



ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE

Laboratori Nazionali di Frascati

INFN-DIV-17-01/LNF
10th April 2017

Introduzione alla Cosmologia

Danilo Babusci

INFN-Laboratori Nazionali di Frascati Via E. Fermi 40, Frascati, Italy

Publicato da SIDS–Pubblicazioni
Laboratori Nazionali di Frascati

Questa nota fa parte di una serie di dispense distribuite durante il corso “Incontri di Fisica Moderna”, rivolto ai docenti di Matematica e Fisica dei Licei Scientifici. Rivolgersi all'autore.

Indice

Indice	iii
1 L'universo	1
1.1 L'universo infinito di Newton	4
1.2 Il paradosso di Olbers	5
1.3 L'universo statico di Einstein	7
1.4 L'universo vuoto di de Sitter	10
2 Principio Cosmologico	13
2.1 Il contributo di Friedmann e Lemaître	18
3 Cosmologia osservativa	25
3.1 Spettroscopia	25
3.2 La misura delle velocità	27
3.3 La misura delle distanze	29
4 L'espansione dell'universo	33
4.1 La scoperta di Hubble	33
4.2 Il redshift cosmologico	39
4.3 La legge di Hubble	42
4.4 Equivoci comuni sul Big Bang	45
4.4.1 Natura e origine dell'espansione	45
4.4.2 La natura del redshift	47
5 La geometria dell'universo	51
5.1 Le geometrie non euclidee	52
6 Modelli Cosmologici	55
6.1 La teoria dello Stato Stazionario	69

7	Big Bang	73
7.1	Il problema dell'elio	73
7.2	La scoperta del Fondo a Microonde	75
7.3	Lo studio del CMB	79
7.4	L'origine del CMB	85
7.5	L'universo primordiale	89
7.5.1	L'era di Planck	89
7.5.2	L'era delle transizioni di fase	90
7.5.3	L'era degli adroni e dei leptoni	92
7.5.4	L'era della nucleosintesi	93
8	L'universo inflazionario	99
8.1	I problemi del modello standard	100
8.1.1	Il problema della piattezza	100
8.1.2	Il problema dell'orizzonte	102
8.1.3	Il problema delle reliquie	104
8.2	La teoria dell'inflazione	105
8.3	Inflazione caotica	115
8.4	Inflazione eterna	116
8.5	Critiche alla teoria inflazionaria	119
9	Problemi aperti	123
9.1	La singolarità iniziale	124
9.2	La materia oscura	126
9.3	L'espansione accelerata dell'universo	138
9.4	Il futuro dell'universo	151
10	Appendici	155

Capitolo 1

L'universo

Mi piace la cosmologia: c'è qualcosa di esaltante nel considerare l'universo nel suo complesso come un unico oggetto dotato di una certa forma. Quale entità, a parte Dio, potrebbe essere più nobile e più degna di umana considerazione del cosmo? Lasciamo perdere i tassi di di interesse, la guerra, la delinquenza; parliamo dello *spazio*.

Rudy Rucker¹

Originariamente con il termine 'cosmologia' s'indicava la visione del mondo, nel senso più ampio del termine. Oggi questo termine denota, più specificamente, lo studio dell'intero universo osservabile, concepito come un'unica entità. Ciò implica una chiara demarcazione fra la Cosmologia (in questo senso) e l'Astronomia, che si occupa degli ingredienti che costituiscono il nostro universo e della sua struttura su scale di grandezza più piccole. Un'analogia terrestre aiuta a chiarire il punto. Osservando un oceano da un punto in cui non ci sia terra in vista, si può notare l'esistenza di strutture complesse: onde, schiuma, e così via. Ma se spingiamo lo sguardo oltre le onde più lunghe, si vede un'uniformità globale che si estende per molti e molti chilometri, fino all'orizzonte. Una parte di oceano abbastanza grande da poter essere considerata 'tipica' deve estendersi molto più in là della scala delle onde più lunghe. Ma questa dimensione è ancora piccola a paragone della distesa dell'oceano che possiamo vedere; il nostro orizzonte arriva abbastanza lontano da abbracciare molte regioni statisticamente simili l'una all'altra, ciascuna delle quali è sufficientemente grande da costituire un buon campione di oceano. Questa uniformità dei paesaggi marini non è, però, una caratteristica dei paesaggi in generale. Sulla terraferma, ad esempio, una catena montuosa può estendersi fino all'orizzonte con una serie di picchi sempre più alti, o un'unica caratteristica topografica può dominare l'intero panorama.

¹*La Quarta Dimensione*, pag. 119, Adelphi (1994).

Il nostro universo osservabile, ovvero il volume contenuto nell'*orizzonte* che può essere raggiunto dai telescopi più potenti, assomiglia a un paesaggio marino, piuttosto che a uno montano. Persino le caratteristiche più cospicue sono piccole se confrontate alla portata dei nostri telescopi. Ha senso, dunque, parlare di proprietà medie 'uniformi' del nostro universo osservabile. Questa caratteristica, senza la quale la Cosmologia non avrebbe fatto alcun progresso, sembrava essere, fino a poco tempo fa, solo una fortunata coincidenza; solo ora si è cominciato a capire perché il nostro universo nella sua struttura su grande scala è così semplice.

Seguendo questa analogia, l'oceano può sembrare uniforme fino all'orizzonte che possiamo scorgere, solo pochi chilometri lontano. Ma ciò non implica che esso si estenda all'infinito così, privo di tratti caratteristici. Qualche centinaio di chilometri più in là, il tempo può essere molto più tempestoso o molto più calmo e le onde potrebbero apparire completamente diverse. Un migliaio di chilometri oltre, l'oceano sarà limitato da una costa. Allo stesso modo, l'intero universo che possiamo osservare potrebbe essere nient'altro che una chiazza di spazio e tempo di un multiverso variegato. L'orizzonte delle nostre osservazioni si estende fino a circa 10 miliardi di anni luce, ma abbraccia solo un frammento della realtà fisica, un frammento che potrebbe essere tutt'altro che tipico. Nuovi livelli di complessità potrebbero trovarsi al di là di questo orizzonte, su scale di gran lunga più estese.

I cosmologi dipendono dalle osservazioni più che dagli esperimenti. Assomigliano ai paleontologi o ai geologi, che cercano di inferire come si sia evoluta la nostra Terra e le creature che la abitano. I cosmologi studiano 'fossili' del passato (vecchie stelle, elementi chimici sintetizzati quando la Galassia era ancora giovane, e così via). Ma hanno un vantaggio rispetto a chi si occupa di altre scienze 'storiche': puntando i loro telescopi verso oggetti lontani, possono completare le testimonianze 'fossili' *osservando*, letteralmente, il passato.

Alcuni critici del darwinismo affermano che è soltanto una teoria, intendendo con ciò che esso è fondato su inferenze indirette. È vero, ma queste inferenze si incastrano l'una con l'altra formando una teoria eccezionalmente robusta. Ma i cosmologi possono vedere effettivamente l'evoluzione di cui ci parlano: le galassie lontane, la cui luce è stata emessa svariati miliardi di anni fa, appaiono chiaramente diverse dalle galassie nei dintorni della nostra. Non si tratta di una 'macchina del tempo' del tipo di quelle tanto care a certa fantascienza. Non stiamo sondando la storia della nostra regione locale, ma osservando istantanee di molte galassie lontane che, almeno statisticamente, dovrebbero assomigliare a come erano la nostra Via Lattea, Andromeda e le altre galassie vicine, molti miliardi di anni fa.

Nella Cosmologia scientifica l'attenzione è rivolta a domande a cui si spera

di poter rispondere, quali:

- qual è lo stato dell'universo?
- come l'universo ha raggiunto tale stato?

Se ripercorriamo l'evoluzione dell'universo all'indietro nel tempo, ci possiamo chiedere se è esistito, o meno, un istante $t = 0$. La nostra esplorazione ci condurrà, fatalmente, ad affrontare il problema delle condizioni iniziali, ovvero quale era lo stato dell'universo nell'istante, a noi accessibile, più vicino alla nascita. La Cosmologia ha come scopo quello di descrivere queste condizioni iniziali e spiegare come l'universo si sia evoluto a partire da esse.

Esistono molti possibili insiemi di condizioni iniziali, e dobbiamo adottare un criterio per stabilire quelle 'buone'. Ad esempio, supponiamo che qualcuno ci voglia convincere che l'universo è stato creato stamane alle 6:00². In tal caso, ogni cosa che noi conosciamo deve essere stata creata dal nulla in quell'istante, incluso l'archivio di memorie nella nostra mente, la luce che arriva dalle stelle distanti, i resti fossili e i libri di storia che descrivono il passato. Cosa c'è che non va con queste condizioni iniziali? Sono troppo complicate. Inoltre, un modello di questo tipo non può essere confutato in quanto una qualunque condizione iniziale che potrebbe essere proposta come verifica del modello potrebbe, semplicemente, essere aggiunta allo stato iniziale.

L'impossibilità di falsificare tale modello implica che esso non è una teoria scientifica. Al confronto, il modello del Big Bang, di cui parleremo in queste lezioni, prevede che l'universo cominci la sua evoluzione da uno stato molto più semplice: c'erano una certa quantità di materia e energia, certe leggi fisiche e certe costanti fondamentali. La complessità che osserviamo esisteva come potenzialità e si è sviluppata, naturalmente, nell'evoluzione successiva.

Nel formulare i nostri modelli gradiremmo poter descrivere lo stato iniziale con il minor numero possibile di ingredienti. Nella Scienza è buona regola aderire al cosiddetto principio del rasoio di Occam: in assenza di un'evidenza del contrario, la più semplice tra spiegazioni concorrenti è quella da preferire. Il modello del Big Bang ha proprio la virtù di basarsi su condizioni iniziali relativamente semplici.

Dopo una breve panoramica dei problemi sollevati dall'esistenza dell'universo, affronteremo lo studio delle idee fondamentali della Cosmologia moderna. I concetti e i risultati più importanti saranno presentati secondo una prospettiva storica, sia per riflettere la succitata natura di scienza 'storica' della Cosmologia (al pari della Biologia Evoluzionistica), sia perché, soprattutto agli albori, questa scienza è stata caratterizzata da false partenze, per lo

²Incredibile da pensare, ma nel mondo ci sono svariati milioni di persone che credono qualcosa del genere.

più determinate da pregiudizi in cui è difficile non scorgere una motivazione di natura religiosa. Molto spesso il processo che porta a individuare l'origine dell'errore è poi, in alcuni casi, addirittura più istruttivo della soluzione del problema.

1.1 L'universo infinito di Newton

Per secoli i fisici e gli astronomi hanno tentato di comprendere la dinamica dell'universo. Questi tentativi hanno condotto inevitabilmente allo studio della funzione cosmologica dell'unica forza che agisce tra corpi astrofisici: la forza di gravità.

Il primo ad affrontare il problema fu, ovviamente, Newton. Egli realizzò che una qualunque distribuzione *finita* di materia, a causa dell'attrazione gravitazionale, tenderebbe a cadere tutta verso il centro "... e a comporre ivi una grande massa sferica", come ebbe a scrivere, nel 1642, in una lettera inviata al classicista di Cambridge, Richard Bentley. Al contrario, se la materia fosse distribuita uniformemente in uno spazio *infinito* non esisterebbe alcun centro verso cui essa potrebbe collassare. In tal caso potrebbe contrarsi dando origine a un numero infinito di masse materiali disseminate nell'universo; questa, secondo Newton, la possibile origine del Sole e delle altre stelle.

Perché Newton pensava che un universo infinito non potesse collassare? Il suo ragionamento prendeva le mosse dall'osservazione che per una distribuzione infinita e uniforme di stelle (in un linguaggio che sarà più chiaro in seguito, un universo isotropo intorno a ogni punto) le attrazioni esercitate su un generico punto dello spazio si bilanciano esattamente. Questa condizione di equilibrio, però, è altamente instabile. Affinché l'universo mantenga questa configurazione, è richiesto un grado d'isotropia elevatissimo: anche un piccolo sbilanciamento delle forze, quale quello prodotto dai moti locali dei pianeti, spingerebbe le varie masse in una direzione qualsiasi, con conseguente collasso dell'intero sistema³.

In realtà, Newton si sbagliava. Di seguito cercheremo di illustrare dov'è l'errore, il che ci consentirà di capire quanta attenzione vada posta nel maneggiare il concetto di infinito.

Un modo di impostare correttamente il problema consiste nello scomporre la distribuzione infinita di materia in una successione di sfere concentriche finite di raggio via via crescente. Consideriamo due sfere, A e B, di uguale densità di materia, ma di raggio diverso: ad esempio, $r_B = 2r_A$. Supponiamo, inoltre, che le stelle all'interno di ciascuna sfera siano di dimensioni

³Quando descriveremo il modello di Einstein, preciseremo meglio questo concetto.

trascurabili rispetto alle distanze che le separano; questa ipotesi è necessaria per evitare che, quando le sfere iniziano a contrarsi, le stelle non prendano a premere l'una sull'altra, dando, così, luogo a una pressione che resiste alla contrazione. Confrontiamo, ora, tra loro i tempi impiegati dalle sfere a collassare calcolando le accelerazioni a cui è soggetta una piccola massa, posta, alternativamente, sulla superficie di ciascuna sfera:

- Sfera A

$$F_A \propto \frac{M_A}{r_A^2} = \frac{\rho V_A}{r_A^2} \propto r_A.$$

- Sfera B

$$F_B \propto \frac{M_B}{r_B^2} = \frac{\rho V_B}{r_B^2} \propto r_B = 2r_A.$$

Risulta, quindi, $a_B = 2a_A$, per cui, a un generico istante la velocità della massa posta su B sarà il doppio di quella della massa sulla superficie di A. Poiché la distanza da percorrere durante il collasso risulta anch'essa doppia nel caso della sfera B rispetto a quella A, la conclusione è che entrambe le sfere impiegano lo *stesso tempo* per collassare. Dal momento che una distribuzione infinita di materia può essere ottenuta come limite di una sfera per il raggio che tende all'infinito, si ha che la distribuzione infinita impiegherà per collassare lo stesso tempo impiegato da una sfera di raggio arbitrario.

1.2 Il paradosso di Olbers

Una distribuzione più o meno uniforme di materia luminosa in un universo infinito comporta una difficoltà che emerge da una osservazione di carattere cosmologico evidente a chiunque di noi: *il cielo notturno è scuro*.

In un universo di estensione infinita e, in media, omogeneamente popolato di stelle luminose, l'intero cielo ne dovrebbe essere ricoperto e la nostra visuale dovrebbe finire per incontrare, in ogni direzione, la superficie di una stella. È vero che l'intensità luminosa decresce con il quadrato della distanza d dall'osservatore, ma al crescere di questa aumenta dello stesso fattore anche la superficie della sfera di raggio d centrata sull'osservatore: il cielo notturno dovrebbe, in ogni punto, splendere come la superficie di una stella.

Questo paradosso può essere illustrato con il semplice modello di Fig. 1.1. Supponendo di trovarci al centro di una sfera immaginaria di raggio R , ogni strato di spessore infinitesimo dr occuperà un volume $dV = 4\pi R^2 dr$. Se ipotizziamo che le stelle hanno tutte la stessa luminosità intrinseca L , quella complessiva associata alle stelle contenute nello strato sarà proporzionale al

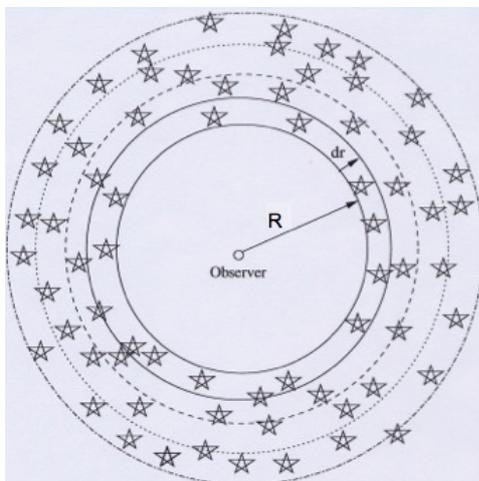


Figura 1.1: Sfera dell'osservatore nel cielo infinito

loro numero N , a sua volta proporzionale al volume dV . L'intensità della luce che giunge a noi sarà proporzionale al rapporto tra la luminosità totale e il quadrato della distanza R :

$$dI \propto \frac{L dV}{R^2} \propto L dr ,$$

per cui, l'intensità totale da tutte le stelle contenute nella sfera, sarà:

$$I \propto \int_0^R dr L = LR ,$$

che diverge nel limite $R \rightarrow \infty$. Se teniamo conto della possibilità che la luce di una stella, nel suo cammino per raggiungerci, possa essere intercettata da un'altra stella, si può mostrare che il risultato non è più infinito ma uguale alla luminosità media alla superficie della stella. È opportuno sottolineare che tale modello, oltre alla già citata costanza della luminosità, assume che le stelle siano distribuite uniformemente e che l'universo sia statico.

Olbers tentò di risolvere il paradosso ipotizzando l'esistenza di un tenue fluido assorbente distribuito uniformemente nello spazio interstellare. Questa ipotesi, però, non risolve nulla: questo fluido, assorbendo la radiazione delle stelle, si riscalderebbe fino ad una temperatura uguale a quella media delle stelle, divenendo anch'esso sorgente di radiazione. In ogni caso, un cielo luminoso anche di notte.

Il difetto fondamentale in questo tipo di argomentazione sta nell'assumere che le stelle possano risplendere per sempre. Naturalmente, con la nostra

attuale comprensione della conservazione dell'energia, ciò non può avvenire. La luce trasporta energia e, quindi, le stelle debbono liberare energia per risplendere. Da questo segue che la vita di una stella ha una durata finita.

Quando osserviamo a grandi distanze nello spazio guardiamo anche lontano nel tempo, addirittura fino a prima ancora che le stelle esistessero. Inoltre, in un universo non infinitamente antico (o che si espande), causa la velocità di propagazione finita della luce, l'estensione della sua parte *osservabile* è finita. Il volume finito dell'universo osservabile contiene un numero finito di stelle, per cui la maggior parte delle linee di vista non intercetteranno la superficie di una stella. Anche nel caso di generazioni successive di stelle che vivono e muoiono, il cielo sarà sempre scuro. Il numero di stelle è troppo piccolo e la durata della vita di una stella è semplicemente troppo breve per riempire di luce lo spazio. L'oscurità del cielo notturno confuta il modello di un universo infinito riempito con stelle infinitamente vecchie.

1.3 L'universo statico di Einstein

Nel febbraio del 1917, Einstein presentò all'Accademia Prussiana delle Scienze una comunicazione dal titolo "Considerazioni cosmologiche sulla teoria della Relatività Generale". Anche in questo caso un articolo che segna l'inizio di un nuovo capitolo della Fisica: la Cosmologia Relativistica.

L'articolo inizia con il riesame dei problemi relativi al modello dell'universo newtoniano statico. Einstein fa notare che l'equazione differenziale (detta di Poisson) che lega la distribuzione della materia con il potenziale Φ del campo gravitazionale da essa generata consente soltanto densità di massa ρ tali che⁴:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \rho \sim \frac{1}{r^{2+\epsilon}} \quad (\epsilon > 0).$$

In caso contrario, il potenziale gravitazionale sarebbe infinito e la forza agente su una particella, dovuta a tutta la materia presente nell'universo, indeterminata. (Solo alcuni anni dopo Einstein si rese conto che tale conclusione è sbagliata). Tale condizione impone una sorta di finitezza all'universo, anche se la massa totale può benissimo essere infinita.

Einstein sottolinea, inoltre, che anche se fosse $\Phi(r) \rightarrow 0$ per $r \rightarrow \infty$ ci sarebbero delle difficoltà, poiché, in questo caso, risulterebbe impossibile per il sistema uno stato d'equilibrio. Infatti, secondo la meccanica statistica, nel tempo infinito nel quale l'universo è esistito, di tanto in tanto, deve accadere che una stella, a seguito di collisioni con le altre, acquisti un'energia sufficiente per vincere l'attrazione newtoniana a cui è soggetta e raggiungere,

⁴L'equazione di Poisson è: $\nabla^2\Phi(\vec{r}) = 4\pi G\rho(\vec{r})$, dove G è la costante di Newton.

così, l'infinito spaziale. E qui egli si rese conto di una cosa stupefacente: *l'universo, nella sua globalità, deve essere in espansione*. La materia, la radiazione, tutto deve allontanarsi all'infinito, altrimenti, che ospiti o meno una quantità finita di stelle, esso crollerebbe su sé stesso.

Nell'articolo Einstein continua a ripetere che l'osservazione mostra che le stelle hanno velocità piccole e nessuna di esse si allontana all'infinito, perché, se così fosse, dovrebbe farlo con velocità elevata. Egli decide, quindi, che le sue equazioni di campo devono essere sbagliate. Ma come potevano esserlo se, grazie ad esse, era stato possibile spiegare le correzioni all'orbita di Mercurio? L'unica possibilità era che ci fosse un termine che è incommensurabilmente piccolo nell'ambito del Sistema Solare, ma che, nondimeno, crea una forza su grandi distanze, sufficiente a controbilanciare questa incredibile tendenza all'espansione prevista dalle equazioni di campo originale e rendere l'universo statico.

Ma come era possibile far entrare un tale termine nelle equazioni senza inficiare le loro proprietà matematiche? Molto rozzamente, nel formulare le equazioni di campo c'è un punto in cui occorre fare un integrale. Questo tipo di operazione introduce sempre un termine costante indeterminato che Einstein aveva inizialmente posto uguale a zero in accordo con il fatto che la forza di gravità tende a zero per grandi distanze. Ma cosa sarebbe successo se, invece, tale termine fosse stato assunto diverso da zero?

Per proseguire nella discussione, e anche per referenza futura, è necessario introdurre - senza alcuna pretesa di rigore e completezza - le equazioni di campo della Relatività Generale⁵:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}, \quad (1.1)$$

dove $G_{\mu\nu}$ (tensore di Einstein) descrive la geometria dello spaziotempo e $T_{\mu\nu}$ è il tensore energia-impulso che descrive le proprietà dinamiche della materia. A seguito della modifica di Einstein, queste equazioni assumono la forma:

$$G_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} \quad (1.2)$$

dove $g_{\mu\nu}$ è il tensore metrico: l'oggetto matematico che consente d'introdurre il concetto di distanza nello spaziotempo. Il termine contenente Λ , detta **costante cosmologica**, è responsabile di una forza repulsiva che, contrariamente a quanto avviene per l'attrazione gravitazionale, cresce con la distanza e i cui effetti, quindi, sono più rilevanti per oggetti separati da distanze cosmologiche, mentre sono assolutamente irrilevanti nell'ambito del sistema solare o strutture di più piccole dimensioni. La staticità dell'universo è ottenuta,

⁵Abbiamo adottato il sistema di unità di misura naturali: $\hbar = c = G = 1$.

semplicemente, aggiustando Λ in modo tale che la forza repulsiva a essa associata cancelli esattamente l'attrazione gravitazionale dovuta alla materia. Per le equazioni così modificate una soluzione con ρ costante è dinamicamente accettabile, il che significa che l'universo di Einstein è **omogeneo** (appare esattamente lo stesso da qualunque punto dello spazio) e **isotropo** (appare esattamente lo stesso in tutte le direzioni dello spazio). Questo consente a Einstein di costruire una soluzione che risolve l'enigma dell'universo infinito newtoniano in quanto, semplicemente, l'abolisce. Infatti, poiché la materia genera curvatura, il fatto che essa sia distribuita uniformemente implica che la curvatura su grande scala deve essere costante, e lo spazio, in termini geometrici, è una *ipersfera 3-dimensionale*. Questa soluzione è un esempio di ciò che oggi chiamiamo un universo **chiuso**: se un'astronave viaggiasse per un tempo sufficiente lungo quella che sembrerebbe essere una linea retta, essa finirebbe per ripassare per il punto di partenza.

È opportuno aprire una parentesi per meglio capire il senso delle ultime affermazioni. Consideriamo la superficie di una sfera. Questa è una superficie bidimensionale che, benché di area finita, è priva di limiti o frontiere. L'ipersfera 3-dimensionale è l'analogo 3D della superficie della sfera. In questa rappresentazione, lo spazio in cui è immersa la sfera non ha alcun significato. Questo modello spaziale d'universo fornisce, grazie alla geometria di Riemann, una via d'uscita all'antica domanda: come può il mondo essere finito dal momento che, in tal caso, dovrebbe avere una frontiera, cosa che porta a fare ipotesi su cosa vi sia al di là di essa? Più in generale, questa idea segna anche l'ingresso nella storia della Cosmologia dell'idea che la geometria globale dell'universo possa non essere euclidea.

Il modello di Einstein consegue alcuni importanti risultati:

- mostra, per la prima volta, la possibilità di dare una descrizione formale, matematico-geometrica, dell'intero universo;
- un universo finito eppure privo di frontiera;
- è possibile ottenere, sia pure a prezzo dell'introduzione di un nuovo ingrediente, un universo statico.

Tuttavia, esso presenta due difficoltà intrinseche. In primo luogo, come si può spiegare in un universo finito e statico, dunque, eterno, il persistere di situazioni di non equilibrio? C'è solo una quantità finita di materia presente e l'energia disponibile nell'universo sarà dispersa in un tempo finito. Il problema non è tanto il paradosso di Olbers (che pure rimane), quanto spiegare perché il Sole splende di giorno. Inoltre, la soluzione statica è instabile: l'universo può essere 'preparato' in uno stato d'equilibrio statico, ma questo stato

non può mantenersi indefinitamente. Nel modello il valore di Λ viene scelto in modo da realizzare un perfetto bilanciamento tra la forza repulsiva cosmologica e l'ordinaria forza attrattiva gravitazionale. Una situazione di questo tipo (tecnicamente detta 'fine tuning') è sempre fonte di sospetto in Fisica, a meno che non si individui un meccanismo fisico che conduca naturalmente e ineluttabilmente a questa compensazione. L'origine del problema è nella diversa dipendenza dalla distanza delle due forze in competizione. Supponiamo, ad esempio, che, a causa di piccole fluttuazioni nel moto casuale delle galassie, l'universo divenga leggermente più grande di quanto è all'equilibrio. Le distanze medie tra le galassie crescerebbero e, di conseguenza, la forza attrattiva gravitazionale diverrebbe più debole, mentre la repulsione cosmologica crescerebbe. Le galassie continuerebbero ad allontanarsi ulteriormente e l'universo si espanderebbe senza limite. Al contrario, se la fluttuazione causasse una piccola contrazione dell'universo questo finirebbe per collassare su sé stesso. Poiché queste fluttuazioni sono inevitabili, in entrambe i casi l'universo di Einstein è destinato ad abbandonare il suo stato d'equilibrio.

Nei termini esposti, la discussione della stabilità venne condotta, per la prima volta nel 1929, da Arthur Eddington. Come recentemente osservato da George Ellis, l'instabilità del modello di Einstein va intesa in un altro senso, in quanto "un modello cosmologico, se preso seriamente, non può essere perturbato [...] perché è tutto ciò che esiste". Se la costante cosmologica non avesse il valore richiesto, la soluzione non sarebbe statica e l'universo di Einstein si espanderebbe o contrarrebbe come per l'effetto di una perturbazione. Però, di perturbazione non si tratterebbe, ma di un cambiamento delle condizioni iniziali del problema. Se decidiamo di inserire la costante cosmologica tra i dati iniziali dell'universo di Einstein, esistono infiniti valori di essa che danno luogo a espansione o collasso (a parità di altri dati), e un solo valore che produce una configurazione statica. Si tratta, dunque, di un dato iniziale altamente improbabile.

1.4 L'universo vuoto di de Sitter

Nello stesso anno in cui Einstein pubblicò il suo modello di universo, l'astronomo olandese Wilhem de Sitter mostrò che era possibile, sempre a partire dalla Relatività Generale, costruire un modello alternativo di universo. Anche de Sitter era convinto che l'universo fosse statico, ma, contrariamente a Einstein, riteneva che la densità di massa dell'universo fosse troppo bassa per svolgere un ruolo prominente. Egli partì dalle equazioni di Einstein modificate con l'aggiunta della costante cosmologica e ne cercò soluzioni nel

caso di densità di massa nulla. Inaspettatamente tale tentativo fu coronato da successo.

Einstein fu molto infastidito da questo risultato in quanto, intimamente, nutriva la speranza che la Relatività Generale determinasse univocamente la Cosmologia. Egli provò a trovare degli errori nei calcoli di de Sitter, ma senza successo.

La comprensione della soluzione di de Sitter subì una svolta sorprendente nel 1923, quando si scoprì che, contrariamente alle intenzioni dell'autore, il modello descritto da tale soluzione non è statico. Oltre a Eddington, tale scoperta è merito del fisico-matematico tedesco Herman Weyl, il quale dimostrò che due particelle inserite in questo universo altrimenti vuoto prendono a recedere l'una rispetto all'altra con velocità proporzionale alla loro separazione.

La confusione circa l'evoluzione dinamica dell'universo di de Sitter nasceva dalla sua caratteristica saliente, ovvero di essere privo di materia. Questa circostanza, infatti, priva l'universo di segnalatori che possono rendere visibile l'espansione. Rimane difficile capire come questo importante dettaglio fosse sfuggito sia a de Sitter che a Einstein. L'universo di de Sitter, infatti, contiene solo spaziotempo e la forza repulsiva cosmologica. In questo modello la geometria dello spazio è piatta, ma la costante cosmologica ne causa l'espansione esponenziale.

Il modello presenta anche un altro problema: la densità di massa è trascurabile, il che non è in accordo con le osservazioni dell'universo reale. Malgrado ciò, come vedremo, tale modello fu resuscitato, negli anni '80, nell'ambito della teoria *inflazionaria*.

Capitolo 2

Il Principio Cosmologico

Le cosmologie antropocentriche risalenti ai primordi della nostra società assunsero l'umanità come fulcro del Creato, definendo un attributo molto speciale dello spazio: un *centro*. Progressivamente, l'umanità è stata detronizzata da questo ruolo, ma cosa dire dell'universo nella sua interezza? Esiste un centro per l'universo? Questo punto, se esiste, deve essere un posto molto speciale, se non altro per il fatto di essere unico. Ma, da Newton in poi, l'universo è un posto molto grande. La probabilità che il sistema solare occupi una posizione speciale è, ovviamente, praticamente nulla. Le osservazioni hanno dimostrato che la Terra non è al centro del Sistema Solare, che il Sole non è al centro della Galassia, e che questa non è la più grande tra le galassie. Sebbene non possiamo escludere a priori di vivere in prossimità del centro dell'universo, la storia del pensiero cosmologico consiglia una certa umiltà.

Queste considerazioni sono alla base del cosiddetto **Principio Copernicano**, ovvero *l'idea che la Terra o il Sistema Solare non occupino un posto speciale all'interno dell'universo*. Tale principio non afferma l'inesistenza di un centro per l'universo, ma soltanto che noi non siamo lì. Anche accettando di non essere al centro dell'universo, potrebbe, comunque, esistere un posto del genere da qualche parte? Dal momento che ci è impossibile osservare tutto l'universo, non possiamo rispondere a tale domanda per conoscenza diretta. Dobbiamo, invece, usare certi concetti che ci aiuteranno nella comprensione della struttura globale del cosmo. Due concetti molto importanti sono quelli di **isotropia** e **omogeneità**:

- **Isotropia** è la proprietà di uniformità in tutte le direzioni: *una qualsiasi direzione non è speciale o distinta da qualunque altra*. Ad esempio, la superficie di una sfera è isotropa: tutte le direzioni sono equivalenti. Non è, invece, isotropa la superficie di un cilindro: esiste una direzione 'lunga', parallela all'asse del cilindro, e una direzione 'corta',

intorno all'asse. Dal punto di vista matematico, l'isotropia corrisponde all'*invarianza sotto rotazioni*;

- **Omogeneità** è la proprietà di similarità di tutte le locazioni: *qualcosa che è omogeneo è, in media, lo stesso ovunque*. Ad esempio, la superficie di una sfera è omogenea: ogni punto è indistinguibile dagli altri. La superficie di un cubo, invece, non è omogenea: gli spigoli sono differenti dai punti posti sulle facce. Dal punto di vista matematico, l'omogeneità corrisponde all'*invarianza sotto traslazioni*.

È possibile per un universo essere isotropo ma non omogeneo. Questo accade soltanto quando esiste un punto centrale. In questo caso l'isotropia vale soltanto rispetto a tale punto. Un esempio di una situazione di questo tipo si avrebbe se fossimo sulla cima di una collina circondata da un'enorme foresta. Tutto intorno a noi il paesaggio ci apparirebbe lo stesso in ogni direzione. Ma l'isotropia varrebbe solo in cima alla collina. Una volta scesi nella foresta, ci sarebbe, da ciascun punto di essa, una direzione privilegiata: quella che punta verso la collina stessa.

Se applichiamo il Principio Copernicano, ovvero affermiamo di non occupare una posizione speciale, allora l'universo deve apparire più o meno isotropo a tutti gli osservatori, e deve, perciò, essere omogeneo. Quindi, *l'isotropia e il Principio Copernicano implicano l'omogeneità*. È importante realizzare che *non è vero il viceversa*: l'universo potrebbe essere omogeneo, ma non isotropo. La superficie di un cilindro infinitamente lungo e uniforme è omogenea ma non isotropa, in quanto esistono direzioni distinte: lungo l'asse e intorno a esso. Al contrario, la superficie di una sfera è omogenea e isotropa. In Fig. 2.1 sono mostrati degli esempi di 'universi' bidimensionali (in realtà sono rappresentate solo delle porzioni e bisogna immaginare che esse si estendono in ogni direzione):

- omogeneo - isotropo*: ogni punto è lo stesso e ogni direzione appare la stessa;
- omogeneo - anisotropo*: sebbene esistano variazioni, gli stessi motivi appaiono ovunque; esistono, però, delle direzioni su essi che sono distinte (lungo i quadrati o lungo la diagonale nel caso della scacchiera);
- inomogeneo - anisotropo*: insieme casuale di forme.

I concetti di isotropia ed omogeneità sono combinati nel **Principio Cosmologico**¹: *tutti i punti e le direzioni nell'universo sono equivalenti*, ovvero

¹Il termine fu coniato dal fisico Arthur Milne nel 1933.

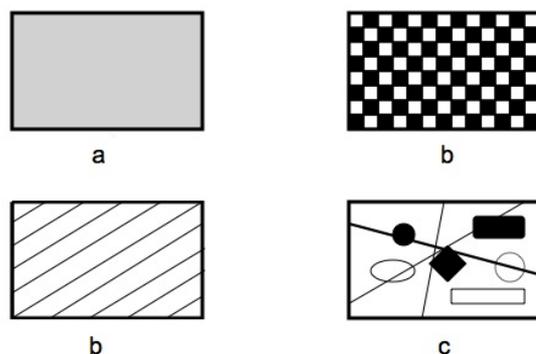


Figura 2.1: Esempi di universi 2-dimensionali: omogeneo e isotropo (a); omogeneo e anisotropo (b); inomogeneo e anisotropo (c).

l'universo è omogeneo e isotropo. Questo principio porta a concludere che *l'universo è privo di centro*: tutti i punti nello spazio sono equivalenti e non c'è un singolo punto che è centrale o in, qualche modo, speciale.

Il Principio Cosmologico (P.C.) va ben al di là della semplice affermazione che l'universo ha lo stesso aspetto ovunque, per includere tutte le proprietà fisiche. Soltanto grazie a questo principio possiamo affermare che le stesse leggi della Fisica scoperte sulla Terra si applicano anche nei più remoti angoli dell'universo e che tutti gli oggetti, non importa quanto distanti da noi, sono composti dagli stessi elementi fondamentali che troviamo sulla Terra e nelle sue vicinanze. Questa è, chiaramente, una generalizzazione radicale che potrebbe apparire andare oltre le nostre possibilità, ma senza qualcosa come il P.C. come potremmo mai sperare di comprendere alcunché del nostro universo? L'aspetto più importante del P.C. è quello relativo alle leggi fisiche. Potremmo facilmente immaginare un universo non isotropo nella distribuzione della materia, ma, certamente, non avremmo nessuna speranza di comprendere un universo in cui le leggi fisiche variassero a piacere da un luogo all'altro. Se lo stesso spettro fosse prodotto da elementi chimici diversi, o se questi avessero in un altro luogo proprietà diverse, sarebbe impossibile dire qualcosa di veramente sensato sugli oggetti astrofisici distanti. Il P.C. è un'affermazione circa la natura dell'universo. Come tutti i postulati scientifici esso non può essere dimostrato. È, però, falsificabile: la sua giustificazione dipende dalla coerenza e dal successo dei modelli che lo utilizzano.

Entro un certo limite è possibile verificare se l'universo è isotropo. È necessario osservare in tutte le direzioni spaziali e stabilire se esiste un qualunque andamento sistematico, o dipendenza dalla direzione, per una qualunque proprietà misurabile. È evidente che certe direzioni speciali esistono, ad

esempio quella verso il Sole o il Centro Galattico, ma queste sono proprietà strettamente locali, piuttosto che attributi universali. Per stabilire l'isotropia, o l'anisotropia, dell'universo nella sua globalità, dobbiamo esaminare le proprietà su grande scala, quali la distribuzione di tutte le galassie osservabili o la distribuzione dei quasar in tutto il cielo.

La costruzione di queste mappe tridimensionali del cosmo va avanti dagli inizi degli anni '80, da quando i progressi nella tecnologia dei telescopi e dei rivelatori hanno reso possibile velocizzare la procedura di misura della distanza di un gran numero di galassie lontane². Nel 1986, astronomi dello Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics (CfA) pubblicarono una mappa della distribuzione di 1,100 galassie che evidenziava in modo inequivocabile l'esistenza di strutture coerenti molto più grandi dei singoli ammassi di galassie. La presenza di tali strutture conferiva al cosmo una conformazione 'spugnosa', dovuta al fatto che le galassie risultavano allineate in lunghi filamenti che lasciano nello spazio delle regioni vuote con estensioni di molte decine di milioni di anni luce. Tra gli aspetti più significativi della mappa c'era una struttura che fu chiamata la Grande Parete, che si allungava per 700 milioni di anni luce, da un estremo all'altro della regione osservata. Poiché la mappa non rivelava la fine della Parete, la sua estensione complessiva rimaneva ignota (vedi Fig. 2.2).

La presenza della Grande Parete e l'incertezza sulla sua estensione alimentò il sospetto che il P.C. potesse essere sbagliato. Nei primi anni '90, utilizzando il telescopio di Las Campanas, venne eseguito un rilevamento che riguardava 26,418 galassie, che copriva, quindi, un volume apprezzabilmente più grande di quello del CfA. Tale mappa rivelava una distribuzione di galassie simile a quella del rilevamento del CfA, ma non evidenziava strutture più ampie della Grande Parete, suggerendo una sostanziale validità del P.C. sulla scala delle distanze esplorate.

Tuttavia, il rilevamento di Las Campanas non era ancora abbastanza ampio da poter essere considerato definitivo. In particolare, non forniva informazioni sulle regioni di spazio con diametro dell'ordine di due miliardi di anni luce. Alla fine degli anni '90 entrò in operazione lo Sloan Digital Sky Survey (SDSS), con l'ambizioso programma di misurare la distanza di un numero enorme di oggetti astrofisici (stelle, quasar, galassie). Il progetto è tuttora in corso e nel luglio del 2016 sono stati resi pubblici i dati relativi a 1.2 milioni di galassie distribuite su una regione di cielo che copre un'area efficace di 9329 gradi² e un volume di circa 650 miliardi di anni-luce cubici. È stata individuata un'altra Grande Parete, la cui lunghezza sembra superare

²La distanza della galassia è inferita dal redshift della luce che essa emette. Per una descrizione dettagliata di tale tecnica di misura si veda il capitolo successivo.

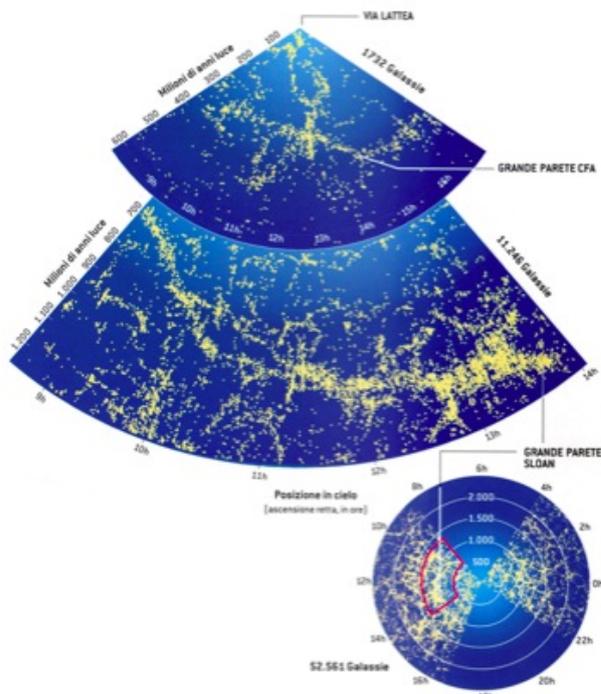


Figura 2.2: Le due figure in alto mostrano la distribuzione delle galassie in due volumi di spazio. La terza dimensione, che spazza un angolo di vari gradi, è stata appiattita. Le immagini rivelano due impressionanti Grandi Pareti (CfA e Sloan) contenenti migliaia di galassie ciascuna, oltre che filamenti e spazi vuoti a tutte le scale. La mappa SDSS rappresenta circa l'1 % del volume rilevato. La figura più piccola in basso, copre un volume sei volte superiore.

il miliardo di anni luce (vedi Fig. 2.2).

