ma]*C1[ma];
   ULC1_ma_sl := ULC1_sl = \frac{U_{0,sl} C1_sl}{L_sl}, ULC1_ma = \frac{U_{0,ma} C1_ma}{L_ma}
```

```
> A[1,2,3] :=
   A1=ULC1[ma]/ULC1[sl]*k,
   A2=ULC1[ma]/ULC1[sl]*C2[ma]*k-C2[sl],
   A3=ULC1[sl]/H;
```

$A_{1,2,3} :=$

$$A1 = \frac{ULC1_{ma} k}{ULC1_{sl}}, A2 = \frac{ULC1_{ma} C2_{ma} k}{ULC1_{sl}} - C2_{sl}, A3 = \frac{ULC1_{sl}}{H}$$

Alle costanti  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  si può dare il seguente significato intuitivo.  $A_1$  ed  $A_2$  rendono conto dell'accoppiamento e della eventuale asimmetria tra master e slave.  $A_3$  riguarda il solo slave e contiene i parametri del controllo. Dalla definizione di  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  è evidente che la presenza di eventuali simmetrie fra master e slave semplifica notevolmente le espressioni precedenti. Segue la lista delle simmetrie predefinite.

```
> SimmetrieNote:={ideale, L_diverse};
```

*Simmetria ideale completa:* I convertitori master e slave sono identici, hanno la stessa topologia e parametri caratteristici.

```
> Simmetria[ideale]:=
    C1[ma]=C1,
    C1[sl]=C1,
    C2[ma]=C2,
    C2[sl]=C2,
    L[sl]='L"',
    L[ma]='L"',
    U[0,ma]=U0,
    U[0,sl]=U0:
```

*Simmetria quasi ideale:* I convertitori master e slave sono identici eccetto che per le induttanze.

```
> Simmetria[L_diverse]:=
    C1[ma]=C1,
    C1[sl]=C1,
    C2[ma]=C2,
    C2[sl]=C2,
    U[0,ma]=U0,
    U[0,sl]=U0:
```

*SimmetrieNote := {L\_diverse, ideale}*

*NOTA:* I parametri  $C_1$  e  $C_2$  per il master e lo slave ed il tipo di simmetria tra loro esistente devono essere assegnati mediante la procedura **Accoppiamento()** definita nel paragrafo successivo

### B.2.2 Modello PLL applicato alla connessione interleaved

Applichiamo il modello PLL equivalente alla connessione interleaved di sottosistemi aventi la stessa topologia, considerando quelle elencate nella lista *CC\_unificati*. Per la discussione generale si rimanda ancora una volta al capitolo 4.

```
> #-----
#-- Procedura:  Accoppiamento(Topol_ma,Topol_sl,Tipo_simm)
#-----
# Assegna le costanti dipendenti dal tipo di topologie
# accoppiate (C[1,ma],C[2,ma], C[1,sl],C[2,sl]) e quelle
# dipendenti dal tipo dalla eventuale simmetria.
# Gli argomenti Topol_sl e Topol_ma rappresentano il nome
# di una delle topologie elencate nella lista CC_unificati.
# Il parametro Tipo_simm può assumere uno dei valori della
# lista SimmetrieNote.
# La topologia e la simmetria vengono assegnate solo se
# specificate tra quelle note

Accoppiamento:=proc(topol_ma,topol_sl,tipo_simmetria)
    local master,slave,simmetria:
```

```

if member(topol_ma,CC_unificati) then
    master:= C1[ma]=subs(C1C2[topol_ma],C1),
             C2[ma]=subs(C1C2[topol_ma],C2);
else
    master:=NULL:
fi:

if member(topol_sl,CC_unificati) then
    slave:= C1[sl]=subs(C1C2[topol_sl],C1),
            C2[sl]=subs(C1C2[topol_sl],C2);
else
    slave:=NULL:
fi:

if member(tipo_simmetria,SimmetrieNote) then
    simmetria:=Simmetria[tipo_simmetria];
else
    simmetria:=NULL:
fi:

RETURN(master,slave,simmetria)
end:
#-----

> #-----
#-- Procedura:  csprint(Topol_ma,Topol_slave,Tipo_simm,espr)
#-----
# Stampa espr tenendo conto delle topologie scelte per il
# master e lo slave e della simmetria.

csprint:=proc(topol_ma,topol_sl,simmetria,espr)
    print(clc(smy(
        subs(A[1,2,3],ULC1[ma,sl],
            Accoppiamento(topol_ma,topol_sl,simmetria),
            espr))
        ,[phi,U0,Tt,k,m,H,'L"']));
end:
#-----