Negli stessi anni, un gruppo di astronomi australiani e britannici costruì l'Anglo-Australian Telescope che era in grado di misurare il redshift di 400 oggetti alla volta in un campo ottico di due gradi per lato (da cui il nome Two Degree Field, o 2dF). In cinque anni di osservazioni sono state misurate le distanze di 221,414 galassie. I dati risultano in accordo con quelli dello SDSS e mostrano che le fluttuazioni nella densità del numero di galassie sono più piccole via via che si considerano scale di distanza maggiori (vedi Fig. 2.3). Per distanze che si avvicinano al miliardo di anni luce risulta $\delta\rho/\rho \sim 0.1$, il che ci consente di dire che il P.C. è valido su tali scale di distanze. Come vedremo, la prova più convincente della isotropia dell'universo deriva dalle fluttuazioni nella temperatura del Fondo Cosmico a Microonde, le quali

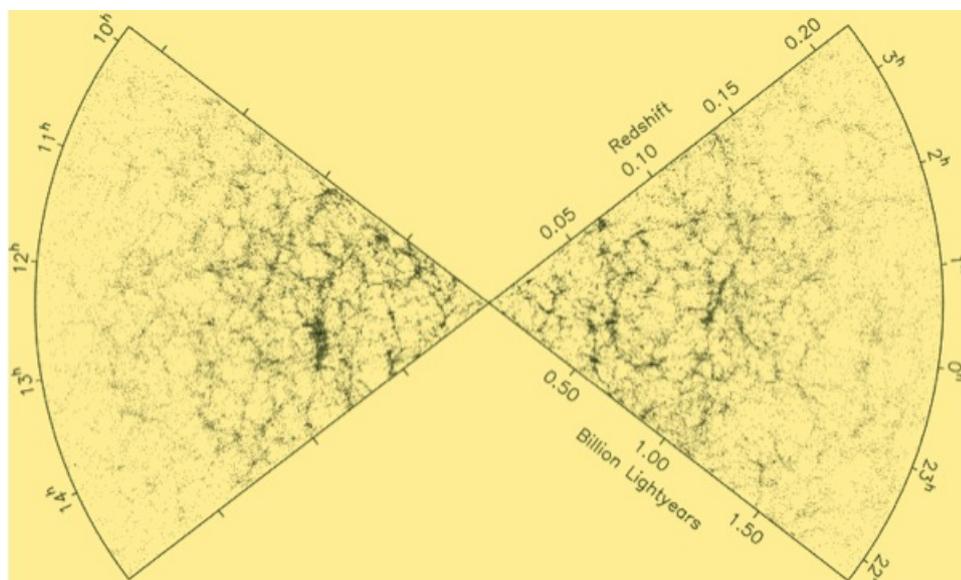


Figura 2.3: Distribuzione delle galassie, in due fasce sottili dell'universo circostante, ottenuta dal 2dF Galaxy Redshift Survey.

risultano inferiori ad una parte su 100,000.

È impossibile provare che l'universo è omogeneo: non possiamo visitare, o anche vedere, tutti i possibili punti dell'universo. Ma da ciò che si osserva, possiamo dire che l'universo è approssimativamente omogeneo: gli elementi chimici che osserviamo sulla Terra sono presenti anche nei quasar più lontani; le stelle e le galassie distanti presentano le stesse caratteristiche essenziali di quelle vicine. Malgrado la nostra impossibilità di esaminare tutto lo spazio, possiamo dire che l'universo è probabilmente omogeneo notando la sua isotropia su grande scala. Se l'universo appare isotropo, allora o è davvero lo stesso ovunque, oppure viviamo in un punto unico dove esso appare isotropo.

2.1 Il contributo di Friedmann e Lemaître

Il disappunto manifestato da Einstein alla comparsa del lavoro di de Sitter deve essere stato nulla a confronto dello scoramento che egli provò quando apprese del lavoro di Aleksander Friedmann³. Questo oscuro meteorologo

³Abbiamo adottato la forma più frequente (quella che circola nei testi in lingua inglese) del nome, ma non è inconsueto trovarlo scritto in modo diverso nella letteratura sull'argomento. La confusione nasce dal fatto che egli stesso si firmò Friedman in un articolo del 1922 e Friedmann in un articolo di due anni dopo. La traslitterazione russa del suo certificato di nascita dà Aleksander Aleksandrovič Friedmann.

e matematico russo pubblicò, tra il 1922 e il 1924, i due articoli su cui è fondata la Cosmologia moderna. In questi lavori appaiono, per la prima volta, le equazioni fondamentali ora riportate in qualsiasi testo universitario.

In questi lavori, Friedmann fece quelle che, con occhi moderni, appaiono essere le scelte giuste:

- eliminò l'ipotesi di staticità dell'universo assunta da Einstein e de Sitter, a suo giudizio non suffragata dalle osservazioni;
- conservò il Principio Cosmologico, dunque l'ipotesi di omogeneità e isotropia su grande scala.

Egli mostrò che sotto queste ipotesi le equazioni della Relatività Generale (con o senza costante cosmologica) ammettono soluzioni che descrivono uno spaziotempo in espansione (o contrazione).

Einstein studiò la soluzione di Friedmann e ritenne che violasse la legge di conservazione dell'energia. Le sue argomentazioni furono immediatamente pubblicate, sotto forma di breve commento, sulla stessa rivista (tedesca) dov'era apparso il lavoro di Friedmann. Ma, come chiunque con un minimo di conoscenza della Relatività Generale (!) sarebbe stato in grado di vedere, Einstein si sbagliava. Otto mesi dopo, Einstein si accorse del suo errore e inviò alla rivista una nota in cui affermava che il lavoro di Friedmann era "corretto e chiarificatore".

La prima reazione di Einstein appare incomprensibile, in quanto, con considerazioni molto semplici, è possibile vedere che, una volta abbandonata l'idea della staticità, l'espansione dell'universo è conseguenza immediata del Principio Cosmologico. Nella sua applicazione alle galassie, tale principio presuppone che un osservatore, situato in una galassia tipica, veda tutte le altre galassie muoversi con la medesima distribuzione delle velocità. Consideriamo, ad esempio, tre galassie tipiche A, B e C, allineate e a distanza d , l'una dall'altra (vedi Fig. 2.4). Qualunque sia la velocità v di B rispetto ad A, il P.C. richiede che essa coincida con quella con cui C si muove rispetto a B, per cui, in definitiva, C, che è a distanza $2d$ da A, si muove rispetto a questa con velocità $2v$. Si può immaginare una catena di galassie più estesa: il risultato sarà sempre che la velocità di recessione di ogni galassia relativamente a ciascuna delle altre è proporzionale alla distanza che le separa, ovvero la ben nota **legge di Hubble** (vedi più avanti).

Ma torniamo al lavoro di Friedmann e vediamo di capire cosa si deve intendere per *spaziotempo in espansione*. Il P.C. pone dei vincoli alla forma possibile per la metrica dello spaziotempo⁴: i coefficienti di tale metrica

⁴Il concetto di metrica è discusso, per lo spaziotempo di Minkowski, nell'appendice A.

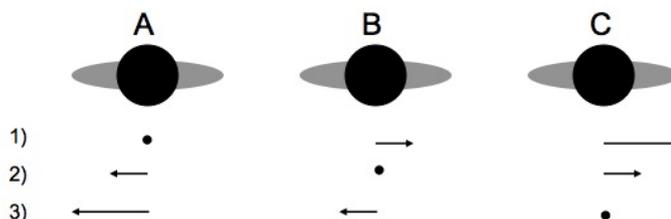


Figura 2.4: La figura rappresenta una sequenza di galassie A, B, C, separate da una distanza fissa e in moto relativo tra loro. Le velocità (indicate dalla lunghezza e dalla direzione delle frecce) come viste da A, B e C sono riportate nelle file 1), 2) e 3), rispettivamente.

devono essere gli stessi ovunque; essi non possono dipendere dalla locazione nello spazio o dalla direzione. L'usuale metrica piatta dello spaziotempo di Minkowski della Relatività Speciale assume la forma:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dS^2 \quad (2.1)$$

dove:

$$dS^2 = \begin{cases} dx^2 + dy^2 + dz^2 & \text{(coordinate cartesiane)} \\ dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) & \text{(coordinate polari)} \end{cases}$$

Questo è un esempio di metrica omogenea, isotropa e statica in quanto i coefficienti sono costanti nel tempo. Possiamo generalizzarla includendo un fattore di scala arbitraria a cui consentiamo di variare con la coordinata temporale:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) dS^2. \quad (2.2)$$

Se la funzione $a(t)$ è crescente con t , allora due particelle spazialmente separate da una certa distanza all'istante t_1 , ed entrambe a riposo rispetto al riferimento cosmico, a un istante successivo t_2 risulteranno separate da una distanza maggiore. Questa espansione accade ovunque e si manifesta tramite un aumento globale della separazione tra particelle.

Consideriamo ora in maggior dettaglio le proprietà della metrica cosmologica (2.2). Le coordinate (x, y, z) sono dette **coordinate comoventi**⁵:

⁵Le coordinate comoventi rappresentano un valido aiuto per comprendere l'espansione dell'universo, ma per le misurazioni degli astronomi risultano più convenienti sistemi di coordinate riferite alla Terra o alla Galassia. Queste coordinate fisiche cambiano nel tempo. La metrica misura distanze fisiche, ma le coordinate che marciano locazioni sono arbitrarie e possono essere scelte seguendo logiche di convenienza.

esse rimangono fisse e la distanza tra punti di coordinate diverse aumenta (espansione) o diminuisce (contrazione) a seconda della forma della funzione $a(t)$.

La superficie di un pallone si presta molto bene a illustrare tale aspetto. Supponiamo di disegnare su di esso delle linee di ‘latitudine’ e ‘longitudine’. Inoltre, incolliamo dei piccoli dischi di carta in vari punti della superficie del pallone. Ora gonfiamo il pallone: la griglia disegnata su di esso si espande con il pallone. Le coordinate dei dischi relative alla griglia non cambiano, ma le distanze tra essi, misurate lungo la superficie del pallone, aumentano (vedi Fig. 2.5). I dischi sul pallone non si espandono; è soltanto la superfi-

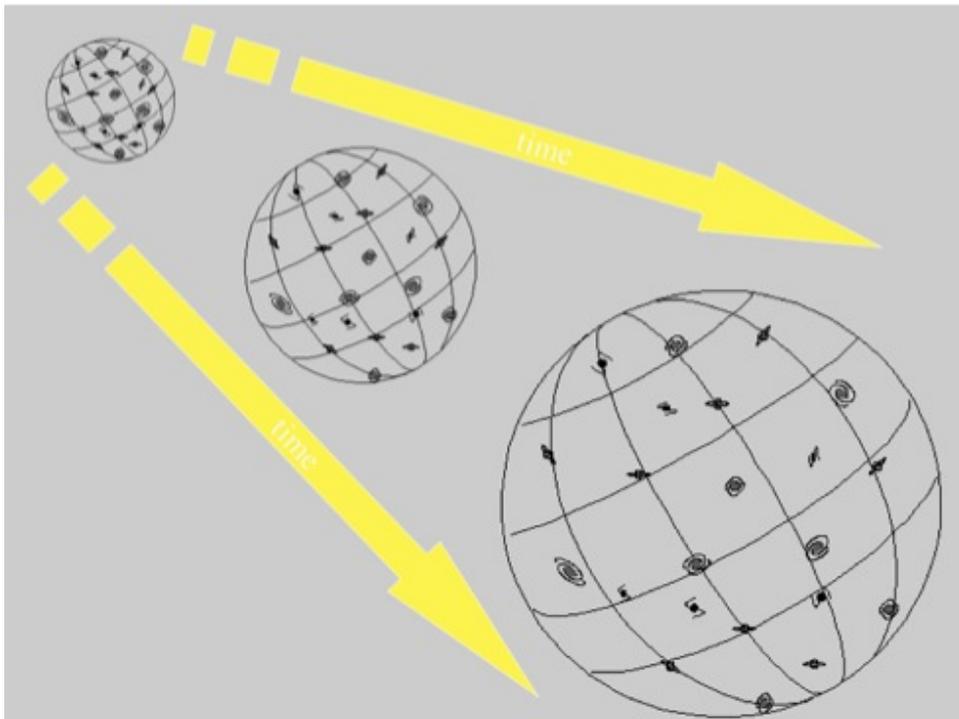


Figura 2.5: Illustrazione schematica di un universo sferico 2-dimensionale in espansione, analogo alla superficie di un pallone. Non esiste un centro dell'espansione: tutti i punti si allontanano l'uno dall'altro. Le coordinate comoventi sono date dalle linee di ‘latitudine’ e ‘longitudine’; queste scalano con la sfera in espansione.

cie del pallone che si amplia. Il fattore di scala $a(t)$ contiene in sé tutte le informazioni di cui abbiamo bisogno per descrivere come l'universo cambia con il tempo. Riguardo a questa analogia del pallone, avvertiamo il lettore che, come tutte le metafore, non va intesa in senso letterale. Dal punto di vista di un osservatore esterno, l'espansione della superficie bidimensionale

del palloncino è possibile perché esso è immerso nello spazio tridimensionale. In questo spazio il palloncino ha un centro e si espande nell'ambiente esterno. L'espansione dello spazio tridimensionale reale non richiede una quarta dimensione. L'universo è autocontenuto: non ha bisogno né di un centro da cui espandersi, né di un esterno in cui espandersi. (Torneremo, con maggiore dettaglio, sulla natura dell'espansione nella sezione 4.4).

Nei suoi lavori Friedmann non fa alcun accenno ai possibili riscontri osservativi del suo modello. Tale indifferenza verso l'aspetto sperimentale coinvolge anche il tratto più rivoluzionario del suo modello: la possibilità di una geometria non statica. La ricerca di Friedmann era guidata esclusivamente dal principio della massima generalità matematica. Proprio questo spirito squisitamente matematico potrebbe essere all'origine del fatto che tali lavori, eccetto per le critiche di Einstein, non ricevettero, alla loro comparsa, alcuna eco.

Nel 1927, il prete cattolico belga Georges Lemaître, all'oscuro dell'opera di Friedmann, produsse risultati molto simili. Lemaître aveva preoccupazioni di carattere più fisico rispetto a Friedmann, e, a testimonianza di ciò, arrivò a prevedere per il suo universo in espansione "... un apparente effetto Doppler dovuto alla variazione del raggio dell'universo". Il lavoro di Lemaître ebbe una sorte solo parzialmente simile a quella dell'opera di Friedmann. Dopo una totale mancanza di reazioni, protrattasi per alcuni anni, esso fu entusiasticamente riscoperto da Eddington nel 1931, il quale si adoperò per averne una traduzione in inglese che venne pubblicata in una rivista di grande diffusione quale *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. Questo interesse fu diretta conseguenza dell'osservazione della recessione delle nebulose extragalattiche compiuta da Edwin Hubble nel 1929 (cfr Sec. 4.1).

Molto probabilmente, Lemaître fu anche il primo a porsi la domanda più ovvia alla luce dell'idea di un universo in evoluzione dinamica: se l'universo è in espansione, quando ha cominciato? La risposta intuitiva era che in un passato molto lontano l'universo era estremamente compatto, quindi, estremamente caldo e denso, ed era diventato quello che è a seguito di una rapida espansione a partire da un piccolo e densissimo grumo di materia e energia. Con le parole di Lemaître, "... all'origine tutta la massa dell'universo esisteva sotto forma di un unico atomo, il raggio dell'universo, quantunque non strettamente nullo, era relativamente molto piccolo. Tutto l'universo risulta dalla disintegrazione di questo atomo primitivo". Per lui, "... una singolarità iniziale non era qualcosa da evitarsi, ma un merito positivo, un segno della creazione del mondo da parte di Dio". Lemaître arrivò fino a concepire la materia di questo 'atomo primitivo' come un liquido neutronico, ma non pervenne ad un modello quantitativo capace di spiegare le abbondanze cosmiche dei vari elementi.

Dopo i risultati di Friedmann e Lemaître, e quelli di Eddington e Weyl riguardo al modello di de Sitter, Einstein, in una lettera a Weyl, scrisse: “se non esiste un mondo quasi statico, basta con la costante cosmologica”. E, di nuovo, si sbagliava.

Capitolo 3

Cosmologia osservativa

È a questo punto opportuno abbandonare, temporaneamente, la traccia storica seguita finora per descrivere la Fisica che è alla base della misura di alcune quantità di interesse cosmologico. I progressi fondamentali della Cosmologia sono stati possibili grazie alla messa a punto di tre importanti tecniche sperimentali: la misura dello spettro, delle velocità e delle distanze degli oggetti astrofisici.

3.1 Spettroscopia

Oltre alla misura della quantità totale di luce emessa da una sorgente astronomica, risulta molto importante misurare anche come questa energia luminosa sia distribuita tra le varie lunghezze d'onda. Di questo tipo di misura si occupa la **spettroscopia astronomica**. Questa scienza si è sviluppata negli ultimi anni del XIX secolo ed è stata alla base di importanti progressi nell'Astrofisica.

In spettroscopia, la luce (da una qualunque sorgente) è separata nei suoi colori costituenti. Un arcobaleno è un esempio di spettroscopio naturale: le piccole gocce d'acqua presenti nell'atmosfera decompongono la luce del Sole nei vari colori dello spettro. Questo effetto si manifesta in quanto le gocce d'acqua diffondono ad angoli diversi le diverse lunghezze d'onda che compongono la luce (bianca) solare.

Lo spettro della luce emessa da una stella può essere ottenuto costringendo la luce a passare attraverso un prisma posto nel fuoco di un grosso telescopio. Più comunemente, si usa, in luogo di un prisma, un reticolo di diffrazione. Questo consiste di una lastra di vetro su cui sono praticate, per incisione, delle linee parallele separate da una distanza confrontabile con la lunghezza d'onda della luce. Il reticolo sfrutta il fenomeno della diffrazione:

la luce passa attraverso ciò che, a tutti gli effetti, è una fenditura la cui larghezza è confrontabile con la lunghezza d'onda della luce. Questo comporta una deflessione angolare della luce di entità dipendente dalla lunghezza d'onda, e, quindi, una scomposizione della luce nei suoi colori costituenti (vedi Fig. 3.1).

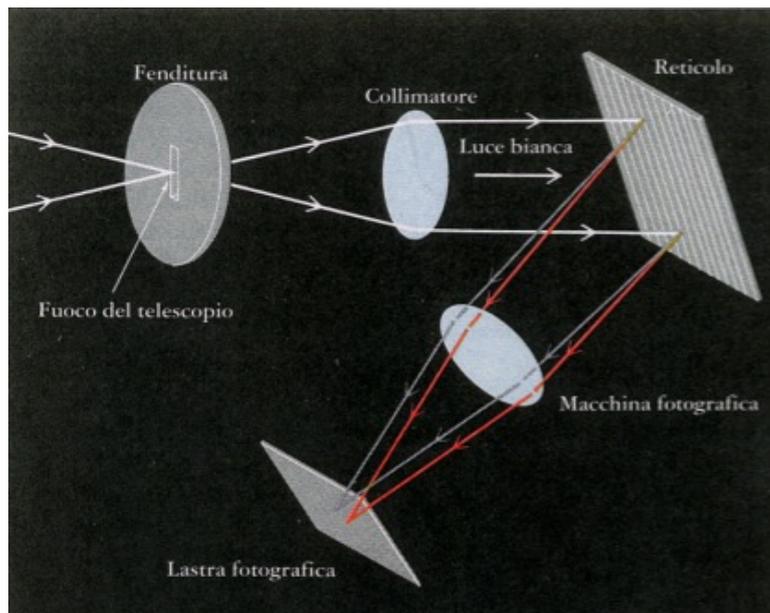


Figura 3.1: Schema di principio di uno spettrografo con reticolo di diffrazione.

Se si usa un reticolo a bassa dispersione, ovvero uno che non devia molto le diverse lunghezze d'onda, soltanto pochi colori sono attenuati. L'effetto è simile a quello di un prisma il quale scompone la luce in immagini multiple sovrapposte di colore differente, dal rosso al blu. All'aumentare della dispersione del reticolo (funzione del numero delle linee), più e più sfumature di colore sono ottenute. Gli astronomi inseriscono una slitta sottile di fronte al reticolo allo scopo di produrre strette immagini di colore diverso che non si sovrappongono. A livelli di dispersione molto elevati (ovvero quando il reticolo è composto da moltissime linee), la luce delle stelle non esibisce una sequenza continua di colori come nel caso dell'arcobaleno, ma è decomposta in molte *linee spettrali* sottili, sovrapposte a una più debole distribuzione di luce continua. Ciascuna delle linee spettrali è caratteristica dell'emissione di uno specifico atomo. Ad esempio, il comune sale da cucina (NaCl) produce una fiamma di colore arancio. Se questa luce è esaminata con un reticolo a diffrazione, si trovano intense emissioni alle lunghezze d'onda di 5889 e 5896 Å.

La luce di una stella contiene migliaia di queste righe spettrali, ognuna associata a un diverso elemento. Ad esempio, nello spettro della luce solare appaiono molte sottili linee scure e anche alcune linee brillanti (cfr Fig. 3.2). Quest'ultime sono prodotte esattamente nello stesso modo in cui è prodotta



Figura 3.2: Spettro della luce solare.

la luce arancio del sodio. Il processo è quello di **emissione** di radiazione da parte di un gas caldo. Le linee scure, invece, sono linee di **assorbimento**, prodotte quando della radiazione passa attraverso un gas freddo. Questo, infatti, assorbe la luce incidente alle stesse lunghezze d'onda caratteristiche a cui esso avrebbe emesso se fosse stato sufficientemente caldo. Lo studio dell'intensità relativa delle varie linee spettrali rivela che il Sole e le stelle vicine consistono essenzialmente di idrogeno (75 %) ed elio (25 %). È presente, inoltre, una piccola, sebbene cruciale, miscela di elementi più pesanti, quali azoto, carbonio, ossigeno e ferro.

3.2 La misura delle velocità

Se una sorgente luminosa è in moto, la lunghezza d'onda della radiazione che essa emette subisce una variazione rispetto al suo valore nel caso di sorgente in quiete. Questa variazione prende il nome di *shift Doppler*. Questo effetto è comune a tutti i fenomeni ondulatori e lo sperimentiamo molto spesso nel caso delle onde acustiche. Vi sarà certamente capitato di notare che il suono di una sirena di un'ambulanza è molto più alto (la frequenza è maggiore) quando questa si avvicina rispetto a quando si allontana da noi.

Sia la luce che il suono sono onde, ovvero possono essere descritte come una variazione periodica che si muove attraverso lo spazio (cfr Fig. 3.3). Se l'onda è suono, le zone scure e chiare indicano, rispettivamente, regioni d'aria ad alta e bassa pressione, mentre nel caso della luce esse stanno a rappresentare campi elettrici e magnetici forti e deboli. In entrambe i casi le regioni scure vengono chiamate creste.

Quando osserviamo un'onda (acustica o elettromagnetica) proveniente da una sorgente in quiete, il tempo che intercorre tra l'arrivo di due creste successive (il periodo T dell'onda) al nostro rivelatore è uguale al tempo che intercorre tra esse all'istante in cui vengono emesse dalla sorgente. Se, invece,



Figura 3.3: Onda emessa da sorgente in moto.

la sorgente si sta allontanando da noi, il tempo T' tra due creste successive all'atto della ricezione è maggiore di quello T all'atto dell'emissione, in quanto ogni cresta, nel suo viaggio dalla sorgente a noi, deve percorrere una distanza maggiore rispetto a quella percorso dalla cresta precedente. Se indichiamo con v la velocità di allontanamento della sorgente, questa nel tempo T percorrerà una distanza vT , per cui, il periodo osservato alla ricezione risulta essere:

$$T' = T + \frac{vT}{c} = T \left(1 + \frac{v}{c} \right) .$$

Tenendo conto della relazione tra periodo e lunghezza d'onda ($\lambda = cT$), la formula precedente può essere riscritta in termini di lunghezza d'onda nel modo seguente:

$$\lambda' = \lambda \left(1 + \frac{v}{c} \right) = \lambda(1 + z) , \quad (3.1)$$

ovvero la lunghezza d'onda aumenta (quindi, frequenza ed energia diminuiscono: $E = h\nu = hc/\lambda$) in proporzione alla velocità di allontanamento. Nella regione della luce visibile, il colore corrispondente alla lunghezza d'onda (frequenza) più lunga (bassa) è il rosso e, per questo, il fenomeno prende il nome di **redshift**. L'entità di questo redshift è quantificata dal parametro z , che rappresenta la variazione percentuale della lunghezza d'onda

$$z = \frac{\lambda'}{\lambda} - 1 = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} > 0 . \quad (3.2)$$

Lo stesso ragionamento vale se la sorgente si sta avvicinando a noi. Ora l'intervallo di tempo tra due creste successive alla ricezione sarà minore di quello in partenza in quanto ogni cresta dovrà percorrere una distanza minore rispetto alla cresta precedente, e, quindi, l'onda ci apparirà avere una lunghezza d'onda minore (frequenza ed energia maggiore). In questo caso si parla di **blueshift**. Le formule sono le stesse che nel caso del redshift eccetto per la sostituzione di $v \rightarrow -v$, per cui z risulta negativo (cfr Fig. 3.4).

A questo punto occorre fare due osservazioni importanti riguardo all'eq. (3.1) :

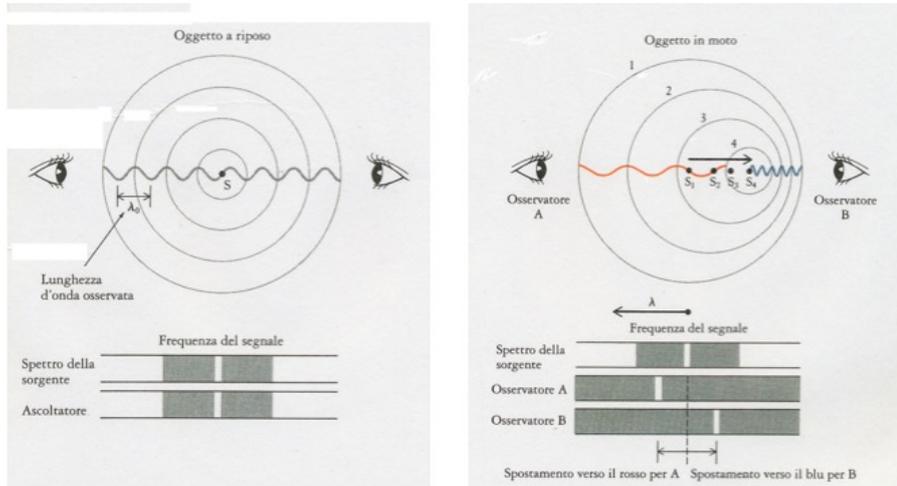


Figura 3.4: Effetto Doppler

1. La velocità che appare in essa è, in realtà, la sola componente radiale, ovvero quella lungo la congiungente sorgente-osservatore. Qualora la sorgente possieda solo velocità tangenziale (ad esempio, ruoti intorno all'osservatore), non si osserva alcun effetto Doppler;
2. L'equazione vale solo per $v \leq 0.1c$. Al di sopra di tale soglia la dilatazione relativistica della scala dei tempi diviene consistente. Utilizzando le trasformazioni di Lorentz è facile dimostrare che l'espressione corretta per il redshift è la seguente:

$$z = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}} - 1. \quad (3.3)$$

Da questa relazione è possibile esprimere la velocità relativa sorgente-osservatore in termini di z :

$$\frac{v}{c} = \frac{(1 + z)^2 - 1}{(1 + z)^2 + 1},$$

da cui si vede che $z > 1$ non implica che la distanza sorgente-osservatore cresce a velocità maggiore di quella della luce.

Avremo modo di approfondire alcuni aspetti del redshift in sezione 4.4.2.

3.3 La misura delle distanze

Mentre le velocità degli oggetti astrofisici possono essere misurate accuratamente a partire dai loro redshifts, le distanze sono molto più problematiche.

Allo scopo vengono usati vari metodi, ciascuno dei quali è appropriato per differenti scale di distanza. Questi metodi hanno regioni di validità che si sovrappongono, così che ciascuno di essi può essere usato per calibrare quello valido per distanze maggiori, in una sequenza di passi successivi che viene indicata con il termine inglese **cosmic distance ladder**.

Il più antico tra i metodi di misura delle distanze stellari si basa sulla misura della parallasse (cfr Fig. 3.5). Se osserviamo dalla Terra, con un intervallo temporale di 6 mesi, una stella vicina sullo sfondo delle stelle lontane, possiamo notare che la sua posizione angolare varia lievemente e che le direzioni che congiungono la stella alla Terra, quando questa si trova in posizioni opposte nella sua orbita, definiscono, con il diametro dell'orbita terrestre, un triangolo dal quale risulta abbastanza semplice ricavare SP dalla misura dell'angolo p , nota la distanza Terra-Sole ST .

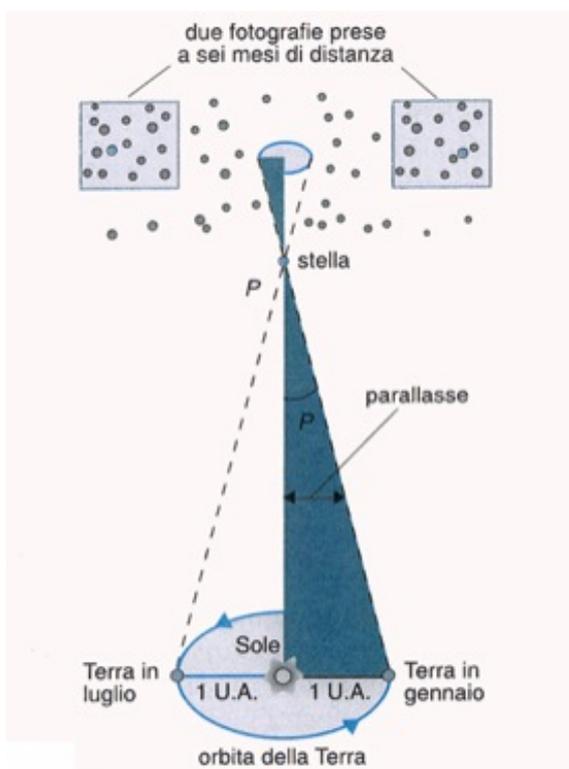


Figura 3.5: Parallasse astronomica

Occorse molto tempo prima di eseguire effettivamente una misura di distanza con il metodo della parallasse. Tale metodo, infatti, richiedeva un grande sviluppo nella meccanica di precisione coinvolta nel sistema di pun-

tamento dei telescopi, dal momento che le parallassi più grandi, relative alle stelle più vicine, sono intorno al secondo d'arco¹, ovvero, in gradi, $p \sim 1/3600$.

La parallasse è l'unico metodo diretto di determinazione delle distanze interstellari. Esso non richiede alcuna conoscenza circa la struttura o la luminosità della stella. Sfortunatamente, le parallassi che possono essere apprezzate, malgrado la tecnologia attuale, sono soltanto quelle di stelle che si trovano entro circa 100 pc da noi. Per stelle più lontane la confusione dell'immagine, dovuta alla inevitabile distorsione ottica introdotta da un qualunque telescopio, sovrasta completamente i piccoli spostamenti nella posizione apparente della stella. Per tale motivo, per le stelle che sono al di là del nostro intorno stellare è necessario ricorrere a metodi indiretti. Tra questi, quello più comune è il metodo della **distanza di luminosità**.

Questo metodo si basa sul fatto che se è nota la luminosità intrinseca L di un oggetto, dalla misura della sua luminosità apparente è possibile risalire alla distanza percorsa dalla luce emessa dall'oggetto per raggiungere i nostri rivelatori. La quantità di luce ricevuta in un punto particolare si riduce al crescere della distanza dalla sorgente in quanto l'energia emessa, nel propagarsi attraverso lo spazio, si distribuisce entro una sfera di raggio via via crescente. La superficie della sfera cresce con il quadrato di tale raggio, per cui, il flusso luminoso, che è l'energia per unità di tempo e di area, diminuisce con il quadrato della distanza dalla sorgente. Il flusso ricevuto sulla superficie della Terra da una stella a distanza d_L risulta, quindi:

$$b = \frac{L}{4\pi d_L^2}, \quad (3.4)$$

per cui:

$$d_L = \sqrt{\frac{L}{4\pi b}}.$$

Il principale difetto di questo metodo è quello di richiedere la conoscenza della luminosità intrinseca L della sorgente, ovvero la necessità di disporre di cosiddette *candele standard*. Poiché stelle di una data massa ed età hanno, con buona approssimazione, la stessa luminosità intrinseca, misurando la

¹La distanza corrispondente alla parallasse di un secondo per una base pari al raggio dell'orbita terrestre viene detta *parsec* (pc). Poiché il raggio dell'orbita terrestre è 1.496×10^{11} m e $1/3600 = 4.85 \times 10^{-6}$ radianti, risulta:

$$1 \text{ pc} = \frac{1.496 \times 10^{11}}{4.85 \times 10^{-6}} = 3.09 \times 10^{16} \text{ m}$$

da cui, tenendo conto che 1 anno-luce corrisponde a 9.46×10^{15} m, si ottiene: $1 \text{ pc} = 3.26$ anni-luce.

luminosità apparente di una stella di cui sia nota la distanza (ad esempio, tramite il metodo della parallasse), sarà possibile attribuire il valore di L ottenuto tramite la (3.4) a tutte le altre stelle dello stesso tipo che si trovano troppo lontane perché a esse risulti applicabile il metodo della parallasse.

Una candela standard di particolare importanza è rappresentata da una particolare classe di stelle variabili che prendono il nome di **cefeidi**. Queste stelle variano la propria luminosità con periodicità fissa, a seconda della stella, compresa tra 2 e 150 giorni. Tale periodicità, come scoperto nel 1912 dall'astronoma Henrietta Leavitt, è funzione della luminosità massima della stella: in particolare, più luminosa è la stella, maggiore è il periodo. Questo tipo di stelle sono eccezionalmente luminose, da 1,000 a 10,000 volte il Sole, e sono, quindi, utili come sorgenti di luce standard per distanze fino a circa 10 Mpc.

Un'altra candela standard molto importante è rappresentata da quella particolare classe di supernovae che prendono il nome di **supernove di tipo Ia**. Quando le stelle esauriscono il loro combustibile nucleare, la pressione diretta verso l'esterno, dovuta alla fusione nel nucleo stellare, diminuisce e la stella comincia a implodere a causa della sua stessa attrazione gravitazionale. A volte questo processo si conclude con una gigantesca esplosione che sparpaglia nello spazio gli strati esterni della stella. Per intere settimane una singola supernova può apparire luminosa come un'intera galassia. Tipi diversi di stelle, per massa, composizione chimica e altro, danno origine a tipi diversi di supernova. Quelle di tipo Ia sono causate dalle nane bianche, cioè da stelle che hanno esaurito il loro combustibile nucleare ma che non sono abbastanza grandi da diventare esse stesse supernove. Una nana bianca può, però, risucchiare materiale da una stella vicina, fino a quando la sua massa supera il limite critico di 1.4 volte quella del Sole (limite di Chandrasekhar). A questo punto la stella diventa una supernova. Dal momento che tali esplosioni avvengono soltanto quando la stella ha raggiunto una massa prefissata, esse sono praticamente le stesse in tutto il cosmo, e, in particolare, hanno la stessa luminosità intrinseca. Inoltre, data l'enorme quantità di energia associata all'esplosione queste supernove possono essere osservate anche a grandissima distanza (dell'ordine dei Gpc), il che le rende le migliori candidate al ruolo di candele standard.

Nel prossimo capitolo torniamo a seguire il corso dello sviluppo storico della Cosmologia descrivendo la scoperta che segna la sua trasformazione da pura speculazione teorica a scienza osservativa: la scoperta di Hubble.

Capitolo 4

L'espansione dell'universo

4.1 La scoperta di Hubble

Lo stesso anno, il 1917, in cui furono pubblicati i lavori di Einstein e de Sitter, l'astronomo Vesto Slipher rese noto un suo studio sulle nebulose a spirale, a quei tempi ritenute all'interno della Via Lattea. Slipher, oltre a una velocità di rotazione delle stelle presenti in queste nebulose, notò l'esistenza, per 36 nebulose su 41, di un pronunciato spostamento verso il rosso delle loro righe spettrali. In base ai risultati dell'effetto Doppler, dall'entità dello spostamento è possibile risalire alla velocità di allontanamento delle nebulose, che risultò altissima, in alcuni casi maggior di 3×10^6 km/h. Quella che Slipher si trovò per le mani era la prova dell'espansione dell'Universo, ma all'epoca non poteva saperlo: era in grado di dire che le nebulose si allontanavano da noi molto velocemente (tranne alcune, che oggi sappiamo essere galassie vicine), ma non sapeva né che erano galassie separate, né quali fossero le loro distanze.

Pochi anni dopo, però, comparve sulla scena Edwin Hubble. Egli, nel 1923, era impegnato in un programma di ricerca di stelle nove nella nebulosa di Andromeda con il telescopio da 2.5 m del Mont Wilson Observatory in California, quando, esaminando meglio una foto della prima nova che riteneva di aver avvistato, si rese conto che, in realtà, si trattava di una variabile cefeide. Dopo aver studiato la curva luminosa dell'astro fu in grado di stimare la distanza di Andromeda, che risultò essere di 900,000 anni-luce (oggi sappiamo che la distanza vera è più grande di circa un fattore 2). Tanto bastava per concludere che Andromeda era una galassia a sé e non faceva parte della Via Lattea¹.

¹In quel periodo la comunità degli astronomi era impegnata nel cosiddetto 'Grande Dibattito': esistono universi-isola (Curtis), o l'Universo è formato dalla sola Via Lattea

Sulla scia di questo successo, Hubble convertì immediatamente il suo programma di ricerca di nove in uno di misura delle distanze e dei redshifts delle galassie, aiutato anche dal fatto che, nel frattempo, all'osservatorio di Mount Wilson era stato installato un nuovo telescopio del diametro di 5 m. Purtroppo, le cefeidi, grazie alle quali tutto era iniziato, divennero rapidamente inadeguate per essere usate come candele standard per le galassie più distanti. Hubble fu costretto, quindi, un altro tipo di candele: le splendidi supergiganti all'interno delle galassie. Egli assunse che le stelle più luminose in una qualunque galassia hanno circa la stessa luminosità intrinseca (le stelle non possono essere infinitamente splendide, per cui deve esistere un limite alla loro massima luminosità). Questa ipotesi fu controllata utilizzando galassie le cui distanze erano state trovate con il metodo delle cefeidi, e risultò essere ragionevolmente verificata. La difficoltà maggiore di tale approccio è nel fatto che l'oggetto più brillante all'interno di una galassia non necessariamente è una normale stella. Per molte galassie, piccole nubi di idrogeno caldo possono essere gli oggetti puntiformi più luminosi. A distanze cosmologiche può risultare molto difficile distinguere tali regioni di emissione da una semplice stella. Infine, a distanze sufficientemente grandi anche le stelle più brillanti si confondono nello splendore diffuso della galassia e devono essere applicati altri metodi. Per tali situazioni Hubble utilizzò la luminosità dell'intera galassia. Era, infatti, noto che la luminosità intrinseca delle galassie varia molto, ma Hubble sperava di restringere tale variazione considerando galassie dello stesso tipo, secondo uno schema di classificazione che lui stesso aveva sviluppato in precedenza e basato sulla morfologia delle galassie.

Malgrado le molte potenziali sorgenti di errore, Hubble giunse, nel 1929, a pubblicare i risultati della sua ricerca relativa a 24 galassie. Egli trovò che quando il redshift era riportato in funzione della distanza della galassia, i punti non erano disposti casualmente, ma tendevano a disporsi secondo una linea retta, ovvero sussisteva, nelle sue parole, "... una relazione approssimativamente lineare tra velocità e distanze" (vedi Fig. 4.1).

In realtà, ciò che Hubble aveva trovato era una relazione lineare tra il redshift e la distanza. La distinzione è sottile ma significativa. Hubble interpretò i redshifts extragalattici in termini del familiare effetto Doppler. Poiché redshift cosmologico ed effetto Doppler si manifestano nello stesso modo per galassie vicine, $z \leq 0.1$ (quelli che misurava Hubble), queste due quantità possono essere assunte proporzionali tra loro, e il grafico velocità-distanza sarà una linea retta. Sarà, quindi, possibile scrivere la seguente **legge di**

(Shapley) e tutto ciò che vediamo le appartiene? Il risultato di Hubble fece definitivamente pendere la bilancia dalla parte di Curtis.

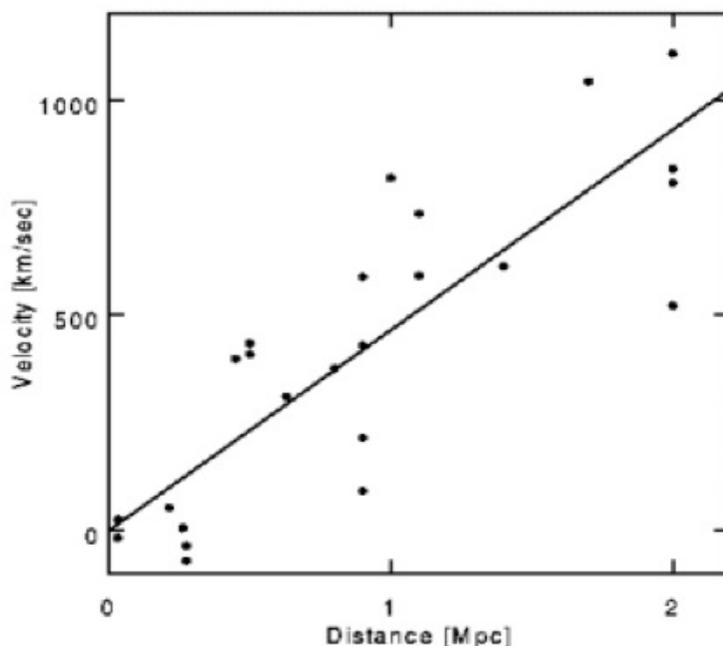


Figura 4.1: Risultati pubblicati da Hubble nel 1929.