> for slave in CC_unificati do
    master:=slave: # imposto dalla connessione parallela
    print('*** Connessione interleaved tra master='.
        master.' e slave='.slave.' ***');
    for duty in INTERV_DUTY do
    print('== Equazioni per '.duty.' ==');
        for inter_phi in INTERV_PHI do
            csprint(master,slave,ideale
                ,inter_phi=Intervallo[duty,inter_phi]);
            csprint(master,slave,ideale
                ,delta[inter_phi]=DUTY[duty,inter_phi]);
            csprint(master,slave,ideale
                ,f[inter_phi]=PDnl[duty,inter_phi]);
        od:

```

od:  
od:

\*\*\* Connessione interleaved tra master = boost e slave = boost \*\*\*

== Equazioni per  $d < \frac{1}{2}$  ==

$$\Phi_1 = \left\{ -\frac{(k-1)m(m-1)U_0 T t}{U_0 T t + H L''} \leq \phi, \right. \\ \left. \phi < -\frac{(((m-1)k - m + 1) T t U_0 + H L'')(m-1)}{U_0 T t + H L''} \right\}$$

$$\delta_{\Phi_1} = -m + 1$$

$$f_{\Phi_1} = -\frac{U_0 k \phi}{(k-1) T t U_0 - H L''} - \frac{((m^2 - m)k - m^2 + m) U_0}{(k-1) T t U_0 - H L''}$$

$$\Phi_2 = \left\{ -\frac{(((m-1)k - m + 1) T t U_0 + H L'')(m-1)}{U_0 T t + H L''} \leq \phi, \right. \\ \left. \phi < -\frac{((m^2 - 2m + 1)k - m^2) T t U_0 - m H L''}{U_0 T t + H L''} \right\}$$

$$\delta_{\Phi_2} = -m + 1$$

$$f_{\Phi_2} = \frac{(m-1) U_0 ((m-1)k - m)}{U_0 T t + H L''}$$

$$\Phi_3 = \left\{ \phi < -\frac{((m^2 - m)k + m - m^2 - 1) T t U_0 - H L''}{U_0 T t + H L''}, \right. \\ \left. -\frac{((m^2 - 2m + 1)k - m^2) T t U_0 - m H L''}{U_0 T t + H L''} \leq \phi \right\}$$

$$\delta_{\Phi_3} = -m + 1$$

$$f_{\Phi_3} = -\frac{U_0 k \phi}{(k+1) T t U_0 + H L''} - \frac{((m - m^2 - 1)k + m^2 - m) U_0}{(k+1) T t U_0 + H L''}$$

== Equazioni per  $d > \frac{1}{2}$  ==

$$\Phi_1 = \left\{ -\frac{(k-1)m(m-1)U_0 T t}{U_0 T t + H L''} \leq \phi, \phi < -\frac{((km - m) T t U_0 - H L'')m}{U_0 T t + H L''} \right\}$$

$$\delta_{\Phi_1} = -m + 1$$

$$f_{\Phi_1} = -\frac{U_0 k \phi}{(k-1) T t U_0 - H L''} - \frac{((m^2 - m)k - m^2 + m) U_0}{(k-1) T t U_0 - H L''}$$

$$\Phi_2 = \left\{ \phi < -\frac{(-m^2 - 1 + km^2 + 2m) T t U_0 - H L'' + m H L''}{U_0 T t + H L''}, \right. \\ \left. -\frac{((km - m) T t U_0 - H L'')m}{U_0 T t + H L''} \leq \phi \right\}$$

$$\delta_{\Phi 2} = -m + 1$$

$$f_{\Phi 2} = \frac{U0 (k m - m + 1) m}{U0 Tt + H L''}$$

$$\Phi 3 = \left\{ -\frac{(-m^2 - 1 + k m^2 + 2 m) Tt U0 - H L'' + m H L''}{U0 Tt + H L''} \leq \phi, \right. \\ \left. \phi < -\frac{((m^2 - m) k + m - m^2 - 1) Tt U0 - H L''}{U0 Tt + H L''} \right\}$$

$$\delta_{\Phi 3} = -m + 1$$

$$f_{\Phi 3} = -\frac{k U0 \phi}{(k + 1) Tt U0 + L'' H} - \frac{((-1 + m - m^2) k - m + m^2) U0}{(k + 1) Tt U0 + L'' H}$$

\*\*\* Connessione interleaved tra master = buck e slave = buck \*\*\*

$$== \text{Equazioni per } d < \frac{1}{2} ==$$

$$\Phi 1 = \left\{ \phi < -\frac{U0 Tt (k - 1) - L'' H}{m (U0 m Tt + L'' H)}, \frac{((m - 1) k - m + 1) U0 Tt}{m (U0 m Tt + L'' H)} \leq \phi \right\}$$

$$\delta_{\Phi 1} = \frac{1}{m}$$

$$f_{\Phi 1} = -\frac{U0 m k \phi}{(k m - m) Tt U0 - L'' H} - \frac{((-m + 1) k + m - 1) U0}{m ((k m - m) Tt U0 - L'' H)}$$

$\Phi 2 =$

$$\left\{ \phi < -\frac{(-m^2 + 2 m + k - 1) Tt U0 - L'' H m + L'' H}{m (U0 m Tt + L'' H)}, -\frac{U0 Tt (k - 1) - L'' H}{m (U0 m Tt + L'' H)} \leq \phi \right\}$$

$$\delta_{\Phi 2} = \frac{1}{m}$$

$$f_{\Phi 2} = \frac{U0 (k - 1 + m)}{m (U0 m Tt + L'' H)}$$

$$\Phi 3 = \left\{ -\frac{(-m^2 + 2 m + k - 1) Tt U0 - L'' H m + L'' H}{m (U0 m Tt + L'' H)} \leq \phi, \right. \\ \left. \phi < \frac{((m - 1) k + m^2 + 1 - m) Tt U0 + L'' H m}{m (U0 m Tt + L'' H)} \right\}$$

$$\delta_{\Phi 3} = \frac{1}{m}$$

$$f_{\Phi 3} = -\frac{U0 m k \phi}{(k m + m) Tt U0 + L'' H} - \frac{((-1 + m - m^2) k - m + 1) U0}{m ((k m + m) Tt U0 + L'' H)}$$

$$== \text{Equazioni per } d > \frac{1}{2} ==$$

$$\Phi_1 = \left\{ \phi < -\frac{((-2m + m^2 + 1)k - m^2 + 2m - 1) Tt U0 - L'' H m + L'' H}{m(U0 m Tt + L'' H)}, \right. \\ \left. \frac{((m-1)k - m + 1) U0 Tt}{m(U0 m Tt + L'' H)} \leq \phi \right\}$$

$$\delta_{\Phi_1} = \frac{1}{m}$$

$$f_{\Phi_1} = -\frac{U0 m k \phi}{(k m - m) Tt U0 - L'' H} - \frac{((-m + 1)k + m - 1) U0}{m((k m - m) Tt U0 - L'' H)}$$

$$\Phi_2 = \left\{ -\frac{((-2m + m^2 + 1)k - m^2 + 2m - 1) Tt U0 - L'' H m + L'' H}{m(U0 m Tt + L'' H)} \leq \phi, \right. \\ \left. \phi < -\frac{((-2m + m^2 + 1)k - 1) Tt U0 - L'' H}{m(U0 m Tt + L'' H)} \right\}$$

$$\delta_{\Phi_2} = \frac{1}{m}$$

$$f_{\Phi_2} = \frac{U0((-2m + m^2 + 1)k + m - 1)}{m(U0 m Tt + L'' H)}$$

$$\Phi_3 = \left\{ \phi < \frac{((m-1)k + m^2 + 1 - m) Tt U0 + L'' H m}{m(U0 m Tt + L'' H)}, \right. \\ \left. -\frac{((-2m + m^2 + 1)k - 1) Tt U0 - L'' H}{m(U0 m Tt + L'' H)} \leq \phi \right\}$$

$$\delta_{\Phi_3} = \frac{1}{m}$$

$$f_{\Phi_3} = -\frac{U0 m k \phi}{(k m + m) Tt U0 + L'' H} - \frac{((-m^2 + m - 1)k - m + 1) U0}{m((k m + m) Tt U0 + L'' H)}$$

\*\*\* Connessione interleaved tra master = buckboost e slave = buckboost \*\*\*

$$=== Equazioni per d < \frac{1}{2} ===$$

$$\Phi_1 = \left\{ \frac{(k-1) Tt U0 m}{(U0(m+1) Tt + L'' H)(m+1)} \leq \phi, \phi < -\frac{U0 Tt(k-1) - L'' H}{(U0(m+1) Tt + L'' H)(m+1)} \right\}$$

$$\delta_{\Phi_1} = \frac{1}{m+1}$$

$$f_{\Phi_1} = -\frac{U0(m^2 + 2m + 1)k \phi}{(m+1)((k(m+1) - m - 1) Tt U0 - L'' H)} \\ - \frac{U0(-k m + m)}{(m+1)((k(m+1) - m - 1) Tt U0 - L'' H)}$$

$$\Phi 2 = \left\{ \phi < -\frac{(k - m^2) Tt U0 - L'' H m}{(U0 (m + 1) Tt + L'' H) (m + 1)}, -\frac{U0 Tt (k - 1) - L'' H}{(U0 (m + 1) Tt + L'' H) (m + 1)} \leq \phi \right\}$$

$$\delta_{\Phi 2} = \frac{1}{m + 1}$$

$$f_{\Phi 2} = \frac{(k + m) U0}{(U0 (m + 1) Tt + L'' H) (m + 1)}$$

$$\Phi 3 = \left\{ -\frac{(k - m^2) Tt U0 - L'' H m}{(U0 (m + 1) Tt + L'' H) (m + 1)} \leq \phi, \right. \\ \left. \phi < \frac{(1 + m^2 + k m + m) Tt U0 + L'' H m + L'' H}{(U0 (m + 1) Tt + L'' H) (m + 1)} \right\}$$

$$\delta_{\Phi 3} = \frac{1}{m + 1}$$

$$f_{\Phi 3} = -\frac{U0 (m^2 + 2 m + 1) k \phi}{(m + 1) ((k (m + 1) + m + 1) Tt U0 + L'' H)} \\ - \frac{U0 ((-m^2 - m - 1) k - m)}{(m + 1) ((k (m + 1) + m + 1) Tt U0 + L'' H)}$$

$$== \text{Equazioni per } d > \frac{1}{2} ==$$

$$\Phi 1 = \left\{ \frac{Tt U0 (k - 1) m}{(U0 (m + 1) Tt + L'' H) (m + 1)} \leq \phi, \phi < -\frac{((k m - m) Tt U0 - L'' H) m}{(U0 (m + 1) Tt + L'' H) (m + 1)} \right\}$$

$$\delta_{\Phi 1} = \frac{1}{m + 1}$$

$$f_{\Phi 1} = -\frac{U0 (m^2 + 2 m + 1) k \phi}{(m + 1) ((k (m + 1) - m - 1) Tt U0 - L'' H)} \\ - \frac{U0 (-k m + m)}{(m + 1) ((k (m + 1) - m - 1) Tt U0 - L'' H)}$$

$$\Phi 2 =$$

$$\left\{ \phi < -\frac{(k m^2 - 1) Tt U0 - L'' H}{(U0 (m + 1) Tt + L'' H) (m + 1)}, -\frac{((k m - m) Tt U0 - L'' H) m}{(U0 (m + 1) Tt + L'' H) (m + 1)} \leq \phi \right\}$$

$$\delta_{\Phi 2} = \frac{1}{m + 1}$$

$$f_{\Phi 2} = \frac{(k m + 1) m U0}{(U0 (m + 1) Tt + L'' H) (m + 1)}$$

$$\Phi 3 = \left\{ -\frac{(k m^2 - 1) Tt U0 - L'' H}{(U0 (m + 1) Tt + L'' H) (m + 1)} \leq \phi, \right. \\ \left. \phi < \frac{(1 + m^2 + k m + m) Tt U0 + L'' H m + L'' H}{(U0 (m + 1) Tt + L'' H) (m + 1)} \right\}$$



$$\delta_{\Phi 3} = \frac{1}{m+1}$$

$$f_{\Phi 3} = -\frac{U0 (m^2 + 2 m + 1) k \phi}{(m+1) ((k(m+1) + m+1) Tt U0 + L'' H)} - \frac{U0 ((-m^2 - m - 1) k - m)}{(m+1) ((k(m+1) + m+1) Tt U0 + L'' H)}$$

### B.2.3 Esempio numerico

Applichiamo il modello PLL alla connessione interleaved tra convertitori dello stesso tipo.

### B.2.4 Specifica dei dati

Per definire i dati numerici si utilizza una tabella con tre indici che precisano, rispettivamente, la topologia alla quale si riferiscono, l'eventuale simmetria esistente tra master e slave ed un numero progressivo che differenzia insiemi di dati con i primi due indici in comune. In sintesi la struttura è la seguente:

*Dati*<sub>topologia, simmetria, n</sub> = {  
*param*<sub>1</sub> = #, *param*<sub>2</sub> = #, ....., *param*<sub>n</sub> = # }

### B.2.5 Topologia boost

Dati provenienti da [1].

```
> Dati [boost,ideale,1] :=
    { k=0.25,m=0.335,
      'L''=1.24e-3,H=4, U0=380,
      Tt=6.5e-6}:
Dati [boost,ideale,2] :=
    { k=0.25,m=0.5,
      'L''=1.24e-3,H=4, U0=380,
      Tt=6.5e-6}:
Dati [boost,ideale,3] :=
    { k=0.25,m=0.665,
      'L''=1.24e-3,H=4, U0=380,
      Tt=6.5e-6}:
```

altri dati

```
> Dati [boost,ideale,4] :=
    { k=-1,m=0.335,
      'L''=1.24e-3,H=4, U0=380,
      Tt=6.5e-6}:
Dati [boost,ideale,5] :=
    { k=-1,m=0.5,
      'L''=1.24e-3,H=4, U0=380,
      Tt=6.5e-6}:
Dati [boost,ideale,6] :=
    { k=-1,m=0.665,
      'L''=1.24e-3,H=4, U0=380,
```

```

      Tt=6.5e-6}:
Dati[boost,ideale,7]:=
  { k=0.35,m=0.33,
    'L" '=3.24e-3,H=4, U0=380,
    Tt=2.5e-6}:

```

### B.2.6 Topologia buck

```

> Dati[buck,ideale,1]:=
  { k=0.25,m=1/.335,
    'L" '=1.24e-3,H=4, U0=380,
    Tt=6.5e-6}:
Dati[buck,ideale,2]:=
  { k=0.25,m=1/0.5,
    'L" '=1.24e-3,H=4, U0=380,
    Tt=6.5e-6}:
Dati[buck,ideale,3]:=
  { k=0.25,m=1/0.665,
    'L" '=1.24e-3,H=4, U0=380,
    Tt=6.5e-6}:

```

### B.2.7 Topologia buckboost

```

> Dati[buckboost,ideale,1]:=
  { k=0.25,m=1/0.335-1,
    'L" '=1.24e-3,H=4, U0=380,
    Tt=6.5e-6}:
Dati[buckboost,ideale,2]:=
  { k=0.25,m=1/0.5-1,
    'L" '=1.24e-3,H=4, U0=380,
    Tt=6.5e-6}:
Dati[buckboost,ideale,3]:=
  { k=0.25,m=1/0.665-1,
    'L" '=1.24e-3,H=4, U0=380,
    Tt=6.5e-6}:

```

### B.2.8 Scelta della topologia, della simmetria e del set di dati.

Topologie e simmetrie note.

```

> CC_unificati;
  SimmetrieNote;

      [boost, buck, buckboost]

      {L_diverse, ideale}

```

Le tre variabili seguenti specificano la topologia del master e dello slave, la simmetria e l'indice dell'insieme di dati da utilizzare nei calcoli numerici seguenti.

```

> topo:=buckboost;
  simm:=ideale;
  ind:=3;

      topo := buckboost

```

*sim* := ideale

*ind* := 3

Verifichiamo se sono state specificate tutte le costanti necessarie al calcolo.

```
> #-----
#-Procedura:  Numerico(Dati,Topol_ma,Topol_sl,Tipo_simm,espr)
#-----
# Restituisce il valore numerico ottenuto sostituendo i Dati
# numerici nell'espr.

Numerico:=proc(DATI,topo_ma,topo_sl,simmetria,espr)
    smy(subs(A[1,2,3],
             ULC1[ma,sl],
             Accoppiamento(topo_ma,topo_sl,simmetria),
             DATI,
             espr));
end:
#-----
printf('TOPOLOGIA   %a, SIMMETRIA %a\n',topo,simm);
print('Costanti da specificare:  '):
    indets(Numerico({},topo,topo,simm,{A1,A2,A3,Tt}));
print('Costanti specificate:  '):
    Dati[topo,simm,ind];
rimanenti:=indets(Numerico(Dati[topo,simm,ind],
                           topo,topo,simm,{A1,A2,A3,Tt})):
if rimanenti <> {} then
    print(' '):
    print('WARNING: Non tutte le costanti sono '.
          ' state specificate!   mancano:');
    print(rimanenti);
    print(' '):
else
    print(' '):
    print('Tutte le costanti necessarie '.
          'sono state specificate. ');
    print(' '):
fi:
print(' ');
unassign('rimanenti');
```

TOPOLOGIA buckboost, SIMMETRIA ideale

*Costanti da specificare :*

$\{k, H, Tt, m, L'', U0\}$

*Costanti specificate :*

$\{k = .25, L'' = .00124, U0 = 380, H = 4, Tt = .65 \cdot 10^{-5}, m = .503759398\}$

*Tutte le costanti necessarie sono state specificate.*

La lista *DATI* contiene gli argomenti da passare alla procedura *Numerico()*.

```
> DATI:=Dati[topo,simm,ind],topo,topo,simm;

DATI :=
{k = .25, L" = .00124, U0 = 380, H = 4, Tt = .65 10-5, m = .503759398},
buckboost, buckboost, ideale
```

Determinazione, se esiste, dell'insieme di equazioni valide per il valore di *m* specificato in *DATI*.

```
> 'try for 0<duty<1/2':=Numerico(DATI,DUTY['d<1/2',Phi1]):
'try for 1/2<duty<1':=Numerico(DATI,DUTY['d>1/2',Phi1]):
if 'try for 0<duty<1/2' >=0 and 'try for 0<duty<1/2' <=1/2 then
  duty:='d<1/2';
  printf(' [TOPOLOGIA=%a] [m=%5.4a] ==> [duty=%5.4a] '.
    ' Set di equazioni: %a\n',
    topo,Numerico(DATI,m),'try for 0<duty<1/2'
    ,duty);
elif 'try for 1/2<duty<1' >=1/2 and 'try for 1/2<duty<1' <=1 then
  duty:='d>1/2';
  printf('Topologia %a: per m=%a si ha %a\n',topo
    ,Numerico(DATI,m),delta='try for 1/2<duty<1');
  print(' Si utilizza l'insieme di equazioni per '.duty);
else
  duty=NULL;
  print('!!ERRORE: Soluzione numerica non compatibile!');
  print('-----');
fi:
unassign('try for 1/2<duty<1','try for 1/2<duty<1');
```

Topologia buckboost: per m=.5037593980 si ha delta = .6650000001

*Si utilizza l'insieme di equazioni per  $d > \frac{1}{2}$*

Calcolo la caratteristica lineare a tratti del modello PLL equivalente alla topologia scelta.

```
> printf('*****\n'.
  '*****\n');
printf('* MODELLO PLL EQUIV. AL PARALLELO DI DUE %a, '.
  ' SIMMETRIA %a\n',topo,simm);
printf('*****\n'.
  '*****\n');
printf('PARAMETRI DEL MASTER E DELLO SLAVE:');
Dati[topo,simm,ind];
printf('\nCARATTERISTICA DEL PD non lineare:\n'.
```

```

        '-----\n');

freq[duty,Phi1]:=NULL:
freq[duty,Phi2]:=NULL:
freq[duty,Phi3]:=NULL:
for inter_phi in INTERV_PHI do
  print(delta[inter_phi]=
    Numerico(DATI,DUTY[duty,inter_phi]));
  frq:=Numerico(DATI,PDnl[duty,inter_phi]);
  print(f[inter_phi]=frq);
  condizioni[duty,inter_phi]:=
    solve(Numerico(DATI,
      subs(delta=DUTY[duty,inter_phi],
        T=1/PDnl[duty,inter_phi],
        Vincoli[duty,inter_phi]))
    ,phi):
  print(inter_phi=condizioni[duty,inter_phi]);
  if condizioni[duty,inter_phi]<>NULL then
    freq[duty,inter_phi]:=
      'if'(condizioni[duty,inter_phi][1] and
        condizioni[duty,inter_phi][2],1,0)* frq:
  else
    freq[duty,inter_phi]:=NULL;
  fi:
od:

```