Hubble:

$$v = Hd, \quad (4.1)$$

dove H , la pendenza della retta, è nota con il nome di **costante di Hubble**. L'aver sostituito il redshift cosmologico con la velocità potrebbe portarci a immaginare che le galassie stanno allontanandosi da noi. Una tale rappresentazione pone, implicitamente, la Via Lattea al centro di una grande esplosione, un punto di vista chiaramente inconsistente alla luce del P.C. Questo significa che la velocità di recessione che appare nella legge di Hubble è qualcosa di diverso dalle velocità a cui siamo abituati. Avremo modo di tornare su questo punto più avanti. Per il momento limitiamoci ad affermare che, dal momento che osserviamo che tutte le galassie non gravitazionalmente legate alla nostra mostrano un redshift, ma mai un blueshift, esse stanno recedendo da noi. Ciò che questa osservazione comporta è che *lo spazio si sta espandendo ovunque e ciascuna galassia vede tutte le altre allontanarsi da essa*.

Questo moto di allontanamento globale delle galassie, l'una dall'altra, dovuto alla espansione dell'Universo, è detto **flusso di Hubble**, e la sua scoperta rappresenta l'inizio della Cosmologia moderna. Dopo secoli di teorizzazione erronee, si era giunti, finalmente, alla dimostrazione sperimentale che l'Universo non è statico, ma **si sta espandendo**.

Molti hanno osservato che concludere, come fece Hubble, che le misure indicassero l'esistenza di una relazione pressochè lineare tra velocità di recessione e distanza, era sicuramente azzardato. Dall'analisi del grafico di Hubble riportato in Fig. 4.1, le velocità sembrano scarsamente correlate con le distanze². Oggi, la dispersione dei punti sperimentali non è difficile da giustificare in quanto la legge di Hubble è, in realtà, soltanto una approssimazione. Oltre all'espansione cosmica, le galassie sono soggette ai campi gravitazionali locali creati dalla concentrazione di galassie vicine. Poiché il lavoro originale di Hubble considerava soltanto le galassie vicine, le velocità locali erano grandi a sufficienza da competere con l'espansione cosmica. Le osservazioni moderne, estendendosi fino a galassie centinaia di volte più distanti, hanno mostrato che la legge di Hubble è valida, in media, al di là di ogni ragionevole dubbio (cfr Fig. 4.2).

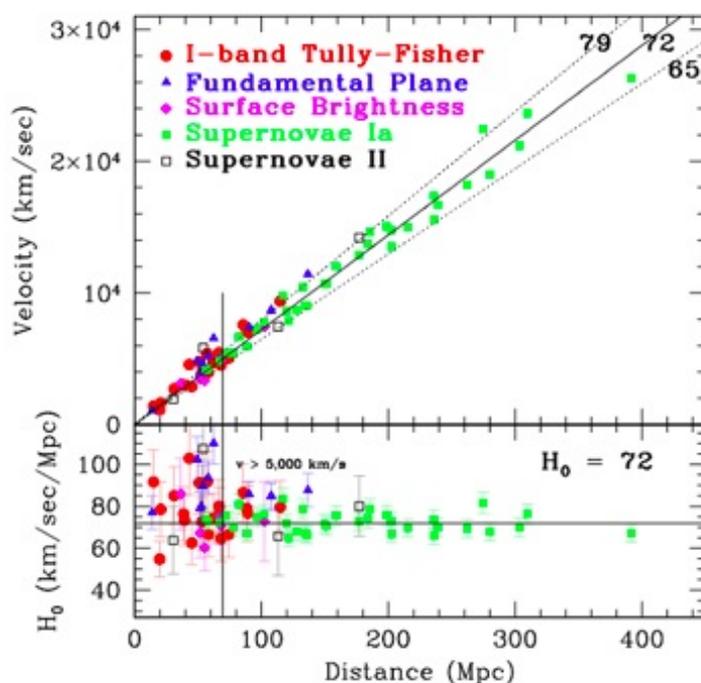


Figura 4.2: Grafico di Hubble come risulta dalle misure eseguite, nel 2001, con il telescopio spaziale Hubble (HST).

²È ormai convinzione diffusa che Hubble sapesse già cosa ottenere dalle sue misure. Egli, infatti, era a conoscenza del fatto che il modello di de Sitter prevedeva un redshift proporzionale alla distanza, e ciò, seppur inconsciamente, potrebbe aver influito sulla sua interpretazione delle osservazioni.

Hubble, inoltre, sbagliò clamorosamente nel misurare le distanze delle galassie e da ciò ricavò un valore attuale di H molto più grande di quello noto attualmente. Egli, infatti, dedusse dai suoi dati³: $H_0 = 500 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, un valore, come vedremo più avanti, circa 10 volte più grande di quello misurato dallo Hubble Space Telescope (HST). L'origine di tale errore merita di essere illustrata in quanto rende consapevoli delle difficoltà insite nella misura delle distanze extragalattiche. Hubble non si rese conto che esistono due classi distinte di variabili cefeidi (questo venne appurato solo nel 1952). Egli stava osservando le cefeidi 'classiche' (di tipo I), le quali sono stelle molto brillanti, ma la relazione distanza-luminosità che utilizzava era stata calibrata utilizzando un altro tipo di cefeidi (di tipo II), approssimativamente 4 volte meno brillanti delle prime. Come conseguenza di ciò, tutte le distanze risultarono sottostimate di più di un fattore 2 e questo errore si propagò sulla stima delle dimensioni delle galassie esterne. Hubble notò che esse erano, in media, molto più piccole della Via Lattea. Alla luce del P.C. questo era l'indizio che c'era qualcosa di sbagliato: è ragionevole che la nostra galassia sia molto più grande delle altre? Quando, infine, le distanze vennero corrette, la nostra galassia risultò avere le dimensioni tipiche delle altre.

L'errore di Hubble ebbe conseguenze importanti, in quanto H determina la scala temporale dell'evoluzione dell'Universo. Infatti, se le galassie si stanno allontanando tra di loro, in passato devono essersi trovate molto più vicine⁴. Per la precisione, se la loro velocità è stata costante, allora il tempo impiegato da due galassie qualsiasi per venirsi a trovare separate dalla distanza attuale è esattamente uguale a tale distanza divisa per la velocità relativa. Ma se tale velocità è proporzionale alla distanza, questo tempo risulta identico per ogni coppia di galassie: in passato, esse devono essersi trovate tutte molto vicine. Quanto tempo è passato da tale istante (quindi dall'istante iniziale, comunemente noto come Big Bang)? Il **tempo di Hubble**⁵:

$$t_H = \frac{1}{H}. \quad (4.2)$$

Nel nostro modello idealizzato di universo che si espande a ritmo costante, questo tempo altro non è che l'età dell'universo. (Come vedremo in seguito, nei modelli realistici il ritmo dell'espansione, cioè H , non è costante e, quindi, t_H non fornisce l'età dell'universo ma ne rappresenta soltanto una stima approssimata).

³È consuetudine, in Cosmologia, indicare il valore attuale di una data quantità fisica apponendo un pedice 0.

⁴Questo argomento riecheggia quello di Lemaître alla base della sua teoria dell'atomo primordiale.

⁵Si noti che: $[H] = [\text{lunghezza} \times \text{tempo}^{-1} \times \text{lunghezza}^{-1}] = [\text{tempo}^{-1}]$.

Convertendo pc in km, il valore di H_0 misurato da Hubble risulta essere:

$$H_0 = \frac{500}{3.09 \times 10^{13} \times 10^6} = 1.62 \times 10^{-17} \text{ s}^{-1}$$

che, inserito nella (4.2), fornisce:

$$t_{H_0} = 6 \times 10^{16} \text{ s} \simeq 2 \times 10^9 \text{ anni} .$$

Ma, fin dall'epoca degli studi di Rutherford sulla radioattività, è noto che la Terra ha un'età molto superiore a tale valore. Oggi si ritiene che essa abbia circa 4.6 miliardi di anni. Non si può pensare che la Terra sia più vecchia dell'Universo. Per tale motivo l'interpretazione dei dati di Hubble in termini di espansione dell'Universo trovò difficoltà nell'affermarsi presso la comunità scientifica di allora (e, persino, nella mente di Hubble). Alcune delle idee cosmologiche più geniali avanzate nel periodo che va dalla scoperta di Hubble fino agli anni '50 del secolo scorso, probabilmente, nacquero sotto lo stimolo di questo paradosso apparente, compresa, forse, la teoria dello Stato Stazionario, di cui parleremo nel capitolo 6.

Questa situazione si protrasse fino al 1958, anno in cui, a seguito dei lavori di Walter Baade e Allen Sandage, il valore di H_0 venne costretto nell'intervallo (50, 100) $\text{km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, e, conseguentemente, t_H venne innalzato a circa 10 - 20 miliardi di anni. Questa revisione, probabilmente, è all'origine dell'assunzione della Cosmologia del Big Bang come teoria standard. La più recente determinazione della costante di Hubble dedotta da un'analisi della relazione distanza-redshift risale al 2011 e ha fornito il seguito valore⁶:

$$H_0 = 72.0 \pm 3.0 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} , \quad (4.3)$$

a cui corrisponde un tempo di Hubble pari a:

$$t_{H_0} = (13.7 \pm 0.6) \times 10^9 \text{ anni} . \quad (4.4)$$

Per completezza, riportiamo anche la determinazione indiretta di H_0 ottenuta, nel febbraio del 2015, a partire dalle osservazioni del satellite *Planck*:

$$H_0 = 67.3 \pm 1.2 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} , \quad (4.5)$$

e, quindi:

$$t_{H_0} = (14.6 \pm 0.3) \times 10^9 \text{ anni} . \quad (4.6)$$

⁶In genere, in luogo di H si preferisce utilizzare il suo valore normalizzato a $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. Il numero puro così definito viene indicato con il simbolo h (sfortunatamente, lo stesso usato per la costante di Planck).

Come si vede, i due valori sono diversi tra loro. Questa differenza, forse originata dalla diversa tecnica utilizzata per le due determinazioni, è tuttora oggetto di studio.

Le prossime due sezioni sono dedicate ad un esame del redshift cosmologico e della legge di Hubble a partire dalla metrica in espansione descritta dalla (2.2).

4.2 Il redshift cosmologico

Il redshift cosmologico subito dalla luce emessa da una sorgente è diretta conseguenza della variazione del fattore di scala a tra l'istante di emissione e quello di ricezione della luce stessa.

Supponiamo di essere nell'origine del riferimento, ovvero nel punto $r = \theta = \phi = 0$ (utilizziamo la metrica in cui la parte spaziale è espressa in coordinate polari) e consideriamo un osservatore in una galassia posta nel punto $r = R, \theta = \phi = 0$ (ricordiamo che la coordinata r è comovente, per cui $r = R$ individua la galassia a tutti gli istanti). Supponiamo che l'osservatore nella galassia distante emetta, all'istante t_e , un fotone di lunghezza d'onda λ_e che riceviamo all'istante t_r . Tale impulso di luce viaggia su una curva radiale nulla ($ds^2 = 0$), per cui si ha:

$$ds^2 = 0 = c^2 dt^2 - a^2(t) dr^2 . \quad (4.7)$$

Nell'intervallo di tempo che intercorre tra l'emissione e la ricezione tale impulso ha coperto una distanza coordinata spaziale R , per cui:

$$\int_0^R dr = R = c \int_{t_e}^{t_r} \frac{dt}{a(t)} .$$

Immaginiamo ora che l'osservatore nella galassia distante emetta una serie di impulsi separati in tempo da un piccolo (e costante) intervallo δt_e . Indicando con δt_r l'intervallo di tempo tra gli impulsi in ricezione, poiché tali impulsi hanno percorso tutti la stessa distanza coordinata R , risulta:

$$\int_{t_e + \delta t_e}^{t_r + \delta t_r} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_e}^{t_r} \frac{dt}{a(t)} ,$$

ovvero

$$\int_{t_e}^{t_e + \delta t_e} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_r}^{t_r + \delta t_r} \frac{dt}{a(t)} .$$

Dal momento che δt_e e δt_r sono infinitesimi, possiamo assumere che la funzione integranda sia costante entro tali intervalli temporali, per cui, risulta:

$$\frac{\delta t_e}{a(t_e)} = \frac{\delta t_r}{a(t_r)} ,$$

e, poiché, per definizione, $\lambda = c/\nu = c \delta t$, si ha:

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_e} = 1 + z = \frac{a(t_r)}{a(t_e)}. \quad (4.8)$$

Poiché la velocità della luce è la stessa per tutti gli osservatori, l'aumento della lunghezza d'onda comporta una diminuzione della frequenza. Infatti, dalla (4.8) si ricava:

$$\frac{\nu_r}{\nu_e} = \frac{a(t_e)}{a(t_r)} = \frac{1}{1 + z}. \quad (4.9)$$

La frequenza è misurata in cicli al secondo, per cui l'espansione dell'universo, oltre al redshift, produce una variazione nel ritmo temporale di natura cosmologica. Dalla (4.9) si vede che l'orologio (necessario per misurare la frequenza) dell'osservatore che riceve gli impulsi di luce procede a un ritmo più serrato di quello dell'osservatore che li emette: per ogni tic dell'orologio dell'emettitore, quello del ricevitore ne registra $1 + z$.

Rimane un punto importante da chiarire. Poiché l'espansione dell'universo implica una diminuzione della frequenza, in base alla relazione frequenza-energia per un fotone, $E = h\nu$, deduciamo che ciascun fotone perde energia a causa del redshift cosmologico.

Generalmente, quando si prova a rispondere a tale quesito, utilizziamo l'analogia del gas che si espande contro un pistone: il gas aumenta di volume e si raffredda⁷. Sebbene questa linea di ragionamento sembri corretta, essa fallisce quando tentiamo di estenderla al fine di descrivere la perdita d'energia dei fotoni. Quando un gas (che potrebbe essere di fotoni) in un contenitore si espande, deve esserci qualcosa che lo fa comportare in questo modo. Se è il gas stesso che causa l'espansione, come nel caso dei cilindri in un motore a combustione interna, allora parte dell'energia interna (calore) del gas deve essere convertita nel lavoro richiesto per l'espansione. Se un agente esterno, quale un motore che tira il pistone, causa l'espansione, allora un certo lavoro è compiuto, di modo che l'energia totale è conservata. Nel cosmo questo agente esterno non esiste, e non c'è nemmeno un contenitore

⁷Molto spesso, si tende ad assimilare l'espansione dell'universo con quella di un gas ideale. Per definizione, le molecole di un gas ideale non esercitano alcuna forza l'una sull'altra, per cui l'energia potenziale rimane costante durante l'espansione. Se il gas si espande senza compiere alcun lavoro sull'ambiente esterno, ciò implica una energia cinetica costante, per cui la temperatura di un gas ideale rimane costante. L'analogia con il gas ideale è inappropriata: l'universo deve essere confrontato con un gas non ideale. Infatti, causa le forze attrattive agenti tra le particelle in recessione, l'universo, come in un gas non ideale, guadagna energia potenziale (diviene meno negativa) durante l'espansione e si ha una conseguente diminuzione dell'energia cinetica del sistema, che si traduce in un suo raffreddamento.

contro il quale i fotoni spingono. Sicuramente non sono i fotoni a comandare l'espansione cosmica. Secondo la Relatività Generale ogni forma di energia, compresa quella dei fotoni, contribuisce alla gravità, e, quindi, tenderebbe a far collassare l'universo, piuttosto che farlo espandere. Ad ogni modo, come vedremo tra non molto, il fondo cosmico di microonde è altamente isotropo e, quindi, non ci sono variazioni di pressione da un punto a un altro che giustificerebbero una 'spinta fotonica'.

Potremmo pensare che sia lo stesso campo gravitazionale a far perdere energia ai fotoni. La Relatività Generale ci dice che un fotone che si 'arrampica' nel campo gravitazionale generato da un corpo massivo subisce un redshift. Si può interpretare ciò immaginando che il fotone usi parte della sua energia per guadagnare potenziale gravitazionale, allo stesso modo in cui una pietra lanciata verso l'alto perde energia cinetica. Purtroppo, quest'idea non funziona per i modelli cosmologici. Il potenziale gravitazionale è una conseguenza della variazione spaziale di un campo gravitazionale. L'universo nella sua globalità è spazialmente omogeneo e isotropo a tutti gli istanti della sua esistenza, per cui non c'è alcuna variazione spaziale del campo. Infatti, nel caso di un universo piatto non c'è neanche curvatura spaziale ma, tuttavia, esiste un redshift da espansione.

Dobbiamo concludere che il principio di conservazione dell'energia è violato nell'universo? Ebbene, sì: *in Relatività Generale l'energia non si conserva*. A dire il vero, la situazione è anche peggiore: la teoria non consente di elaborare una definizione univoca per i concetti di 'energia' e 'conservazione'. In uno spaziotempo assoluto newtoniano il concetto di energia dei singoli oggetti è ben definito e le loro energie possono essere sommate per ottenere l'energia totale dell'universo: questa energia non cambia mai nel tempo. In Relatività Generale, invece, lo spazio è dinamico e le variazioni dello spaziotempo possono scambiare energia con la materia. Si potrebbe pensare che un modo per scongiurare l'abbandono del principio di conservazione dell'energia sia quello di incorporare in esso 'l'energia del campo gravitazionale', ma questo si rivela molto più difficile di quanto ci si potrebbe aspettare: semplicemente, nel campo gravitazionale non esiste una definizione *locale* ben posta dell'energia. (La cosa non dovrebbe stupire alla luce del fatto che, secondo il Principio di Equivalenza, localmente ogni campo gravitazionale è 'eliminabile' tramite un'opportuna accelerazione, il che equivale a dire che localmente il campo gravitazionale non si può nemmeno rivelare.) È più facile descrivere questa situazione dicendo che l'energia non si conserva in Relatività Generale, tranne che in certe speciali circostanze⁸. Questo non getta il mondo nel

⁸Un altro modo di vedere le cose è il seguente. Il fatto che l'energia si conservi nella meccanica newtoniana è conseguenza della simmetria per traslazioni temporali, per cui

caos: data la curvatura dello spaziotempo, possiamo predire con precisione l'evoluzione di una qualunque forma di energia.

4.3 La legge di Hubble

Come caso speciale della situazione sperimentale descritta nella sezione precedente, consideriamo una galassia che si trova a piccola distanza da noi, ovvero il caso in cui R è piccolo. All'istante in cui riceviamo la luce emessa dalla galassia, la distanza fisica che ci separa da questa sarà:

$$d = a(t_r)r .$$

In base alla (4.7), l'intervallo di tempo Δt entro cui la luce ci raggiunge è, approssimativamente, dato da:

$$c \Delta t \simeq a(t_r)r = d .$$

(Non importa se usiamo $a(t_r)$ o $a(t_e)$ in questa formula, in quanto, dal momento che R è piccolo, t_r e t_e differiscono di poco). La (4.8) può quindi essere riscritta come segue:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_r}{\lambda_e} &= \frac{a(t_e + d/c)}{a(t_e)} \simeq \frac{1}{a(t_e)} \left[a(t_e) + \left. \frac{da}{dt} \right|_{t_e} \frac{d}{c} \right] \\ &= 1 + \frac{\dot{a}(t_e)}{a(t_e)} \frac{d}{c} , \end{aligned}$$

($\dot{a} \equiv da/dt$) quindi

$$\frac{\dot{a}(t_e)}{a(t_e)} d = c \left(\frac{\lambda_r}{\lambda_e} - 1 \right) = cz = v ,$$

che altro non è che la legge di Hubble. Tale equazione fornisce anche la connessione tra la costante di Hubble e la geometria dello spaziotempo, in quanto, per come è stata definita, risulta:

$$H = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} . \tag{4.10}$$

Poiché a è funzione solo del tempo, così è anche per la sua derivata e, quindi, H è anch'essa funzione solo del tempo. Ovviamente, ciò implica che

lo spaziotempo che fa da sfondo al moto delle particelle è fissato una volta per tutte. In Relatività Generale questo non è più vero; lo sfondo è dinamico e muove gli oggetti, modificandone l'energia.

essa non è in realtà una costante. L'omogeneità richiede soltanto che H sia la stessa in ogni punto dello spazio a un dato istante. Quando ci si riferisce a essa come costante si intende sottolineare il suo ruolo matematico nella legge di Hubble, ovvero come costante di proporzionalità tra v e d .

Nella legge di Hubble, la velocità di recessione delle galassie cresce con la distanza. È facile vedere che oltre una certa distanza le galassie recedono a una velocità maggiore di quella della luce. Dalla (4.1), risulta, infatti:

$$\frac{v}{c} = \frac{H d}{c},$$

per cui, la condizione $v = c$ viene ottenuta per una distanza pari a:

$$d_H = \frac{c}{H}.$$

Questa distanza è nota come **distanza di Hubble** e in base al valore di H_0 di eq. (4.5) risulta essere:

$$d_{H_0} = \frac{3 \times 10^5}{67.3} \simeq 4.5 \text{ Gpc} \simeq 1.4 \times 10^{23} \text{ km} \simeq 14.6 \times 10^9 \text{ a.l.}$$

Quindi, galassie distanti più di 14.6 miliardi di anni-luce recedono da noi con velocità maggiore di quella della luce. Come è possibile? Non entriamo in conflitto con la Relatività Speciale? Assolutamente, no. Solo nel caso di due particelle che passano una vicina all'altra è possibile definire una velocità relativa, che non può essere più grande di quella della luce. Ma per due particelle in punti distanti di uno spazio curvo non è possibile definire una velocità relativa: il concetto, semplicemente, non ha alcun senso. Ciò è diretta conseguenza dell'impossibilità in una varietà curva di definire univocamente un modo di confrontare vettori in punti distanti. Ovviamente, in certe situazioni speciali (ad esempio, per punti sufficientemente vicini) è ancora utile parlare come se il concetto di velocità relativa fosse sensato, ma l'occasionale utilità non è un sostituto di una definizione rigorosa. La somiglianza dell'osservato redshift della luce delle galassie con il convenzionale effetto Doppler dovuto al moto relativo, ci porta a dire che le galassie stanno 'recedendo da noi' a una velocità definita dal loro redshift. A rigore questa affermazione è priva di senso: le galassie non sono in recessione dal momento che la nozione di velocità relativa rispetto a noi non è definita. Ciò che sta succedendo è che la metrica dello spaziotempo tra noi e le galassie è cambiata (l'universo si è espanso) lungo il percorso del fotone, dando luogo a una variazione della lunghezza d'onda della luce.

Ma è possibile osservare galassie che 'recedono' a velocità maggiore di c ? La luce emessa verso di noi da questo tipo di galassie si muove con velocità c

rispetto al suo spazio locale, ma questo si 'allontana' a velocità maggiore di c . Siamo portati a concludere che questo raggio non raggiungerà mai i nostri strumenti e che la galassia che l'ha emesso sarà invisibile per sempre. Ma, poiché la costante di Hubble varia, la distanza di Hubble non è fissa. Nei modelli dell'universo che trovano riscontro nelle osservazioni, la distanza tra due galassie cresce nel tempo più velocemente di quanto cresca la velocità con cui aumenta questa distanza, per cui la costante di Hubble decresce nel tempo. Corrispondentemente, la distanza di Hubble cresce nel tempo e la luce che era al di là di essa, quindi 'spinta' ad allontanarsi da noi, entra all'interno della sfera di Hubble; i fotoni si vengono a trovare in una regione dello spazio che sta recedendo con velocità minore di c , per cui possono raggiungerci. La galassia da cui provengono continua ad allontanarsi a velocità maggiore di c . Quindi, possiamo osservare la luce proveniente da galassie che si sono sempre allontanate più velocemente della luce, e sempre lo faranno.

È lecito, a questo punto, chiedersi cos'è che segna i confini dell'universo osservabile? Si tratta di una questione sulla quale, per un po' di tempo, ha regnato una certa confusione. Se lo spazio non fosse in espansione, l'oggetto più distante che potremmo vedere sarebbe, adesso, a d_{H_0} , ovvero la massima distanza che la luce può aver coperto nel tempo di Hubble. L'espansione dell'universo implica l'espansione del percorso del fotone durante il suo viaggio. Risulta che, attualmente, l'oggetto più distante che possiamo vedere è una distanza $d \simeq 3d_{H_0}$, ovvero circa 46 miliardi di luce.

Come discuteremo ampiamente nel capitolo 9.3, attualmente l'espansione dell'universo sta accelerando. Ciò rende la situazione più interessante, perché in un universo in accelerazione la distanza di Hubble smette di aumentare. Quindi, eventi distanti possono emettere luce nella nostra direzione ma questa non entra mai nella sfera di Hubble. In questo caso l'universo, così come un buco nero, possiede un **orizzonte degli eventi cosmico**, un bordo oltre il quale è impossibile vedere. Attualmente questo orizzonte cosmico è a circa 16 miliardi di anni luce da noi, ben all'interno della regione di ciò che è osservabile. La luce emessa dalle regioni oltre l'orizzonte cosmico non potrà mai raggiungerci. Saremo ancora in grado di vedere gli eventi che ebbero luogo in certe galassie prima che attraversassero l'orizzonte, ma gli eventi successivi saranno per sempre invisibili.

4.4 Equivoci comuni sul Big Bang

- L'universo si sta dilatando ... L'universo è tutto, e si sta dilatando. Questo significa che un bel giorno scoppierà e allora quel giorno sarà la fine di tutto!
- Tu sei qui, a Brooklyn. E Brooklyn non si sta dilatando!⁹

Concludiamo il capitolo con alcune riflessioni circa la natura dell'espansione, della singolarità alla sua origine e del redshift. Lo scopo è quello di fare chiarezza su concetti basilari della Cosmologia moderna riguardo ai quali è possibile rintracciare affermazioni erranee anche in testi autorevoli. A scanso di equivoci, chiariamo fin dall'inizio che non nutriamo alcun dubbio sulla correttezza delle osservazioni sperimentali e sulle equazioni della Relatività Generale. Piuttosto, la nostra attenzione è rivolta a quale sia la giusta interpretazione dei fenomeni che osserviamo nell'universo.

4.4.1 Natura e origine dell'espansione

L'incapacità di vedere che l'espansione localmente è soltanto cinematica è alla base dell'equivoco forse più imbarazzante. Molte descrizioni semi-popolari della cosmologia contengono affermazioni secondo le quali 'l'espansione dello spazio' spinge le galassie a separarsi. Nella realtà, le distanze tra le galassie stanno aumentando ma esse non stanno viaggiando nello spazio allontanandosi: è lo spazio tra loro che si sta espandendo. Le singole galassie si muovono a caso all'interno degli ammassi (moto peculiare), ma gli ammassi di galassie sono essenzialmente in quiete¹⁰.

Questa espansione sembra implicare che tutti gli oggetti vengano allungati da una qualche forza misteriosa: dobbiamo dedurre che esseri umani che riuscissero a sopravvivere per un tempo sufficientemente lungo (qualche miliardo di anni) vedrebbero raddoppiata la loro altezza? Certamente no. L'espansione di per sé non produce forze. Le dimensioni degli atomi e delle città sono il risultato di un compromesso tra varie forze. Se la velocità di espansione fosse diversa, le dimensioni degli ammassi di galassie sarebbero diverse, ma essi non si espanderebbero. (È come se aumentasse la forza di gravità: la nostra spina dorsale si comprimerebbe fino al raggiungimento di una nuova posizione d'equilibrio e diverremmo più bassi, ma non continue-

⁹Dialogo tra Woody Allen e la madre nel film *Io e Annie*.

¹⁰Come vedremo in un capitolo successivo, l'esistenza del fondo cosmico a microonde consente di definire rigorosamente il termine "quiete".

remmo a contrarci)¹¹. Che questa credenza sia sbagliata risulta chiaro dalla discussione del cosiddetto problema della 'galassia legata', in cui una galassia è trainata dalla nostra tramite un immaginario filo inestensibile (in modo che la distanza tra le due galassie rimanga costante). La domanda è: quando viene tagliato il filo di collegamento, la galassia si unisce al flusso di Hubble e prende a recedere a causa dell'espansione dell'universo? L'intuizione secondo la quale gli oggetti vengono travolti dall'espansione dell'universo porterà a una risposta affermativa, ma la verità è l'esatto contrario: se la costante cosmologica non è troppo grande e la distanza della galassia è paragonabile alla distanza di Hubble, la galassia cade verso noi. Allo stesso modo, comunemente si crede che il Sistema Solare abbia una lievissima tendenza a espandersi a causa dell'espansione di Hubble (anche se questa tendenza è generalmente ritenuta trascurabile a tutti gli effetti pratici). Ancora una volta, il calcolo esplicito mostra che questa convinzione è errata: la tendenza a espandersi dovuta allo stiramento dello spazio non è trascurabile, ma semplicemente inesistente. Quindi, per tornare alla dimostrazione elementare dell'espansione per mezzo di un palloncino che si gonfia descritta nel capitolo precedente, le galassie dovrebbero essere rappresentate da monete incollate su questo, non da macchie di inchiostro (che, falsamente, si espandono con l'universo).

Una domanda che spesso ci si sente rivolgere è: in cosa si espande l'universo? La stessa terminologia del Big Bang suggerisce una esplosione in un qualche tipo di vuoto. Questa immagine è fortemente suggerita da molte descrizioni divulgative dell'argomento, che spesso descrivono l'istante iniziale come uno in cui tutta la materia dell'universo è concentrata in un unico punto, o qualcosa di simile. Questa frase può probabilmente essere fatta risalire allo sfortunato termine 'atomo primordiale' di Lemaître. In realtà, quando l'universo si espande non si appropria di uno spazio circostante precedentemente vuoto: il Big Bang non è stata un'esplosione *nello* spazio ma *dello* spazio.

A ben vedere, descrivere l'origine dell'espansione come una esplosione probabilmente non è una buona idea in ogni caso; essa suggerisce un'energia iniziale che muove la materia da uno stato iniziale di riposo. Classicamente, questo è falso: l'espansione appare soltanto come condizione iniziale. Questo potrebbe sembrare eludere il punto, e, come vedremo in seguito, è uno dei vantaggi della cosmologia inflazionaria quello di fornire un meccanismo esplicito per innescare l'espansione: l'effetto repulsivo dell'energia del vuoto. Tuttavia, se il Big Bang è da pensarsi come un evento esplosivo, allora, in

¹¹Nella realtà, come vedremo più avanti, l'espansione sta accelerando, il che comporta una lieve forza che fa espandere i corpi. A causa di ciò, gli oggetti sono lievemente più grandi di quanto sarebbero in un universo che non accelera, perché l'equilibrio tra le forze si raggiunge per dimensioni lievemente maggiori.

realtà, non è avvenuto in un luogo particolare per poi espandersi in uno spazio vuoto preesistente. Si tratta di molte esplosioni che avvengono ovunque in una sola volta; non è possibile essere al di fuori dell'esplosione, perché questa riempie tutto lo spazio.

Questa ubiquità del Big Bang è indipendente dalle dimensioni dell'universo, addirittura dal fatto che esso sia finito o infinito. La Relatività Generale descrive come si dilata ogni regione di spazio, ma non dice nulla sulla sua estensione o sulla forma complessiva dello spazio. Qualche volta si sente dire che l'universo nella sua infanzia aveva la dimensione di una noce. Questa immagine fa riferimento alla parte di universo a noi visibile. Un abitante di una galassia lontana avrebbe il suo universo visibile, distinto dal nostro. Questo osservatore può vedere galassie che noi non siamo in grado di vedere, e viceversa. Anche il suo universo è passato per un'era in cui non era più grande di una noce. Ne nasce un'immagine di un universo delle origini come mucchio di noci che si estende all'infinito in tutte le direzioni. Perciò, l'idea che il Big Bang fosse piccolo è fuorviante. È possibile che la totalità dello spazio sia infinita.

4.4.2 La natura del redshift

Molte descrizioni della cosmologia del Big Bang dichiarano che il redshift delle galassie distanti non è uno spostamento Doppler ma è dovuto a una 'espansione dello spazio'. Di seguito tre esempi di questo tipo di affermazioni, estratte da altrettanti autorevoli testi (in lingua inglese) di Astrofisica:

- Il redshift cosmologico non è uno shift Doppler. Questo è causato dal movimento di un oggetto attraverso lo spazio, mentre un redshift cosmologico è causato dall'espansione dello spazio.
- Una visione più precisa del redshift delle galassie è che le onde sono allungate dallo stiramento dello spazio attraverso cui viaggiano ... Se lo spazio si espande durante tutto il tempo in cui la luce viaggia, pure le onde luminose si allungano.
- Gli astronomi spesso esprimono i redshift come se esse fossero velocità radiali, ma i redshift delle galassie non sono shift Doppler ... la formula relativistica dello spostamento Doppler si applica al movimento attraverso lo spazio, quindi non alla recessione delle galassie.

Affermazioni come queste sono fuorvianti e generano incomprensioni circa la natura dello spazio e del tempo¹².

¹²I libri di testo più avanzati spesso evitano questo linguaggio. In particolare, quello che, sebbene vecchio di più di quindici anni, è ancora di riferimento per tutti coloro

Nella Relatività Generale, la spiegazione del redshift in termini di 'stiramento dello spazio' è piuttosto problematica. Il comportamento della luce è governato dalle equazioni di Maxwell (o dalla loro generalizzazione relativistica), le quali non contengono alcun termine che descriva questo tipo di deformazione dello spazio e nessuna informazione sulla dimensione attuale dell'universo. Anzi, una delle idee più importanti della Relatività Generale è che lo spaziotempo è sempre localmente indistinguibile dallo spaziotempo - non 'stirato' - della Relatività Speciale, il che significa che un fotone non sa nulla del fattore di scala variabile dell'universo. L'enfasi di molti libri di testo sullo stiramento dello spaziotempo come causa del redshift cosmologico costringe i lettori a prendere troppo sul serio l'analogia del palloncino di gomma per l'universo in espansione¹³. Ad esempio, talvolta si afferma, come se fosse ovvio, che "tutte le lunghezze d'onda del raggio di luce vengono raddoppiate" se il fattore di scala raddoppia. Sebbene questa affermazione sia corretta, non è ovvia. Dopo tutto, le soluzioni dell'equazione (di Schrödinger) per il moto degli elettroni in un atomo di idrogeno, non si stirano se l'universo si espande, quindi perché lo dovrebbero fare le soluzioni delle equazioni di Maxwell? Questo tipo di descrizione porta a concludere, in modo scorretto, che gli atomi di idrogeno, il sistema solare, la Galassia devono costantemente 'resistere alla tentazione' di espandersi insieme con l'universo, credenza che abbiamo già avuto modo di commentare.

In una serie di circostanze, la corretta interpretazione del redshift sembra chiara: quando la curvatura dello spaziotempo è piccola sulle distanze e gli intervalli di tempo coinvolti nel moto del fotone, è naturale interpretare lo spostamento in frequenza osservato come uno spostamento Doppler. Questa interpretazione è la ragione per cui la polizia stradale può comminare una multa per eccesso di velocità in base alla lettura di un radar. Non ci risulta che qualcuno abbia sostenuto con successo in tribunale che c'è un'ambiguità nell'interpretare lo spostamento in frequenza osservato come uno spostamento Doppler. Nell'universo in espansione, la curvatura dello spaziotempo è piccola nel caso di oggetti vicini, in particolare quelli con $z = \Delta\lambda/\lambda \ll 1$. Non dovrebbe esserci alcuna esitazione nell'etichettare come Doppler i redshift osservati, così come non ce n'è da parte della polizia stradale. Sorprendentemente, però, molti sembrano credere che l'interpretazione del redshift come 'stiramento dello spazio' sia l'unica valida, anche in questo limite.

che s'interessano di Cosmologia, ovvero: J. Peacock, *Cosmological Physics*, Cambridge University Press (1998), fornisce descrizioni particolarmente accurate e chiare della natura del redshift cosmologico.

¹³Il palloncino di gomma in espansione è molto simile all'etere della fisica pre-relativistica: anche se intuitivamente attraente, non fa previsioni verificabili corrette e anche qualcuna errata, e quindi non ha alcun posto nella teoria.

Non è così chiaro, però, come interpretare un redshift grande. Un approccio comune, ma errato, è quello di utilizzare la formula dell'effetto Doppler valida in Relatività Speciale (cfr. (3.3)) e scrivere:

$$1 + z = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}.$$

Ciò potrebbe essere appropriato nel caso di un modello di universo privo di materia, ma è sbagliata in generale. Tuttavia, non è difficile, riferendosi, ad esempio, ai quasar ad alto redshift, leggere frasi quali “in recessione al 95% della velocità della luce”. La ragione per cui il redshift non può essere interpretato in questo modo è che una densità di massa diversa da zero deve causare redshift gravitazionale; anche questa interpretazione è difficile da applicare rigorosamente nel caso di redshift dell'ordine dell'unità. Un modo di guardare a questo problema è quello di assumere il punto di vista rigido che $1 + z$ ci dice soltanto di quanto si è espanso l'universo da quando i fotoni che riceviamo adesso sono stati emessi, e nulla di più. Forse più illuminante è rendersi conto che sebbene il redshift non può essere pensato come uno spostamento Doppler globale, è corretto pensare all'effetto come un accumulo di spostamenti Doppler infinitesimali subiti dal fotone lungo il percorso tra osservatori fondamentali separati da una distanza radiale propria infinitesima $\delta\ell$ secondo la formula:

$$\frac{\delta z}{1 + z} = \frac{H(z) \delta\ell(z)}{c}.$$

Questo modo d'interpretare il fenomeno pone enfasi sul fatto che è l'impulso che subisce il redshift, per cui le lunghezze d'onda di de Broglie scalano con l'espansione, un risultato che è indipendente dal fatto che la massa a riposo sia diversa da zero.

Capitolo 5

La geometria dell'universo

La geometria piatta descritta dalla metrica (2.2) non è l'unica omogenea e isotropa. Nel 1936, i fisici americani H. Robertson e A. Walker mostrarono, indipendentemente, che la più generale metrica per uno spaziotempo omogeneo e isotropo può essere scritta nella forma:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left\{ \frac{dr^2}{1 - k r^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right\}, \quad (5.1)$$

in termini delle coordinate sferiche comoventi. Anche in questo caso il fattore di scala dipende solo dal tempo, anche se in un modo non specificato.

In questa metrica compare, per la prima volta, la *costante di curvatura* k che specifica la curvatura della sezione spaziale (3-dimensionale) dello spaziotempo. L'aspetto da rimarcare è che il segno di tale costante determina univocamente la geometria spaziale. Tale segno è, infatti, invariante rispetto alle trasformazioni di coordinate possibili, mentre il modulo di k , invece, non lo è. Questo significa che, tramite un'opportuna scelta dell'unità di misura per r , è possibile considerare solo tre valori per la costante di curvatura: $k = 0, \pm 1$.

La comprensione della classificazione della geometria dell'Universo mediante la sua curvatura è facile nel caso delle superfici, cioè per spazi di dimensione 2. In tal caso i diversi valori di k sono rappresentabili nel modo riportato in Fig. 5.1. Si può mostrare che il valore del fattore di scala a è connesso all'entità della curvatura dello spazio 3-dimensionale. Se $k = 0$, la geometria è piatta, e, quindi, il valore di a è irrilevante ai fini della geometria, sebbene il suo cambiamento con il tempo controlla il comportamento di molti parametri fisici. Nel caso di geometria **sferica** ($k = 1$), il prodotto ar è facilmente interpretato come il raggio della parte spaziale dello spaziotempo a un dato istante cosmico t . Per uno spazio **iperbolico** ($k = -1$) la

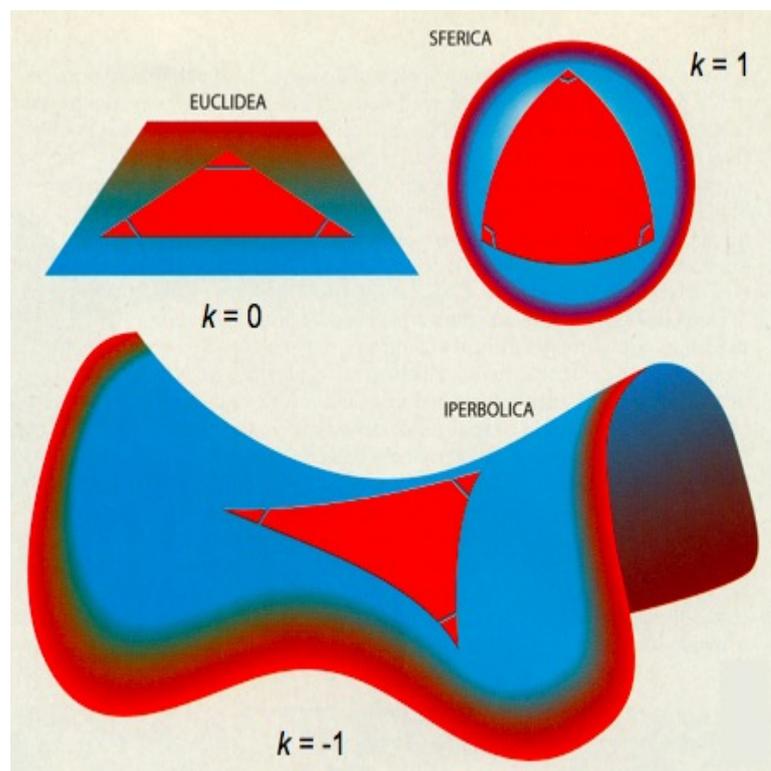


Figura 5.1: Geometrie per i diversi valori di k .

visualizzazione non è possibile, ma, anche in questo caso, a fissa la scala delle lunghezze.

5.1 Le geometrie non euclidee

Le geometrie sferica e iperbolica erano note ai matematici già dagli inizi del 1800. Erano state scoperte nel tentativo di comprendere la natura del quinto postulato di Euclide: *data una retta e un punto esterno a essa, esiste una e una sola retta per questo punto che è parallela alla retta data*. Fin dalla sua formulazione, tale postulato apparve meno chiaro degli altri alla mente dei matematici¹, i quali cercarono per secoli di dimostrarlo a partire dai primi quattro. Questi tentativi si dimostrarono tutti fallimentari, finché Gauss,

¹Il primo afferma che tra due punti passa una e una sola retta; il secondo che ogni segmento di retta può essere prolungato indefinitamente in entrambe le direzioni; il terzo che, dato un punto e un segmento, è sempre possibile tracciare un cerchio che abbia quel punto come centro e quel segmento come raggio; il quarto che tutti gli angoli retti sono uguali.

Bolyai e Lobachevsky dimostrarono, indipendentemente, che è possibile costruire geometrie perfettamente consistenti (quanto lo è quella di Euclide) che violano il quinto postulato. Queste geometrie sono dette **non euclidee**.

Se accettiamo il quinto postulato possiamo provare numerosi teoremi geometrici, tra i quali i più noti: la somma degli angoli interni di un triangolo è uguale a 180° , e la circonferenza di un cerchio di raggio R è uguale a $2\pi R$. Questi due risultati sono validi solo per la geometria euclidea in quanto **piatta**.

Cosa accade se rinunciamo al quinto postulato e lo sostituiamo con qualcosa di diverso? Otteniamo nuove geometrie che descrivono spazi **curvi**. Questi spazi hanno proprietà molto diverse da quelle che caratterizzano lo spazio euclideo, e la cui rappresentazione è, almeno in parte, accessibile solo nel caso delle superfici 2-dimensionali immerse in uno spazio 3-dimensionale. Un esempio di geometria curva è la superficie di una sfera. Su di essa l'equivalente di una linea retta è un cerchio massimo. Questo cinge l'intera sfera e la sua lunghezza è $2\pi R$, dove R è il raggio della sfera. L'equatore è un cerchio massimo, mentre le altre linee di latitudine non lo sono: la loro circonferenza dipende dalla loro locazione sulla superficie. Il cerchio massimo è veramente l'equivalente della linea retta nel piano, nel senso che essa rappresenta la minima distanza tra due punti arbitrari sulla superficie della sfera (curve di questa proprietà si dicono **geodetiche**).

Dati due qualunque cerchi massimi è facile realizzare che essi si intersecano in due punti. Questo significa che non esistono linee parallele, nel senso del quinto postulato di Euclide, sulla superficie della sfera. Un modo di definire la geometria della sfera consiste nel mantenere i primi quattro postulati euclidei e sostituire il quinto con l'affermazione: *data una retta e un punto a essa esterno, non è possibile tracciare per tale punto una retta parallela a quella data*.

Vediamo ora cosa accade alla somma degli angoli interni di un triangolo. È facile vedere che sulla superficie di una sfera essa è maggiore di 180° . Ad esempio, immaginiamo un triangolo costruito con un quarto di equatore e i due tratti di meridiani che da questo arrivano al Polo Nord: gli angoli interni sono tutti retti, per cui la loro somma è 270° .

E per la lunghezza della circonferenza? Fissato un punto sulla superficie, connettiamo tutti i punti che distano da questo una distanza r . Qual è la circonferenza del cerchio così costruito? È facile vedere che risulta minore di $2\pi r$ (cfr Fig. 5.1).

Infine, è facile rendersi conto che questa geometria è *finita*: viaggiando lungo un cerchio massimo si ritorna al punto di partenza, ovvero *questo spazio è privo di bordo*.

Finora abbiamo considerato geometrie in cui è possibile costruire al più una sola retta parallela a una retta assegnata. Cosa accade se ammettiamo la possibilità di costruirne più di una? In realtà, ciò equivale ad ammettere la possibilità di tracciarne *infinite*. Una tale geometria può apparire molto strana e, in effetti lo è al punto che non può essere costruita neanche in uno spazio 2-dimensionale. Questa geometria è detta **iperbolica**. Malgrado questa difficoltà essa è coerente quanto quelle piatta e sferica. Le proprietà di questa geometria sono, per certi versi, opposte a quelle che caratterizzano la geometria sferica: la somma degli angoli interni è, in questo caso, minore di 180° ; per un punto è possibile tracciare infinite parallele ad una retta data; la circonferenza di un cerchio è sempre maggiore di $2\pi r$. Questa geometria è, al pari di quella euclidea, *infinita*, ma in un certo senso è 'più grande' di questa. In uno spazio iperbolico 3-dimensionale c'è più volume contenuto all'interno di un certo raggio di quanto ne sia contenuto nella corrispondente regione all'interno di uno spazio euclideo.

Sebbene la geometria iperbolica non possa essere visualizzata, una sella possiede alcune delle proprietà suddette. Purtroppo l'analogia non è completa in quanto nella sella tali proprietà sono esibite soltanto nell'intorno della concavità (dove la superficie curva verso l'alto in una direzione e verso il basso lungo l'altra), mentre una geometria iperbolica le esibisce intorno a ogni suo punto.

L'estensione a spazi 3-dimensionali non presenta alcuna difficoltà dal punto di vista matematico. Purtroppo, risulta esclusa ogni possibilità di visualizzazione per le geometrie curve (quella iperbolica, come detto, presenta difficoltà già in due dimensioni).

Concludiamo questa discussione delle geometrie non euclidee con una precisazione importante. È bene tener presente che la rappresentazione di spazi 2-dimensionali immersi in spazi 3-dimensionali può dar luogo a confusione. Tutte le geometrie hanno certe proprietà intrinseche indipendenti dalla presenza di una qualunque varietà di dimensione superiore. Una sfera possiede una curvatura intrinseca che la caratterizza e che non dipende dallo spazio euclideo in cui è immersa. Se fossimo creature bidimensionali non saremmo in grado di visualizzare una terza dimensione e, perciò, non avremmo una conoscenza diretta dell'immersione della Terra in una qualunque dimensione superiore. Malgrado ciò, tramite misure locali, potremmo stabilire che la nostra geometria è curva (ad esempio, misurando la somma degli angoli interni di un grande triangolo costruito sulla superficie terrestre). Inoltre, l'esistenza di una curvatura nella geometria non richiede la presenza di una dimensione superiore in cui la geometria si incurva. Ad esempio, nella Relatività Generale, l'universo consiste di uno spaziotempo 4-dimensionale curvo, che non è immerso in uno spazio di dimensione maggiore.

Capitolo 6

Modelli Cosmologici

La costruzione di un modello cosmologico consiste nel risolvere le equazioni di Einstein della Relatività Generale per un Universo omogeneo e isotropo. Secondo tali equazioni la geometria dell'Universo è determinata dalla massa e dall'energia in esso contenute. La distribuzione dettagliata di queste variabili fisiche è, ovviamente, molto complicata. Galassie, stelle, gas interstellari e intergalattici, sono distribuiti in modo irregolare attraverso lo spazio. In aggiunta a questa distribuzione di materia, l'Universo è riempito di fotoni e, possibilmente, di altre e più esotiche particelle, ciascuna con il proprio contributo d'energia. Però, in accordo con il Principio Cosmologico noi assumiamo che le caratteristiche dei singoli agglomerati di materia, quali le galassie, non sono importanti: considereremo l'insieme di tutte le stelle, i pianeti e le galassie come una sottile polvere distribuita uniformemente in tutto lo spazio, di modo che in ogni punto la densità di massa media risulti costante. Anche le sorgenti di energia diverse dalla massa possono essere caratterizzate da una densità d'energia uniforme.

Sostituendo la complicata distribuzione di massa ed energia dell'Universo con questi valori medi costanti, il membro di destra delle equazioni di campo di Einstein (1.1) risulta molto semplificato. Le variabili che descrivono il contenuto dell'Universo, quali questa densità media ρ di massa-energia, risultano indipendenti dalla localizzazione spaziale: per consistenza con il Principio Cosmologico, *esse possono dipendere soltanto dal tempo*. Malgrado questa semplificazione, determinare la geometria dell'Universo richiede un livello di calcolo differenziale estremamente sofisticato. Però, la Relatività Generale è rilevante solo nel caso in cui si abbia a che fare con corpi dotati di moti relativi relativistici, ovvero che avvengono a velocità prossime a quelle della luce. Poiché le galassie vicine recedono con velocità molto minori di c , è lecito aspettarsi che tali moti possano essere descritti con sufficiente accuratezza utilizzando la gravità Newtoniana.

Piuttosto che trattare un universo di estensione infinita, consideriamone una porzione sferica di raggio R riempita, in modo uniforme, di una quantità M di materia e concentriamo la nostra attenzione su una piccola quantità di materia, di massa m , posta sulla superficie di tale sfera. Dal momento che la nostra configurazione ha simmetria sferica, possiamo utilizzare il teorema di Gauss, il che ci consente di dimenticarci della presenza della materia esterna alla sfera e di considerare quella all'interno localizzata tutta nel centro¹.

Applicando la legge di conservazione dell'energia alla massa m , si ha:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} m \dot{R}^2 - G \frac{mM}{R} \\ &= \frac{1}{2} m \dot{R}^2 - \frac{4\pi G}{3} m \rho R^2, \end{aligned}$$

ovvero

$$2 \frac{U}{m R^2} = \left(\frac{\dot{R}}{R} \right)^2 - \frac{8\pi G}{3} \rho,$$

dove ρ è la densità di materia all'interno della sfera.

Introduciamo ora nell'equazione così ottenuta l'idea della espansione dell'Universo, cioè poniamo: $R = a(t)r$. Poiché la coordinata comovente r è costante ($\dot{r} = 0$), si ha:

$$2 \frac{U}{m a^2 r^2} = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 - \frac{8\pi G}{3} \rho,$$

che possiamo riscrivere nel modo seguente

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{kc^2}{a^2}, \quad (6.1)$$

dopo aver introdotto la costante

$$k = -2 \frac{U}{m r^2 c^2}.$$

¹Ciò, in realtà, non è corretto quando la distribuzione di massa si estende all'infinito. Infatti, nella situazione considerata la gravità Newtoniana implica che un punto all'interno della sfera sperimenterebbe le forze da parte di tutti i corpi presenti dentro e fuori della sfera, e tali forze avrebbero risultante nulla. Nondimeno, il calcolo basato sul teorema di Gauss conduce a una predizione corretta per l'espansione dell'Universo. Ciò può essere giustificato rigorosamente soltanto a posteriori, se si invoca la Relatività Generale. In tale teoria, il teorema di Gauss è sostituito da quello di Birkhoff, il quale consente di isolare una sfera e dimenticarsi della materia al suo esterno anche nel caso di una distribuzione di massa infinita, purchè a simmetria sferica.

L'adozione per tale costante dello stesso simbolo usato per la costante di curvatura *non è un refuso*. Infatti, come già sottolineato, la gravità Newtoniana è una buona approssimazione per la fisica gravitazionale solo in uno spazio piatto (ovvero dove il campo gravitazionale è molto debole). Se vogliamo estendere la nostra analisi all'intero Universo e a spazi curvi, dobbiamo tornare alla Relatività Generale. Se avessimo eseguito la nostra analisi nell'ambito di tale teoria, avremmo ottenuto ancora l'equazione (6.1), dove, però:

- i) ρ assume il significato di densità di energia in tutte le sue forme, non solo di massa a riposo;
- ii) k è la stessa costante di curvatura che appare nella metrica di Robertson-Walker, e che, come visto in precedenza, tramite un'opportuna scelta di unità di riferimento, può essere definita in modo da assumere solo i tre valori $0, \pm 1$.

In base alla definizione della costante di Hubble (cfr (4.10)), la (6.1) può essere riscritta nella forma che va sotto il nome di **equazione di Friedmann**²

$$\boxed{H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{a^2}}. \quad (6.2)$$

Questa equazione mostra che il comportamento della funzione $a(t)$ dipende dal segno di k . Se $k > 0$ (universo sferico), il fattore di scala può essere crescente per tempi piccoli ma è *sempre decrescente a tempi grandi*. Infatti, poiché l'energia è conservata, se a cresce nel tempo, ρ decresce con a^3 (nel caso di sola materia, quello descritto dall'analogia Newtoniana; come vedremo in seguito, nel caso di radiazione ρ decresce anche più velocemente). Per cui, necessariamente, si giunge a un istante in cui il membro di sinistra della (6.2) si annulla, ovvero $\dot{a} = 0$. Successivamente a tale istante \dot{a} diviene negativo, quindi il fattore di scala diminuisce con il tempo.

Se $k \leq 0$, *l'espansione dura per sempre*. Il caso $k = 0$ (universo piatto) è particolarmente interessante in quanto corrisponde alla cosiddetta **densità critica**

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}. \quad (6.3)$$

il cui valore numerico attuale risulta essere:

$$\rho_{c_0} = 1.88 h^2 \times 10^{-29} \text{ g/cm}^3 \quad (6.4)$$

²Da qui in poi, adotteremo le unità naturali: $c = 1$.

ovvero, *circa una decina di atomi d'idrogeno per metro cubo*. Questo valore di densità è quello richiesto per uno spaziotempo piatto, e rappresenta un parametro fondamentale della Cosmologia. A partire da esso si è soliti definire il cosiddetto **parametro di densità**:

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c},$$

e riscrivere la (6.2) nel modo seguente:

$$\Omega - 1 = \frac{k}{a^2 H^2}. \quad (6.5)$$

Da questa equazione si vede che, mentre nel caso di universo sferico o iperbolico il parametro di densità varia nel tempo, per un universo piatto ($k = 0$) esso assume il suo valore critico $\Omega = 1$ a tutti gli istanti. Questa forma dell'equazione di Friedmann è quella preferita dai cosmologi in quanto mostra immediatamente il legame tra la densità di energia e la geometria dello spaziotempo:

$$\Omega = \begin{cases} > 1 & \rightarrow & k = 1 & \rightarrow & \text{sferico} \\ = 1 & \rightarrow & k = 0 & \rightarrow & \text{piatto} \\ < 1 & \rightarrow & k = -1 & \rightarrow & \text{iperbolico} \end{cases}$$

Il caso $k = -1$ determina anch'esso una espansione eterna ma con velocità più alta di quella che compete al caso di universo piatto. È facile vedere che il caso $k = -1$ è l'unico possibile se $\rho = 0$.

L'equazione di Friedmann è una delle equazioni fondamentali della Cosmologia ma è di nessuna utilità se non è accompagnata da una equazione per l'evoluzione temporale della densità d'energia dell'universo. Tale equazione si ottiene da una trattazione termodinamica dell'espansione dell'universo.

Anche in questo caso si è costretti ad introdurre una modellizzazione: l'energia (in tutte le sue forme) dell'universo è descritta come un fluido perfetto, ovvero un fluido in cui sono assenti fenomeni di viscosità e conduzione di calore. In base alla prima legge della Termodinamica, quando un volume V di tale fluido si espande di una quantità dV , la pressione p all'interno del volume compie un lavoro $p dV$, il quale va a diminuire l'energia contenuta in V , ovvero³:

$$dU = -p dV.$$

Per una sfera di raggio fisico R , risulta, quindi:

$$d\left(\rho \frac{4\pi}{3} R^3\right) = -p d\left(\frac{4\pi}{3} R^3\right),$$

³Assumiamo che la trasformazione è adiabatica, ovvero che l'entropia rimane costante ($dS = 0$).

ovvero

$$\rho 3R^2 dR + R^3 d\rho = -p 3R^2 dR ,$$

da cui, ricordando che $H = \dot{R}/R$, giungiamo alla **equazione di fluido**

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 . \quad (6.6)$$

Questa equazione ci dice il comportamento di ρ nota la pressione p . È specificando la pressione che noi diciamo qual è il materiale con cui è riempito il nostro universo. Usualmente, si assume che la pressione dipende soltanto dalla densità, ovvero non esistono altre forze esterne. Tale relazione prende il nome di **equazione di stato** ed è della forma:

$$p = w \rho , \quad (6.7)$$

con w costante dipendente dal tipo di materiale (vedi più avanti). Inserendo questa equazione nella (6.6), quest'ultima diviene:

$$\boxed{\dot{\rho} + 3(1+w)H\rho = 0} . \quad (6.8)$$

Questa, al pari di quella di Friedmann, è un'equazione relativistica di conservazione della energia e, insieme a essa, consente di derivare una terza equazione - ovviamente, non indipendente - che descrive l'accelerazione del fattore di scala. Infatti, differenziando rispetto al tempo la (6.2), si ottiene:

$$2H \frac{a\ddot{a} - \dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \dot{\rho} + 2 \frac{k}{a^2} H$$

e inserendo in essa l'espressione di $\dot{\rho}$ che si ricava dalla (6.8), tenendo conto della definizione della costante di Hubble, si ha:

$$\frac{\ddot{a}}{a} - H^2 = -4\pi G(1+w)\rho + \frac{k}{a^2} .$$

Infine, utilizzando l'equazione di Friedmann (6.2), si arriva alla **equazione di accelerazione**:

$$\boxed{\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(1+3w)\rho} , \quad (6.9)$$

nella quale, a differenza delle precedenti, non compare la costante di curvatura k .

Le equazioni (6.2), (6.8) e (6.9), costituiscono la base del cosiddetto **modello standard** della Cosmologia⁴, ovvero di un modello di universo che:

⁴In realtà, con la locuzione modello standard si intende una classe di modelli, ciascuno relativo a una particolare scelta della costante di curvatura k e dell'equazione di stato, ovvero della costante w che compare nella equazione di fluido (6.8).

- è determinato dalla metrica Robertson-Walker;
- obbedisce alla conservazione della massa-energia;
- non ammette costante cosmologica;
- contiene una certa specificata densità di energia totale.

Questo modello standard non è l'unico modello cosmologico possibile, ma è quello che risulta dal nostro insieme minimale di assunzioni: *un universo in cui opera soltanto la gravità e vale il Principio Cosmologico*.

È facile individuare alcune caratteristiche essenziali di tale modello. Dalle osservazioni sappiamo che al momento l'universo è in espansione ($\dot{a} > 0$). Inoltre, dalla (6.9), nell'ipotesi $w > -1/3$ (che, come vedremo in seguito, è verificata nel caso di materia ordinaria), si deduce che l'universo sta decelerando⁵ ($\ddot{a} < 0$). Da questi due risultati possiamo concludere che la funzione $a(t)$, qualunque sia la sua forma, deve aver assunto il valore $a = 0$ a un certo istante nel passato. Possiamo sempre aggiustare la scala dei tempi in modo tale che questo istante coincida con $t = 0$, e, quindi, ottenere come condizione iniziale dell'universo

$$a(0) = 0.$$

Dal momento che il fattore di scala rappresenta la separazione tra punti comoventi a un particolare istante cosmico, se tali punti hanno separazione nulla la loro *densità deve essere infinita*. Questo stato iniziale di densità infinita è ciò che si intende per **Big Bang**. Questo non è un punto nello spazio: *il fattore di scala è nullo ovunque, in accordo con il Principio Cosmologico e la metrica Robertson-Walker*. In altre parole, il Big Bang è accaduto ovunque.

Per comprendere le implicazioni del modello standard è necessario ricorrere alla matematica, ovvero determinare le soluzioni delle equazioni fondamentali del modello. Cominciamo dall'equazione del fluido. Inserendo la definizione della costante di Hubble nella (6.8), quest'ultima può essere riscritta nel modo seguente:

$$\frac{d\rho}{dt} = -3(1+w) \frac{\rho}{a} \frac{da}{dt}$$

ovvero

$$\frac{d\rho}{\rho} = -3(1+w) \frac{da}{a}$$

⁵Più avanti scopriremo che non è così, e che, quindi, il nostro universo è dominato dalla presenza di un 'materiale' per il quale non è verificata la condizione $w > -1/3$.

da cui, integrando, si ottiene:

$$\ln \rho = -3(1+w) \ln a + C$$

dove C è una costante arbitraria. Risulta, quindi:

$$\rho = e^C a^{-3(1+w)}. \quad (6.10)$$

Se indichiamo con a_0 e ρ_0 , rispettivamente, il fattore di scala e la densità attuale, risulta:

$$\rho_0 = e^C a_0^{-3(1+w)}.$$

per cui:

$$e^C = \rho_0 a_0^{3(1+w)}.$$

che, inserita nella (6.10), fornisce:

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-3(1+w)}. \quad (6.11)$$

Per quanto riguarda l'equazione di Friedmann, la sua soluzione esatta può essere ricavata facilmente solo nel caso di universo piatto ($k = 0$), in cui la (6.2) diviene:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho,$$

e quindi, tenendo conto della (6.11)

$$\frac{\dot{a}}{a} = \sqrt{\frac{8\pi G}{3} \rho_0 a_0^{3(1+w)} a^{-3(1+w)/2}},$$

ovvero

$$\frac{da}{dt} = A a^{-(1+3w)/2} \quad \left(A^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_0 a_0^{3(1+w)} \right)$$

da cui

$$a^{(1+3w)/2} da = A dt,$$

ed integrando ambo i membri tra $t = 0$ (dove $a = 0$) e un generico istante t , si ottiene (escludendo il caso $w = -1$):

$$\frac{a^{3(1+w)/2}}{3(1+w)/2} = A t. \quad (6.12)$$

Al tempo presente t_0 , risulta, quindi:

$$a_0^{3(1+w)/2} = \frac{3(1+w)}{2} A t_0,$$

da cui è possibile ricavare la seguente espressione alternativa per la costante A :

$$A = \frac{1}{t_0} \frac{a_0^{3(1+w)/2}}{3(1+w)/2}$$

che, sostituita nella (6.12), fornisce:

$$a^{3(1+w)/2} = a_0^{3(1+w)/2} \frac{t}{t_0},$$

dunque

$$a = a_0 \left(\frac{t}{t_0} \right)^{2/3(1+w)}. \quad (6.13)$$

Inserendo tale equazione nella (6.11) si ha:

$$\rho = \rho_0 \left\{ \left(\frac{t}{t_0} \right)^{2/3(1+w)} \right\}^{-3(1+w)} = \rho_0 \left(\frac{t_0}{t} \right)^2, \quad (6.14)$$

indipendentemente dal valore di w , cioè dal tipo di fluido. Inoltre, differenziando la (6.13) rispetto al tempo, risulta:

$$\dot{a} = a_0 \frac{2}{3(1+w)} \frac{1}{t_0^{2/3(1+w)}} t^{-(1+3w)/3(1+w)},$$

e, quindi:

$$H(t) = \frac{2}{3(1+w)} \frac{t^{-(1+3w)/3(1+w)}}{t_0^{2/3(1+w)}} = \frac{2}{3(1+w)} \frac{1}{t}. \quad (6.15)$$

È giunto il momento di specificare il valore di w , ovvero di considerare esempi specifici di ‘materiale’.

1. Materia - È un’abbreviazione per materia non-relativistica, cioè particelle con $v \ll c$. Questo tipo di materiale esercita una pressione trascurabile, e viene, perciò, descritto assumendo $w = 0$. Queste caratteristiche sono applicabili a tutte le strutture presenti nell’universo: dagli atomi, ai pianeti, alle stelle, alle nubi di gas, fino alle galassie viste nel loro insieme. Ponendo $w = 0$ nelle (6.11), (6.13) e (6.15), si ha:

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 \quad a = a_0 \left(\frac{t}{t_0} \right)^{2/3} \quad H(t) = \frac{2}{3} \frac{1}{t}. \quad (6.16)$$

Queste equazioni ci dicono che *la densità decresce con il volume in espansione* ($\rho \propto a^{-3}$) e che *l’universo arresterà la sua espansione* ($H = 0$) per $t \rightarrow \infty$.

2. Radiazione - Si intendono le particelle ultra-relativistiche, quelle per le quali $v \simeq c$. Queste sono le particelle prive di massa (fotoni, gravitoni, gluoni), e quelle molto leggere (elettroni, neutrini) con energia cinetica molto maggiore della energia di riposo. L'energia cinetica di tali particelle guida a una forza di pressione, la cosiddetta **pressione di radiazione**, che utilizzando la teoria standard della radiazione, si può dimostrare (vedi Appendice B) essere⁶:

$$p = \frac{1}{3} \rho .$$

Posto $w = 1/3$ nelle (6.11), (6.13) e (6.15), si ottiene:

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{a_0}{a} \right)^4 \quad a = a_0 \left(\frac{t}{t_0} \right)^{1/2} \quad H(t) = \frac{1}{2} \frac{1}{t} . \quad (6.17)$$

L'universo riempito di sola radiazione si espande più lentamente di quello contenente solo materia ($a \propto \sqrt{t}$ contro $a \propto t^{2/3}$) in conseguenza della decelerazione extra introdotta dal termine di pressione presente nell'equazione di accelerazione (6.9). Per cui, è sbagliato ritenere la pressione come qualcosa che 'gonfia' l'universo. Questo risultato, a prima vista, può apparire controintuitivo. Un momento di riflessione dovrebbe, però, chiarire che esso non è sorprendente. In Relatività Generale non soltanto la densità d'energia, ma anche lo **stress**, di cui la pressione è una manifestazione, partecipa alla gravità. Da ciò segue che anche la pressione contribuisce all'attrazione gravitazionale, e, quindi, può condurre a un collasso⁷. Potreste essere ancora diffidenti. Infatti, è vero, o no, che la pressione allontana gli oggetti? La risposta è no. La pressione spinge soltanto quando sono presenti regioni in cui essa ha

⁶Può non essere immediatamente evidente come possa una particella di massa nulla esercitare una pressione, ma, fidatevi, lo fa. I fotoni trasportano impulso (ed energia), per cui, incidendo su una superficie, parte di questo impulso è trasferito a essa. La pressione di radiazione non è qualcosa che incontriamo facilmente nella vita quotidiana, ma i suoi effetti possono essere visti nel cielo: la coda di una cometa punta in direzione opposta al Sole in parte perché i grumi di polvere di cui essa è costituita sono spinti dalla pressione della luce solare.

⁷Se pensavate il contrario, non corruciatevi troppo, siete in buonissima compagnia. Quando per la prima volta ci si rese conto del problema della densità iniziale infinita, anche Einstein pensò che esso fosse dovuto solo all'esclusione della pressione dall'elenco delle proprietà della materia dell'universo. Egli riteneva che, risalendo a ritroso nel tempo, la pressione sarebbe divenuta abbastanza grande da bloccare la compressione e l'universo avrebbe ripreso a espandersi. In fin dei conti, pensava, è come quando si tenta di stipare un oggetto in un volume sempre più piccolo: la pressione resiste e alla fine impedisce qualsiasi ulteriore compressione. E anche in questo caso, l'intuizione di Einstein era errata.

valori diversi tra loro. In un universo omogeneo e isotropo, la pressione deve essere la stessa ovunque, per cui non esiste spinta netta risultante. In questa situazione la pressione rimane senza niente da fare, eccetto aumentare l'attrazione gravitazionale.

È opportuno osservare che l'origine della diversa legge $\rho(a)$ per la radiazione rispetto alla materia è nel redshift della lunghezza d'onda di particelle relativistiche. Su scale extra-galattiche, per un aumento dr della distanza si ha un aumento dv della velocità di recessione, dato da:

$$dv = H dr .$$

L'aumento di velocità produce un redshift (reintroduco c per chiarezza)

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = dz = \frac{dv}{c} = \frac{H}{c} dr .$$

Assumendo H costante per una variazione infinitesima dr della distanza, e tenendo conto della sua definizione, risulta:

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{\dot{a}}{c a} dr = \frac{1}{c a} \frac{da}{dt} dr ,$$

e, poiché la radiazione percorre il tratto dr in un tempo $dt = dr/c$, si ha:

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{da}{a}$$

per cui:

$$\lambda \propto a \quad \rightarrow \quad \nu \propto \frac{1}{a} \quad \rightarrow \quad \rho_{\text{red}} \propto h\nu \propto \frac{1}{a} .$$

Quindi, il redshift aggiunge un fattore $1/a$ a quello $1/a^3$ tipico della materia non relativistica e associato all'aumento di volume.

3. Miscela Materia-Radiazione In questo caso ci sono due equazioni di fluido separate, una per ciascuna delle due componenti. Però, esiste soltanto una equazione di Friedmann, che ha, in questo caso, la seguente forma:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} (\rho_M + \rho_R) .$$

Questo significa che il fattore di scala ha un comportamento molto più complicato e convertire la dipendenza $\rho(a)$ in quella $\rho(t)$ è molto più difficile. È possibile ottenere le soluzioni esatte per tale situazione ma esse sono molto complicate e non è questa la sede per discuterle. Consideriamo, invece, la situazione semplificata dove uno dei due fluidi è

preponderante sull'altro. In tal caso possiamo affermare che l'equazione di Friedmann è trattata accuratamente includendo soltanto il termine di densità che compete alla componente dominante:

- i) *Dominio della Radiazione* - in base alla seconda delle (6.17), la (6.14) e la prima delle (6.16), si ha:

$$a(t) \propto t^{1/2} \quad \rho_R \propto \frac{1}{t^2} \quad \rho_M \propto \frac{1}{a^3} \propto \frac{1}{t^{3/2}} .$$

È da notare che la ρ_M decresce più lentamente della ρ_R per cui la situazione di dominio della radiazione non può mantenersi per sempre. Per quanto piccola originariamente, la componente di materia diverrà dominante. Possiamo affermare che la preponderanza della radiazione è una situazione instabile.

- ii) *Dominio della Materia* - in base alla prima delle (6.17), (6.14) e la seconda delle (6.16), risulta:

$$a(t) \propto t^{2/3} \quad \rho_M \propto \frac{1}{t^2} \quad \rho_R \propto \frac{1}{a^4} \propto \frac{1}{t^{8/3}} .$$

Questa è una situazione stabile: la materia diviene sempre più preponderante sulla radiazione con il procedere del tempo.

Gli scenari proposti sopra sono riassunti in Fig. 6.1. Il punto dove $\rho_R = \rho_M$ è detto di **equivalenza**. Per tempi successivi a tale istante la materia inizia a dominare l'evoluzione dell'universo e il ritmo d'espansione accelera da $a(t) \propto t^{1/2}$ a $a(t) \propto t^{2/3}$. Fino a tempi recenti si è pensato che questa fosse la situazione che descrive l'universo presente.

Finora abbiamo considerato in dettaglio soltanto il caso di spaziotempo piatto ($k = 0$). Cosa accade per $k \neq 0$? In questo caso il termine di curvatura nell'equazione di Friedmann diviene rapidamente dominante in quanto esso decade molto più lentamente sia di ρ_R che ρ_M .

- $k < 0$

Dopo che il termine di curvatura ha preso il sopravvento, l'equazione di Friedmann (6.2) si riduce a:

$$H^2 = \frac{|k|}{a^2} ,$$

ovvero

$$\dot{a}^2 = |k|$$

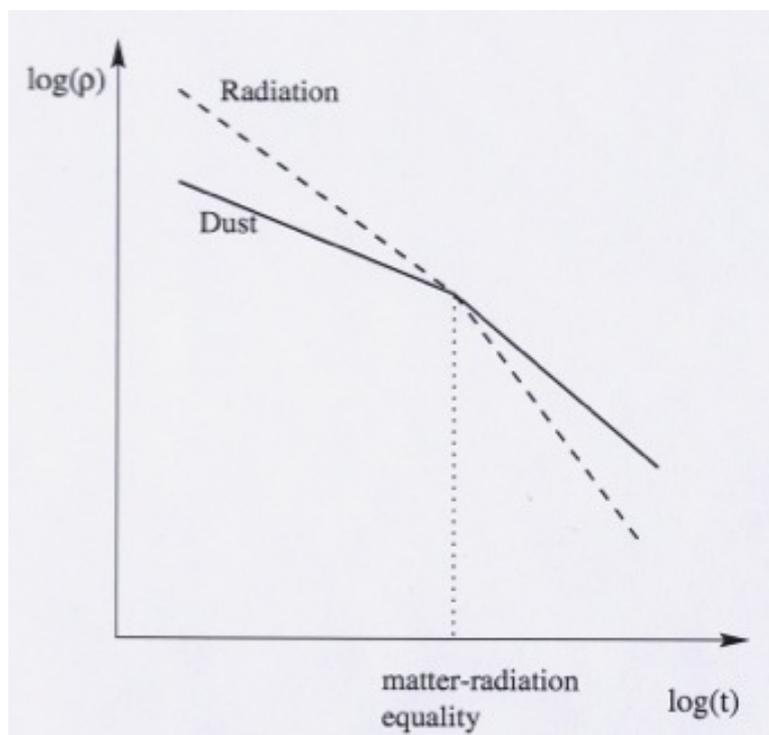


Figura 6.1: Evoluzione della densità in un universo dominato da materia-radiazione

che, integrata, fornisce:

$$a \propto t.$$

Questo significa che l'espansione continua all'infinito, ma, a differenza del caso $k = 0$, con velocità che tende a un valore costante. A questa condizione ci si riferisce con il termine di **espansione libera**.

- $k > 0$

In questo caso il termine di curvatura rallenta l'espansione. Ora non è possibile trascurare il termine di densità nell'equazione di Friedmann (6.2) in quanto H^2 deve essere positivo e ciò comporta l'esistenza di un istante in cui risulta:

$$\frac{8\pi G}{3} \rho = \frac{k}{a^2},$$

quindi $H = 0$ e l'espansione si arresta. Da questo istante in poi il fattore di scala può solo diminuire (H^2 deve rimanere positivo) e l'universo inizia a collassare. Il collasso dell'universo è abbastanza semplice da descrivere in quanto le equazioni che governano l'evoluzione sono reversibili nel tempo, ovvero rimangono invariate sotto la sostituzione

$t \rightarrow -t$. La fase di collasso è, quindi, esattamente una espansione invertita, per cui, dopo un tempo finito, l'universo giungerà a una fine ($a = 0$) nota come **Big Crunch**.

È, inoltre, importante notare che per quanto concerne il comportamento per $t \rightarrow 0$, sia nel caso di materia che di radiazione il termine di curvatura può essere trascurato (tra i tre, è quello che decresce con la potenza più piccola di a e, quindi, nel limite $a \rightarrow 0$ è quello che cresce più lentamente): per tempi prossimi al Big Bang l'evoluzione del fattore di scala è determinata esclusivamente dal tipo di "materiale" che riempie l'universo.

Il comportamento della funzione $a(t)$ nei vari casi di curvatura possibili è riportato nella Fig. 6.2. I tre comportamenti illustrati in figura possono essere posti in relazione a quello di un sasso scagliato verso l'alto nel campo gravitazionale terrestre (ovvero all'energia totale U della particella test considerata nell'analogia Newtoniana dell'equazione di Friedmann). Se la velocità di lancio è maggiore della velocità di fuga, il sasso raggiungerà l'infinito con una energia cinetica diversa da zero. Questo corrisponde al caso $k = -1$. Se, invece, al sasso viene impartita una velocità uguale a quella di fuga esso giungerà all'infinito con energia cinetica nulla. Tale situazione corrisponde al caso $k = 0$. Infine, se il sasso è lanciato con velocità minore di quella di fuga, esso dapprima si allontana e poi ricade sulla superficie terrestre; e questo corrisponde al caso $k = 1$. Per inciso, l'analogia con il sasso lanciato in aria chiarisce anche perché non è stato possibile trovare soluzioni cosmologiche statiche alle equazioni di Einstein. Non ci stupiamo più di tanto se vediamo un sasso muoversi verso l'alto o verso il basso, ma, sicuramente, non ci aspettiamo di vedere un sasso sospeso a mezz'aria.

Chiudiamo questa sezione introducendo un parametro che risulterà utile più avanti e che quantifica il cambiamento nel tempo della velocità d'espansione dell'universo. Consideriamo lo sviluppo in serie di Taylor del fattore di scala, assumendo come punto iniziale il tempo presente t_0 :

$$a(t) = a_0 + \dot{a}_0(t_0 - t) + \frac{1}{2} \ddot{a}_0(t_0 - t)^2 + \dots$$

Dividendo ambo i membri di tale espressione per $a_0 = a(t_0)$, si ha:

$$\begin{aligned} \frac{a(t)}{a_0} &= 1 + H_0(t_0 - t) + \frac{1}{2} \frac{\ddot{a}_0}{a_0} (t_0 - t)^2 + \dots \\ &= 1 + H_0(t_0 - t) - \frac{q_0}{2} H_0^2 (t_0 - t)^2 + \dots \end{aligned}$$

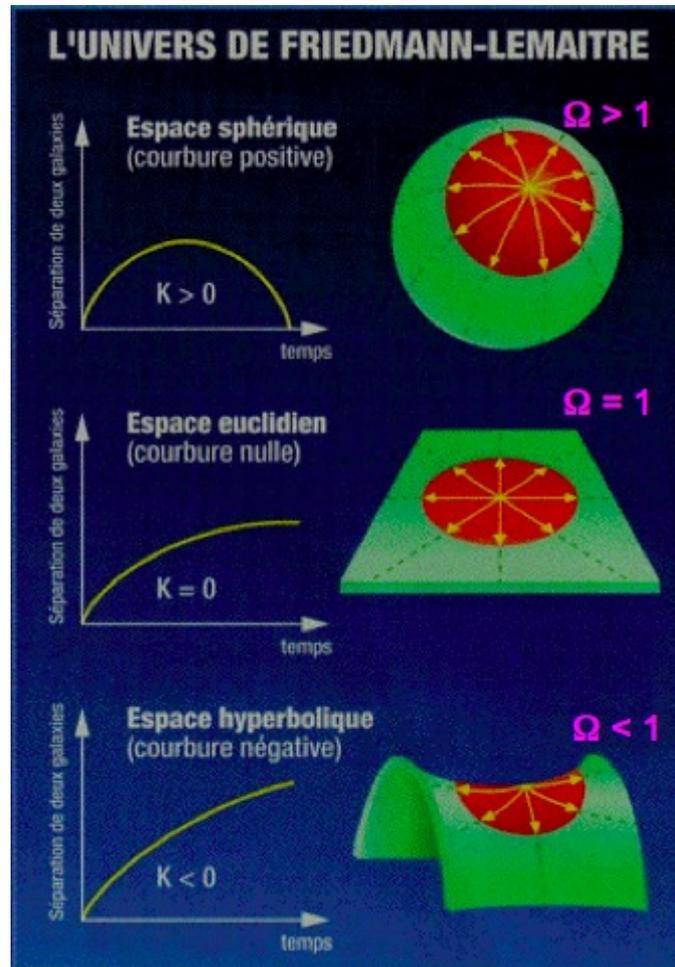


Figura 6.2: Evoluzione del fattore di scala per i tre valori della costante di curvatura k e relativi valori del parametro di densità Ω .

dove si è introdotto il **parametro di decelerazione** (adimensionale):

$$q_0 = -\frac{\ddot{a}_0}{a_0 H_0^2} = -\frac{a_0 \ddot{a}_0}{\dot{a}_0^2}. \quad (6.18)$$

Dal punto di vista fisico, tale parametro ci dice se la velocità d'espansione dell'universo è crescente ($q_0 < 0$) o decrescente ($q_0 > 0$). La situazione più semplice da esaminare è quella di un universo dominato dalla materia, ovvero $w = 0$. In tale caso, infatti, dalla equazione di accelerazione e tenendo conto della definizione di densità critica (6.3), si ottiene:

$$\frac{\ddot{a}_0}{a_0} = -\frac{4\pi G}{3} \rho_0 = -\frac{1}{2} \frac{H_0^2}{\rho_c} \rho_0 = -\frac{1}{2} H_0^2 \Omega_0,$$

per cui, in base alla (6.18), risulta:

$$q_0 = -\frac{a_0^2 \ddot{a}_0}{a_0 \dot{a}_0^2} = \frac{1}{2} \Omega_0 .$$

Quindi, nel caso di un universo dominato dalla materia, una eventuale misura di q_0 fornirebbe immediatamente il valore del parametro di densità, ovvero della geometria dell'universo. Se conosciamo le proprietà del 'materiale' che costituisce l'universo, q_0 non è indipendente da H_0 e Ω_0 . Questi due parametri sono sufficienti per descrivere tutte le possibilità. Però, noi non sappiamo tutto circa tale 'materiale', per cui q_0 può fornire un modo nuovo di guardare all'universo. Nella tabella seguente sono riassunte le relazioni tra i valori dei vari parametri cosmologici introdotti e le caratteristiche dell'universo.

Ω_0	k	q_0	Geometria	Tipo	Destino
> 1	1	$> 1/2$	sferica	chiuso	collasso
1	0	1/2	piatta	aperto	espansione eterna
< 1	-1	$< 1/2$	iperbolica	aperto	espansione eterna

Tabella 6.1: Relazioni tra i parametri cosmologici fondamentali e le caratteristiche del modello di universo.

6.1 La teoria dello Stato Stazionario

Fedeli all'approccio storico fin qui seguito, chiudiamo il capitolo descrivendo, brevemente, i tratti essenziali della teoria cosmologica che per i venti anni successivi alla fine della seconda guerra mondiale rappresentò una seria alternativa al modello di universo in espansione ed evoluzione: la teoria dello Stato Stazionario.

Abbastanza curiosamente, dopo la scoperta dell'espansione da parte di Hubble e dei lavori teorici di Friedmann e Lemaître (con la loro successiva formalizzazione a opera di Robertson e Walker), non ci fu alcun reale progresso in Cosmologia per circa un ventennio. La spiegazione più plausibile di tale fatto (escludendo la situazione politica particolarmente turbolenta che stava vivendo la società occidentale) è che le prove che Hubble aveva accumulato erano, a quei tempi, tutt'altro che convincenti. Le galassie osservate da Hubble erano relativamente vicine a noi, per cui l'unica cosa ragionevolmente deducibile dalle sue osservazioni era che il nostro 'superammasso locale' si stava espandendo. Occorreva un vero e proprio atto di fede per credere che la legge di Hubble si applicasse a distanze centinaia di volte più grandi,

che avrebbero fatto avvicinare la velocità di recessione a quella della luce. A questo sospetto verso i risultati di Hubble contribuì, non poco, anche la già citata errata predizione circa l'età dell'Universo. Ma, certamente, la cosa più difficile da accettare era l'implicazione più sconvolgente di tali misure, ovvero che l'universo è in evoluzione. A questa interpretazione si opposero decisamente Fred Hoyle, Herman Bondi e Thomas Gold, i quali, a metà degli anni '40, avanzarono l'ipotesi che l'universo in cui viviamo possa trovarsi in uno 'stato stazionario', in cui la continua creazione di nuova materia e di nuove galassie mantiene immutata la scena cosmica nonostante l'espansione globale.