```

*****
* MODELLO PLL EQUIV. AL PARALLELO DI DUE buckboost, SIMMETRIA ideale
*****
PARAMETRI DEL MASTER E DELLO SLAVE:

```

$$\{k = .25, L'' = .00124, U_0 = 380, H = 4, Tt = .65 \cdot 10^{-5}, m = .503759398\}$$

CARATTERISTICA DEL PD non lineare:

-----

$$\delta_{\Phi_1} = .6650000001$$

$$f_{\Phi_1} = 18443.37883 \phi + 12326.17115$$

$$\Phi_1 = \{-.07154335473 \leq \phi, \phi < .2275953144\}$$

$$\delta_{\Phi_2} = .6650000001$$

$$f_{\Phi_2} = 16523.79777$$

$$\Phi_2 = \{.2275953143 \leq \phi, \phi < .5575953148\}$$

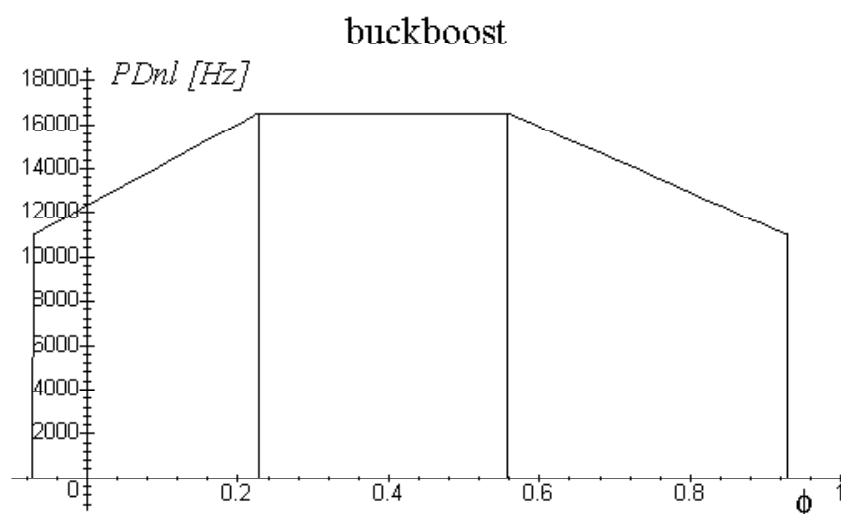
$$\delta_{\Phi_3} = .6650000001$$

$$f_{\Phi_3} = -14876.52484 \phi + 24818.87830$$

$$\Phi_3 = \{.5575953148 \leq \phi, \phi < .9284566453\}$$

Grafico di  $f(\phi)$  per la topologia master/slave scelta.

```
> PhiRange:=-0.1..1:
fMax:=max(subs(phi=0,Numerico(DATI,PDnl[duty,Phi1])),
          Numerico(DATI,PDnl[duty,Phi2])):
P1:=plot(freq[duty,Phi1],phi=PhiRange,
          color=black,style=line,linestyle=1):
P2:=plot(freq[duty,Phi2],phi=PhiRange,
          color=black,style=line,linestyle=1):
P3:=plot(freq[duty,Phi3],phi=PhiRange,
          color=black,style=line,linestyle=1):
display({P1,P2,P3},title=convert(topo,string),
        TEXT([rhs(PhiRange)*.95,-fMax/15],'f',FONT(SYMBOL,12)),
        TEXT([0.125,fMax*1.1],'PDnl [Hz]',FONT(TIMES,ITALIC,12)),
        axes=normal,scaling=unconstrained,labels=[' ',' ']);
```



## C Simulazioni CSMP e funzioni MATLAB

### Simulazioni CSMP

Le simulazioni del capitolo 3 e 4 sono state eseguite con il programma CSMP che segue.

TITLE Simulazione di convertitori con controllo di corrente in connessione interleaved

```
*----- Specifica del numero totale di simulazioni
*-- Il programma prevede tre modi di funzionamento, a seconda del valore
*-- imposto alla variabile di controllo MODSIM
*--
*-- MODSIM=1. ==> Viene eseguita UNA SOLA simulazione con M=UN/UO iniziale,
*-- In uscita viene prodotto il file con i campioni dei segnali
*-- I1, I2, S1, S2 in funzione del tempo. In coda al file viene
*-- scritta la fase e la frequenza di regime.
*-- MODSIM=2. ==> Le simulazioni vengono ripetute al variare di M=UN/UO,
*-- secondo la successione M, M+DM, M+2*DM, .... MMAX.
*-- In uscita viene prodotto un file contenente fase e
```

```

*-- frequenza di regime per ogni M fissato.
*-- MODSIM=3. ==> Le simulazioni vengono ripetute al variare di TAU,
*-- secondo la successione
*--TAU, TAU+DTAU, TAU+2*DTAU, .... TAU/PERIOD>1.
*-- In uscita viene prodotto un file contenente fase e
*-- frequenza di regime per ogni TAU fissato.
CONSTANT MODSIM=1.

*-- M Valore iniziale del rapporto tra la tensione UN e U0.
CONSTANT M=0.35
*-- MMAX [E' usata solo se MODSIM=2.] Valore finale del rapporto UN/U0
*-- Deve soddisfare i vincoli imposti dalla topologia.
*--
CONSTANT MMAX=.5
*-- DM [E' usata solo se MODSIM=2.] Incrementato dato a M=UN/U0 ad
*-- ogni simulazione. Il numero totale di simulazioni dipende
*-- da questo parametro.
CONSTANT DM=.1

*-- TAU [E' usata solo se MODSIM=3.] Ritardo iniziale tra i fronti
*-- di salita dei segnali di controllo.
CONSTANT TAU=0.0E-6

*-- DTAU [E' usata solo se MODSIM=3.] Incrementato dato a TAU ad
*-- ogni simulazione. Il numero totale di simulazioni dipende
*-- da questo parametro.
CONSTANT DTAU=5.0E-6

*-- EPSILO Errore relativo massimo tra gli ultimi due periodi di
*-- commutazione consecutivi. E' il parametro che ci indica
*-- quando un convertitore raggiunge le condizioni di regime.
CONSTANT EPSILO=0.5E-4

*-- MINCOM Numero minimo di commutazioni imposta al master
*-- MAXCOM Numero massimo di commutazioni che i convertitori possono
*-- effettuare; superato questo limite la simulazione si ferma,
*-- anche se il sistema non ha raggiunto le condizioni di regime.
CONSTANT MINCOM=5.0
CONSTANT MAXCOM=300.0

*----- Parametri per i modelli generalizzati dei convertitori 1 e 2
*----- Parametri della topologia e punto di lavoro
*-- C1,C2 Specificano una delle topologie rappresentate dal modello
*-- CCM unificato. Sono definite nella sezione INITIAL. Si ha:
*--boost: C1=1. C2=M-1. (0<=M<=1)
*--buck: C1=M C2=-1./M ( M>=1)
*--buckboost: C1=M+1. C2=-1./(M+1.) ( M>=0)
*-- U0 Tensione di uscita costante
*-- M Rapporto tra la tensione in ingresso e quella in uscita

```

```

*-- L      Induttanza
*-- ILO    Valore iniziale della corrente sull'induttore
*----- Parametri per il controllo ad isteresi ritardato
*-- H      Larghezza della banda di isteresi
*-- ISTAR  Riferimento centrale della banda di isteresi
*-- TT     Ritardo di commutazione
*-- K      Coefficiente di accoppiamento
*-----
CONSTANT  U0=380.0,          ...
*-- La connessione parallela impone M1=M2=M
    L1=3.0E-3,          L2=2.5E-3,    ...
    IL01=4.0,          IL02=12.0

CONSTANT  H1=3.0,          H2=3.5,    ...
    ISTAR1=8.0,          ISTAR2=8.0, ...
    TT1=1.5E-6,          TT2=1.0E-6, ...
    K1=0.4,              K2=0.3

*----- [Macro MODCCM]
*--
*-- Implementazione del Modello CCM generalizzato con controllo ad
*-- isteresi sulla corrente dell'induttore (Riferimento: Cap 3.1.4)
*--
*-- VARIABILI IN INGRESSO:
*--
*--C1:     Primo parametro caratteristico della topologia.
*--C2:     Secondo parametro caratteristico della topologia.
*--L:      Induttanza.
*--ILO:    Corrente iniziale sull'induttore
*--U0:     Tensione d'uscita.
*--ISTAR:  Riferimento di corrente.
*--H:      Banda d'isteresi.
*--TT:     Ritardo di commutazione.
*-- VARIABILI IN USCITA:
*--IL:     Corrente sull'induttore L
*--SCTRL:  Stato dello switch
*--

MACRO IL,SCTRL=MODCCM(C1,C2,ILO,L,ISTAR,H,U0,TT)

*-- Traslazione di iL
DELTAI=ISTAR-IL

*-- Isteresi
*-- Produce il segnale di controllo non ritardato
IF (DELTAI.GE.0.5*H) THEN
SIST=1.
ELSE IF (DELTAI.LE.-0.5*H) THEN
SIST=0.

```



```

ENDIF

*-- Ritardo di commutazione
*--
*-- n.punti=1000 ==> DELT > TT/1000
IF (KEEP.EQ.1) THEN
    SCTRL=DELAY(1000,TT,SIST)
ENDIF

*-- Parametri dipendenti dalla topologia CCM
*
ILDOT=(SCTRL+C2)*C1*U0/L

*-- Corrente sull'induttore
IL=INTGRL(ILO,ILDOT)

ENDMAC

*--- SEZIONE INITIAL ---
*-----
INITIAL
NOSORT

*-- La connessione parallela impone M1=M2=M
M1=M
M2=M

*-- C1,C2 Specificano una delle topologie rappresentate dal modello
*-- CCM unificato.
*--boost:      C1=1.    C2=M-1.
*--buck:       C1=M     C2=-1./M
*--buckboost:  C1=M+1. C2=-1./(M+1.)