Questo modello obbedisce a una idealizzazione nota come **Principio Cosmologico Perfetto** (P.C.P.), secondo il quale non solo ogni punto nello spazio è rappresentativo dell'intero Universo⁸, ma anche *ogni punto nel tempo è rappresentativo dell'intera storia dell'Universo*. In altre parole, secondo tale teoria l'universo è isotropo e omogeneo nel tempo come nello spazio. Come conseguenza di ciò, elaborando i dettagli del modello, si dimostra che la costante di Hubble è davvero una costante, la stessa a tutti i tempi, e il parametro di decelerazione è $q = -1$. L'universo che ne consegue si espande senza un Big Bang e continua a espandersi, nello stesso modo, per l'eternità: *l'universo è sempre esistito e sempre esisterà*.

Ma se l'universo è in espansione, la materia non dovrebbe diluirsi secondo la legge $1/a^3$? Se è valido il P.C.P. ciò non può avvenire. La cosmologia dello Stato Stazionario richiede, quindi, l'esistenza di un 'campo di creazione' che genera massa a una velocità calibrata per compensare l'espansione. Tale campo, inoltre, è in grado di produrre un'accelerazione ($q = -1$), al contrario della materia ordinaria la quale può produrre solo decelerazione. Questo fenomeno di creazione continua di materia sembrava introdurre nuova fisica che si allontanava dalla Relatività Generale, ma come dimostrò, nel 1951, l'astrofisico William McCrea, a tutti gli effetti, il campo di creazione si comporta come una costante cosmologica. Il necessario tasso di creazione di materia (usualmente assunta sotto forma di atomi di idrogeno) risultava così basso (circa un atomo per ogni metro cubo ogni 10 miliardi di anni) da non essere rilevabile, ma molti trovavano che si trattasse di una concezione ad hoc, scarsamente plausibile. Hoyle rispose⁹ a questa obiezione sostenendo che la creazione di ogni cosa in un colpo solo rappresentava un distacco ancora più grande dalla fisica tradizionale.

⁸Questa è un'altra formulazione dell'usuale Principio Cosmologico.

⁹In tutte le sedi possibili. Stiamo parlando di un eccellente fisico e brillante divulgatore, che non disdegnava la partecipazione a trasmissioni radiofoniche. Fu durante una di queste che, con intento derisorio, si riferì al modello evolutivo dell'universo con il termine Big Bang.

La teoria dello Stato Stazionario fornì uno stimolo costruttivo per oltre 15 anni, ma, alla fine, si dimostrò inadeguata. Tale modello è così fortemente vincolato dal P.C.P. da fornire predizioni molto stringenti su molti aspetti dell'universo. Una di queste è che, in media, esso dovrebbe apparire adesso come era in passato: non dovrebbe poter essere rivelata alcuna evoluzione o cambiamento globale. Questa caratteristica spiegava naturalmente perché l'universo fosse spazialmente uniforme e si espandesse allo stesso ritmo in tutte le direzioni. Se si introduce una qualsiasi asimmetria in un universo stazionario, il suo effetto diminuisce rapidamente e l'espansione torna rapidamente a essere uniforme e isotropa. Nessuno, però, all'epoca, notò una strana coincidenza. Come visto, nell'universo di Friedmann e Lemaître l'inverso del tasso d'espansione è una stima dell'età dell'universo stesso. Nell'universo stazionario, invece, il tasso d'espansione non ha alcun significato recondito e può assumere qualsiasi valore semplicemente perché la sua età è infinita. Il fatto che l'inverso della costante di Hubble sia assai prossimo all'età di una stella tipica quale il Sole, nel modello stazionario è un'assoluta coincidenza, mentre è del tutto naturale in un universo in evoluzione: non possono esserci astronomi finché non ci sono stelle, per cui si presume che osserviamo l'universo in un'epoca in cui la sua età è prossima a quella che le stelle devono avere per poter mettersi a bruciare idrogeno in maniera costante (circa 10 miliardi di anni)¹⁰.

Dopo la seconda guerra mondiale, però, lentamente cominciarono ad accumularsi evidenze a favore dell'evoluzione. Tra la fine degli anni '50 e l'inizio degli anni '60 la nuova scienza della radioastronomia consentì la prima scoperta importante in Cosmologia, dopo quella di Hubble. Già all'inizio degli anni '50, quando le tecniche sperimentali erano ancora primitive, i radioastronomi inglesi e australiani (molti dei quali avevano imparato il mestiere lavorando sui radar durante la seconda guerra mondiale) avevano rivelato rumori radio particolarmente intensi quando le loro antenne erano puntate in certe direzioni. Alcune di queste radiosorgenti cosmiche potevano essere rapidamente identificate. Ad esempio, una forte radiazione emanava dal centro della Galassia; un'altra sorgente molto potente era situata nella Nebulosa del Granchio, i resti dell'esplosione di una supernova cui avevano assistito gli astronomi cinesi nel 1054. Nel 1954, i due astronomi californiani Walter Baade e Rudolf Minkowski scoprirono che la radiosorgente seconda per intensità in tutto il cielo era una galassia più lontana dell'usuale. Questa scoperta stava a indicare che le nuove tecniche della radioastronomia permettevano di

¹⁰Questa osservazione è un esempio di 'ragionamento antropico' (debole), secondo il quale tutte le osservazioni scientifiche devono sottostare a un effetto di selezione introdotto dalla presenza degli osservatori: *l'universo è così com'è perché altrimenti non ci sarebbe nessuno a osservarlo.*

sondare nelle profondità dell'universo primordiale: i radiotelescopi potevano rivelare l'emissione proveniente da alcune galassie inusualmente 'attive' (si ritiene, oggi, che esse ospitino dei buchi neri massicci), anche se queste si trovavano troppo lontano per poter essere osservate nella banda ottica. Nel 1955, Martin Ryle dell'Università di Cambridge procedette a uno studio sistematico delle radiosorgenti allora conosciute. Ryle non conosceva le distanze di tali sorgenti (la maggior parte di esse non avevano controparti visibili e, di conseguenza, non era possibile misurarne il redshift), ma suppose che, in media, le sorgenti deboli fossero quelle più lontane. Misurò le intensità apparenti delle varie sorgenti e, sorprendentemente, trovò che, a paragone del numero di quelle più intense e vicine, quelle deboli erano di più. In altre parole, molte sorgenti si trovavano, principalmente, a grande distanza. Questo risultato era compatibile con un universo in evoluzione: le galassie erano più portate a subire misteriose esplosioni che generavano intense emissioni radio nella loro gioventù, svariati miliardi di anni fa. Se, invecchiando, le galassie si fossero, per così dire, 'tranquillizzate', poche fra quelle più vicine a noi sarebbero state rivelate come radiosorgenti.

Sempre in quegli anni, i radioastronomi scoprirono dei nuovi oggetti: i quasar, misteriosi corpi che emettono enormi quantità di energia sotto forma di onde radio, ma che osservati nella banda ottica assumono l'aspetto tipico di una stella. Quando, nel 1963, Marteen Schmidt realizzò che gli spettri di alcuni quasar altro non erano che lo spettro dell'idrogeno spostato verso il rosso per più di quanto era ragionevolmente possibile immaginare (le lunghezze d'onda era aumentate del 15 %), ciò fu fatale per la teoria dello Stato Stazionario. L'ambiente dei quasar, così manifestamente differente da quello delle galassie vicine, era un chiaro esempio di cambiamento nell'universo. Essi, infatti, sono molto abbondanti nel lontano passato, ma praticamente assenti nelle epoche più recenti dell'universo.

Queste scoperte sono chiaramente in contrasto con il modello dello Stato Stazionario: se l'universo è sempre uguale a se stesso, le sorgenti lontane, nonostante noi le vediamo come erano molto tempo fa, dovrebbero, statisticamente, apparire esattamente come le regioni vicine. Non rappresentano, invece, un problema per l'universo in espansione di Friedmann e Lemaître, dove oggetti come le galassie, le radiosorgenti e i quasar possono cominciare a formarsi solo quando l'universo si è espanso abbastanza da favorire l'insorgere del fenomeno.

Capitolo 7

Modello del Big Bang caldo

In questa sezione discuteremo le due prove fondamentali, oltre il flusso di Hubble, che suffragano l'idea di una nascita esplosiva dell'universo e che infersero il colpo mortale alla teoria dello Stato Stazionario.

7.1 Il problema dell'elio

L'uso della spettroscopia aveva consentito agli astronomi di determinare le abbondanze cosmiche dei vari elementi chimici. In sintesi, il risultato di tali studi era il seguente: l'universo è costituito, per circa il 99 %, da idrogeno ed elio, con la percentuale di quest'ultimo che si aggira intorno al 25 %, in massa.

Quest'elevata percentuale di elio costituisce un problema. A prima vista, è lecito aspettarsi che l'elio sia l'elemento più facile da spiegare dal momento che le stelle spendono la maggior parte della loro vita a fabbricarlo, fondendo l'idrogeno. Tuttavia, la maggior parte dell'elio prodotto nelle stelle viene poi processato per ottenere altri elementi della tavola periodica prima di essere riciclato nello spazio interstellare (e poi, di nuovo, nelle stelle). Di conseguenza, le stelle, nel corso del loro intero ciclo vitale, dovrebbero convertire in elementi pesanti una quantità d'idrogeno pari a quella che convertono in elio. Ma questi elementi 'pesanti', tutti insieme, rappresentano meno del 2 % della materia presente nel Sistema Solare e in stelle simili al Sole. Quindi, quest'elevata percentuale di elio sembra segnalarci una sorta di predisposizione dell'universo alla sua produzione. Questo eccesso rappresenta una delle proprietà fondamentali dell'universo che deve essere spiegato da una qualunque teoria cosmologica attendibile.

Al termine della seconda guerra mondiale, un gruppetto di pionieri che avevano acquisito una notevole conoscenza della Fisica Nucleare come risul-

tato del loro coinvolgimento, a vario livello, nei programmi nucleari delle nazioni belligeranti, si sentì in grado di raccogliere la sfida rappresentata dal problema dell'elio. All'inizio, per semplicità, essi assunsero che l'espansione dell'universo fosse sempre dominata da una singola componente: quella di cui sono costituite le galassie, ovvero la materia con $p = 0$. Poiché, andando a ritroso nel tempo, la densità di materia cresce come $1/a^3$, tale materia doveva essere stata molto densa nei primi istanti di vita dell'universo.

Nell'ambito di tale scenario, detto del **Big Bang freddo**, la densità di materia dell'universo era così elevata che essa doveva presentarsi, essenzialmente, nella forma di un gas costituito da neutroni, protoni ed elettroni. In seguito, quando la densità era diminuita al di sotto di un valore critico, alcune reazioni nucleari formarono i primi nuclei (era della **nucleosintesi**). Più oltre, causa l'espansione, la diluizione della materia fu tale che queste reazioni nucleari risultarono sopresse (in generale, l'espansione congela tutti i processi la cui scala temporale caratteristica è più grande del tempo di Hubble $1/H$ a quell'istante¹). Per cui, soltanto i nuclei più leggeri ebbero il tempo di formarsi in quantità rilevanti. Dopo l'era della nucleosintesi, l'universo era composto di un gas di nuclei ed elettroni che interagivano tra di loro per via elettromagnetica. Quando la densità divenne ancora più bassa, essi si combinarono a formare gli atomi (era della **ricombinazione**). A tempi successivi, le piccole, inevitabili, inomogeneità residue nella densità del gas di atomi furono amplificate dalle interazioni gravitazionali e gli atomi cominciarono a coagularsi in stelle e pianeti. Ma questa è un'altra storia.

Nel periodo 1954-1960, alcuni fisici delle particelle elementari tentarono di costruire i primi modelli di nucleosintesi. In particolare, quattro gruppi diversi (George Gamow, Yakov Zel'dovič, Hoyle e Roger Taylor, Jim Peebles) giunsero tutti alla stessa conclusione negativa: nello scenario di Big Bang freddo le reazioni nucleari procedono così rapidamente che una grande frazione dell'idrogeno presente si trasforma in elementi più pesanti, in contrasto con l'osservazione che l'universo attuale è per 3/4 costituito d'idrogeno. Questi stessi fisici proposero una soluzione a questa imbarazzante situazione. Il problema è rappresentato dall'elevata velocità d'espansione che caratterizza un universo di materia, e, per tale motivo, ipotizzarono che al tempo della nucleosintesi la densità d'energia dominante fosse quella dei fotoni. In tal caso la densità decresce come $1/a^4$ e, quindi, la cinematica delle reazioni nucleari risulta rallentata al punto di consentire la creazione di una quantità sufficiente d'idrogeno. Inoltre, è necessario che tale radiazione abbia una

¹Per scala temporale di una reazione tra particelle è da intendersi l'intervallo di tempo medio tra due reazioni successive. Questo è l'inverso della rate d'interazione $\Gamma = n|v|\sigma$, dove n è la densità di particelle, $|v|$ la loro velocità relativa e σ la sezione d'urto del processo.

temperatura equivalente enorme, così elevata da distruggere i nuclei appena si fossero formati. Per tale motivo, questo scenario venne indicato con il nome di **Big Bang caldo**: nei primi istanti della sua esistenza, l'universo deve avere attraversato una fase *non solo molto densa ma anche molto calda*.

7.2 La scoperta del Fondo a Microonde

Assunto valido lo scenario del Big Bang caldo, vediamo di studiare come si evolve la radiazione durante l'espansione dell'universo.

Prima della nucleosintesi e della ricombinazione, il cammino libero medio dei fotoni era molto piccolo causa le continue interazioni che essi avevano con gli elettroni e i nucleoni, prima, e con gli elettroni e i nuclei, poi. Questo elevato numero di interazioni mantennero i fotoni in equilibrio termico e il loro spettro (la densità in numero dei fotoni come funzione della lunghezza d'onda) quello di **corpo nero** di Planck (per maggiori dettagli vedere l'Appendice C).

Dopo la ricombinazione, i fotoni si trovarono immersi non più all'interno di un fluido di particelle elettricamente cariche, ma in un ambiente contenente soltanto atomi neutri e, quindi, smisero di interagire significativamente con la materia. Il loro cammino libero medio divenne praticamente infinito, ed essi presero a muoversi, senza alcun impedimento, lungo le geodetiche dello spaziotempo². Questo segnò l'inizio del **disaccoppiamento** dei fotoni dall'evoluzione dell'universo (vedi Fig. 7.1).

Per cui, i fotoni si sono mossi liberamente fino ad oggi, mantenendo lo spettro energetico che essi avevano all'istante della ricombinazione, ma con una temperatura che è via via diminuita con l'espansione ($T \propto 1/a$, cfr Appendice C).

I fisici menzionati in precedenza, in particolare Gamow e Peebles, osservarono che questi fotoni avrebbero potuto essere rivelati ancora oggi, nella forma di un fondo omogeneo di radiazione caratterizzata da uno spettro di corpo nero. Essi predissero, inoltre, che la temperatura di tale fondo avrebbe dovuto essere dell'ordine di pochi kelvin, il che corrisponde a lunghezze d'onda dell'ordine del millimetro, ovvero *microonde*³.

I primi che si misero a cercare sistematicamente questa radiazione cosmica di fondo furono Robert Dicke, Paul Roll e David Wilkinson, i quali,

²Esiste sempre la possibilità che un modesto numero di fotoni abbia interagito accidentalmente con gli atomi, ma, poiché la materia si andava progressivamente diluendo, questo fenomeno rimase trascurabile.

³Un'analisi più accurata della natura e dell'origine di tale fondo verrà presentata nella sezione successiva.

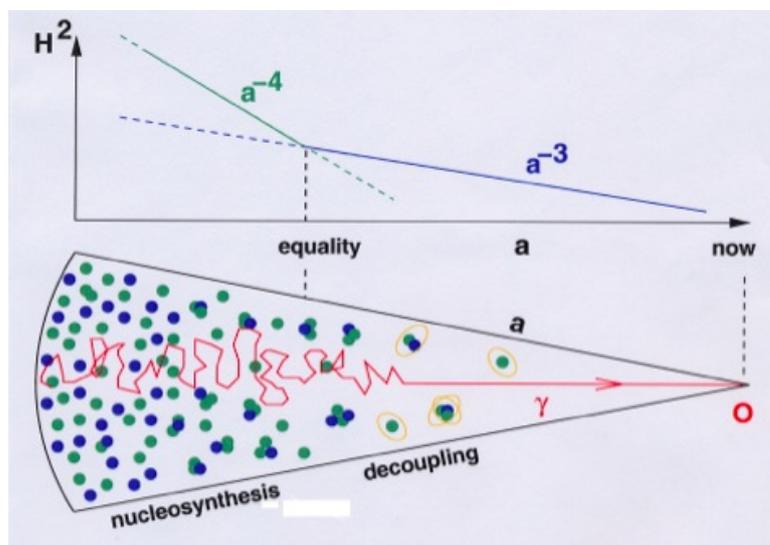


Figura 7.1: Nella parte superiore è mostrata l'evoluzione di H^2 in funzione del fattore di scala nello scenario del Big Bang. La parte inferiore mostra un'idealizzazione della traiettoria di un fotone. Prima del disaccoppiamento, il libero cammino medio è molto piccolo a causa delle molte interazioni con barioni ed elettroni. Dopo tale fase, l'universo diviene trasparente e i fotoni si propagano secondo le geodetiche, indifferenti alla distribuzione di materia elettricamente neutra circostante.

nel 1964, iniziarono a costruire un ricevitore per microonde sul tetto di un edificio all'interno dell'università di Princeton. Purtroppo, per loro, qualcuno arrivò prima. A pochi chilometri di distanza, a Holmdel nel New Jersey, il Bell Telephone Laboratory disponeva di un'insolita antenna radio per comunicazioni satellitari. Le caratteristiche di tale antenna (un riflettore a forma di corno di 6 metri di diametro, a bassissimo rumore) ne facevano uno strumento promettente per la radioastronomia. Due radioastronomi, Arno Penzias e Robert Wilson, decisero, perciò, di usare questa antenna per misurare l'intensità delle onde radio emesse dalla nostra galassia a elevate latitudini galattiche, ovvero fuori dal piano galattico.

Allo scopo di produrre una radio-mappa di una sorgente così estesa, essi furono costretti a caratterizzare accuratamente tutte le potenziali sorgenti di rumore nel loro ricevitore, in modo da poter sottrarre tale rumore dal segnale desiderato. Decisero, quindi, di iniziare a calibrare l'antenna alla lunghezza d'onda di 7.35 cm, molto più corta delle lunghezze d'onda radio aspettate dalle sorgenti galattiche, nell'ipotesi che un qualunque rumore nella banda delle microonde sarebbe stato originato all'interno del loro ricevitore, o dall'atmosfera terrestre. Penzias e Wilson si sentivano abbastanza sicuri che

ciò avrebbe consentito loro di valutare il rumore dovuto ai circuiti elettrici dell'antenna o alla radiazione dall'atmosfera, ma, con loro grande sorpresa, un persistente eccesso di rumore rimaneva anche dopo aver tenuto conto di ciascuna delle sorgenti di rumore che erano stati in grado d'identificare. Per tale motivo, essi arrivarono, nella primavera del 1965, al punto di smontare parte del ricevitore per ripulirlo completamente dal "bianco materiale dielettrico" rilasciato da una coppia di piccioni che avevano nidificato nell'imbutto dell'antenna. Questo sforzo, assieme a tutti gli altri, si tradusse, però, soltanto in una minima riduzione nel livello di rumore osservato. L'enigma restava: *da dove veniva quella radiazione a microonde?*

I radioastronomi descrivono i loro segnali approssimando la radiazione tramite uno spettro di corpo nero, indipendentemente dal fatto che la sorgente originale emetta, o meno, una radiazione di corpo nero. Questo consente loro di definire una **temperatura d'antenna** che è particolarmente utile per fare confronti tra apparati diversi. L'enigmatico rumore scoperto da Penzias e Wilson corrispondeva ad una temperatura di circa 3.5 K, un segnale relativamente piccolo, ma ancora più grande di quello aspettato per il rumore elettrico. Inoltre, tale segnale non mostrava alcuna dipendenza dalla direzione in cui era puntata l'antenna. Questo escludeva immediatamente che esso fosse il risultato di emissioni atmosferiche. Queste dipendono, infatti, dallo spessore dello strato di atmosfera, il quale risulta essere diverso se l'antenna punta verso lo zenit o verso l'orizzonte. Inoltre, tale segnale non mostrava alcuna modulazione giornaliera o annuale, il che escludeva la possibilità di una sua origine galattica.

A questo punto entrò in scena la fortuna. A Penzias capitò di telefonare, per altri motivi, a un amico radioastronomo, Bernard Burke del MIT, il quale aveva appena sentito parlare da un collega, Ken Turner della Carnegie Institution, di un seminario tenuto da Peebles a Princeton sulla nucleosintesi. Questi, durante il seminario, aveva sostenuto che doveva esistere un fondo di rumore radio residuo risalente alle fasi primordiali dell'universo, con una temperatura equivalente attuale di circa 10 K. Burke, che era al corrente delle misure di Penzias, colse l'occasione di chiedergli come stesse procedendo l'esperimento. Penzias lo mise al corrente della presenza di questo rumore incomprensibile, e Burke gli suggerì di contattare il gruppo di Princeton. Questi si resero immediatamente conto della portata della osservazione di Penzias e Wilson. Di comune accordo decisero, quindi, di pubblicare sulla rivista *Astrophysical Journal* due comunicazioni abbinata: nella prima, Penzias e Wilson avrebbero descritto le loro osservazioni; nella seconda, Dicke, Peebles, Roll e Wilkinson ne avrebbero illustrato l'interpretazione cosmologica. Ancora molto prudenti, Penzias e Wilson diedero alla loro comunicazione il modesto titolo "*A measurement of excess antenna temperature at*

4080 MHz". Nella comunicazione abbinata, il gruppo di Princeton identificò questa misteriosa emissione con la **radiazione di fondo cosmico** (CMB), residuo dell'esplosione che ha dato origine all'universo.

Questa fantastica osservazione rappresentava un'evidenza diretta della validità dello scenario del Big Bang caldo, e, quindi, decretava la fine della teoria dello Stato Stazionario. Era anche la prima volta che un modello cosmologico era verificato sperimentalmente. Questa scoperta era la più importante dai tempi di quella di Hubble, e fruttò a Penzias e Wilson il Nobel per la Fisica del 1978.

Concludiamo questa sezione con alcune considerazioni sulla 'fortuna' di Penzias e Wilson. Essi non avevano alcun interesse verso le tematiche cosmologiche. Lo stesso Wilson confessò, in seguito, di aver pienamente compreso l'importanza di ciò che aveva scoperto soltanto dopo averne letto un resoconto di carattere divulgativo sulle pagine del New York Times. Dicke, un'intelligenza notevolissima, con capacità uniche di combinare l'inquadramento teorico con le conoscenze e l'esperienza sperimentale che occorrevano⁴, invece di essere il primo e principale scopritore del CMB, vi giocò un ruolo da comprimario.

A ulteriore conferma del ruolo inconsapevole svolto da Penzias e Wilson nella faccenda, occorre menzionare il fatto che una prova indiretta dell'esistenza del CMB esisteva da circa 25 anni. Le nubi di gas interstellare spesso contengono, insieme agli atomi, delle molecole, le quali anch'esse esibiscono livelli energetici. In generale, gli spettri delle molecole sono molto più complessi di quelli degli atomi, in quanto non solo gli elettroni possono transire, ma le molecole possono ruotare e/o vibrare. Malgrado ciò, le molecole possono essere identificate univocamente a partire dalla conoscenza dei loro spettri. Nel 1941, W. Adams osservò delle transizioni caratteristiche delle molecole di cianogeno (CN) in una nube interstellare posta tra la Terra e la stella ζ Ophiuchi. Da questi dati, l'astronomo canadese Andrew McKellar trovò che una linea nello spettro del CN (quella a 3875.763 Å) poteva essere spiegata solo se si ipotizzava che le molecole venivano eccitate da fotoni la cui energia era equivalente ad una temperatura di circa 2.3 K. Questa osservazione è riportata anche nel classico testo *Diatom Molecules* di Gerhard Herzberg con il commento che tale temperatura "... ha solo un significato molto ristretto" (!!). Soltanto nel 1965, Field, Shklovsky e Woolf realizzarono l'importanza di tale osservazione. Nel 1993, Roth, Oeyer e Hawkins presero a rilevare gli spettri di CN in parecchie nubi tra la Terra e le stelle vicine, misurando una temperatura di 2.729 K, in ottimo accordo, come

⁴Proprio grazie a queste capacità, Dicke aveva, ironia della sorte, progettato l'antenna di Holmdel usata da Penzias e Wilson.

vedremo tra breve, con i valori desunti per altra via.

7.3 Lo studio del CMB

La scoperta di Penzias e Wilson convinse un sempre maggior numero di fisici ed astronomi che ricostruire la storia dettagliata dell'universo non era un'impresa impossibile e li spinse a interessarsi alla Cosmologia. Due erano le questioni più urgenti da affrontare:

1. Lo spettro del CMB è effettivamente uno spettro di corpo nero?
2. La distribuzione della temperatura del CMB è uniforme in tutto il cielo o esibisce qualche anisotropia?

La prima nasceva dalla constatazione che, in definitiva, Penzias e Wilson avevano misurato un solo punto dello spettro. Era, quindi, necessario misurare il CMB su una più ampia regione di lunghezze d'onda. Particolare importanza riveste la regione contigua all'infrarosso lontano, in quanto in essa cade il picco della distribuzione del corpo nero⁵. Sfortunatamente, in questa regione dello spettro le molecole di acqua presenti nell'atmosfera assorbono quasi tutta la radiazione. Per circa 25 anni, vari esperimenti vennero condotti ponendo i ricevitori su palloni e razzi lanciati nell'atmosfera. Questi esperimenti erano eccessivamente difficili e complessi e, soprattutto, affetti da numerose incertezze sistematiche e strumentali.

Nel novembre del 1989 fu lanciato il satellite COBE (COsmic Background Explorer), il quale fu in grado di misurare l'intensità del CMB in un'ampia regione di lunghezze d'onda infrarosse senza interferenza da parte dell'atmosfera. I risultati furono spettacolari (vedi Fig. 7.2): il CMB fu trovato verificare la legge spettrale del corpo nero entro un errore dello 0.03 % (!!). La temperatura risultò essere:

$$T_{\text{CMB}} = 2.728 \pm 0.004 \text{ K} .$$

Passiamo ora alla seconda questione. Essa traeva origine dall'osservazione che l'universo attuale non è perfettamente omogeneo su tutte le scale, ma, come già visto, presenta degli assembramenti di gas e materia che appaiono

⁵Per $T = 3 \text{ K}$ l'equazione (10.8) in Appendice C fornisce:

$$\nu_{\text{max}} = \frac{2.82 \times 1.38 \times 10^{-16} \times 3}{6.625 \times 10^{-27}} \simeq 176 \text{ GHz} \quad \rightarrow \quad \lambda \simeq 1.7 \text{ mm} .$$

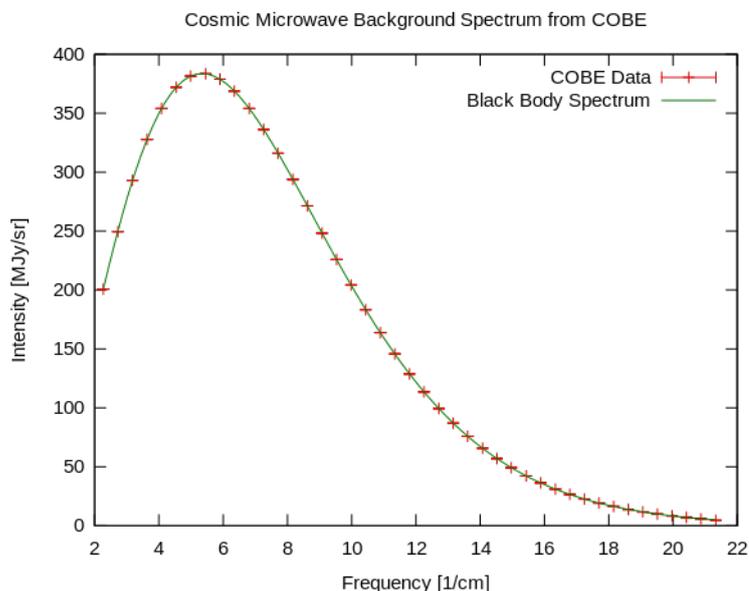


Figura 7.2: Spettro della radiazione cosmica di fondo. La curva rossa è la predizione teorica per lo spettro di un corpo nero alla temperatura di 2.728 K.

organizzarsi secondo una struttura gerarchica che procede al crescere della scala (fino a circa 100 Mpc): galassie individuali, ammassi di galassie e superammassi. In qualche misura queste strutture devono essere determinate dalla Cosmologia. Esse non esisterebbero se non si fossero verificate delle condizioni nell'universo in espansione in grado di favorire la condensazione di nubi di gas abbastanza grandi. C'è, però, qualcosa che determina in che punto della gerarchia delle masse finiscono le galassie individuali e cominciano, invece, gli ammassi delle galassie? L'ammasso della Chioma, per esempio, consiste di un migliaio di galassie distinte, ciascuna delle quali contiene 10^{11} stelle. Ma, perché non c'è, invece, un enorme agglomerato di 10^{14} stelle?⁶

Come discusso in precedenza, almeno nel caso statico, la gravità rende instabile un universo uniforme. Essa fa la stessa cosa anche in un universo in espansione. Una eventuale regione leggermente più densa della media decelererebbe maggiormente a causa della sua maggiore gravità; la sua espansione resterebbe sempre più indietro rispetto a quella media, e il contrasto di densità crescerebbe. Un universo che fosse stato *completamente* liscio e uniforme all'inizio della sua espansione sarebbe rimasto tale anche dopo 10 miliardi di anni. Sarebbe un universo freddo: niente galassie, niente

⁶Riguardo alle galassie, come vedremo più avanti, c'è un problema ben più imbarazzante: non sappiamo dar conto di gran parte della loro massa.

stelle, niente elementi chimici, nessuna complessità e, sicuramente, nessuna forma di vita così come la conosciamo. Ma sarebbero bastati dei lievi scostamenti dall'uniformità, che i contrasti di densità si sarebbero amplificati nel corso dell'espansione, così che persino minime 'increspature' in un universo primordiale quasi completamente amorfo si sarebbero potute evolvere in strutture complesse. Un ammasso in via di formazione nell'universo ai tempi del disaccoppiamento avrebbe emesso una radiazione che ci arriverebbe ora leggermente più fredda di quella emessa dalle altre regioni dell'universo. Tale radiazione, infatti, nello sfuggire alla maggiore gravità di una regione più densa della media, avrebbe perso energia con conseguente ulteriore, per quanto lieve, spostamento verso il rosso.

È importante notare che a questa anisotropia di origine 'cosmologica' se ne aggiunge una dovuta al moto della Terra attraverso lo spazio, la quale crea uno spostamento Doppler nel CMB. Questo tipo di anisotropia viene detta di **dipolo** in quanto esibisce due ben definiti e opposti punti: quello di più elevato blueshift indica la direzione in cui ci stiamo dirigendo relativamente al CMB, mentre quello di più elevato redshift indica la direzione opposta. Tra questi due estremi si ha una transizione regolare su tutta la sfera del cielo (cfr Fig. 7.3). Questo tipo di anisotropia è un fenomeno ben conosciuto, e, per

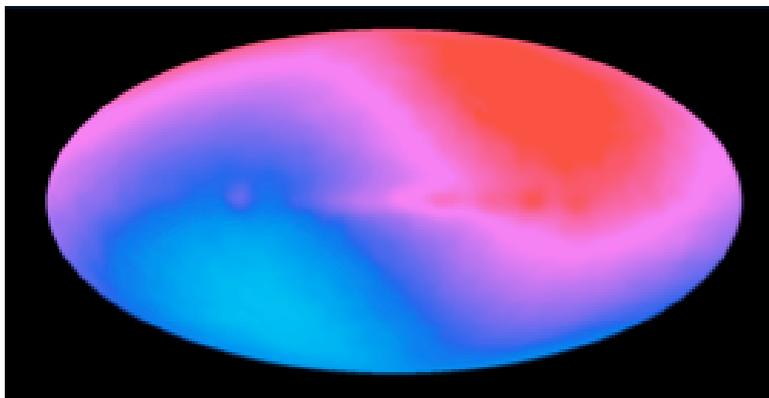


Figura 7.3: Mappa dell'anisotropia di dipolo dovuta al moto della Terra ($\Delta T/T \sim 10^{-3}$).

tale motivo, di minore interesse, anche se grazie alla sua misura desunta dai dati di COBE è stato possibile determinare il moto della Terra nell'universo con una accuratezza mai raggiunta prima. È risultato che noi ci stiamo muovendo alla velocità di (360 ± 20) km/s verso la regione di spazio che è designata come la costellazione del Leone⁷. Alla fine di questa sezione,

⁷In realtà, se si tiene conto del moto della Terra intorno al Sole, di questo intorno al centro galattico, del moto della Galassia attorno al centro di massa del Gruppo Locale,

discuteremo il significato di questo risultato.

Ci si aspettava, quindi, che certe anisotropie fossero presenti nella distribuzione di temperatura del CMB, e ci si concentrò a stimarne l'entità estrapolando all'indietro, fino al tempo del disaccoppiamento, le inhomogeneità osservate attualmente. Negli anni '80 si riteneva che la fluttuazione di temperatura dovesse essere almeno un milionesimo della temperatura media, altrimenti gli ammassi di galassie non avrebbero potuto formarsi.

Tra il 1992 e il 1996, COBE riuscì a eseguire una mappa di tali anisotropie attraverso l'intero cielo (cfr Fig. 7.4), e trovò per esse una ampiezza media $\delta\bar{T}/\bar{T} \sim 10^{-5}$, in perfetto accordo con le previsioni teoriche (dopo la predizione dell'espansione dell'universo, quella dell'esistenza del CMB, il terzo grande successo per la cosmologia del Big Bang). L'angolo di apertura del

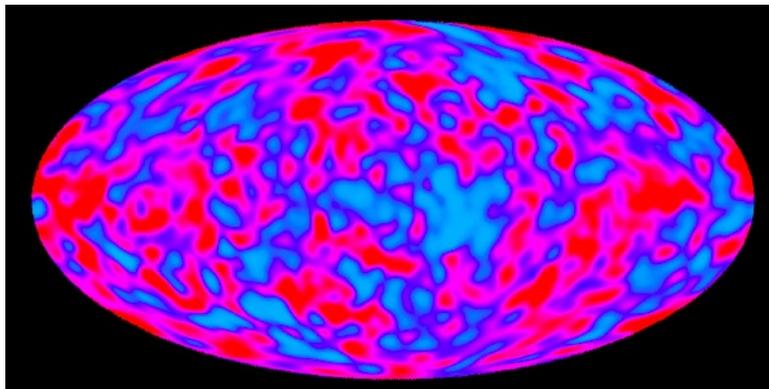


Figura 7.4: La prima mappa del CMB ottenuta da COBE. Le macchie blu (rosse) corrispondono alle regioni dell'universo a temperatura più bassa (alta) al tempo del disaccoppiamento. La macchia copre l'intero cielo e raffigura una enorme sfera centrata su di noi (nella figura la sfera è stata proiettata su un'ellisse dove i punti superiore e inferiore corrispondono alle direzioni dei poli della Via Lattea). Dall'immagine sono stati rimossi i fotoni provenienti dalla nostra galassia (che si manifestano come una larga fascia rossa centrale). Al di fuori di essa le fluttuazioni sono dell'ordine di 10^{-5} rispetto al valore medio di 2.728 K.

ricevitore era di circa 7° , per cui la mappa risultava un po' confusa. Ciononostante, vennero trovate irregolarità a tutti gli angoli compresi tra 7° e 90° . Le fluttuazioni di temperatura risultarono all'incirca le stesse in tutto questo intervallo, il che significa che l'universo non è mai diventato più 'rugoso' o più 'liscio' con il crescere delle sue dimensioni.

del moto di quest'ultimo verso l'ammasso della Vergine, a sua volta in moto verso il superammasso dell'Idra-Centauro, la velocità è (627 ± 20) km/s.

Per gli straordinari risultati ottenuti, i responsabili del team di ricercatori di COBE, John Mather e George Smoot, sono stati insigniti nel 2006 del premio Nobel.

Successivamente a COBE sono stati eseguiti molti esperimenti di misura delle proprietà del CMB. Progressi particolarmente importanti sono stati ottenuti nel 2001 con il lancio del pallone sonda BOOMERanG⁸. Gli esperimenti con palloni sonda per loro natura non possono produrre una mappa dell'intero cielo, come, invece, fanno i satelliti, ma possono raggiungere la stessa sensibilità con costi enormemente inferiori rispetto a quest'ultimi. La mappa misurata da BOOMERanG è riportata nella Fig. 7.5. Questa map-

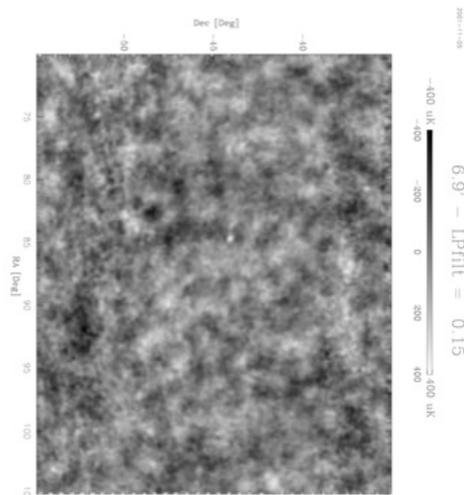


Figura 7.5: La mappa delle anisotropie del CMB ottenuta da BOOMERanG nel 2001. Le macchie scure (chiare) corrispondono alle regioni più calde (fredde).

pa si riferisce ad una piccola porzione ($\sim 3^\circ$) del cielo, ma è eseguita con una risoluzione di pochi minuti d'arco, molto maggiore di quella prodotta di COBE.

Nel 2010, dopo sette anni di presa dati, è stata pubblicata la mappa finale dell'intero cielo ottenuta con il satellite *WMAP* lanciato dalla NASA il 30 giugno del 2001 (Fig. 7.6). Rispetto a COBE, *WMAP* ha una sensibilità 45 volte superiore e una risoluzione angolare migliore di un fattore 33, ma, come si evince dal confronto delle due mappe, su grandi scale angolari i due esperimenti rivelano la stessa struttura.

⁸A questo progetto ha partecipato anche un gruppo di fisici dell'università "Sapienza" di Roma, capitanato da Paolo De Bernardis.

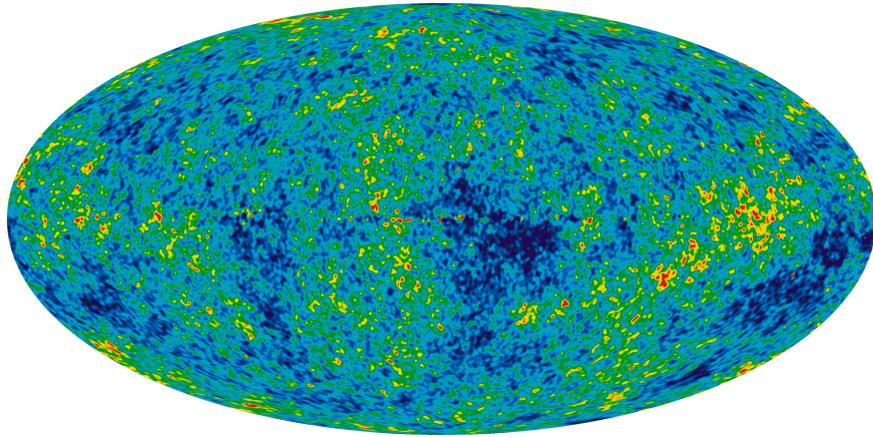


Figura 7.6: La mappa delle anisotropie del CMB ottenuta dal satellite *WMAP* nel 2010. Le macchie blu (rosse) corrispondono alle regioni più fredde (calde).

Infine, il 14 maggio 2009 è stato lanciato dall'Agencia Spaziale Europea (ESA) il satellite *PLANCK*, le cui prestazioni in termini di risoluzione angolare, come chiaro dalla Fig. 7.7, sono decisamente superiori quelle *WMAP*. *PLANCK* ha concluso la sua attività il 23 ottobre 2013, ma l'analisi dei dati raccolti è tuttora in corso. In Fig. 7.7 è mostrata la mappa del CMB pubblicata nel 2015.

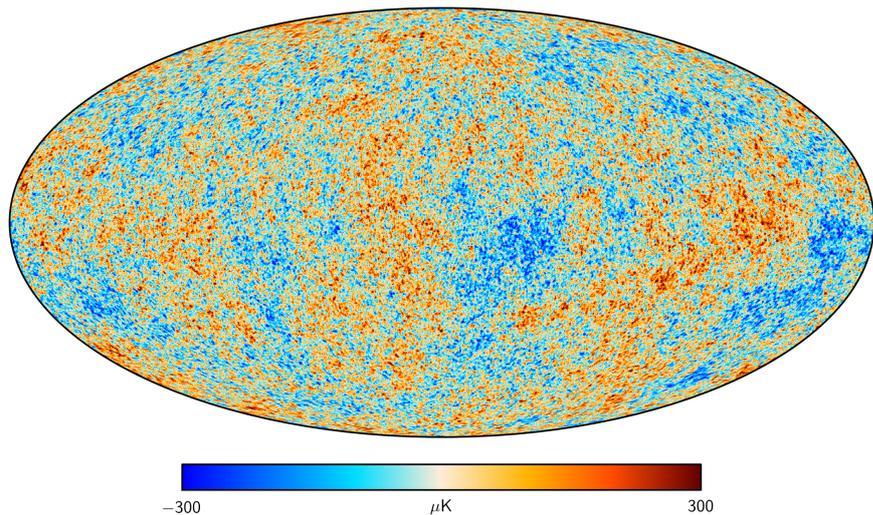


Figura 7.7: La mappa del CMB ottenuta dal satellite *Planck*. In basso è mostrata la corrispondenza tra i colori e la variazione di temperatura.