*-- Parametri per il convertitore 1
C11=1.0
C12=M1-1.

*-- Parametri per il convertitore 2
C21=1.0
C22=M2-1.

*-- COMMUT Numero di commutazioni eseguite per la simulazione corrente.
COMMUT=0.0

*-- PERIOD Periodo di commutazione a regime. E' calcolato dalla SUB ENDPHI.
PERIOD=-1.0

*-- REGIME Indica se la simulazione attuale ha raggiunto le condizioni
*-- di regime, nel qual caso viene posta ad 1 dalla SUB ENDPHI.

```

```

REGIME=0.0

*-- ERRORE Errore assoluto, a regime, tra i periodi di commutazione dei
*-- convertitori
ERRORE=1.OE10

*-- Inizializzazione del file di output e delle variabili della SUB ENDPHI.
CALL PREOUT(MODSIM)

*--- SEZIONE DYNAMIC ---
*-----
DYNAMIC
NOSORT

*-- Simulazione di tipo 1 e 2
IF ((MODSIM.EQ.1.).OR.(MODSIM.EQ.2.)) THEN
*-- Riferimento di corrente fornito al convertitore 1
IRIF1=ISTAR1 + K1*IL2
*-- Convertitore 1 in CCM con controllo ad isteresi.
IL1,S1=MODCCM(C11,C12,IL01,L1,IRIF1,H1,U0,TT1)
ENDIF

*-- Simulazione di tipo 3: Un convertitore si sincronizza con se stesso.
IF (MODSIM.EQ.3.) THEN
*-- Corrente sull'induttore ritardata di phi1=TAU/PERIOD
IL1=DELAY(500,TAU,IL2)
S1=DELAY(500,TAU,S2)
ENDIF

*-- Riferimento di corrente fornito al convertitore 2
IRIF2=ISTAR2 + K2*IL1
*-- Convertitore 2 in CCM con controllo ad isteresi
IL2,S2=MODCCM(C21,C22,IL02,L2,IRIF2,H2,U0,TT2)

*-- Il file di campioni nel dominio del tempo viene prodotto
*-- solo se e' richiesta una simulazione di tipo 1
IF (MODSIM.EQ.1.) THEN
CALL OUT(TIME,KEEP,PRDEL,IL1,IL2,S1,S2)
ENDIF

CALL ENDPHI(MODSIM,KEEP,TIME,S1,S2,COMMUT,ERRORE, ...
PERIOD,TAU,REGIME,EPSILO,MINCOM)

CALL ELAB(KEEP,TIME,FINTIM,TAU,PERIOD)

*--- SEZIONE TERMINAL ---
TERMINAL
METHOD SIMP

```

TIMER FINTIM=10.0E-3 ,DELT=.1E-6,DELMIN=1.0E-15,PRDEL=0.1E-6

\*-- In condizioni normali ogni singola simulazione termina quando viene  
\*-- raggiunta la situazione di regime, indicata dalla condizione REGIME=1.  
\*-- In questo caso la variabile COMMUT rappresenta il numero di cicli di  
\*-- commutazione che sono stati necessari al raggiungimento del regime.  
\*-- Per evitare situazioni di stallo derivanti dal mancato raggiungimento  
\*-- del regime, la card FINISH prevede un numero massimo di commutazioni  
\*-- oltre al quale la simulazione ha termine. In questo caso, se  
\*-- l'approssimazione raggiunta non è soddisfacente, bisogna agire sui  
\*-- parametri di simulazione, ad es. si può:

\*--aumentare MAXCOM

\*--aumentare EPSILON

\*--diminuire DELT

FINISH REGIME=1.0 ,COMMUT=MAXCOM

\*-- La fase e la frequenza (per ogni M fissato) viene scritta  
\*-- nel file per tutti i tipi di simulazione.

CALL OUTP(TAU,PERIOD,ERRORE,M1,M2,MODSIM)

\*-- La successiva simulazione dipende dal valore di MODSIM

IF (MODSIM.EQ.1.) GOTO 10

IF (MODSIM.EQ.2.) GOTO 20

IF (MODSIM.EQ.3.) GOTO 30

10 CONTINUE

\*-- Se la simulazione e' di tipo 1, non si eseguono ulteriori  
\*-- simulazioni.

GOTO 1

20 CONTINUE

\*-- Se la simulazione e' di tipo 2, si da inizio ad una nuova  
\*-- simulazione (CALL RERUN) con un valore di M superiore.

\*-- Il programma termina quando  $M \geq MMAX$ .

IF (M.GE.MMAX) GOTO 1

M=M+DM

CALL RERUN

30 CONTINUE

\*-- Se la simulazione e' di tipo 3, si da inizio ad una nuova  
\*-- simulazione (CALL RERUN) con un ritardo di fase superiore.

\*-- Il programma termina se la simulazione corrente ha prodotto un  
\*-- ritardo di fase TAU/PERIOD pari o superiore a 1.

IF (TAU/PERIOD.GE.1.0) GOTO 1

TAU=TAU+DTAU

CALL RERUN

1 CONTINUE

END

STOP

```
C-----  
C--- Subroutine ---  
C-----
```

```
C-----  
C--- Subroutine PREOUT ---  
C- E' la subroutine che inizializza le variabili usate dalle altre  
C- ed il file con i risultati di tutte le simulazioni.  
C- E' inserita nella sezione INITIAL per essere eseguita una sola volta.  
C-  
C-
```

```
      SUBROUTINE PREOUT(MODSIM)  
      REAL MODSIM
```

```
C-- SIMCON Questa variabile conta il n.ro di simulazioni eseguite  
      INTEGER SIMCON
```

```
C-- La descrizione delle variabili seguenti e' nella SUB ENDPHI.  
      REAL TRMA, TRMALA, SMALAS, PMA,PMALAS, COMMA,REGMA  
      REAL TRSL, TRSLLA, SLLAS, PSL,PSLLAS, COMSL,REGSL  
      COMMON/VAR/TRMA, TRMALA, SMALAS, PMA,PMALAS, COMMA,REGMA,  
      1          TRSL, TRSLLA, SLLAS, PSL,PSLLAS, COMSL,REGSL
```

```
C-- Incremento il contatore delle simulazioni  
      SIMCON=SIMCON+1
```

```
C-- Inizializzo le variabili usate dalla SUBROUTINE di output ENDPHI  
      TRMA=0.0  
      TRMALA=0.0  
      SMALAS=0.0  
      PMA=-1.0  
      PMALAS=-1.0  
      COMMA=0.0  
      REGMA=0.0  
      TRSL=0.0  
      TRSLLA=0.0  
      SLLAS=0.0  
      PSL=-1.0  
      PSLLAS=-1.0  
      COMSL=0.0  
      REGSL=0.0
```

```
C-- I dati prodotti dalla SUBROUTINE di output OUTP sono inviati al  
C-- descrittore di file #8.
```

```
C-- Scrivo l'header, a seconda del tipo di simulazione, solo alla prima simul.
```

```
400 FORMAT ('# TIME I1 I2 S1 S2')  
420 FORMAT ('# phi1 Freq err_rel_TmaTsl m1 m2 ' )  
      IF (SIMCON.LE.1) THEN  
      IF (MODSIM.EQ.1.) THEN
```

```

        WRITE(8,400)
    ENDIF
    IF ( (MODSIM.EQ.2.).OR.(MODSIM.EQ.3.) ) THEN
        WRITE(8,420)
    ENDIF
        ENDIF
        RETURN
    END

C-----
C--- Subroutine OUTP ---
C-- Scrive sul file di uscita la riga contenete i risultati della
C-- simulazione corrente.
C-
C-   VARIABILI IN INGRESSO:
C--TAU   Ritardo di commutazione tra master e slave.
C--PERIOD Periodo di commutazione a regime.
C--ERRORE Errore assoluto tra i periodi di commutazione a regime del
C--master e lo slave
C--M1, M2
C--MODSIM
C-   VARIABILI IN USCITA:
C-NESSUNA

        SUBROUTINE OUTP(TAU,PERIOD,ERRORE,M1,M2,MODSIM)
            REAL TAU,PERIOD,ERRORE,M1,M2,MODSIM

C-- Ogni riga del file con i risultati dei calcoli contiene la fase phi1,
C-- la frequenza ed il valore di M.

510  FORMAT ('#----- phi1 Freq err_rel_TmaTsl m1 m2-----#')
520  FORMAT ('#-----',5E16.7)
530  FORMAT (5E16.7)

        IF (MODSIM.EQ.1.) THEN
            WRITE(8,510)
            WRITE(8,520) TAU/PERIOD,1.0/PERIOD,ERRORE/PERIOD,M1,M2
        ENDIF
        IF ( (MODSIM.EQ.2.).OR.(MODSIM.EQ.3.) ) THEN
            WRITE(8,530) TAU/PERIOD,1.0/PERIOD,ERRORE/PERIOD,M1,M2
        ENDIF
        RETURN
    END

C-----
C--- Subroutine ENDPHI ---
C-- Rileva gli istanti di commutazione del master e dello slave e segnala
C-- il raggiungimento del regime ponendo la variabile di uscita REGIME=1.
C-- A regime raggiunto, calcola il periodo di commutazione del sistema.

```

```

C--
C-   VARIABILI IN INGRESSO:
C--MODSIM  Tipo di simulazioni in corso
C--EPSILO  Errore relativo ammesso sui periodi di commutazione a regime
C--KEEP    vedi Manuale CSMP
C--TIME    vedi Manuale CSMP
C--SMA     Segnale di controllo del master
C--SSL     Segnale di controllo dello slave
C--MINCOM  Numero minimo di commutazioni imposto al master
C-   VARIABILI IN USCITA:
C--REGIME  Viene posta uguale ad 1 quando sia il master che lo slave
C--hanno raggiunto il regime.
C--PERIOD  Stima del periodo di commutazione a regime
C--TAU     Ritardo di commutazione tra master e slave
C--COMMUT  Numero di commutazioni totali effettuate
C--ERRORE  Errore assoluto tra i periodi di commutazione a regime del
C--master e lo slave

      SUBROUTINE ENDPHI(MODSIM,KEEP,TIME,SMA,SSL,COMMUT,
1          ERRORE,PERIOD,TAU,REGIME,EPSILO,MINCOM)
      INTEGER KEEP
      REAL    MODSIM,TIME,SMA,SSL,COMMUT,ERRORE
      REAL    PERIOD,TAU,REGIME,EPSILO,MINCOM

C-- VARIABILI INTERNE: (sono inizializzate dalla sub PREOUT)
C--TRMA, TRSL:      Istante dell'ultimo fronte di salita di SMA e SSL
C--TRMALA, TRSLLA: Istante del penultimo fronte di salita di SMA e SSL
C--SMALAS, SLLAS:  Valore precedente all'ultima commutazione di SMA e SSL
C--PMA, PSL:       Periodo di commutazione attuale per SMA e SSL
C--PMALAS, PSLLAS: Periodo precedente l'ultima commutazione di SMA e SSL
C--COMMA, COMSL:   N.ro di commutazioni effettuate dal master e dallo slave
C--REGMA, REGSL:   Segnalano il raggiungimento del regime del master e
C--dello slave.

      REAL TRMA, TRMALA, SMALAS, PMA,PMALAS, COMMA,REGMA
      REAL TRSL, TRSLLA, SLLAS, PSL,PSLLAS, COMSL,REGSL
      COMMON/VAR/TRMA, TRMALA, SMALAS, PMA,PMALAS, COMMA,REGMA,
1          TRSL, TRSLLA, SLLAS, PSL,PSLLAS, COMSL,REGSL

C-- Per calcolare il periodo di commutazione prendo come
C-- riferimento l'intervallo di tempo fra 2 fronti di salita
C-- successivi di SXX.

C-- COMMUTAZIONI DELLO SLAVE
      IF( (ABS(SSL-SLLAS).GE.0.99).AND.(KEEP.EQ.1) ) THEN
C-- C'e' stata una commutazione di SSL.
C-- Incremento il contatore delle commutazioni ed
C-- aggiorno il valore di SLLAS, contenente lo stato precedente.
      COMSL=COMSL+1.0

```

```

        SLLAS=SSL
        IF(SSL.GE.0.99) THEN
C-- E' un fronte di salita. Calcolo il periodo di commutazione.
        TRSLLA=TRSL
        PSLLAS=PSL
        TRSL=TIME
        PSL=TRSL-TRSLLA
        IF ((ABS(PSL-PSLLAS).LT.EPSILO*PSL).AND.
            1 (REGMA.EQ.1.0)) THEN
C-- La slave puo' raggiungere il regime solo dopo che il master l'ha raggiunto.
        REGSL=1.0
C-- Impongo una ulteriore commutazione del master in quanto il riferimento per
C-- TAU e' sul fronte di salita dello slave.
        REGMA=0.0
        ENDIF
        ENDIF
        ENDIF

C-- COMMUTAZIONI DEL MASTER
        IF( (ABS(SMA-SMALAS).GE.0.99).AND.(KEEP.EQ.1) ) THEN
C-- C'e' stata una commutazione del segnale di controllo del master SMA.
C-- Incremento il contatore delle commutazioni ed aggiorno il valore
C-- di SMALAS, contenente lo stato precedente.
        COMMA=COMMA+1.0
        SMALAS=SMA
        IF(SMA.GE.0.99) THEN
C-- E' un fronte di salita. Calcolo il periodo di commutazione.
        TRMALA=TRMA
        PMALAS=PMA
        TRMA=TIME
        PMA=TRMA-TRMALA
        IF ((ABS(PMA-PMALAS).LT.EPSILO*PMA).AND.
            1 (COMMA.GE.MINCOM)) THEN
C-- Imponiamo al master un numero minimo di commutazioni MINCOM.
        REGMA=1.0
        ENDIF
        ENDIF
        ENDIF

C-- Stimo il periodo di commutazione ed il ritardo TAU tra master e slave
        PERIOD=PSL
C-- Se la simulazione e' di tipo 3 TAU e' imposta, quindi non devo stimarla.
        IF (MODSIM.NE.3.) THEN
        TAU=TRMA-TRSL
        ENDIF

C-- La condizione di regime per l'intero sistema e' segnalata da
C-- REGSL=1.0 && REGMA=1.0

```

```

        IF ((REGMA.EQ.1.0).AND.(REGSL.EQ.1.0)) THEN
C-- Siamo a regime.
        REGIME=1.0
        ERRORE=PMA-PSL
        ENDIF
C-- Numero di commutazioni totali effettuate dal master e lo slave
        COMMUT=COMMA+COMSL
        RETURN
        END

C-----
C--- Subroutine OUT ---
C--
C-- Scopo:
C--- Evita l'uso del comando "print" del CSMP che, limitando a 5 le cifre
C-- significative, fissa la risoluzione temporale a 1E-5*Ttot_osservazione.
C--- Permette di rappresentare efficacemente segnali con tempi di salita
C-- dell'ordine di 0.1E-6 sec su intervalli totali di osservazione della
C-- durata di 1E-1 sec.
C--- Permette di impostare eventi di trigger per la registrazione delle
C-- variabili osservate, riducendo notevolmente la dimensione del file
C-- prodotto. Nella nostra particolare analisi, i files cosi' prodotti sono
C-- tra le 10 e le 40 volte piu' piccoli di quelli ottenuti con il comando
C-- "print" del CSMP, a parita' di risoluzione temporale e durata totale
C-- dell'analisi.
C
C--

        SUBROUTINE OUT(TIME,KEEP,PRDEL,I1,I2,S1,S2)

        REAL TIME, PRDEL, I1, I2, S1, S2
        INTEGER KEEP

        REAL OLDTIM,OLDI1,OLDI2,OLDS1,OLDS2
        REAL LASTWR,NXTME

1002 FORMAT (5E16.7)

        IF ((KEEP.EQ.1).AND.(TIME.GE.NXTME)) THEN
IF ((S1.NE.OLDS1).OR.(S2.NE.OLDS2).OR.(NXTME.EQ.0.)) THEN
        IF(LASTWR.NE.OLDTIM) THEN
                WRITE(8,1002) OLDTIM,OLDI1,OLDI2,OLDS1,OLDS2
        ENDIF
        WRITE(8,1002) TIME,I1,I2,S1,S2
        NXTME=TIME+PRDEL
        LASTWR=TIME
    ENDIF
    OLDTIM=TIME
    OLDS1=S1

```