Torniamo ora alla anisotropia di dipolo del CMB. L'osservazione di tale anisotropia non implica alcuna violazione del Principio di Relatività Galileiana (PRG). Quando stabiliamo che la Terra (in realtà, il nostro Gruppo Locale) si muove rispetto al CMB con velocità di circa 630 km/s non compiamo alcun esperimento, ma stiamo soltanto 'guardando fuori'. Questa operazione consente di rendersi conto del proprio moto - anche rettilineo uniforme - rispetto a qualunque altro sistema di riferimento, ma non è un esperimento. Se siamo all'interno di un aereo, guardando dal finestrino non abbiamo nessuna difficoltà a renderci conto di essere in moto. Ma non stiamo conducendo un esperimento. Questo lo facciamo quando, ad esempio, beviamo il caffè che ci viene servito dal personale dell'aereo. Se questo esperimento è fatto con gli oblò chiusi, non abbiamo alcun modo di sapere che siamo in moto, e con quale velocità: tutto va come se fossimo seduti sul divano di casa.

Nella formulazione del PRG occorre sempre tener presente che non è consentita alcuna possibilità di 'guardare fuori'⁹. Se ne abbiamo la possibilità, possiamo rivelare anche un nostro moto in qualche senso assoluto. Questo sarebbe in contrasto con il PRG se esso affermasse, cosa che non fa, che è impossibile rivelare un moto assoluto. In realtà la formulazione corretta del PRG è: *esperimenti condotti nelle stesse condizioni in diversi riferimenti inerziali danno gli stessi risultati*. Per meglio comprendere la differenza, consideriamo l'esperimento di Michelson e Morley. Lo spostamento delle frange d'interferenza va come $(v/c)^2$, dove v è la presunta velocità della Terra nel moto attraverso l'etere (circa 30 km/s). Il moto rispetto al CMB (nulla vieta di pensarlo come una sorta di etere) avviene con velocità di circa 630 km/s, per cui lo spostamento delle frange dovrebbe essere circa 440 volte più grande. Eppure, anche nelle versioni più recenti dell'esperimento - in grado di evidenziare velocità rispetto all'etere di qualche m/s - non si osserva nulla. *Anche se c'è un etere, non è sperimentando che possiamo metterlo in evidenza*.

7.4 L'origine del CMB

In questa sezione descriveremo in maggiore dettaglio i processi che hanno portato alla formazione del CMB.

Cominciamo con un dato fondamentale: in un atomo di idrogeno, nel suo stato fondamentale, è necessaria un'energia $I = 13.6$ eV per liberare il suo

⁹Questo era ben chiaro nella mente di Galileo, il quale, nel *Dialogo*, fa dire a Salviati: "Riserratevi ... nella maggior stanza che sia sotto coverta".

unico elettrone. Supponiamo di considerare l'universo ad un istante t_i in cui esso aveva un'estensione un milione di volte più piccola di quella attuale. Poiché la temperatura attuale è circa 3 K, e, dal momento che sappiamo che $T \propto 1/a$, ciò implica che $T(t_i) \simeq 3 \times 10^6$ K (che corrisponde a circa 258.5 eV). In tale situazione, un atomo di idrogeno che si fosse, per accidente, formato verrebbe immediatamente ionizzato e, quindi, distrutto, a causa di una collisione con un fotone. A questo istante t_i , quindi, l'universo era costituito di nuclei ed elettroni liberi, e di fotoni. Poiché questi interagiscono fortemente con gli elettroni, il loro cammino medio era molto piccolo: l'universo era riempito di un **plasma ionizzato**¹⁰.

Come abbiamo visto, al progredire dell'espansione l'universo si raffredda, i fotoni perdono energia e per essi, sebbene numerosi, diviene progressivamente più difficile ionizzare gli atomi, i quali prendono, perciò, a formarsi. In un breve intervallo di tempo l'universo diviene completamente trasparente ai fotoni, che, da questo istante in poi, prendono a muoversi senza alcun impedimento per tutto il resto dell'evoluzione dell'universo, cioè inizia il disaccoppiamento. La stima più immediata della temperatura dell'universo in questa fase, si ottiene eguagliando l'energia media dei fotoni (vedi eq. (10.12) di Appendice C) con l'energia di ionizzazione dell'idrogeno:

$$T_{\text{dec}} \simeq \frac{I}{2.7k_B} \simeq 5.8 \times 10^4 \text{ K}.$$

Questa stima non è abbastanza sofisticata in quanto non tiene conto della distribuzione in energia (cfr Appendice C) dei fotoni: anche quando l'energia media dei fotoni era minore di 13.6 eV, c'erano ancora dei fotoni di alta energia nella coda della distribuzione. La frazione di fotoni con energia in eccesso rispetto all'energia di ionizzazione I è, in prima approssimazione, stimabile in:

$$f = e^{-I/k_B T},$$

che è il limite dello spettro di Planck per $h\nu \gg k_B T$ (cfr Appendice C).

Per capire quanto piccolo può essere f è necessario sapere quanti fotoni ci sono per ogni atomo, ovvero per ogni barione. Per calcolare questo numero occorre anticipare un dato che proviene dalla teoria della nucleosintesi, di cui parleremo nella prossima sezione. In base all'osservazione dell'abbondanza dei nuclei leggeri nell'universo si è determinato per il parametro di densità

¹⁰Questa situazione è molto meno esotica di quanto si è portati ad immaginare. Se si calcola la densità di materiale a tale temperatura si trova che è molto bassa (considerabilmente più bassa di quella dell'acqua) ed è molto facile riscaldare un gas fino a farlo divenire un plasma. La fisica di tale stato è ben compresa e sotto controllo.

dei barioni, il seguente valore:

$$\Omega_B \simeq \frac{0.02}{h^2}.$$

Dalla conoscenza della densità critica (vedi eq. (6.4)), si ottiene:

$$\rho_B = \Omega_B \rho_c \simeq 3.8 \times 10^{-28} \text{ kg/m}^3,$$

da cui, la densità d'energia:

$$\varepsilon_B = \rho_B c^2 \simeq 3.4 \times 10^{-11} \text{ J/m}^3 = 2.1 \times 10^8 \text{ eV/m}^3.$$

Supponendo che al tempo presente i barioni abbiano un'energia pari alla massa di riposo ($\simeq 939 \text{ MeV}$), per la loro densità in numero si trova:

$$n_B \simeq 0.22 \text{ m}^{-3}.$$

Poiché, attualmente, il CMB ha una densità di circa $4 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$, possiamo affermare che esistono circa 2×10^9 fotoni per ogni barione. Questo rapporto fotoni/barioni si riferisce al tempo presente. In realtà si può vedere che tale rapporto è costante al procedere dell'espansione, e, quindi, aveva lo stesso valore anche al disaccoppiamento. Infatti, ciò che ci interessa qui, è la densità del numero di particelle. Dal momento che abbiamo definito l'equilibrio termico come quel particolare stato in cui le reazioni tra particelle procedono con la stessa velocità nei due sensi, in tale condizione il numero di particelle è conservato. La densità nel numero di particelle cambia soltanto in conseguenza della variazione del volume, ovvero $n \propto 1/a^3$.

Per ciò che dobbiamo calcolare, queste considerazioni si traducono nel fatto che, nell'ipotesi che ci sia bisogno soltanto di qualcosa come un fotone ionizzante per atomo, possiamo assumere $f \simeq 10^{-9}$, e, quindi:

$$T_{\text{dec}} \simeq \frac{I}{k_B \ln(10^9)} \simeq 7.6 \times 10^3 \text{ K}.$$

Sebbene abbastanza cruda, questa stima non è poi così lontana dalla risposta giusta: il disaccoppiamento si è verificato quando l'universo era a una temperatura di circa 3,000 K, ovvero, dal confronto con la temperatura attuale, quando la sua estensione era un millesimo di quella presente. Proprio quest'ultima osservazione consente di dire che il CMB che riceviamo proviene da una distanza considerevole, praticamente dello stesso ordine di grandezza dell'universo osservabile. Essi sono originati sulla superficie di una sfera molto grande, centrata intorno a noi, detta **superficie di ultima diffusione**

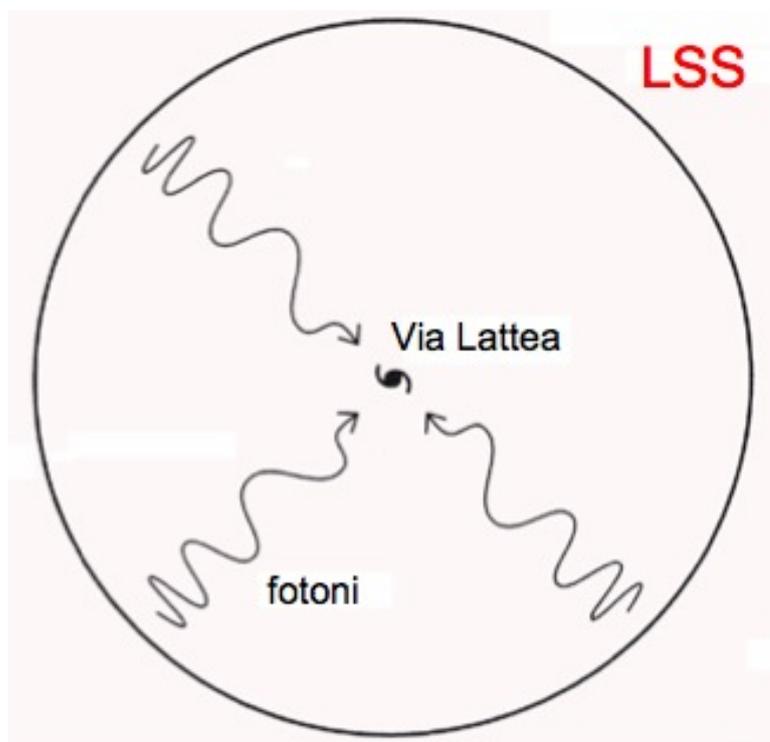


Figura 7.8: I fotoni del CMB provengono dalla superficie di una sfera (LSS) a grande distanza dalla nostra galassia. Qualora esistessero osservatori in altre galassie, essi vedrebbero microonde provenienti da una sfera diversa centrata su di loro. Alla LSS i fotoni avevano una frequenza molto più alta di quella che hanno quando giungono a noi.

(LSS dall'inglese 'last scattering surface'). Il raggio di questa sfera è stimato essere dell'ordine di $6 h^{-1}$ Gpc (vedi Fig. 7.8).

Ovviamente, non c'è nulla di speciale circa questa particolare superficie eccetto il fatto che essa è proprio alla distanza che hanno dovuto percorrere i fotoni per raggiungerci oggi. I fotoni sono originati in ogni punto di tale superficie ed osservatori in posizioni diverse dell'universo (se ce ne sono) vedranno i fotoni provenienti da sfere diverse, ma di uguale raggio, centrate intorno a loro (ancora il Principio Cosmologico).

Infine, è possibile dimostrare (sebbene non difficile, non lo faremo) che al tempo del disaccoppiamento l'età dell'universo era di circa 3×10^5 anni.

7.5 L'universo primordiale

Nella sezione precedente abbiamo considerato, in sufficiente dettaglio, l'universo a un particolare stadio della sua evoluzione: l'era del disaccoppiamento dei fotoni. Molto rozzamente, dopo tale istante gli atomi hanno cominciato a formarsi e le lievi inomogeneità presenti nella distribuzione di materia sono state amplificate con conseguente formazione delle strutture (stelle, galassie, ...) che, attualmente, scorgiamo nel cielo. Per come descritta potrebbe sembrare che questa fase dell'evoluzione dell'universo sia perfettamente compresa. Neanche per idea.

La piena comprensione di questa fase della storia cosmica richiede lo studio di manifestazioni complesse di leggi fondamentali intrinsecamente semplici. La genesi di una galassia come la nostra fa intervenire la dinamica dei gas, i processi di formazione, gli effetti di retroazione fra stelle e supernove. In altre parole, è necessario un approccio completamente diverso. Quando le prime strutture tenute insieme dalla gravità iniziano a condensarsi, prende il via l'era dell'astrofisica tradizionale. Per tale motivo, visto lo scopo e la durata di questo corso (anche le preferenze e le competenze personali), rimandiamo ai testi di astrofisica per eventuali approfondimenti su questo argomento.

Ma cosa è avvenuto nell'universo durante i suoi primi 300,000 anni di età? Nel seguito descriveremo, brevemente, la ricostruzione di questo periodo della vita dell'universo elaborata dai cosmologi, avvertendo che alcune fasi sono ritenute ben comprese e confermate dalle osservazioni, mentre altre sono al momento (e, probabilmente, per molto tempo ancora) soggette a speculazioni.

7.5.1 L'era di Planck

In linea di principio:

$$\lim_{t \rightarrow 0} a = 0, \quad \lim_{t \rightarrow 0} T \rightarrow \infty.$$

Nel compiere questa estrapolazione si giunge, necessariamente, a un istante in cui la Fisica attuale perde di validità. Questo, secondo la rappresentazione più convenzionale, è l'istante in cui la gravità abbandona il regime classico ed entra in quello quantistico, riunificandosi con le altre interazioni fondamentali. Questo è il dominio di una nuova teoria fisica che, al momento, è tutta da elaborare.

A tale istante l'energia tipica delle particelle è così elevata che la loro lunghezza d'onda di de Broglie eguaglia il loro raggio di Schwarzschild¹¹: le particelle divengono buchi neri quantistici, il che rende impossibile la definizione usuale di spaziotempo. Imponendo

$$2\pi \frac{\hbar}{mc} = 2 \frac{Gm}{c^2},$$

si ottiene la scala d'energia caratteristica per la gravità quantistica, la cosiddetta **massa di Planck**:

$$m_P \sim \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \simeq 10^{19} \text{ GeV}.$$

A partire da questa, è possibile definire una lunghezza caratteristica corrispondente (la distanza percorsa da una particella che si muove con velocità c) detta **lunghezza di Planck**:

$$l_P = \frac{\hbar}{m_P c} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \simeq 10^{-35} \text{ m},$$

e, infine, un tempo caratteristico (quello impiegato per percorrere, con velocità c , la lunghezza di Planck), detto **tempo di Planck**:

$$t_P = \frac{l_P}{c} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \simeq 10^{-43} \text{ s}.$$

7.5.2 L'era delle transizioni di fase

Successivamente al tempo di Planck, la gravità divenne un'interazione individuale, separata e distinta dalle altre tre interazioni. Questo evento segna la prima **transizione di fase** avvenuta nell'universo. Come detto prima, la Fisica dei nostri giorni può dirci molto poco riguardo tale evento, causa l'assenza di una teoria adeguata.

La prima transizione di fase che può essere teoricamente esplorata è quella che si verificò quando l'universo aveva un'età dell'ordine di 10^{-35} s. A tali tempi si ebbe la separazione tra l'interazione forte (colore) e quella elettrodebole, evento che può essere descritto soltanto nell'ambito di una teoria di grande unificazione (GUT). Esistono molti approcci, e, di conseguenza,

¹¹Il raggio di Schwarzschild r_S di un corpo di massa m è ottenuto imponendo che la velocità di fuga dal suo campo gravitazionale eguagli quella della luce. È un semplice esercizio di meccanica newtoniana far vedere che risulta: $r_S = 2Gm/c^2$. Questa espressione rimane valida anche in Relatività Generale.

molte differenti versioni di una teoria del genere. Nessuna di queste è provata, per cui il comportamento dell'universo in tale fase è ancora terreno di congetture.

Prima della rottura della simmetria di grande unificazione, non vi era alcuna distinzione tra adroni e leptoni. Tutte le particelle si comportavano allo stesso modo e interagivano tra loro alla energia di 10^{15} GeV (in termini di temperatura, 10^{28} K) scambiandosi le stesse particelle virtuali. Secondo le teorie correnti è a questa epoca che si è generata nell'universo l'asimmetria tra materia e antimateria.

Per motivi di semplicità si è portati a ritenere che l'universo dovrebbe contenere un ugual numero di particelle e antiparticelle. Fortunatamente, non è andata così. Infatti, se l'universo avesse posseduto questa simmetria, durante l'espansione tutte le particelle si sarebbero annichilate con le rispettive antiparticelle; alla fine, l'universo si sarebbe riempito di radiazione e non avrebbe contenuto né atomi, né, tantomeno, galassie. Nel nostro universo osservabile, invece, ci sono circa 10^{80} protoni, ma non sembrano esserci altrettanti antiprotoni.

Il primo ad affrontare questo problema fu il fisico Andrej Sacharov. Nel 1967, egli enunciò tre condizioni che avrebbero dovuto essere soddisfatte affinché l'universo potesse risultare costituito di materia più che di antimateria:

- i) La differenza tra il numero di particelle e antiparticelle non può essere conservata esattamente;
- ii) L'espansione cosmica deve essere così veloce da impedire che si stabilisca un equilibrio completo, altrimenti ogni reazione sarebbe esattamente compensata dalla sua inversa;
- iii) Le reazioni dominanti devono violare la simmetria d'inversione temporale, in modo, così, da 'avvertire' la direzione della freccia del tempo imposta dall'espansione cosmologica.

La terza condizione è soddisfatta nel caso delle interazioni deboli. Le GUT, però, prevedono che questa violazione si verifichi anche per le interazioni forti. Ad esempio, potrebbero essere esistite alcune particelle molto pesanti, dette X , insieme con le loro antiparticelle \bar{X} , che, quando l'universo si raffreddò al di sotto di 10^{15} GeV si trasformarono in quark e antiquark. Uno squilibrio in tali processi di decadimento potrebbe portare alla produzione di un quark in più ogni circa 10^9 (ovvero il valore osservato per il rapporto fotoni/barioni) coppie quark-antiquark. Con il raffreddamento dell'universo gli antiquark si sarebbero tutti annichilati con i rispettivi quark, producendo fotoni, ma per ogni miliardo di coppie che si annichilavano (quindi, di fotoni

prodotti), un quark sarebbe sopravvissuto, visto che non poteva trovare un partner con cui interagire.

Le GUT sono ancora in qualche modo provvisorie ma sono riuscite a far entrare tutto un nuovo insieme di questioni, quali l'origine della materia, nell'ambito di una discussione seria. Rimane da capire perché le leggi fisiche hanno incorporata questa lieve asimmetria richiesta dall'idea di Sacharov. La risposta a questa domanda potrebbe trovarsi nei processi avvenuti nell'era di Planck.

Quando la temperatura dell'universo scese a 10^{15} K (100 GeV) si ruppe la simmetria elettrodebole, cioè l'interazione e.m. e quella debole si separarono. Questa transizione iniziò a verificarsi quando l'universo aveva approssimativamente un'età di 10^{-12} s e si esaurì quando la temperatura raggiunse il valore di 10^{13} K (1 GeV). Durante questo processo, leptoni, quark e i bosoni W^\pm e Z , acquisirono massa. Una transizione finale ebbe luogo quando la temperatura raggiunse il valore di circa 2×10^{12} K (200 MeV). Essa diede luogo al confinamento del colore, con conseguente formazione degli adroni a partire dai quark. Questa transizione segna anche la fine delle incertezze: gli stadi successivi dell'evoluzione dell'universo sono ben descritti dalla Fisica attuale e, nei loro aspetti principali, ben delineati dalle osservazioni sperimentali.

7.5.3 L'era degli adroni e dei leptoni

A questo punto dell'evoluzione, l'universo aveva un'età approssimativa di 10^{-5} s, e protoni, neutroni, pioni e relative antiparticelle si andarono ad aggiungere ai leptoni e ai fotoni. L'era degli adroni non durò molto. Quando un protone si annichilava con un antiprotone, l'energia del vuoto (~ 200 MeV) non era sufficiente per ripristinarlo (l'energia per la produzione di una coppia $p\bar{p}$ è circa 2 GeV). Quindi, il contenuto barionico dell'universo scemò inesorabilmente, fino a che non rimase altro che il piccolo residuo di materia creato durante l'epoca della grande unificazione. Per un breve tempo dominarono i pioni, fin quando anche la loro soglia d'energia non fu raggiunta. Quando l'energia del vuoto divenne minore di 130 MeV, i pioni presero a decadere, e ciò segnò la fine dell'era adronica. La densità dei fotoni a tale punto era molto aumentata a causa di tutte le collisioni materia-antimateria. Gli adroni residui rimasero in equilibrio termico con i leptoni e i fotoni. La temperatura dell'universo era, a questo punto, dell'ordine di 10^{12} K.

L'era leptonica durò per il periodo di tempo che l'energia del vuoto impiegò a passare da 130 MeV a 0.5 MeV. In realtà, questa è l'era elettronica. Infatti, mentre l'energia di soglia per l'elettrone è circa 1 MeV, quella per i leptoni pesanti, μ e τ , è molto più elevata. Il τ ha una massa di circa 1.7

GeV, per cui la sua temperatura di soglia era stata raggiunta già durante l'era adronica. Dopo poco tempo venne raggiunta anche quella del μ ($m_\mu = 105$ MeV).

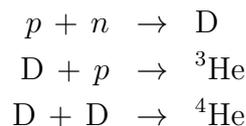
L'annichilazione del μ (la particella più leggera tra quelle più pesanti dell'elettrone) ebbe importanti conseguenze per i neutrini. Precedentemente, infatti, la densità delle particelle era stata così grande che i neutrini avevano un piccolo cammino libero medio (ricordo che il neutrino sperimenta soltanto le interazioni deboli, per cui ha bisogno di elevate quantità di materia per interagire), e, quindi, essi si mantenevano in equilibrio termico. Causa l'elevata frequenza delle collisioni materia-antimateria, la densità di materia diminuì velocemente e i neutrini si disaccoppiarono (in analogia a quanto avverrà, in seguito, ai fotoni). Questo accadde quando la temperatura dell'universo raggiunse il valore di 3×10^{10} K ed ebbe come conseguenza la scomparsa di reazioni nucleari deboli, quali $e^- p \rightarrow \nu_e n$, $\bar{\nu}_e p \rightarrow e^+ n$. Da questo punto in poi, il numero dei neutroni e quello dei neutrini si mantenne costante.

Alla fine dell'era leptonica, l'età dell'universo era di circa 1 s, e la sua composizione si assestò a quella che osserviamo attualmente, con i fotoni dominanti rispetto alla materia. Le interazioni tra neutroni, protoni, elettroni e fotoni erano così frequenti, che tutto rimase in equilibrio termico. Neutroni, protoni ed elettroni, però, essendo in numero trascurabile rispetto ai fotoni, non presero più parte all'evoluzione termica dell'universo.

7.5.4 L'era della nucleosintesi

La sintesi dei nuclei iniziò a ridosso della fine dell'era leptonica, quando la temperatura era dell'ordine di 10^{10} K (1 MeV). In ciò che segue descriveremo, a titolo di esempio, i processi alla base della formazione del nucleo di elio-4 (${}^4\text{He}$).

In conseguenza del fatto che il neutrone è più pesante del protone ($\delta m = m_n - m_p \simeq 1.3$ MeV), a questo stadio dell'evoluzione dell'universo queste particelle non erano egualmente abbondanti: per ogni neutrone erano presenti circa cinque protoni. La produzione degli elementi leggeri procede attraverso una serie di processi in cui le reazioni nucleari di fusione formano i nuclei e i fotoni di più alta energia li distruggono. Le reazioni più importanti sono (D \equiv ${}^2\text{H}$ è il deuterio):



I processi di distruzione procedono in senso inverso e divengono via via meno importanti come l'universo si espande e raffredda, per cui, alla fine, la

formazione dei nuclei si innesca. Questo accade quando la temperatura dell'universo ha raggiunto il valore di 10^9 K (0.1 MeV). L'intervallo di tempo necessario al raggiungimento di tale situazione è sufficientemente lungo da consentire a un rilevante numero di neutroni di decadere in protoni. Infatti, alla temperatura di 10^9 K l'età dell'universo è circa 400 s, un lasso di tempo sorprendentemente prossimo alla vita media del neutrone ($\simeq 650$ s)¹². Il decadimento dei neutroni ($n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$) riduce ulteriormente la loro densità in numero: per ogni neutrone erano presenti circa sette protoni.

Questa catena di eventi portò a formare in abbondanza soltanto idrogeno e ^4He : il primo perché non erano presenti neutroni in numero sufficiente; il secondo perché è il nucleo più stabile. A questo punto abbiamo tutti gli elementi per stimare l'abbondanza relativa in massa dell'elio che, come abbiamo visto in precedenza, fece pendere la bilancia a favore del modello del Big Bang caldo. Poiché tutti i neutroni finiscono per formare ^4He , e tale nucleo ne richiede due, la sua densità in numero è:

$$n_4 = \frac{n_n}{2}.$$

Ogni nucleo di ^4He pesa circa quattro volte il protone, per cui, la frazione totale di massa, nota come Y_4 , tenendo conto del fatto che $n_p/n_n \simeq 7$, risulta essere:

$$Y_4 = \frac{4 n_4}{n_n + n_p} = \frac{2}{1 + n_p/n_n} \simeq 0.25.$$

Una trattazione più dettagliata richiede l'analisi di tutte le reazioni nucleari coinvolte nella produzione di ^4He , ma il valore di Y_4 non si discosta di molto da quello calcolato con questo semplice argomento. La rete completa delle reazioni consente anche di calcolare le abbondanze degli altri elementi leggeri, quali deuterio, ^3He e ^7Li . In termini di massa, queste abbondanze sono: 10^{-4} , 10^{-5} , 10^{-10} , rispettivamente.

Le abbondanze di questi elementi possono essere misurate (anche quella del ^7Li), il che fornisce un test straordinariamente potente del modello del Big Bang caldo. Risulta che esistono soltanto due parametri che determinano queste abbondanze:

- Il numero di tipi di neutrini, il quale determina la relazione tempo-temperatura, e, quindi, il modo in cui le reazioni nucleari si allontanano dall'equilibrio;

¹²La vicinanza di questi due tempi è soltanto una delle 'coincidenze' che si incontrano nella Cosmologia. Se la vita media del neutrone fosse stata molto più piccola, tutti i neutroni sarebbero decaduti e soltanto l'idrogeno si sarebbe potuto formare.

- La densità di materia barionica (Ω_B) a partire dalla quale i nuclei si sono formati.

Uno dei successi più clamorosi del modello del Big Bang caldo è che soltanto assumendo l'esistenza di soli tre tipi di neutrino a massa nulla si ottiene accordo con le abbondanze osservate per gli elementi leggeri. Quando si ottenne tale risultato non esisteva alcun supporto indipendente a tale previsione, ma alla fine degli anni '80 essa venne suffragata dall'analisi del decadimento del bosone Z eseguita dagli esperimenti al collisore elettrone-positrone LEP del CERN.

Fissato a tre il numero di tipi di neutrino, rimane, come parametro, soltanto il valore di Ω_B . La Fig. 7.9 mostra le abbondanze previste al variare di tale parametro. Ciò che si vede è che la teoria è in grado di riprodurre le

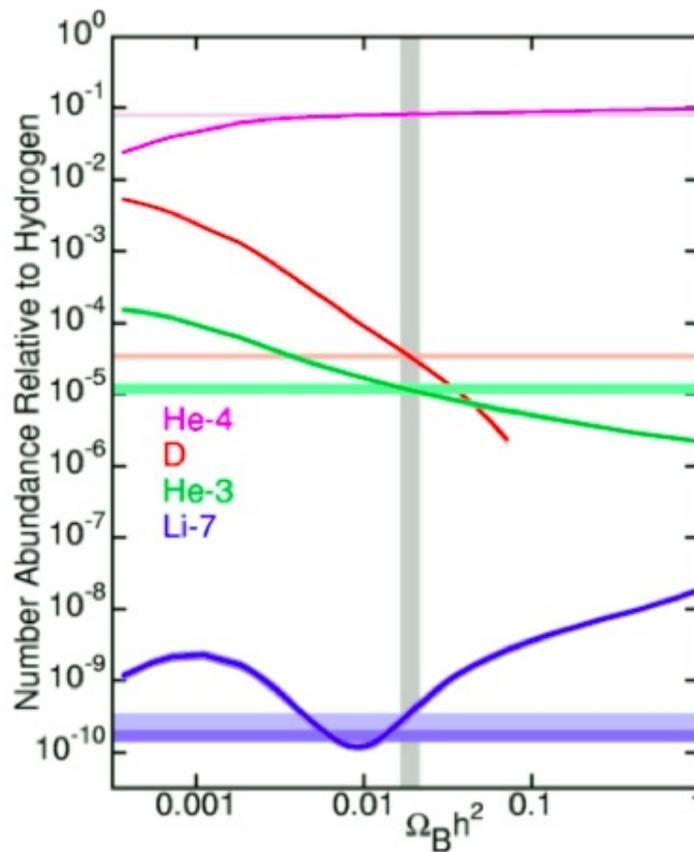


Figura 7.9: L'abbondanza prevista per i nuclei leggeri come funzione della densità dei barioni. Le bande orizzontali rappresentano le osservazioni; quella verticale mostra l'intervallo di densità barionica compatibile con le osservazioni.

abbondanze osservate purchè $\Omega_B h^2$ sia all'interno di limiti molto stretti. Il vincolo più stringente a tale parametro proviene dall'abbondanza di deuterio, la quale è misurata tramite l'assorbimento della luce dei quasar da parte delle nubi di gas primordiale. Da queste misure si deduce:

$$\Omega_B h^2 = 0.021 \pm 0.005 .$$

L'era della nucleosintesi si concluse quando la temperatura raggiunse un valore di circa 10^9 K e l'età dell'universo era dell'ordine di 90 secondi. Dopo questa evoluzione frenetica, l'universo entrò in una fase di relativa calma, dove continuò a espandersi e in cui l'evoluzione della temperatura fu governata dai fotoni. Questo fino a quando la temperatura raggiunse i 10^4 K (1 eV) e l'età dell'universo era di circa 10,000 anni, dove la densità di radiazione eguagliò quella della materia (tempo dell'equivalenza). Da questo punto in poi l'universo fu dominato dalla materia. Infine, quando la temperatura si abbassò a circa 3,000 K (0.1 eV) e l'universo era ormai vecchio di 300,000 anni, ebbe inizio l'era della ricombinazione che causò il disaccoppiamento dei fotoni. Da qui in poi parte la storia descritta nella sezione 7.3.

Una rappresentazione schematica delle varie tappe nell'evoluzione dell'universo è tracciata in Fig. 7.10.

Nel prossimo capitolo, abbandonando per il momento l'approccio storico, discuteremo alcuni dei problemi da cui è affetto il modello standard fin qui descritto e la teoria elaborata per superarli. Riprenderemo il percorso storico nell'ultimo capitolo, dove parleremo dei problemi tuttora aperti nella Cosmologia moderna.

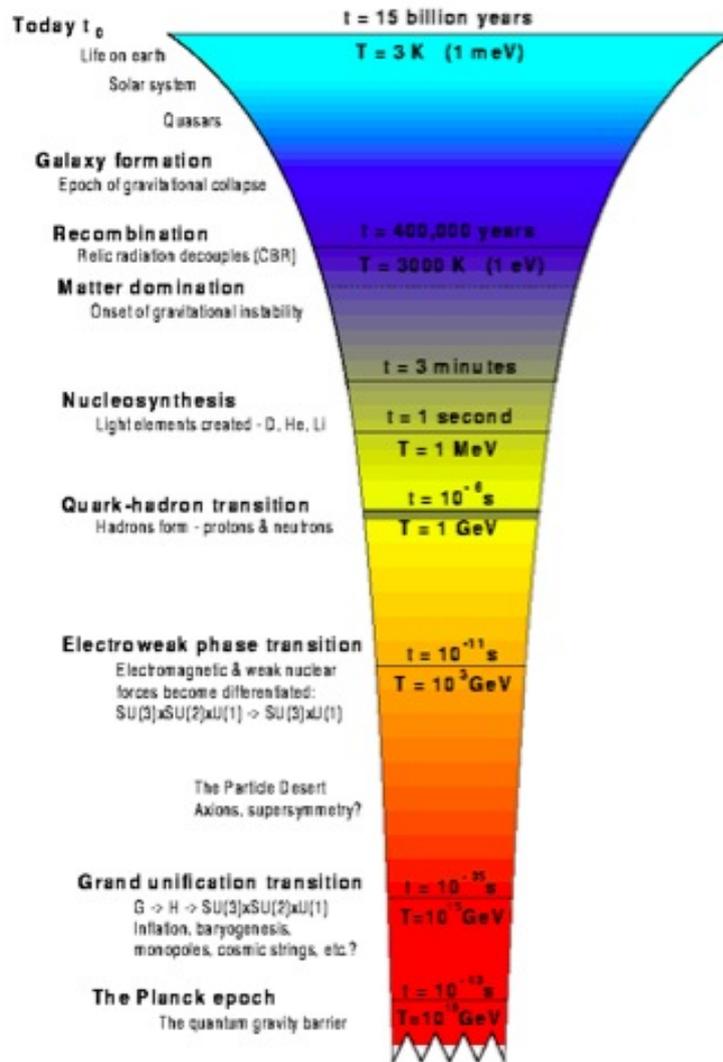


Figura 7.10: Eventi chiave nell'evoluzione dell'universo successiva al Big Bang.

Capitolo 8

L'universo inflazionario

Non è solo la moda che raccomanda l'idea di un Big Bang caldo. C'è un sostegno empirico reale: questa concezione ci offre un racconto coerente della storia della materia e della radiazione.

Nel 1982, Zel'dovič, durante una conferenza, affermò che il Big Bang era un fatto certo come "... è certo che la Terra giri intorno al Sole". La prova che egli trovava così cogente è oggi ancora più forte: le supposte 'reliquie' del Big Bang (il CMB e gli elementi leggeri, elio, deuterio e litio) sono state osservate con molta maggiore accuratezza. Inoltre, si possono immaginare varie scoperte che, se effettuate, avrebbero potuto confutare il modello, ma che, invece, non sono state fatte. Ad esempio:

- Gli astronomi avrebbero potuto scoprire un oggetto privo di elio, o, in ogni caso, con una percentuale di tale elemento ben inferiore al 23 %, la quantità minima prodotta nell'universo primordiale;
- Lo spettro della radiazione di fondo avrebbe potuto risultare molto diverso da quello di corpo nero atteso. In particolare, l'intensità misurata nella banda delle lunghezze d'onda più corte (quelle millimetriche) avrebbe potuto essere più debole di quanto risulta dall'estrapolazione delle misure eseguite nella regione dei centimetri. Molti processi (ad esempio, emissioni provenienti dalla polvere o da stelle con redshift molto elevati) potrebbero aver aggiunto altra radiazione nella banda millimetrica. Ma sarebbe risultato arduo interpretare una temperatura sulla lunghezza d'onda dei millimetri che fosse più bassa di quella della banda dei centimetri;
- L'universo primordiale, oltre ai fotoni, conteneva neutrini, i quali, in conseguenza della loro debole interazione con la materia, sarebbero sopravvissuti fino a oggi. Ci dovrebbero essere quasi altrettanti neutrini

che fotoni (è abbastanza facile calcolare che la densità di ciascun tipo di neutrino dovrebbe essere di circa 10^8 m^{-3}). Il numero di neutrini, dunque, al pari di quello dei fotoni, supera quello degli atomi per un fattore enorme (circa 10^9). Se ciascun neutrino pesasse anche solo la milionesima parte di un atomo, il loro contributo alla massa attuale dell'universo risulterebbe enorme. I fisici sperimentali si sono impegnati molto nella misura della massa del neutrino, e hanno stabilito che essa è piccolissima (per il neutrino elettronico $m \leq 3 \text{ eV}$). Se gli esperimenti avessero trovato una massa troppo alta per il neutrino, ci saremmo visti costretti ad abbandonare l'idea del Big Bang.

8.1 I problemi del modello standard

Malgrado tali elementi di prova, il modello presenta alcuni aspetti insoddisfacenti, ai quali, collettivamente, ci si riferisce con il nome di **problemi del modello standard cosmologico** e che di seguito discutiamo.

8.1.1 Il problema della piattezza

L'universo è attualmente caratterizzato da un parametro di densità Ω_0 non molto diverso dall'unità, che, in termini di geometria, significa che l'universo possiede una geometria approssimativamente piatta.

Torniamo all'equazione (6.5) di capitolo 6. In termini di moduli possiamo riscriverla nel modo seguente:

$$|\Omega(t) - 1| = \frac{|k|}{a^2 H^2}. \quad (8.1)$$

Consideriamo il caso di universo convenzionale (dominato da radiazione o materia), dove la materia normale è più importante del termine di curvatura. Questo ci consente di utilizzare le soluzioni (6.16) e (6.17), le quali, ricordiamo, sono state ottenute nel caso di universo con curvatura nulla. In tal modo si ottiene:

- Dominio della Materia

$$a^2 H^2 \propto \frac{1}{t^{2/3}} \quad \rightarrow \quad |\Omega - 1| \propto t^{2/3}; \quad (8.2)$$

- Dominio della Radiazione

$$a^2 H^2 \propto \frac{1}{t} \quad \rightarrow \quad |\Omega - 1| \propto t; \quad (8.3)$$

ovvero, in entrambi i casi la funzione $|\Omega - 1|$ è *crescente* con il tempo. Questo implica che la geometria piatta è una soluzione *instabile* per l'universo: qualora si instaurasse una qualunque deviazione da questa, l'universo, in breve tempo, diverrebbe sempre più curvo. Di conseguenza, un universo antico come il nostro può risultare così prossimo a essere piatto soltanto se nei suoi primi istanti di vita era praticamente piatto¹.

Le equazioni (8.2) e (8.3) sono state ricavate sotto l'ipotesi $k = 0$, per cui non sono a rigore applicabili quando il termine di curvatura diviene rilevante. Esse sono, comunque, utili per aver un'idea approssimata della situazione. Noto il valore attuale Ω_0 del parametro di densità, tramite tali equazioni possiamo stimare quanto prossimo all'unità deve essere stato Ω nei vari stadi di evoluzione dell'universo. Risulta:

- disaccoppiamento ($t \simeq 10^{13}$ s): $|\Omega - 1| \leq 10^{-3}$;
- uguaglianza radiazione-materia ($t \simeq 10^{10}$ s): $|\Omega - 1| \leq 10^{-6}$;
- nucleosintesi ($t \simeq 1$ s): $|\Omega - 1| \leq 10^{-16}$;
- rottura della simmetria elettrodebole ($t \simeq 10^{-12}$ s): $|\Omega - 1| \leq 10^{-28}$.

Analizzato con attenzione questo risultato è scioccante. Ad esempio, al tempo della nucleosintesi, una fase della storia dell'universo che ci vantiamo di comprendere perfettamente, il parametro di densità deve essere stato tale da verificare la seguente condizione:

$$0.9999999999999999 \leq \Omega \leq 1.0000000000000001$$

che, tenendo conto di tutti i valori che esso avrebbe potuto assumere, appare estremamente restrittiva. Un qualunque altro valore di Ω avrebbe portato a un universo molto diverso da quello che osserviamo.

Il modo più semplice per risolvere tale problema consiste nell'imporre che l'universo abbia una densità *esattamente* uguale a quella critica, ma non si scorge alcuna ragione per preferire questa situazione rispetto a tutte le possibili altre. Indipendentemente dal fatto che comprendiamo, o meno, l'origine fisica di tali numeri, occorre sottolineare che essi costituiscono un fatto sperimentale. Essi ci dicono che l'universo deve essere stato vicinissimo alla condizione di geometria piatta al disaccoppiamento e alla nucleosintesi, il che significa che porre $k = 0$ nelle equazioni di Friedmann è sempre un'ottima approssimazione.

¹A questa conclusione si può giungere anche in altro modo. Come abbiamo avuto più volte modo di vedere, sia la densità di materia che quella di radiazione diminuiscono con l'espansione molto più velocemente del termine di curvatura k/a^2 . Perché quest'ultimo non risulti dominante al tempo presente, esso deve essere stato trascurabile, rispetto agli altri, all'inizio dell'espansione.

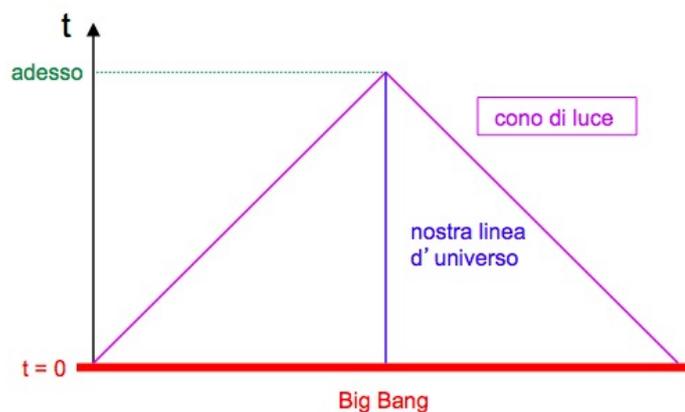


Figura 8.1: Diagramma spaziotemporale che illustra l'orizzonte di particella, il limite dell'universo osservabile. Se si traccia all'indietro fino al Big Bang il nostro cono di luce passato, si può trovare la più distante linea d'universo che è entrata in esso. La distanza presente a questa linea d'universo marca l'orizzonte di particella.

8.1.2 Il problema dell'orizzonte

Questo è il problema di natura causale relativo all'osservazione fondamentale alla base del modello del Big Bang: come è possibile che l'universo sia omogeneo ed isotropo?

Poiché sia l'età dell'universo che la velocità della luce sono quantità finite, possono esistere oggetti la cui luce non ha ancora avuto il tempo di raggiungerci da quando è stata emessa. Ovvero, fissato un certo istante successivo al Big Bang, esiste una distanza r_{\max} , detta **orizzonte di particella**, al di là della quale è impossibile osservare. Tale distanza definisce una superficie sferica il cui interno rappresenta l'**universo osservabile**, il quale è sempre finito indipendentemente dal fatto che l'universo, nella sua globalità, sia finito o infinito.