```

OLDS2=S2
OLDI1=I1
OLDI2=I2
    ENDIF
    RETURN
    END

```

```

C-----

```

```

C--- Subroutine ELAB ---

```

```

C- Controllo dell'elaborazione in corso.

```

```

C-

```

```

    SUBROUTINE ELAB(KEEP,TIME,FINTIM,TAU,PER)
    INTEGER KEEP
    REAL TIME,FINTIM,NXTST,TAU,PER,OLDTAU

```

```

2000 FORMAT ('+',F5.1,'% FASE:',F9.6,' F:',F16.7)

```

```

    IF ((KEEP.EQ.1).AND.(TAU.NE.OLDTAU)) THEN

```

```

NXTST=0.0

```

```

OLDTAU=TAU

```

```

    ENDIF

```

```

    IF((KEEP.EQ.1).AND.(TIME.GE.NXTST)) THEN

```

```

    WRITE(*,2000) 100.0*NXTST/FINTIM,TAU/PER,1.0/PER

```

```

    NXTST=NXTST+FINTIM*0.01

```

```

    ENDIF

```

```

    RETURN

```

```

    END

```

```

ENDJOB

```

## Funzioni Matlab

Seguono alcune funzioni Matlab, utili per elaborare il modello PLL.

```

function [KPhi,fOPhi,min_Phi,max_Phi]= ...

```

```

    PDcalpar(topo_ma,Lma,ISTARema,UOma,Mma, ...

```

```

    topo_sl,Lsl,ISTARsl,UOsl,Msl,H,Tt, ...

```

```

    k)

```

```

% [KPhi,fOPhi,min_Phi,max_Phi]=

```

```

% PDcalpar(topo_ma,Lma,ISTARema,UOma,Mma, ...

```

```

% topo_sl,Lsl,ISTARsl,UOsl,Msl,H,Tt, ...

```

```

% k)

```

```

%

```

```

% Calcola i parametri che specificano la caratteristica statica PDn1(phi1)

```

```

% del PLL equivalente all'accoppiamento in corrente tra il convertitore

```

```

% master e quello slave.

```

```

% - Entrambi i convertitori sono rappresentati con il modello CCM generalizzato,

```

```

% - I calcoli sono effettuati con la fase normalizzata ad 1 phi1. Per non

```

```

% appesantire troppo la notazione e' indicata con phi.

```

```

%

```

```

% INGRESSO:

```

```

% Parametri del convertitore master:
% topo_ma: Stringa che specifica la topologia del master nel
% modello CCM generalizzato. Puo' assumere i valori seguenti:
%      {'boost', 'buck', 'buckboost'}
%      Lma: Induttanza del master [H]
%      ISTARema: Valore medio della corrente sull'induttore del master
%      UOma: Tensione in uscita del master [V]
%      Mma: Rapporto UN/U0 del master
%
% Parametri del convertitore slave:
% topo_sl: Stringa che specifica la topologia dello slave nel
% modello CCM generalizzato. Puo' assumere i valori seguenti:
%      {'boost', 'buck', 'buckboost'}
%      Lsl: Induttanza dello slave [H]
% ISTARsl: Riferimento di corrente dello slave.
%      UOsl: Tensione in uscita del slave [V]
%      Msl: Rapporto UN/U0 dello slave
%      H: Ampiezza della banda d'isteresi dello slave [A]
%      Tt: Ritardo di commutazione dello slave [sec]
%
%      k: Fattore di accoppiamento tra master e slave.
%
% USCITA:
% Ritorna i 4 vettori 1x3 [KPhi, f0Phi, min_Phi, max_Phi] che specificano la
% caratteristica statica secondo l'equazione:
%
%      / PDnl(phi+1)          se phi < min_Phi(1,1)
%      |
%      | KPhi(1,1)*phi+f0Phi(1,1)  se min_Phi(1,1) <=phi< max_Phi(1,1)
%      |
% PDnl(phi)=<  KPhi(1,2)*phi+f0Phi(1,2)  se min_Phi(1,2) <=phi< max_Phi(1,2)
%      |
%      | KPhi(1,3)*phi+f0Phi(1,3)  se min_Phi(1,3) <=phi< max_Phi(1,3)
%      |
%      \ PDnl(phi-1)          se phi >= max_Phi(1,3)
%
% essendo:
% max_Phi(1,1)=min_Phi(1,2)
% max_Phi(1,2)=min_Phi(1,3)
%
%
% Nel capitolo 3 l'analisi teorica e' stata condotta distinguendo
% due casi principali, rispettivamente per delta<1/2 e delta>1/2.
% Le equazioni dei due casi sono legate da simmetria. In generale
% si puo' passare dalle equazioni delta<1/2 a quelle per delta>1/2
% con la seguente sostituzione
%
% delta ==> 1-delta
%

```

```

% Introducendo nella precedente la soluzione generale per delta si ottiene
%
%   A2 ==> -(A1+A2-1)
%
% Questa considerazione ci permette di scrivere solo una delle due famiglie
% di equazioni ed ottenere le altre con la sostituzione.

% inizializzazione dei vettori da calcolare
KPhi=zeros(1,3);
f0Phi=zeros(1,3);
min_Phi=zeros(1,3);
max_Phi=zeros(1,3);

% Calcolo i parametri C1 e C2 per il modello CCM unif. del master
switch lower(topo_ma)
    case 'boost',      C1ma=1;,    C2ma=Mma-1;
    case 'buck',      C1ma=Mma;,    C2ma=-1/Mma;
    case 'buckboost', C1ma=Mma+1;, C2ma=-1/(Mma+1);
    otherwise, disp('Topologia master sconosciuta.')
end

% Calcolo i parametri C1 e C2 per il modello CCM unif. dello slave
switch lower(topo_sl)
    case 'boost',      C1sl=1;,    C2sl=Msl-1;
    case 'buck',      C1sl=Msl;,    C2sl=-1/Msl;
    case 'buckboost', C1sl=Msl+1;, C2sl=-1/(Msl+1);
    otherwise, disp('Topologia slave sconosciuta.')
end

% Calcolo delle costanti A1, A2, A3 dello schema di Fig.3.2.3
ULC1sl=U0sl/Lsl*C1sl;
ULC1ma=U0ma/Lma*C1ma;
ISTARtot=ISTARsl+k*ISTARema;

A1=ULC1ma/ULC1sl*k;
A2=ULC1ma/ULC1sl*C2ma*k-C2sl;
A3=ULC1sl/H;

% l'espressione di del ciclo utile delta e' unica in tutti i casi
delta= -A2/(A1-1);

% se il delta>1/2 applichiamo la simmetria per poter utilizzare
% le eq. valide per delta<1/2
if delta>1/2
    A2=-(A1+A2-1);
end;

%----- Equazioni valide per delta<1/2
%
```

```

%--- segmento Phi1=[min_Phi(1,1), max_Phi(1,1)] ---
% Intervallo di validita'
min_Phi(1,1)=-A3*Tt*A2*(A1+A2-1)/((A1-1)*A3*Tt+A1-1);
max_Phi(1,1)=-A2*(1+A3*Tt*A2)/((A1-1)*A3*Tt+A1-1);

% Parametri validi nell'intervallo: min_Phi(1,1) < phi < max_Phi(1,1)
KPhi(1,1)=-A3*(A1^2-A1)/((A1^2-2*A1+1)*A3*Tt-A1+1);
f0Phi(1,1)=-A3*(A2^2+(A1-1)*A2)/((A1^2-2*A1+1)*A3*Tt-A1+1);

%--- segmento Phi2=[min_Phi(1,2), max_Phi(1,2)] ---
% Intervallo di validita'
min_Phi(1,2)=-A2*(1+A3*Tt*A2)/((A1-1)*A3*Tt+A1-1);
max_Phi(1,2)=((-A2^2+2*A2+A1-1)*A3*Tt+A1+A2-1)/((A1-1)*A3*Tt+A1-1);

% Parametri validi nell'intervallo: min_Phi(1,2) < phi < max_Phi(1,2)
KPhi(1,2)=0;
f0Phi(1,2)=(A2-1)*A3*A2/((A1-1)*A3*Tt+A1-1);