Nella rappresentazione dello spaziotempo che abbiamo adottato, l'orizzonte di particella rappresenta l'intersezione del nostro cono di luce passato con il piano $t = 0$ (vedi Fig. 8.1). Un qualunque oggetto la cui linea d'universo giace completamente al di fuori di questo cono di luce è al di là del nostro orizzonte di particella e non può avere alcuna influenza su di noi (si veda il Principio di Causalità in Appendice A). Più in generale, due qualunque oggetti nell'universo possono essere causalmente connessi, e, quindi, in grado d'influenzarsi reciprocamente, *soltanto* se essi si trovano ciascuno all'interno dell'orizzonte dell'altro. Questo orizzonte si estende con il trascorrere del tempo, e, poiché l'universo invecchia, sempre più oggetti divengono accessibili

alla nostra osservazione.

L'esistenza di un orizzonte non solo limita la nostra 'vista' del cosmo, ma dà luogo a uno degli enigmi più importanti della Cosmologia. Uno degli aspetti salienti del CMB è il suo elevato grado d'isotropia: da qualunque regione di cielo essa provenga, la radiazione risulta essere, a un elevato livello di accuratezza, alla temperatura di 2.728 K. L'uniformità è un tratto caratteristico della condizione di equilibrio termico, per cui questa osservazione è naturalmente spiegata ammettendo che regioni differenti del cielo sono state in grado di interagire e raggiungere, così, tale stato d'equilibrio.

Purtroppo questa interpretazione non è applicabile alla radiazione che proviene da lati opposti del cielo. Essa, infatti, ci ha raggiunto solo ora, e, quindi, non può aver viaggiato attraverso tutto il cielo fino a raggiungere il punto opposto a quello di partenza. In altre parole, non è ancora trascorso un tempo sufficiente affinché regioni opposte del cielo possano aver interagito in qualche modo, per cui non possiamo affermare che tali regioni sono alla stessa temperatura perché tra esse si è stabilita una condizione di equilibrio termico. Questa situazione è illustrata in Fig. 8.2.

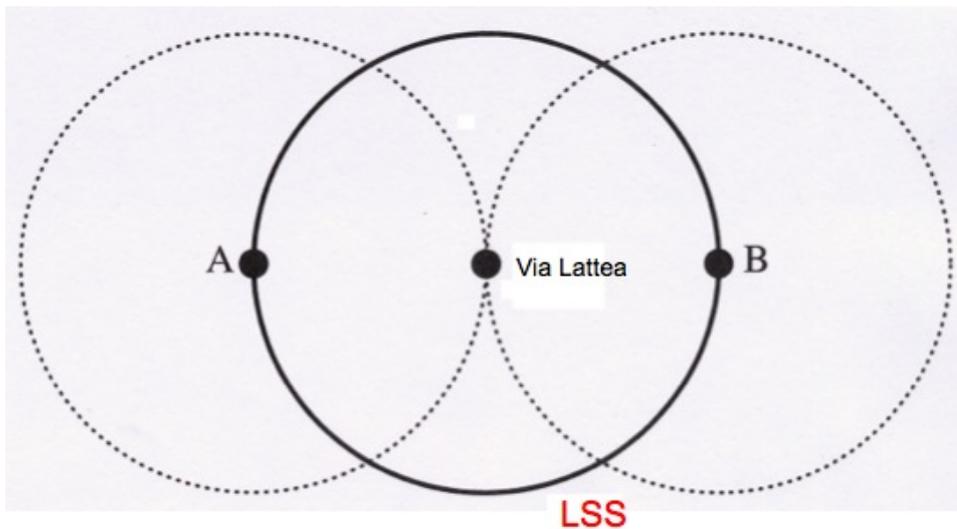


Figura 8.2: Illustrazione del problema dell'orizzonte. Noi riceviamo microonde da punti opposti del cielo (A e B). Questi punti sono ben separati e solo adesso le loro sfere d'influenza (linee tratteggiate) sono entrate in contatto. Nello scenario del Big Bang caldo risulta, quindi, impossibile spiegare come essi possano essere, con grande accuratezza, alla stessa temperatura.

In realtà, il problema è anche più grave. Il disaccoppiamento è avvenuto quando l'universo aveva un'età dell'ordine di 300,000 anni. A tale istante

soltanto oggetti entro una distanza di 300,000 anni luce potevano aver interagito. La distanza di questi oggetti è cresciuta con il fattore di scala $a(t)$, per cui, dal momento che il disaccoppiamento corrisponde a un redshift $z \simeq 10^3$, attualmente essa è dell'ordine di 3×10^8 anni luce. Tenendo conto della distanza che attualmente ci separa dalla LSS, la distanza tra tali oggetti sottende ora un angolo nel cielo che possiamo stimare dell'ordine di 1° . Ovvero, regioni di cielo ora separate di più di un grado² non potevano essere stato in contatto ai tempi del disaccoppiamento e, quindi, non dovrebbero essere alla stessa temperatura. La situazione è sconcertante, quanto lo sarebbe la scoperta di esseri di un altro pianeta che parlassero la nostra stessa lingua.

L'ultima considerazione, che eleva questo al livello di problema fondamentale, è che il CMB *non* è perfettamente isotropo, ma esibisce fluttuazioni di piccola entità. Queste irregolarità sono ritenute essere i 'semi' da cui si originano le strutture osservate nell'universo. Per la stessa ragione per cui è impossibile termalizzare regioni separate, non è possibile creare irregolarità. Ciò significa che il modello del Big Bang non fornisce un meccanismo per la generazione delle perturbazioni 'seme': queste devono essere già presenti all'atto della nascita dell'universo.

8.1.3 Il problema delle reliquie

Un altro problema nasce quando si tenta di combinare il modello del Big Bang caldo con le idee della moderna Fisica delle Particelle. Uno degli aspetti curiosi dell'universo è che esso è stato dominato dalla radiazione per un lungo periodo di tempo, almeno fino all'età di circa 1,000 anni. Ciò è inaspettato in quanto la densità di radiazione si riduce con la quarta potenza del fattore di scala, ovvero molto più velocemente di qualunque altro tipo di materia. Questo significa che qualunque sia la sua abbondanza iniziale, la materia non-relativistica è destinata a divenire il contributo dominante. Le particelle del modello standard non rappresentano un problema causa la loro elevata frequenza d'interazione con la radiazione; la conseguente termalizzazione impedisce che tali particelle divengano dominanti.

Ma le teorie più moderne prevedono anche altri tipi di particelle, quali, ad esempio, il **monopolo magnetico**. Questa particella (una sorta di calamita con un solo polo magnetico) è una conseguenza inevitabile delle GUT, ed è prevista essere prodotta con grande abbondanza nei primi istanti di vita dell'universo. In base a tali teorie, la massa del monopolo è dell'ordine di 10^{16} GeV, il che la rende non-relativistica per quasi tutta l'evoluzione dell'universo. Poiché attualmente l'universo non è dominato da tale tipo di particella,

²Per confronto, la Luna piena copre una regione angolare di estensione pari a circa 0.5° .

le teorie che la prevedono risultano incompatibili con il modello del Big Bang caldo.

8.2 La teoria dell'inflazione

La soluzione a tutti questi problemi venne ottenuta, nel 1981, da Alan Guth con la formulazione della cosiddetta teoria dell'**inflazione**. Tale teoria ipotizza che nei primi istanti di vita dell'universo, l'evoluzione del fattore di scala abbia subito un'accelerazione, ovvero

$$\ddot{a}(t) > 0. \quad (8.4)$$

Tipicamente questo corrisponde a una espansione molto rapida dell'universo.

Prima di analizzare come tale ipotesi risolva i problemi su esposti, vediamo di capire come essa si inserisce nel quadro del modello del Big Bang fin qui delineato. La condizione (8.4), applicata all'equazione di accelerazione (6.9), implica:

$$\rho + 3p < 0,$$

la quale, poiché assumiamo densità positiva, richiede *pressione negativa*:

$$p < -\frac{\rho}{3}. \quad (8.5)$$

Qual è il significato di una pressione negativa? Una pressione convenzionale (positiva) si manifesta quando un sistema a seguito di una compressione aumenta la sua energia. Questo è un fenomeno familiare: comprimete il gas all'interno di un cilindro con un pistone e vedrete che il gas resiste a questa azione. Viceversa, se il gas viene espanso tirando il pistone verso l'esterno, la pressione diminuisce e la densità d'energia diminuisce. Una pressione negativa ha il comportamento opposto. Non importa quanto, a prima vista, strano può apparire il concetto di pressione negativa, esso traduce soltanto il fatto che l'energia del sistema, invece di decrescere come nel caso della pressione ordinaria, aumenta all'aumentare del volume del sistema.

La Relatività Generale ci dice che una pressione positiva tende a far collassare l'universo, per cui è facile convincersi del fatto che una pressione negativa, invece, implica un'espansione. Abbiamo già incontrato una quantità che causa una espansione universale: la *costante cosmologica*. Una costante cosmologica positiva (repulsiva) comporta che qualunque espansione dell'universo aumenta la forza a essa associata, la quale, a sua volta, produce ulteriore espansione. Dal punto di vista gravitazionale, quindi, una costante cosmologica positiva si comporta come una pressione negativa. Partendo

dalle equazioni di Einstein modificate (1.2) si può dimostrare che la costante cosmologica Λ equivale a un fluido con pressione $p = -\rho$ (cioè con $w = -1$)³.

Si dimostra facilmente che l'equazione di Friedmann che deriva dalle equazioni di Einstein con il termine Λ (cfr (1.2)) è:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}. \quad (8.6)$$

Questa equazione è abbastanza difficile da risolvere, ma, fortunatamente, i primi due termini vengono ridotti abbastanza rapidamente dalla espansione e, quindi, essa può essere approssimata dalla seguente:

$$H^2 = \frac{\Lambda}{3},$$

che, in base alla definizione di H , può essere riscritta nella forma:

$$\dot{a} = \sqrt{\frac{\Lambda}{3}} a.$$

Poiché Λ è costante, la soluzione di tale equazione risulta essere:

$$a(t) = \exp\left(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} t\right). \quad (8.7)$$

Per cui, un universo dominato da una costante cosmologica si espande a un ritmo molto più elevato di quelli sin qui visti.

Dopo un certo tempo, l'inflazione deve arrestarsi, con l'energia contenuta nella costante cosmologica convertita in materia ordinaria. Da questo punto in poi l'evoluzione procede come dettato dal modello del Big Bang caldo. Purchè la fase inflazionaria rimanga concentrata nei primi stadi di evoluzione dell'universo, nessuno dei successi del modello del Big Bang viene perso. Nei modelli tipici, infatti, l'inflazione è supposta verificarsi quando l'universo è estremamente giovane: un'età dell'ordine di 10^{-34} s, che è il tempo appropriato alla scala di grande unificazione di 10^{16} GeV.

L'ipotesi inflazionaria consente di risolvere i problemi del modello del Big Bang in quanto rende le condizioni iniziali dell'universo insignificanti. Ciò

³Questa corrispondenza può, a prima vista, apparire ardita, ma è una diretta conseguenza della connessione che le equazioni di Einstein stabiliscono tra geometria e massa-energia. Sebbene Einstein avesse aggiunto Λ al termine geometrico delle sue equazioni, nulla vieta di spostarla, cambiandone il segno, nel secondo membro, il quale contiene la distribuzione di materia ed energia, reinterpretandola, quindi, come un contributo al contenuto di energia dell'universo.

che ci si è visti costretti ad assumere come speciali condizioni iniziali nel modello cosmologico standard, ora sorgono naturalmente come conseguenza dell'espansione esponenziale.

Consideriamo il problema dell'orizzonte. Poiché l'inflazione aumenta a dismisura il fattore di scala, ciò che ora è l'universo osservabile, cioè una regione di spazio di estensione pari alla distanza di Hubble, deriva, in realtà, da una regione molto piccola che era in contatto causale prima che iniziasse l'inflazione (cfr Fig. 8.3). Le microonde che provengono da lati opposti

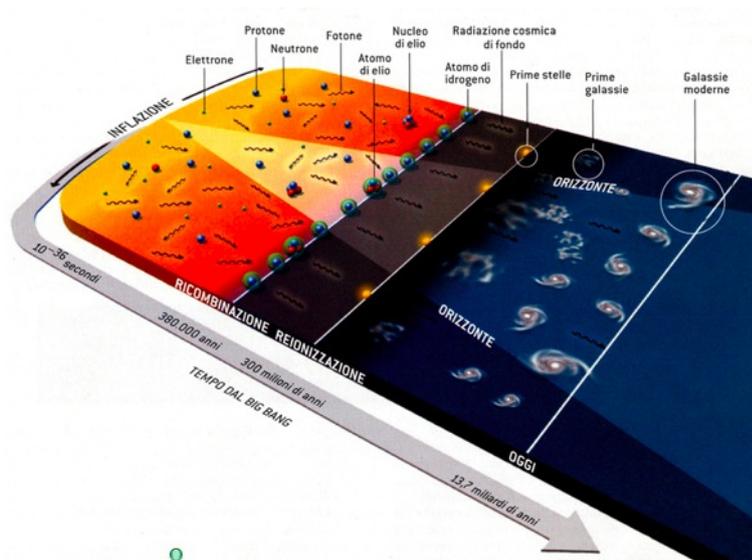


Figura 8.3: Durante l'espansione inflazionaria dell'universo, il plasma di fotoni e particelle cariche crebbe al di là dell'orizzonte.

del cielo sono alla stessa temperatura in quanto esse erano effettivamente in equilibrio.

Allo stesso modo dei monopoli magnetici, qualunque particella creata prima dell'inflazione viene esponenzialmente diluita dal vertiginoso aumento del fattore di scala. Purché un sufficiente ammontare di espansione si verifichi, questa diluizione può facilmente raggiungere livelli tali da rendere insignificante l'attuale densità di queste reliquie. È evidente, però, che il decadimento della costante cosmologica che segna la fine dell'era inflazionaria non deve produrre di nuovo queste particelle. Questo significa che la temperatura a cui si trova l'universo alla fine dell'inflazione non deve essere troppo alta.

Concludiamo con il problema della piattezza. Nel modello del Big Bang il problema era rappresentato dal fatto che il parametro di densità era forzato ad allontanarsi dal valore unitario. L'inflazione rovescia il problema, in

quanto

$$\ddot{a} > 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{d}{dt} \dot{a} > 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{d}{dt}(aH) > 0,$$

per cui, la condizione di inflazione è esattamente quella che avvicina, piuttosto che allontanare, Ω a 1. Nel caso della legge di espansione (8.7), tale avvicinamento è particolarmente veloce:

$$|\Omega - 1| \propto \exp\left(-2\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}t\right).$$

Lo scopo dell'inflazione non è solo quello di far tendere Ω a 1, ma di renderlo così straordinariamente vicino a tale valore che tutta l'espansione successiva tra la fine della fase inflazionaria e il tempo presente è insufficiente ad allontanarlo di nuovo da questa condizione.

L'analogia comunemente utilizzata per illustrare questa soluzione del problema della piattezza consiste nell'immaginare una palla gonfiata al punto di raggiungere, ad esempio, le dimensioni del Sole. In tale situazione, un qualunque intorno sufficientemente piccolo di un punto della superficie della palla apparirà pressoché piatto. La differenza cruciale, rispetto al caso usuale del Big Bang, è che durante l'inflazione la curvatura viene 'stirata' su una scala che è enormemente più grande della lunghezza di Hubble d_H . In un universo inflazionario non c'è alcun problema di piattezza in quanto l'universo osservabile finisce immancabilmente per essere indistinguibile da un universo piatto. La densità critica non rappresenta una condizione speciale in questo modello ma è una naturale conseguenza dell'espansione accelerata (vedi Fig. 8.4).

Il problema della piattezza può essere utilizzato per stimare la quantità di espansione necessaria durante l'inflazione. Al fine di rendere agevole il calcolo facciamo le seguenti ipotesi semplificative:

- l'inflazione termina quando l'universo ha un'età di 10^{-34} s;
- l'espansione è perfettamente esponenziale;
- dalla fine dell'inflazione ad adesso l'universo è stato dominato dalla radiazione (ovvero, vale la (8.3)) ;
- il valore di Ω all'inizio dell'inflazione non era molto lontano da 1;
- al tempo presente ($t_0 = 3 \times 10^{17}$ s) risulta $|\Omega - 1| \leq 0.01$.

Tenendo conto della (8.3), l'ultima assunzione implica che

$$t = 10^{-34} \text{ s} \quad \rightarrow \quad |\Omega - 1| \leq 3 \times 10^{-54}.$$

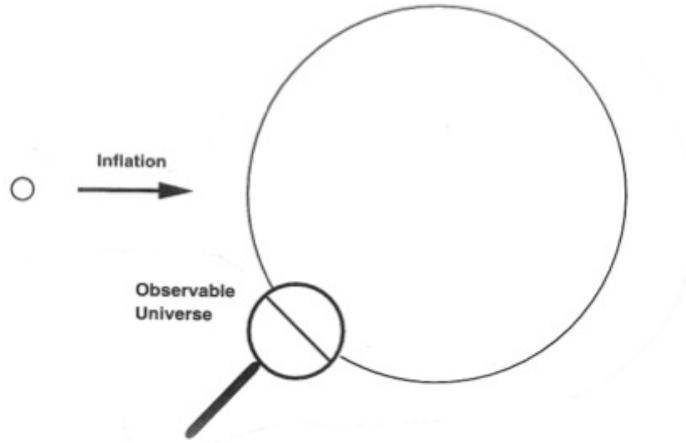


Figura 8.4: Un piccolo universo aumenta di un fattore enorme le sue dimensioni, per cui una qualunque curvatura iniziale viene enormemente stirata. Il nostro universo osservabile, una piccola parte di questa struttura espansa (la vista magnificata) non esibisce alcuna curvatura rivelabile all'interno della lunghezza di Hubble, per cui risulta naturale osservare un universo piatto.

Durante l'inflazione H è costante, per cui in base alla (8.1)

$$|\Omega - 1| \propto \frac{1}{a^2}$$

e, quindi, il valore richiesto alla fine dell'inflazione può essere conseguito purché durante essa il fattore di scala cresca almeno di 27 ordini di grandezza.

Tutto ciò può avvenire molto rapidamente. Supponiamo, ad esempio, che il tempo di espansione tipico, ovvero H^{-1} , sia 10^{-36} s. Allora tra 10^{-36} s e 10^{-34} s, l'universo si sarebbe espanso di un fattore

$$\frac{a_{\text{fin}}}{a_{\text{in}}} \simeq \exp\{H(t_{\text{fin}} - t_{\text{in}})\} = e^{99} \simeq 10^{43}.$$

L'espansione esponenziale è così esagerata che fattori di dilatazione enormi sono facili da generare.

Il modo in cui abbiamo finora discusso l'inflazione, definendola come un periodo di espansione accelerata e mostrando che, ad esempio, una costante cosmologica può dar luogo a un tale comportamento, va bene per comprendere cos'è l'inflazione e perché può risolvere i problemi del modello standard. Però la semplice assunzione dell'esistenza di una costante cosmologica e l'affermazione che essa è in grado di svanire dopo aver assolto il suo compito è,

chiaramente, un ipotesi *ad hoc*. Un vero modello dell'inflazione deve contenere ipotesi sull'origine di tale costante e un meccanismo naturale per porre termine all'inflazione.

A tal fine ci viene in soccorso la teoria dei campi quantistici. In conseguenza del Principio d'Indeterminazione di Heisenberg, ogni campo quantistico è soggetto a continui cambiamenti di natura casuale che prendono il nome di **fluttuazioni quantistiche**. Sebbene in linea di principio inosservabili, queste fluttuazioni possono dar luogo a effetti fisici osservabili. Un esempio di tale fenomeno è l'**effetto Casimir**, dal nome del fisico olandese che per primo lo propose nel 1948.

Immaginiamo di porre due piastre metalliche parallele conduttrici nel vuoto quantistico. Idealmente l'esperimento andrebbe condotto alla temperatura dello zero assoluto (o, quanto meno, alla più bassa temperatura possibile). Le piastre sono predisposte in modo da riflettere qualunque radiazione di corpo nero che incida su di esse. Prima dell'introduzione delle piastre possiamo pensare il vuoto come riempito da fluttuazioni quantistiche di tutte le lunghezze d'onda. Dopo l'inserimento delle piastre nel vuoto, nella regione di spazio tra esse possono esistere solo certe onde: quelle la cui lunghezza d'onda è contenuta un numero intero di volte nella distanza d tra le piastre. Solo queste, infatti, assumono la stessa ampiezza sulle piastre. Le onde la cui lunghezza d'onda non verifica tale condizione non possono instaurarsi nella regione interna, mentre non esiste nulla che impedisca loro di essere presenti nella regione esterna. Ciò significa che devono esserci più fluttuazioni quantistiche all'esterno che all'interno delle piastre, ovvero che incideranno più onde sulle superfici esterne che su quelle affacciate all'interno (vedi Fig. 8.5). Quindi, le piastre saranno spinte l'una verso l'altra con una forza che si dimostra essere proporzionale a $1/d^4$. L'effetto è molto piccolo: per due piastre separate da una distanza di $0.5 \mu\text{m}$, la pressione attrattiva è uguale a quella esercitata da un peso di 0.2 mg (l'ala di una mosca) appoggiato sulla punta di un dito. Malgrado ciò la presenza di tale effetto è stata confermata sperimentalmente da vari gruppi. Una delle misure più precise è stata eseguita nel 1996 da un gruppo di Seattle guidato da Steve Lamoreaux, utilizzando due piastre a distanza variabile tra 0.6 e $11 \mu\text{m}$. I risultati sono in accordo con la previsione di Casimir entro il 5% .

Questa forza attrattiva tra le piastre simula una pressione negativa, esattamente il comportamento di una costante cosmologica. Quest'ultima può, quindi, essere fatta risalire alla densità d'energia del vuoto. Occorre soltanto stabilire se essa può essere stata presente nelle prime fasi dell'universo.

La richiesta energia del vuoto potrebbe essere associata a un campo quantistico presente nell'universo primordiale. Non è necessario conoscere i dettagli di tale campo; ciò che ogni teoria inflazionaria assume è che esso sia **sca-**

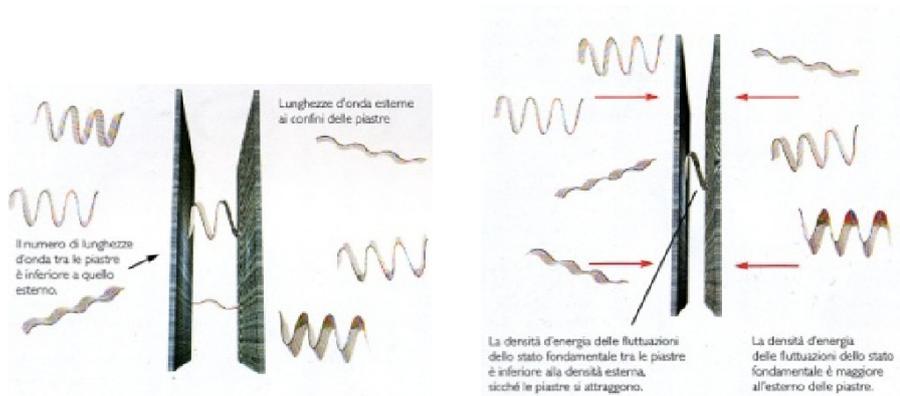


Figura 8.5: L'esistenza delle fluttuazioni del vuoto è stata confermata sperimentalmente dall'effetto Casimir, una lieve forza che si genera tra le piastre metalliche parallele.

lare, ovvero un campo che in ogni punto dello spazio, e in qualsiasi istante, è caratterizzato da un solo attributo: la sua intensità (una 'scala', appunto)⁴. Tale campo viene generalmente indicato con il nome di **inflatone**.

A ogni campo risultano associate due forme d'energia: una cinetica, associata al moto del campo, e una potenziale, associata alla sua posizione. Ciò che è necessario ipotizzare, per i nostri fini, è che questa energia potenziale assuma una forma diversa a seconda della temperatura. In analogia a quanto succede per l'energia di magnetizzazione di una sbarra di ferro, l'energia potenziale V possiede un solo stato di vuoto stabile ad alta temperatura, ma quando questa scende al di sotto di un certo valore (l'analogo della temperatura di Curie per il ferromagnete), appare un nuovo stato di vuoto, cioè si manifesta una transizione di fase (vedi Fig. 8.6).

Se nell'intorno dello stato di vuoto originario il potenziale ha una pendenza poco pronunciata è possibile, in risposta a tutte le interazioni con le altre particelle e la radiazione, che il campo prenda a 'rotolare' verso il nuovo minimo. Se la transizione ha luogo abbastanza adagio, in conseguenza dell'espansione che si sta verificando in tutto l'universo, l'energia potenziale del campo subisce una rarefazione impercettibile. Nel frattempo, tutta la radiazione e l'altra materia dell'universo si diluisce rapidamente, per cui l'inflatone può in breve prendere il sopravvento su ogni altra forma d'energia, divenendo quella dominante nell'universo. Questo significa che l'universo attraversa una

⁴Questa è l'unica possibilità a disposizione se vogliamo evitare di introdurre direzioni privilegiate. Un esempio familiare di campo scalare è rappresentato dalla distribuzione della temperatura dell'aria all'interno di una stanza.

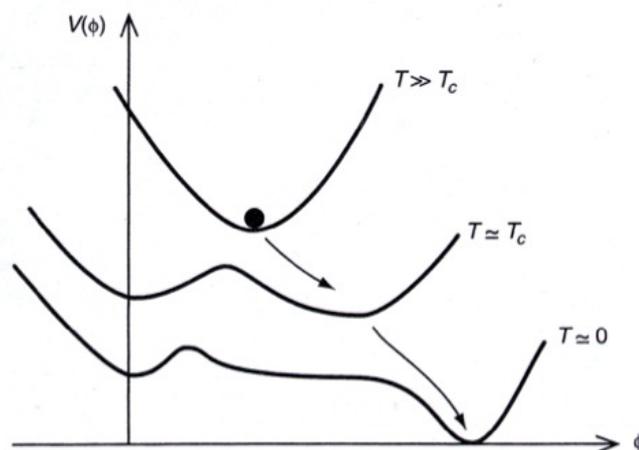


Figura 8.6: Transizione di fase, con la temperatura, del potenziale del campo scalare ϕ .

fase in cui risulta dominato da una costante cosmologica repulsiva, e prende, quindi, ad accelerare. Questa accelerazione si protrae per tutto il tempo durante il quale il campo, molto lentamente, 'rotola' lungo il profilo del potenziale. Mentre ha luogo questa lenta variazione, l'accelerazione produce un rapidissimo raffreddamento dell'universo. Quando l'inflatone ha raggiunto il nuovo stato di vuoto, l'accelerazione cessa e si conclude il periodo inflazionario. A questo punto la densità d'energia associata al campo nella fase iniziale dell'inflazione viene consumata nella creazione di particelle, le quali, decadendo, riscaldano l'universo, riportandolo alla temperatura che esso avrebbe avuto se l'inflazione non si fosse verificata (cfr. Fig. 8.7). Da questo punto in poi l'espansione riprende il suo normale andamento decelerato e inizia l'evoluzione descritta dal modello cosmologico standard.

Da come è stata descritta sembra che una fase di espansione inflazionaria si determini ogniqualvolta un campo materiale scalare transisce molto lentamente da uno stato di vuoto (falso) ad un altro (vero). In realtà può verificarsi anche se c'è un solo stato di vuoto, con il profilo del potenziale che ha l'aspetto di una 'U' molto aperta. Come evidenziato da Andrei Linde, mentre l'universo si raffredda, un campo scalare può iniziare a rotolare lungo il pendio da un livello di alta energia. Se il pendio è abbastanza dolce, il campo scalare varia la propria energia così lentamente che la parte cinetica è sempre trascurabile e si stabiliscono la gravità repulsiva e l'inflazione. Quando i fisici cominciarono ad analizzare tutti i diversi modi in cui questo fenomeno poteva instaurarsi, sembrò che fosse assai difficile evitarlo.

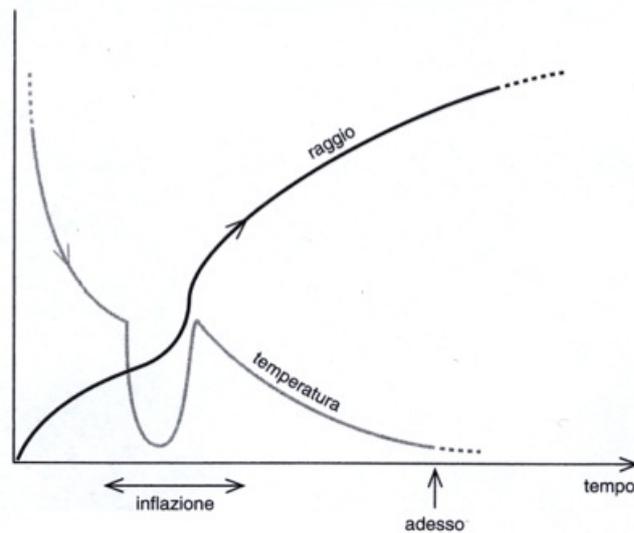


Figura 8.7: Andamento di fattore di scala e temperatura dell'universo secondo il modello inflazionario.

A prima vista, può sembrare che la teoria inflazionaria esacerbi il problema della formazione delle strutture delineato in precedenza. L'espansione accelerata nello 'stirare' lo spazio attenua qualunque disomogeneità, per cui è lecito domandarsi che ne è dei 'semi' all'origine del processo di formazione delle strutture. In realtà, la ragione più convincente per credere nell'inflazione è rappresentata proprio dal fatto che essa può generare irregolarità di entità sufficiente a innescare la formazione di strutture. Il motivo è, ancora, da ricercarsi nelle fluttuazioni quantistiche del vuoto. Queste si instaurano durante l'espansione accelerata e sono da questa continuamente 'stirate'. Alla fine dell'inflazione ci sono piccole irregolarità su un intervallo esteso di scale. L'instabilità gravitazionale, poi, agisce su queste piccole irregolarità e, moltissimo tempo dopo, esse possono formare galassie e ammassi di galassie.

Il meccanismo dell'inflazione è attualmente il modello più popolare per l'origine delle strutture, in parte perché fornisce delle predizioni matematicamente semplici, ma principalmente perché, finora, tali predizioni sono in buon accordo con le osservazioni relative alla distribuzione delle fluttuazioni nella temperatura del CMB. Anche se non è possibile prevedere il livello delle fluttuazioni presenti alla fine dell'era inflazionaria, perché estremamente dipendenti dall'identità del campo che pilota l'inflazione, possiamo prevedere il modo in cui la distribuzione delle fluttuazioni varia con la scala astronomica considerata. Tale distribuzione risulta assai meno sensibile all'identità e alle

proprietà dell'inflatone. Sulle grandi scale i risultati di COBE confermarono le attese, ma la cosa più interessante è quanto accade su scale molto più piccole, ove compaiono le fluttuazioni dalle quali dovrebbero essersi formate le galassie e gli ammassi di galassie che si osservano attualmente. Questa regione delle piccole scale angolari è stata esplorata per la prima volta, nel 2000, dall'esperimento BOOMERANG, nel 2003 da *WMAP* e in anni recenti da *Planck*. Nella Fig. 8.8 i dati sperimentali relativi alle fluttuazioni nella temperatura sono confrontati con la predizione teorica per un universo con densità critica. La caratteristica più significativa che i fisici si aspettavano è il picco nell'ampiezza della fluttuazione in corrispondenza della distanza angolare di un grado nel cielo. La sua esatta ubicazione costituisce la più precisa indicazione disponibile della densità globale dell'universo. Dai dati di *Planck* risulta⁵:

$$\Omega_{\text{tot}} = 1.0002 \pm 0.0026.$$

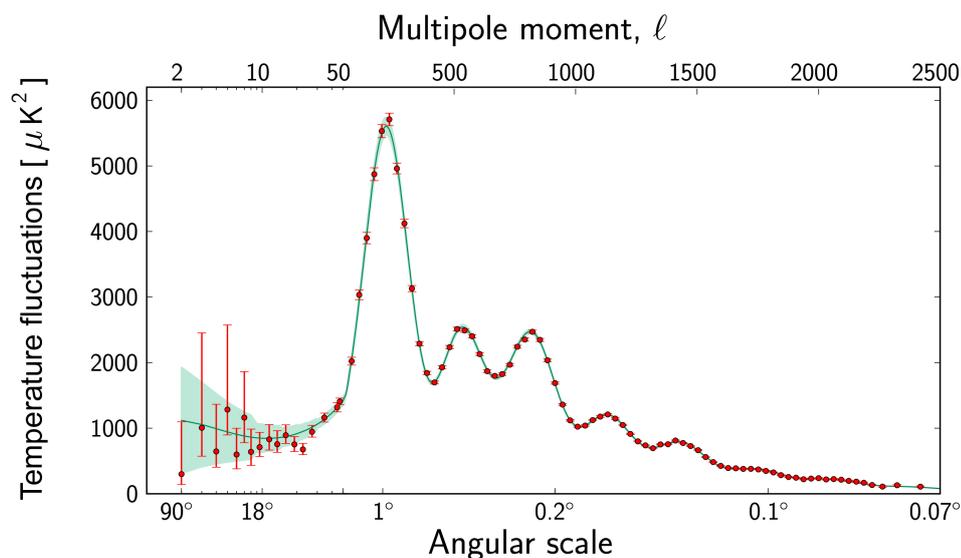


Figura 8.8: Lo spettro di potenza angolare delle fluttuazioni di temperatura del CMB misurato da *Planck* è ben riprodotto dalla predizione della teoria inflazionaria ($\Omega_{\text{tot}} = 1$).

⁵Il valore riportato è ottenuto tenendo conto anche di misure non provenienti dall'analisi del CMB e nell'ipotesi che la 'dark energy' (vedi capitolo successivo) sia una costante cosmologica.

La spiegazione fornita dalla teoria inflazionaria dell'origine delle strutture, se corretta, ha la sorprendente conseguenza che tutte le strutture, compresi noi, devono la loro esistenza alle piccole fluttuazioni quantistiche che si sono prodotte durante l'era inflazionaria. Questo è, forse, l'esempio più evidente di connessione profonda tra il mondo microscopico e la struttura a grande scala dell'universo.

8.3 Inflazione caotica

Appena furono riconosciuti i vantaggi di una fase inflazionaria nell'evoluzione cosmica, divenne chiaro che le conseguenze erano di portata più vasta di quanto si fosse immaginato. Supponiamo che, immediatamente prima dell'inflazione, l'universo fosse in uno stato piuttosto caotico. Esso avrebbe potuto contenere un numero enorme di campi scalari, tutti diversi, alcuni dei quali eventualmente interagenti tra loro in modi complicati. Ciascuno avrebbe potuto avere un diverso profilo di potenziale lungo il quale rotolare, una diversa velocità iniziale e una diversa decelerazione. Questo scenario di un'inflazione *caotica* ci propone l'immagine di un universo in cui ogni regione abbastanza piccola da essere resa uniforme da segnali luminosi avrebbe potuto conoscere un periodo d'inflazione. La quantità d'inflazione che ciascuna regione è destinata a subire è casuale: alcune regioni ne subiranno moltissima e finiranno per espandersi divenendo assai grandi, mentre altre ne saranno appena sfiorate e la loro espansione potrà invertirsi subito dopo in una contrazione. Gli episodi d'inflazione di minor durata creano regioni che non si espandono abbastanza a lungo per vedere la formazione di stelle e la produzione dei mattoni costitutivi della vita. Alcune bolle più grandi e durature possono invece espandersi per miliardi di anni, generando lo spazio e il tempo necessari perché le stelle producano i mattoni della complessità biologica.

Vista sotto questa luce, l'inflazione ha una certa aria di inevitabilità. Se l'universo ha una estensione infinita, qualsiasi cosa che abbia una pur minima probabilità di accadere accadrà da qualche parte e, quindi, in qualche posto ci sarà una regione dotata di un campo scalare con un profilo di energia potenziale abbastanza dolce perché una variazione estremamente lenta determini una fase duratura di espansione accelerata. Anche se questa fosse una situazione improbabile (ma non c'è alcuna ragione per pensare che lo sia), si verificherebbe ugualmente in alcuni luoghi e noi non possiamo che trovarci in uno di essi.

Questo scenario rende la nostra descrizione della geografia dell'universo enormemente più complessa. Il Principio Copernicano implica che dovremmo

vedere lo stesso livello di uniformità, in media, da qualunque posizione nel cosmo. Quindi, dovremmo aspettarci che l'universo sia approssimativamente uguale ovunque. Molti hanno strenuamente avversato questo argomento, sottolineando che non potremo mai essere certi che le cose non siano del tutto diverse nell'universo che si trova al di là del nostro orizzonte di visibilità, lontano circa 14 miliardi di anni luce. Questa logica è ineccepibile, ma manca una ragione positiva per credere che l'universo lontano sia diverso. L'ipotesi dell'inflazione caotica è rivoluzionaria in quanto fornisce per la prima volta una ragione positiva per pensare che l'universo abbia una struttura del tutto diversa al di là del nostro orizzonte visibile. Anche se l'universo non era caotico all'inizio e c'era un solo campo scalare, le variazioni casuali del suo comportamento da luogo a luogo sarebbero state sufficienti a generare molte regioni diverse soggette all'inflazione. Attualmente, dobbiamo supporre che ciò che possiamo scorgere sia soltanto l'interno uniforme, quasi piatto, di parte di una regione. Se potessimo attendere per un tempo sufficientemente lungo, magari mille miliardi di anni da ora, l'espansione potrebbe rivelare i primi segni di una regione con una struttura del tutto diversa che si affaccia lentamente nel nostro campo visivo.

8.4 Inflazione eterna

Capito che il vuoto caotico poteva dare origine a diversi gradi d'inflazione nelle varie regioni di un universo infinito, Andrei Linde e Alex Vilenkin si resero conto che la situazione poteva essere ancora più spettacolare. Quelle onnipresenti fasi d'inflazione non andavano necessariamente relegate in un passato lontano miliardi di anni. Esse dovevano verificarsi continuamente durante tutta la storia dell'universo. L'idea era che anche oggi gran parte dell'universo al di là del nostro orizzonte visibile sia in uno stato di inflazione eterna.

Benché sembri che il nostro ipotetico campo scalare debba limitarsi a rotolare lungo il pendio del profilo del potenziale verso il minimo più vicino, la descrizione quantistica del vuoto introduce minuscole fluttuazioni che fanno andare il campo a zigzag mentre scende lungo il pendio. Sorprendentemente, è assai probabile che tale moto a zigzag predomini sul semplice rotolamento a valle rendendo possibile per il campo l'aumento del potenziale. Tale tendenza porta alla produzione di ulteriore inflazione in subregioni dell'universo che hanno già subito l'inflazione (cfr. Fig. 8.9).

L'effetto spettacolare di tutto ciò è che l'inflazione diventa un processo che si autoriproduce. Ogni regione che subisce l'inflazione dà origine ad altre subregioni che si dilatano e che, a loro volta, fanno la stessa cosa. Il processo

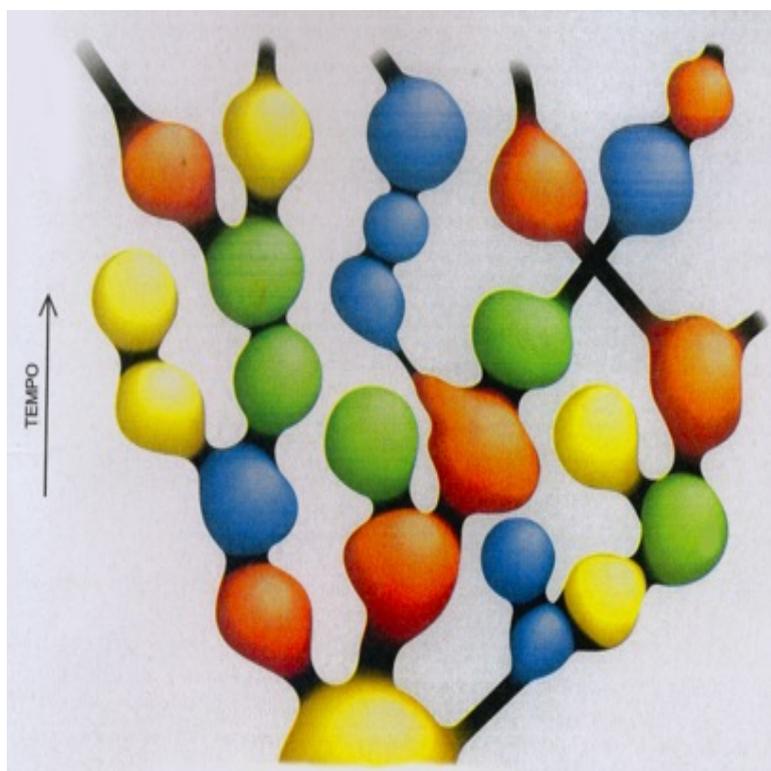


Figura 8.9: Un universo capace di autoriprodursi appare come una configurazione di bolle inflazionarie. I diversi colori rappresentano 'mutazioni' nelle leggi fisiche rispetto agli universi genitori. Le proprietà dello spazio in ciascuna bolla non dipendono dall'epoca di formazione della bolla stessa. In questo senso l'universo potrebbe essere stazionario, anche se l'interno di ciascuna bolla è descritto dal modello del Big Bang.

appare inarrestabile, eterno. Non si è trovata nessuna ragione per cui debba mai terminare e neppure si sa se debba necessariamente avere un inizio. Come nel caso caotico, ogni fase d'inflazione può produrre una vasta regione con proprietà assai diverse. Alcune regioni possono dilatarsi moltissimo, altre solo un po'; alcune possono avere molte dimensioni spaziali grandi, altre solo tre; alcune possono contenere le quattro interazioni fondamentali che osserviamo, altre possono contenerne di meno, di più, o lo stesso numero, ma con intensità e caratteristiche diverse. L'effetto globale è di fornire un meccanismo fisico in grado di realizzare tutte, o almeno quasi tutte, le possibilità in qualche luogo di un unico **multiverso**.