%--- segmento Phi3=[min_Phi(1,3), max_Phi(1,3)] ---
% Intervallo di validita'
min_Phi(1,3)=((-A2^2+2*A2+A1-1)*A3*Tt+A1+A2-1)/((A1-1)*A3*Tt+A1-1);
max_Phi(1,3)=-((A2^2+(A1-1)*A2-A1+1)*A3*Tt-A1+1)/((A1-1)*A3*Tt+A1-1);

% Parametri validi nell'intervallo: min_Phi(1,3) < phi < max_Phi(1,3)
%
KPhi(1,3)=-A3*(A1^2-A1)/((A1^2-1)*A3*Tt+A1-1);
f0Phi(1,3)=-A3*(-A2^2+(-A1+1)*A2-A1^2+A1)/((A1^2-1)*A3*Tt+A1-1);
return;

function [xf, yf, f]= PDcaratt(ph_,m_,k,U0, ...
    topo,Lma,ISTARema,Lsl,ISTARsl,H,Tt)
% [phi_or_freq_, m_, freq_]=
% PDcaratt(ph_,m_,k,U0,topo,Lma,ISTARema,Lsl,ISTARsl,H,Tt)
%
% Calcola e visualizza la caratteristica statica PDnl(phi1) del PLL
% equivalente all'accoppiamento in corrente tra il convertitore
% master e quello slave connessi in parallelo, aventi cioe' stessa
% tensione di alimentazione, stessa tensione di uscita e
% stessa topologia (e' una conseguenza della connessione parallela).
%
% CONVENZIONI ADOTTATE:
% - Le variabili terminate dall'underscore '_' sono vettori o matrici,
%   le altre sono scalari.
% - Entrambi i convertitori sono rappresentati con il modello CCM generalizzato,
% - I calcoli sono effettuati con la fase phi normalizzata ad 1.
%
% INGRESSO:

```

```

% Dominio nel quale effettuare il calcolo:
%   ph_: Intervallo per la fase
%   m_: Intervallo per il rapporto UN/UO
%   k: Fattore di accoppiamento tra master e slave.
%   U0: Tensione in uscita del slave [V]
%   topo: Stringa che specifica la topologia del master e
% dello slave. Puo' assumere i valori seguenti:
%   {'boost', 'buck', 'buckboost'}
% Parametri del convertitore master:
%   Lma: Induttanza del master [H]
%   ISTARema: Valore medio della corrente sull'induttore del master
%
% Parametri del convertitore slave:
%   Lsl: Induttanza dello slave [H]
% ISTARsl: Riferimento di corrente dello slave.
%   H: Ampiezza della banda d'isteresi dello slave [A]
%   Tt: Ritardo di commutazione dello slave [sec]
%
%
% USCITA:
% Restituisce il vettore delle sole frequenze o la terna completa
% [interv_phi,interv_m,freq].
%
% Esempi
% Visualizza la caratteristica
% » PDcaratt([0:.02:1],[0:.02:.5],k,U0,topo, ...
% »           Lma,ISTARema,Lsl,ISTARsl,H,Tt)
% » shading interp
%
% Restituisce la matrice delle frequenze.
% » [f]=PDcaratt([0:.5:1],[0:.25:.5],k,U0,topo, ...
% »           Lma,ISTARema,Lsl,ISTARsl,H,Tt)
%
% Restituisce il dominio phi_, m_ specificato in ingresso ed il vettore
% delle frequenze.
% » [phi_,m_,f]=PDcaratt([0:.5:1],[0:.25:.5],k,U0,topo, ...
% »           Lma,ISTARema,Lsl,ISTARsl,H,Tt)

f=zeros(size(m_,2),size(ph_,2));
for i=1:size(m_,2),
    m=m_(1,i);
    % I parametri dei segmenti che formano la caratteristica dipendono
    % da 'm'. Sono ottenuti chiamando la funzione 'PDcalpar()'.
    [Kv,fv,PhiMin,PhiMax]= ...
    PDcalpar(topo,Lma,ISTARema,U0,m, ...
    topo,Lsl,ISTARsl,U0,m,H,Tt,k);
    for j=1:size(ph_,2),
phi=ph_(1,j);
if phi < PhiMin(1,1)

```

```

        f(i,j)=PDcaratt(phi+1,m,k,U0, ...
        topo,Lma,ISTARema,Lsl,ISTARsl,H,Tt);
elseif phi >= PhiMin(1,1) & phi < PhiMax(1,1)
    f(i,j)=Kv(1,1)*phi+fv(1,1);
elseif phi >= PhiMin(1,2) & phi < PhiMax(1,2)
    f(i,j)=Kv(1,2)*phi+fv(1,2);
elseif phi >= PhiMin(1,3) & phi < PhiMax(1,3)
    f(i,j)=Kv(1,3)*phi+fv(1,3);
elseif phi >= PhiMax(1,3)
    f(i,j)=PDcaratt(phi-1,m,k,U0, ...
    topo,Lma,ISTARema,Lsl,ISTARsl,H,Tt);
end;
    end;
end;

if nargout == 1
    % restituisce solo il vettore/scalare delle frequenze calcolate.
    xf= f;
elseif nargout == 3
    % restituisce la terna completa.
    xf = ph_;
    yf=m_;
else
    % Self demonstration
    if max(max(size(ph_))>1 & max(max(size(m_))>1
disp(' ');
disp('Non sono stati richiesti valori in uscita o ne e stato richiesto')
disp('un n.ro incorretto. ');
disp('Visualizzo il grafico della caratteristica... ');
disp(' ');
clf
mesh(ph_,m_,f)
axis([min(min(ph_)) max(max(ph_)) min(min(m_)) max(max(m_)) ...
min(min(f)) max(max(f))])
xlabel('phi normalizzata ad 1'), ylabel('m'), zlabel('f [Hz]')
title(['Caratteristica del PDnl per la coppia ', ...
'master/slave di ', topo]);
disp('....fatto. ');
disp(' ');
    else
f
    end;
end;
return;

```

## Riferimenti bibliografici

- [1] J.W. Kolar, J.R. Kamath, N. Mohan, F.C. Zach, Self-Adjusting Input Current Ripple Cancellation of Coupled Parallel Connected Hysteresis-Controlled Boost Power Factor Correctors, (Atti del PESC 1995).
- [2] H. Meyer, G. Ascheid, Synchronization in Digital Communications Volume **1**, (WILEY series in telecommunications).
- [3] F.M. Gardner, Phaselock Techniques, (WILEY series in telecommunications).
- [4] L. Malesani, Progettazione di elettronica analogica, (Bologna: Pàtron Editore, 1979).
- [5] J.G. Kassakian, M.F. Schlecht, G.C. Verghese, Principles of Power Electronics, (Reading: Addison-Wesley Publishing Company).
- [6] N. Mohan, Power Electronics, (New York: WILEY, 1989).
- [7] J. Millman, Circuiti e sistemi micro elettronici, (Torino: Bollati Boringhieri, 1985).
- [8] Appunti di ELETTROTECNICA-CIRCUITI per il corso di elettrotecnica per elettronici. 1a parte: RETI ELETTRICHE IN REGIME STAZIONARIO E COMPONENTI IN REGIME QUASI-STAZIONARIO, pp124-129, (A.A. 1987).
- [9] P. Tenti, G. Spiazzi, L. Rossetto, Appunti dalle lezioni di elettronica di potenza, (1995-'96)
- [10] L. Rossetto, G. Spiazzi, P. Tenti, Control Techniques for power factor correction converters, Proceedings of the 7th Power Electronics and Motion Control Conference, Sept 20-22, Warsaw, Poland, Vol. **II** pp. 1310-1318, (1994).
- [11] M. Albach, D. Dambois, Optimized operation for 3 kW off-line preconditioner circuits, Proceedings of the 4th European Conference on Power Electronics and Applications, Firenze , Sept 3-6, Vol. **III** pp. 134-139, (1991).
- [12] B. Miwa, D. Otten, M. Schlecht, High efficiency power factor correction using interleaved techniques, Record of 7th IEEE Applied Power Electronics Conference, Boston, Feb. 23-27, pp.557-568, (1992).
- [13] C.M. Sexias, I. Barbi, Analysis of a power factor correction system employing the multiphase boost converter operating in discontinuous conduction at constant frequency, Record of 2th Brazilian Power Electronics Conference, pp. 207-212, (1993).
- [14] L. Balogh, R. Redl, Power factor correction with interleaved boost converters in continuous inductor current mode, Record of 8th IEEE Applied Power Electronics Conference, San Diego, March 7-11, pp.168-174, (1993).
- [15] C. Zhou, R.B. Ridley, F.C. Lee, Design and analysis of a hysteretic boost power factor correction circuit, Virginia Power Electronics Center Publication Series, Vol. **V**, Switching Rectifier for Power Factor Correction, pp. 7-14, (1994).