L'inflazione eterna non è un modello che i cosmologi hanno costruito intenzionalmente. Si è presentata come sottoprodotto inevitabile di una teoria che forniva una spiegazione semplice di un certo numero di proprietà osser-

vate dell'universo. Purtroppo, questa concezione non appare suscettibile di controlli osservativi. Siamo in grado di vedere solo entro il nostro orizzonte e le altre regioni d'inflazione sono al di là di esso. Un giorno, forse, quando saranno trascorsi miliardi di anni, gli osservatori del lontano futuro avranno il privilegio di assistere alla prima apparizione di una di queste strane isole in cui l'inflazione è ancora in corso o in cui le leggi della Fisica sono del tutto differenti. L'universo considerato nel suo insieme è probabilmente in uno stato stazionario, ma popolato da molte piccole bolle in espansione, ciascuna delle quali genera una successione infinita di 'piccoli universi'. La maggior parte dell'universo è soggetta a inflazione in questo momento. Noi viviamo, invece, in una delle regioni in cui l'inflazione è cessata nel passato e non potremmo esistere se così non fosse: una regione soggetta a inflazione, infatti, si espande troppo rapidamente perché possano formarsi galassie e stelle; quei passi essenziali che portano alla creazione di ambienti in grado di favorire l'insorgere della vita non possono verificarsi prima che l'inflazione sia terminata. Tuttavia, come vedremo tra un po', se le osservazioni sulle supernove lontane sono corrette, forse nella nostra parte di universo stiamo assistendo a una recente ripresa dell'inflazione. Il motivo di ciò è, al momento, ignoto.

Chiudiamo questa sezione con un'osservazione importante. A prima vista, può sembrare che questi eventi di riproduzione inflazionaria generino qualcosa dal nulla. In realtà, non è così. Si potrebbe pensare che se un'intera subregione dell'universo compare e comincia espandersi ci debba essere una violazione della legge di conservazione dell'energia. Potremmo pensare che se si passa da nessuno a un universo si ricava energia dal nulla. Ma le cose non sono così semplici. L'energia cinetica è positiva ma i vari tipi d'energia potenziale sono negativi e interessano qualunque corpo che sia soggetto ad una forza attrattiva come la gravità. Quando si comincia a studiarne la fisica, gli universi e le regioni al loro interno che subiscono l'inflazione rivelano proprietà davvero singolari. La Relatività Generale garantisce che la somma dei valori positivi delle energie di tutte le masse e dei loro moti è *esattamente* bilanciata dalla somma delle energie potenziali negative associate alle forze gravitazionali agenti tra esse. Una regione in espansione può comparire senza che vi sia alcuna violazione della legge di conservazione dell'energia. Si tratta di una conclusione piuttosto sorprendente, che mostra come una grande quantità di espansione inflazionaria possa essere alimentata ricorrendo a un vasto serbatoio di energia potenziale negativa.

8.5 Critiche alla teoria inflazionaria

L'aspetto più interessante della teoria inflazionaria è la sua caratteristica di essere fortemente predittiva. L'esempio forse più eclatante di questa capacità della teoria è nella predizione della quasi invarianza di scala delle variazioni spaziali dell'energia nell'universo, ampiamente confermata dalle numerose osservazioni della radiazione cosmica di fondo e della distribuzione delle galassie.

Malgrado ciò, questa teoria non è priva di problemi, che non risiedono in eventuali discrepanze tra osservazioni e previsioni, quanto nei suoi fondamenti logici.

Cominciamo dalla caratteristica fondamentale dell'inflazione, ovvero la sua inevitabilità. È veramente così? È possibile, ma allora si deve tener conto che la 'cattiva inflazione', cioè un periodo di espansione accelerata che non produce ciò che osserviamo, è più probabile di quella buona. Ad esempio, la forma esatta della curva di energia potenziale è determinata da un parametro che potrebbe, in linea di principio, assumere qualsiasi valore. In un tipico modello inflazionario, questo valore dovrebbe essere prossimo a 10^{-15} ; se si scegliesse un valore diverso - ad esempio, 10^{-12} o 10^{-10} -, si otterrebbe un'espansione con la stessa rapidità, o addirittura maggiore, ma con grandi variazioni di temperatura, in contrasto con le osservazioni. Potremmo neutralizzare la cattiva inflazione se fosse incompatibile con la vita: nonostante queste forti fluttuazioni termiche siano possibili, non le potremmo osservare. Purtroppo il ricorso a un ragionamento antropico di questo tipo non aiuta: fluttuazioni di temperatura più elevate produrrebbero un maggior numero di stelle e galassie e l'universo sarebbe più abitabile di com'è.

La situazione è anche peggiore. Negli anni '80, Roger Penrose, sulla base di considerazioni puramente termodinamiche, calcolò le possibili configurazioni di partenza dell'inflatone e del campo gravitazionale, mostrando che accanto alle configurazioni che generavano l'inflazione ne esistevano altre che conducevano a un universo uniforme e piatto anche senza inflazione. Inoltre, non solo entrambe i tipi di configurazioni sono rari, quindi la condizione di universo piatto è nel complesso improbabile, ma la probabilità che la piattezza emerga dalle configurazioni senza inflazione è molto più grande (di un fattore 10^{100}) della probabilità di un universo piatto nato da un processo inflazionario.

Molti fisici e astrofisici ritengono poco convincenti questi ragionamenti, soprattutto alla luce dell'accordo tra le previsioni formulate all'inizio degli anni '80 e le osservazioni cosmologiche oggi disponibili. Ma c'è un dettaglio non trascurabile: le previsioni dei primi anni '80 erano basate su un'interpretazio-

ne ingenua della teoria inflazionaria, che nel tempo si è rivelata sbagliata. La situazione cambiò quando si capì che l'inflazione è eterna e, come visto nella sezione precedente, dà luogo a un numero illimitato di 'isole' circondate da spazio ancora in espansione inflazionaria. Ma non è tutto: le isole non sono tutte uguali. Alcune di esse risulteranno fortemente disomogenee o curvate, semplicemente in conseguenza della natura quantistica del processo all'origine dell'inflazione eterna. In realtà, altro che alcune: il numero di queste isole è infinito. In un universo in continua espansione un numero infinito di isole avrà proprietà simili a quelle che osserviamo, e un numero infinito non le avrà. Nelle parole di Guth: *in un universo in continua inflazione, tutto ciò che può succedere succederà; e, in realtà, succederà un numero infinito di volte*. Se abbiamo un insieme infinito di oggetti, abbiamo un numero infinito di modi di estrarli, che produce un intervallo infinito di probabilità. Quindi non c'è un modo per stimare quale oggetto sia più probabile. Dunque, come possiamo dire che la nostra isola (il nostro universo) è l'eccezione alla regola se è solo una all'interno di un insieme infinito di isole? Che cosa significa che l'inflazione consente certe previsioni - ad esempio, che l'universo sia uniforme o abbia fluttuazioni invarianti di scala - se tutto ciò che può accadere accade un numero infinito di volte? E se la teoria non formula previsioni verificabili, come possiamo dire che è in accordo con le osservazioni?

Per risolvere questo problema, cosiddetto della *misura*, alcuni suggeriscono di elaborare teorie dell'inflazione che non siano eterne. Ma l'eternità è una conseguenza naturale dell'inflazione e della fisica quantistica. Per evitare il problema, l'universo sarebbe dovuto nascere in una condizione iniziale molto speciale e con una particolare forma dell'energia inflazionaria, in modo che l'inflazione termini in ogni punto dello spazio prima che le fluttuazioni quantistiche riescano a riavviarla. In questo scenario, però, il risultato osservato dipende molto dallo stato iniziale, il che contrasta con la ragione di fondo della teoria dell'inflazione: spiegare il risultato attuale indipendentemente dalle condizioni iniziali.

Sono state avanzate anche teorie radicalmente diverse. Ad esempio, Paul Steinhardt (uno dei promotori della teoria inflazionaria) ha elaborato un modello nel quale il Big Bang non è l'inizio dello spazio e del tempo, ma un 'rimbalzo' dopo una fase precedente di contrazione verso una nuova fase di espansione, accompagnato dalla creazione di materia e radiazione. Si tratta di un processo ciclico: dopo 1,000 miliardi di anni, l'espansione si capovolge in contrazione e in un nuovo rimbalzo verso una successiva espansione. Un punto chiave è che l'appiattimento dell'universo avviene prima del Big Bang, durante il periodo di contrazione. Le regioni di separazione tra le varie isole continuano a contrarsi, mentre le isole che si comportano bene rimbalzano nel tempo e si espandono. Quindi le regioni che non rimbalzano rimangono

piccole e si possono trascurare.

L'appiattimento durante la contrazione ha una conseguenza osservabile. Durante la fase di appiattimento, sia nella teoria inflazionaria che in quella di Steinhardt, le fluttuazioni quantistiche generano onde gravitazionali⁶ che lasciano un'impronta sul CMB. L'ampiezza dell'onda è proporzionale alla densità di energia. L'inflazione si sarebbe verificata quando l'universo era estremamente denso, mentre il processo equivalente nel modello ciclico avverrebbe quando l'universo è praticamente vuoto, per cui l'impronta prevista sarebbe diversa. La teoria ciclica, mostra che è possibile concepire soluzioni alternative senza il problema della corsa incontrollata verso l'eterna inflazione.

La controversia sarà risolta dai dati empirici. Esperimenti per cercare le impronte di onde gravitazionali sono al lavoro su montagne, palloni aerostatici e satelliti, e risultati affidabili cominciano ad arrivare. L'osservazione dell'impronta di un'onda gravitazionale rafforzerebbe l'inflazione, mentre la sua mancata osservazione sarebbe una sconfitta. Nel febbraio del 2014, l'esperimento BICEP2 ha annunciato l'osservazione di questa impronta gravitazionale nel CMB. Il risultato è stato, però, successivamente smentito dalle osservazioni di *Planck*. Per mantenere l'ipotesi dell'inflazione anche senza queste osservazioni, i cosmologi dovrebbero supporre che il campo dell'inflatone abbia un particolare potenziale necessario a sopprimere le onde gravitazionali, ma sarebbe una soluzione artificiosa. Molti ricercatori potrebbero essere dunque attratti da ipotesi alternative, come la teoria ciclica dell'universo - a dire il vero, attualmente non molto popolare nella comunità dei cosmologi -, che prevedono naturalmente che il segnale delle onde gravitazionali sia così ridotto da risultare impercettibile.

⁶Le onde gravitazionali sono distorsioni della trama dello spaziotempo che si propagano con velocità pari a c . Previste dalla Relatività Generale, sono state osservate direttamente per la prima volta nel settembre del 2015, con gli interferometri LIGO.

Capitolo 9

Problemi aperti

In questo capitolo finale, ci occuperemo dei problemi della Cosmologia moderna ancora in attesa di una soluzione. Per non appesantire troppo la trattazione, concentreremo la nostra attenzione su:

- la singolarità iniziale;
- la materia oscura;
- l'espansione accelerata dell'universo.

Ovviamente, l'elenco delle questioni ancora aperte non si ferma qui e comprende problemi che risalgono alle prime fasi del Big Bang. Ad esempio, non sappiamo che fine ha fatto l'antimateria. Quando l'universo si trovava a una temperatura $k_B T \geq M_p c^2$, era popolato da approssimativamente un ugual numero di fotoni, protoni e antiprotoni, in equilibrio tra loro. Oggi, osserviamo $N_p/N_\gamma \sim 10^{-9}$, ma il numero di antiprotoni, $N_{\bar{p}}$, è praticamente zero, per cui, in base alla legge di conservazione del numero barionico, negli istanti iniziali doveva essere:

$$\frac{N_p}{N_{\bar{p}}} = 1 + O(10^{-9}).$$

Da dove deriva questa iniziale asimmetria?

Anche il fatto più evidente, l'espansione cosmologica, è inspiegabile. Sebbene la Relatività Generale vieti un universo statico, questo non è sufficiente per capire l'espansione. Come mostrato nella sezione 4.4, la dinamica gravitazionale del fattore di scala cosmologico $a(t)$ è quella di una palla di cannone sparata verticalmente nel campo gravitazionale della Terra. Supponiamo di osservarla a un certo istante $t = t_0$: può essere vero che essa ha $r = r_0$ e $v = v_0$ in questo istante perché il momento prima, $t_0 - \Delta t$, era $r = r_0 - v_0 \Delta t$

e $v = v_0 + g\Delta t$, ma ciò non è una spiegazione soddisfacente del moto della palla. Tuttavia, questo è l'unico livello di spiegazione che la cosmologia classica offre: l'universo si espande ora perché lo ha fatto in passato. Questo 'problema dell'espansione' ha tutti i titoli per far parte - addirittura, forse, come il più fondamentale - del catalogo dei problemi cosmologici.

9.1 La singolarità iniziale

Il modello del Big Bang possiede una caratteristica straordinaria: inizia in un momento finito del nostro passato, a partire da uno stato di densità e temperatura infinita. Questo pone un problema molto acuto, perché la teoria di Einstein non è applicabile in tali condizioni. Proprio questa nascita singolare era risultata intollerabile agli ideatori del modello dello Stato Stazionario e li aveva indotti a cercare un'alternativa in cui l'universo non iniziasse all'improvviso in un momento storico speciale.

Agli inizi degli anni '60, però, il fisico Evgenij Lifshitz e i suoi collaboratori, sostennero che questa singolarità era del tutto fittizia e abbastanza innocua. Secondo loro, si trattava di una singolarità di natura 'topografica', generata da una scelta sbagliata delle coordinate utilizzate per descrivere l'universo, al pari di quella che si manifesta al polo sud e nord di un mappamondo, dove i meridiani s'intersecano tutti e, quindi, le coordinate geografiche degenerano in una qualche 'singolarità'. Ma questo non significa che sia successo qualcosa di particolare sulla superficie terrestre. Per risolvere il problema basta passare ad un altro sistema di coordinate in prossimità dei poli. Lifshitz e colleghi conclusero, quindi, che la singolarità del Big Bang era priva di realtà fisica: non era l'inizio dell'universo. Purtroppo, si sbagliavano.

L'idea di evitare la singolarità cambiando sistema di coordinate si dimostrò essere un'illusione. Se si analizza a fondo il problema, ci si rende conto che continuando a cambiare coordinate alla fine si resta con una singolarità reale, fisica. È come se ci trovassimo di fronte un vero buco sulla superficie terrestre: non potremmo pensare di eluderlo semplicemente cambiando coordinate geografiche.

Questa constatazione costrinse i cosmologi a riflettere meglio su cosa si debba intendere per singolarità. La riflessione decisiva fu compiuta, nel 1963, da Charles Misner, il quale si rese conto che era possibile progredire nella comprensione del problema se la singolarità non veniva interpretata come il punto in cui qualche quantità fisica diverge, ma come quello dove linea d'universo di una particella giunge alla fine e non può proseguire oltre e questo perché lo spazio e il tempo in quel luogo non esistono. Se quel punto pericoloso viene rimosso tramite un cambio di coordinate, la linea d'universo

si arresta ugualmente. In un universo privo di singolarità, si deve poter risalire senza limiti a tutte le possibili storie passate delle particelle: in nessun punto il passato finirebbe. Un universo non singolare è privo di buchi, confini o punti mancanti.

La riflessione sul significato delle singolarità, compì un'ulteriore svolta quando, nel 1965, Penrose, partendo dalla definizione di Misner, dimostrò che un buco nero ospita al suo interno una singolarità. L'anno successivo, Stephen Hawking, George Ellis e Robert Geroch generalizzarono il teorema al caso di interi universi. Infine, nel 1970, Hawking e Penrose unirono gli sforzi e dimostrarono, nell'ambito della Relatività Generale, quello oggi noto come il 'teorema della singolarità', secondo il quale, se sono verificate le seguenti condizioni:

1. lo spazio e il tempo sono sufficientemente omogenei, per cui non ci sono anomalie che interrompono le linee d'universo;
2. il viaggio nel tempo è impossibile;
3. nell'universo c'è abbastanza materia e radiazione;
4. la gravità è sempre attrattiva,

nello spaziotempo esiste almeno una linea d'universo che ha avuto un inizio. Se una o più delle condizioni viene meno, non significa che si eviti un inizio, ma solo che non avremo più un teorema e la situazione sarà indefinita: potremo avere universi singolari o non singolari, cioè senza un inizio.

Le prime tre assunzioni sono assolutamente ragionevoli (il viaggio nel tempo è un incubo peggiore dell'inizio dell'universo; il terzo requisito può addirittura essere sottoposto ad indagine sperimentale). All'epoca si riteneva anche che la quarta assunzione fosse vera per ogni forma di energia presente nell'universo (l'energia oscura era ancora di là da venire). L'unica assunzione che poteva essere messa in dubbio era il contesto, ovvero che la Relatività Generale fosse sempre vera. Sappiamo che questa teoria perde di validità negli istanti precedenti al tempo di Planck, che sono il dominio della gravità quantistica. Potrebbero intervenire fenomeni che rendono inapplicabile il teorema di Hawking-Penrose: lo spazio e il tempo potrebbero cessare di essere sufficientemente omogenei; gli effetti quantistici potrebbero rendere repulsiva l'interazione gravitazionale. In ogni caso, processi compatibili con il comportamento dell'universo in espansione che osserviamo per tempi maggiori di quello di Planck.

La singolarità, inevitabilmente, solleva la questione, non necessariamente di pertinenza della Scienza, su cosa è accaduto 'prima'. Cosa determina

l'aspetto che assume l'universo quando emerge dalla singolarità? Se lo spaziotempo non esiste prima di essa, che ne è delle leggi della Fisica? Come è possibile applicare i consueti metodi scientifici a un evento unico come la singolarità?

9.2 La materia oscura

Abbiamo già illustrato nel capitolo 6 l'importanza della densità critica ai fini del destino dell'universo: se la densità è maggiore di ρ_c , l'universo è destinato a collassare; se è minore, si espanderà per sempre. Nella stessa sezione abbiamo riportato il valore di tale parametro (vedi eq. (6.4)), il quale può essere espresso in termini della massa del Sole M_\odot , come segue:

$$\rho_c = 2.78 h^{-1} \times 10^{11} \frac{M_\odot}{(h^{-1}\text{Mpc})^3}.$$

Assumendo, grossolanamente, un valore dell'ordine di $10^{11} M_\odot$ per la massa di una galassia tipica e una distanza tipica tra le galassie dell'ordine dell'ordine del Mpc, questa espressione ci consente di affermare che l'universo non può essere molto lontano dallo stato di densità critica.

In ciò che segue, descriviamo alcuni dei metodi utilizzati per ottenere una stima ragionevolmente accurata della densità?

Conteggio delle stelle - La teoria della struttura stellare fornisce una buona stima della massa della stella in funzione della sua temperatura e luminosità. A patto di considerare regioni di spazio sufficientemente estese, è possibile stimare la densità di materiale in forma di stelle. Da questi studi si sono dedotti i seguenti limiti sul corrispondente parametro di densità¹:

$$\Omega_{\text{stelle}} = \frac{\rho_{\text{stelle}}}{\rho_c} \simeq 0.005 \div 0.010.$$

Però non tutto il materiale che siamo in grado di vedere è in forma di stelle. C'è una sostanziale quantità di gas il quale non è ancora riuscito a formare stelle. Ad esempio, all'interno degli ammassi di galassie c'è del gas estremamente caldo che emette raggi X; questo gas contiene molta più materia di quella contenuta in tutte le galassie dell'ammasso. Inoltre, è molto probabile che esista anche una considerevole quantità di gas freddo, il quale è di difficile

¹È da notare che, malgrado ρ_c dipenda da h^2 , tali limiti sono indipendenti da h . La ragione è nel fatto che essi sono dedotti dai flussi luminosi delle stelle, i quali essendo proporzionali al quadrato della distanza, dipendono anch'essi da h^2 , di modo che tale dipendenza si cancella nel valore del parametro di densità.

rivelazione. Un'altra possibilità è rappresentata dalle stelle di piccola massa la cui bassissima luminosità le rende impossibili da osservare. Quelle più importanti sono le 'nane brune' che sono stelle con una massa insufficiente per innescare la fusione nucleare. A questa classe si pensa appartengano oggetti con massa minore di $0.08 M_{\odot}$. Se per qualche ragione ci sono molti oggetti di questo tipo, essi potrebbero costituire un contributo sostanziale alla densità totale, pur essendo inosservabili.

Nucleosintesi - La teoria della nucleosintesi porta a ritenere che la materia convenzionale non sia in quantità sufficiente a realizzare la densità critica. Come abbiamo visto, questa teoria è in grado di riprodurre le abbondanze osservate degli elementi leggeri soltanto se il parametro di densità *barionica* verifica la condizione:

$$0.016 \leq \Omega_B h^2 \leq 0.026 . \quad (9.1)$$

In questa disuguaglianza la costante di Hubble appare come un'ulteriore incertezza. Poiché si ritiene che h non possa essere minore di 0.4, l'estremo superiore ci consente di affermare che la densità di materia barionica, sia essa nella forma di stelle luminose, invisibili nane brune o gas, può essere, al più, il 15 % di quella critica. Inoltre, a meno che la costante di Hubble non risulti molto grande, l'estremo inferiore della disuguaglianza suggerisce che la materia barionica sia sostanzialmente di più di quella visibile.

Dinamica Galattica - Del fatto che la materia invisibile sia in misura maggiore di quella visibile esiste anche una considerevole evidenza dinamica.

La storia di questo soggetto è sorprendentemente antica. Gli astronomi dell'800 avevano notato che il pianeta Urano deviava dall'orbita prevista. Urban Le Verrier e John Adams sospettarono che fosse l'attrazione gravitazionale di un altro pianeta a causare queste deviazioni e usarono le leggi di Newton per calcolare in quale punto del cielo avrebbe dovuto trovarsi tale pianeta. È così che, nel 1846, Johann Galle dell'Osservatorio di Berlino scoprì Nettuno. Questa tecnica è fondamentalmente la stessa che viene oggi usata per inferire la presenza di pianeti, non ancora visti, orbitanti intorno ad altre stelle e per 'pesare' i buchi neri, monitorando il moto delle stelle che orbitano intorno a essi.

L'argomento generale, quindi, è: osservare il moto di vari oggetti astronomici e valutare se il materiale visibile è sufficiente per esercitare la forza gravitazionale dedotta. Se così non è, l'eccesso di attrazione gravitazionale deve essere imputato alla presenza di materiale extra, invisibile.

Una delle applicazioni più fruttuose di questa semplice idea è alle curve di rotazione delle galassie. Una curva di questo tipo mostra la velocità della materia in rotazione nel disco galattico in funzione della distanza dal centro.

Le singole stelle si muovono su orbite determinate dalla legge di Keplero; se la galassia ha una massa $M(R)$ entro un raggio R , il bilanciamento tra l'accelerazione centrifuga e quella centripeta gravitazionale richiede che sia²:

$$\frac{v^2}{R} = \frac{GM(R)}{R^2},$$

ovvero

$$v = \sqrt{\frac{GM(R)}{R}}. \quad (9.2)$$

Al crescere di R ci aspettiamo che $M(R)$ cresca fino a raggiungere, in corrispondenza del bordo visibile della galassia, il valore della massa della galassia. Per valori di R più grandi, quindi, $M(R)$ si mantiene pressochè costante, per cui la velocità di rotazione dovrebbe diminuire in modo inversamente proporzionale a \sqrt{R} . A tali grandi distanze dal centro la velocità viene misurata per mezzo del gas interstellare periferico, e risulta, invece, approssimativamente costante (cfr Fig. 9.1). Le velocità che tipicamente si

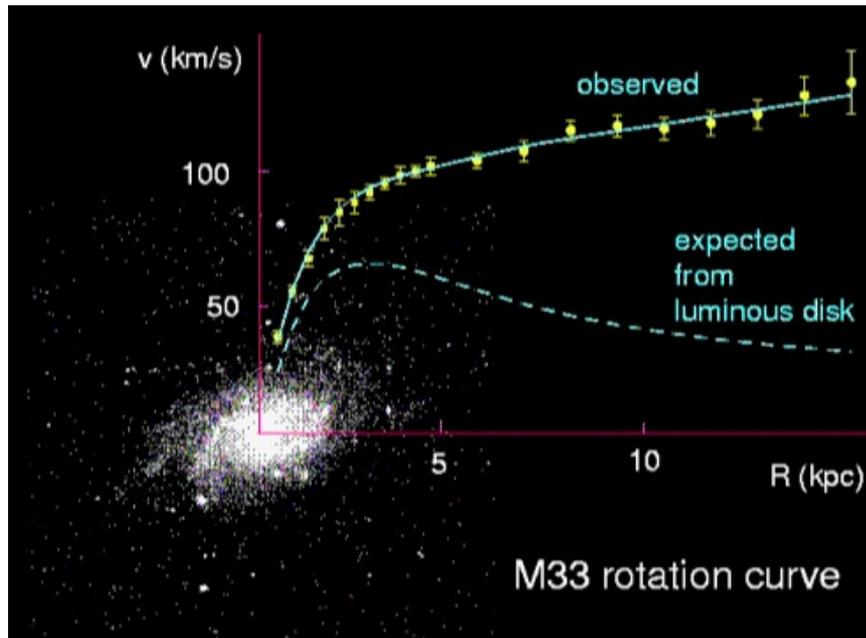


Figura 9.1: La curva di rotazione osservata per la galassia M33 si estende ben al di là della sua immagine ottica.

misurano a grandi distanze possono essere fino a 3 volte più grandi di quelle

²La massa esterna al raggio R non contribuisce all'attrazione gravitazionale per i teoremi esposti in sezione 6.

previste con l'equazione (9.2), il che implica una quantità di materia circa 10 volte maggiore di quella visibile. Questo è un esempio di **materia oscura**. Le stime standard suggeriscono che:

$$\Omega_{\text{halo}} \simeq 0.1 .$$

In base alle osservazioni presenti è possibile che questa materia possa essere interamente barionica, dal momento che il limite su Ω_{halo} è approssimativamente consistente con quello della equazione (9.1). Però, molti modelli basati su stelle di piccola massa e/o nane brune sono stati esclusi ed è difficile sostenere che l'intero alone sia composto da tali oggetti. Una alternativa molto popolare suggerisce che questa materia potrebbe essere di nuovo tipo, non-barionica e debolmente interagente con la materia convenzionale. La popolarità di questa idea nasce dalla constatazione che della materia non-barionica è necessaria se si vuole rendere la teoria della nucleosintesi compatibile con un universo con densità circa uguale a ρ_c . Generalmente, si assume che questa materia oscura non sperimenti alcun meccanismo di dissipazione in grado di concentrarla in una struttura discoidale analoga a quella secondo cui sono distribuite le stelle. Se questo è il caso, la materia oscura dovrebbe essere diffusa all'interno di una sfera, con densità massima al centro e via via decrescente allontanandosi da questo (cfr. Fig. 9.2).

Moti su grande scala - Su scale più grandi, quelle degli ammassi di galassie (svariati milioni di anni luce di diametro), troviamo lo stesso messaggio. L'argomento, in questo caso, risale al 1933 e fu proposto dal astrofisico Fritz Zwicky.

I moti casuali delle galassie che costituiscono un ammasso tendono a disperderlo. Questa tendenza è, però, bilanciata dagli effetti della gravità, la quale, se le galassie non avessero moto relativo, le farebbe cadere tutte verso il centro dell'ammasso (è il solito argomento newtoniano). Utilizzando l'effetto Doppler, Zwicky si rese conto che le galassie si muovevano troppo rapidamente: a quella velocità avrebbero dovuto volare via dall'ammasso. Perché questo potesse rimanere unito occorre l'attrazione gravitazionale di qualcosa di gran lunga più pesante delle galassie stesse.

A questa conclusione si giunge anche tramite le osservazioni nella banda dei raggi X. Gli ammassi sono pervasi da gas caldo molto rarefatto che è trattenuto all'interno dell'ammasso. Dalle emissioni X è possibile determinare temperatura e pressione del gas. Il gas è così caldo che non potrebbe in alcun caso restarsene nell'ammasso a meno che non vi sia costretto da una forza gravitazionale più forte di quella che le stelle da sole possono fornire³.

³Per completezza, occorre sottolineare che queste non sono le sole evidenze di tipo

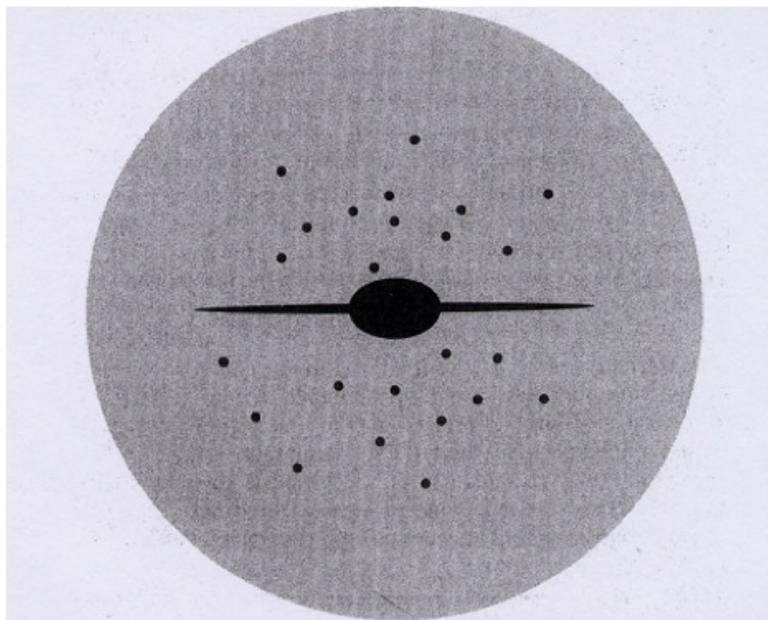


Figura 9.2: Rappresentazione schematica di un disco galattico, con alcuni ammassi globulari, immerso in un alone sferico di materia oscura.

Ulteriori evidenze a favore dell'ipotesi della materia oscura provengono dall'analisi delle anisotropie del CMB. Con riferimento allo spettro delle fluttuazioni di temperatura riportato in Fig. (8.8), l'altezza del secondo picco implica che il 5% della densità d'energia totale dell'universo è costituito da atomi ordinari, mentre il doppietto costituito dal secondo e terzo picco implica che il 26% del totale è costituito da materia oscura. Il CMB, di per sé, fornisce la prova inconfutabile dell'esistenza della materia oscura.

Ad ogni modo, le analisi delle evidenze gravitazionali, sebbene piuttosto complicate, indicano chiaramente che la densità totale di materia nell'universo, al tempo presente, deve essere:

$$\Omega_0 \geq 0.3 .$$

gravitazionale. Altrettanto importanti sono quelle provenienti dall'utilizzo del fenomeno di *lente gravitazionale* (in inglese, *gravitational lensing*) (cfr. avanti) e dallo studio del cluster di galassie noto come *Bullet Cluster*. Quelle ottenute con il *gravitational lensing* forniscono evidenza dell'effetto della materia oscura su distanze di 200 kpc, ben maggiori, quindi, dei 10 kpc tipici a cui si riferiscono le curve di rotazione delle galassie. Il *Bullet Cluster* è il risultato della collisione di due cluster più piccoli. L'analisi del cluster nella regione dei raggi X con il satellite Chandra, insieme allo studio con il *gravitational lensing*, mostra chiaramente che nel processo di fusione dei due cluster la materia oscura è passata indenne attraverso il punto di collisione, mentre quella barionica ha rallentato per attrito, condensandosi in un'unica regione al centro del nuovo cluster.

Questo vincolo è ben al di sopra del valore di Ω_0 dedotto dalla nucleosintesi, il che porta a concludere che non solo l'universo è in larga parte composto di materia oscura, ma che essa in gran parte deve essere di tipo non-barionico, piuttosto che una forma invisibile di materia convenzionale. La constatazione che la maggior parte della materia dell'universo potrebbe essere di tipo non-barionico può essere vista come una generalizzazione del Principio Copernicano: *non solo non occupiamo un posto speciale nell'universo, ma non siamo nemmeno fatti del materiale che ne domina la densità.*

Sebbene l'esistenza della materia oscura sia acclarata, non c'è consenso circa quale forma essa assuma. La spiegazione favorita, al momento, assume che essa sia costituita di particelle elementari. Inizialmente, l'attenzione dei cosmologi si rivolse al neutrino, l'unica particella, tra quelle note, le cui proprietà erano sufficientemente incerte da renderla un plausibile candidato come materia oscura. Nel Modello Standard delle particelle il neutrino è privo di massa. L'osservazione, nel 1998, del fenomeno di oscillazione tra le varie specie di neutrini, però, è un chiaro indizio del fatto che esso possiede una piccola massa (dell'ordine di qualche eV)⁴.

La grande abbondanza di queste particelle nell'universo, portò a ipotizzare che la loro densità potesse essere sufficiente per chiudere l'universo⁵. La densità richiesta è comparabile a, o leggermente maggiore di, quella imposta dai limiti sperimentali nel caso del neutrino elettronico, ma occorre tener conto anche dei neutrini associati al μ e al τ . Questi tipi di neutrini sono i candidati più probabili.

Un neutrino leggero sarebbe un esempio della cosiddetta **materia oscura calda**, nel senso che tali particelle, almeno per una certa frazione della vita dell'universo, avrebbero velocità relativistiche. Questo tipo di materia non ha proprietà favorevoli ai fini della formazione di strutture: un neutrino di questo tipo potrebbe contribuire solo a una parte della densità critica e altre forme di materia sarebbero, comunque, necessarie. La situazione sarebbe diversa se il neutrino fosse pesante. Questo tipo di particelle massive sono consentite in quanto non avrebbero una densità in numero confrontabile con quella dei fotoni, dal momento che all'equilibrio termico le particelle con massa rilevante sono più difficili da creare. Un neutrino di questo tipo è un esempio di **materia oscura fredda**, ovvero particelle relativamente pesanti che, quindi, hanno velocità trascurabile per tutta la storia dell'universo.

⁴Per la scoperta di questa sorta di metamorfosi quantistica, Arthur McDonald e Takaaki Kajita, rispettivamente responsabili degli esperimenti SNO (Canada) e Super-Kamiokande (Giappone), sono stati insigniti, nel 2015, del Premio Nobel per la Fisica.

⁵Con questa espressione si vuole indicare che la densità diviene maggiore di quella critica, cosa che comporta un universo caratterizzato da una geometria sferica, cioè chiuso (cfr. tabella 6).

Dal punto di vista della formazione di strutture, avere una certa quantità di questo tipo di materia è buona cosa, ma un neutrino pesante sarebbe in disaccordo con le attuali indicazioni sperimentali. Per tale motivo, i teorici hanno considerato la possibile esistenza di un neutrino ‘sterile’, ovvero un ulteriore tipo di neutrino non interagente tramite le interazioni fondamentali del Modello Standard delle particelle ma in grado di ‘oscillare’ con i neutrini ordinari. Negli anni passati, parecchi gruppi di astronomi attivi nel campo dei raggi X hanno rivelato l’emissione di una riga corrispondente all’energia di 3.5 keV in vari cluster di galassie e in M31. Questa riga sarebbe consistente con un neutrino sterile di massa 7 keV. Altri gruppi, però, contestano questa conclusione sulla base della sua mancata osservazione nella galassia nana DRACO. Al momento, questa discrepanza è alla base di una vivace controversia.

Una possibilità per la materia oscura è rappresentata da una popolazione di buchi neri primordiali, cioè che si sono formati nelle prime fasi della vita dell’universo piuttosto che come risultato del collasso di stelle. Però, se tali buchi neri sono costituiti di barioni, allora devono essere precedenti alla nucleosintesi in modo da non essere soggetti al vincolo imposto dalla equazione (9.1). I barioni all’interno di buchi neri già presenti prima della nucleosintesi non contribuiscono ad Ω_B in quanto non partecipano alla formazione dei nuclei.

Un’altra possibilità è rappresentata dai MACHO (MASSIVE Compact Halo Objects). Con tale termine si intendono oggetti prossima alla massa stellare, la cui natura può essere sia barionica (ad esempio, nane brune) che non-barionica. Tra tutti i candidati a materia oscura, i MACHO sono gli unici ad essere stati già rivelati. Questo è stato possibile grazie al gravitazionale lensing delle stelle nella Grande Nube di Magellano (LMC), una galassia satellite della nostra. L’idea, illustrata nella Fig. 9.3, consiste nel tenere sotto osservazione le stelle nella LMC che giacciono al di fuori (o vicino al bordo) dell’alone della nostra galassia. Se nell’alone sono presenti oggetti massivi invisibili, quando essi vengono a trovarsi molto vicino alla nostra linea di vista con una stella della LMC, il loro campo gravitazionale può curvare e focalizzare la luce proveniente da questa stella, e, quindi, essa ci apparirà, temporaneamente, più brillante. L’unico problema con eventi di questo tipo, dette microlenti, è che essi sono così rari che si è costretti a tenere sotto controllo milioni di stelle della LMC, ciascuna per alcuni giorni, per un periodo di tempo complessivo, qualora le osservazioni fossero eseguite in sequenza, di parecchi anni. Dalla metà degli anni ’90 è stato possibile osservare simultaneamente grandi quantità di stelle, e, con la sorpresa di molti, i MACHO sono stati rivelati.

Ciò che si fa è di rilevare l’andamento temporale della luminosità di una

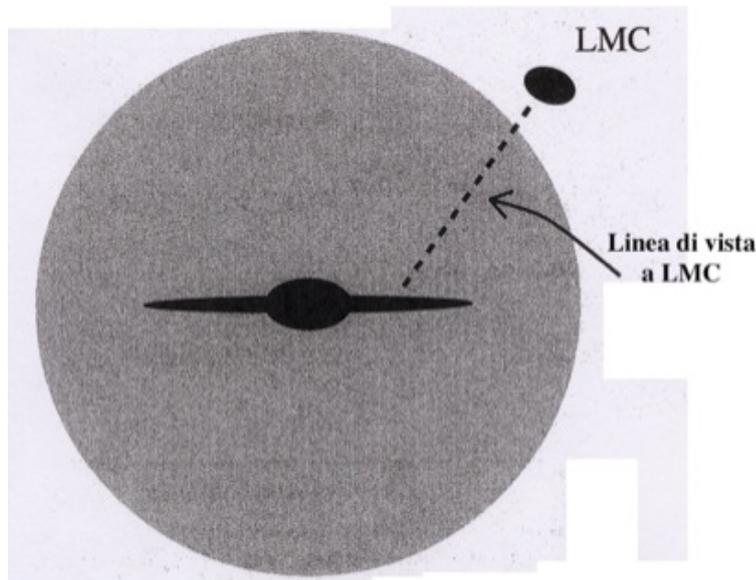


Figura 9.3: Illustrazione della strategia di ricerca dei MACHO. Guardando verso le stelle della LMC la linea di vista attraversa l'alone di materia oscura e se ci sono oggetti compatti invisibili che passano vicino alla linea di vista si può verificare il gravitational lensing di una stella della LMC.

stella nella LMC (si considera, generalmente, un periodo di tempo di circa un anno). Questi grafici, detti curve di luce, mostrano un aumento di splendore della durata di circa un mese, il quale è interpretato come un gravitational lensing, piuttosto che come una variabilità intrinseca della stella, in quanto:

- avviene una sola volta, invece che presentarsi periodicamente;
- si verifica sia nella luce blu che in quella rossa, a differenza di quanto avviene nelle stelle variabili per le quali l'entità dell'aumento è diverso per le diverse lunghezze d'onda;
- il suo andamento è perfettamente in accordo con quanto aspettato per una lente gravitazionale invisibile che si frapponga tra noi e la stella.

La massa di questi oggetti invisibili è stimata essere un po' meno di quella del Sole. Occorre, però, precisare che questi oggetti non sembrano avere una densità sufficiente per spiegare completamente l'alone galattico. Non è, a tutt'oggi, possibile escludere la possibilità che, oltre alla stella, anche queste lenti si trovino all'interno della LMC.

Abbiamo visto che l'effetto di lente gravitazionale consente di rivelare oggetti la cui massa è dell'ordine della massa solare o maggiore. I candidati

favoriti per la materia oscura non-barionica sono, però, particelle elementari di massa che, al più, è dell'ordine della frazione di grammo. Esse, quindi, non sono in grado di produrre un effetto di lente gravitazionale di entità rivelabile che consenta di rivelarle. La situazione più sfavorevole sarebbe quella in cui tali particelle interagissero con la materia ordinaria soltanto gravitazionalmente. In tal caso la rivelazione diretta di questo tipo di materia oscura sarebbe completamente al di fuori della nostra portata.

La situazione migliorerebbe, e di molto, se queste particelle sperimentassero anche la forza debole, da cui il nome di WIMP (Weakly Interacting Massive Particle)⁶. La loro massa cade nell'intervallo 1 GeV - 10 TeV. L'abbondanza attuale di queste particelle può essere predetta e risulta essere il giusto valore. Questa coincidenza è nota come 'il miracolo delle WIMP' e rappresenta il motivo principale del perché molti ripongono fiducia sull'esistenza di queste particelle. Inoltre, le WIMP emergono automaticamente in tutti i modelli che sono stati proposti per risolvere alcune situazioni problematiche nella fisica teorica. Ad esempio, particelle del tipo delle WIMP sono presenti nei modelli supersimmetrici. La supersimmetria viene introdotta per evitare che nel calcolo delle masse delle particelle le fluttuazioni quantistiche del vuoto diano luogo a quantità infinite. Come conseguenza di questa simmetria, ogni particella nota possiede un partner: il fotino per il fotone, gli squark per i quark e il selettrone per l'elettrone. Il partner supersimmetrico più leggero è un buon candidato per la materia oscura. Altri tipi di WIMP esistono nei modelli che prevedono dimensioni aggiuntive a quelle che sperimentiamo. Quindi, le WIMP sembrano essere ben motivate dal punto di vista della fisica delle particelle e della densità delle reliquie; il punto chiave è se la Natura è in accordo con le nostre speculazioni teoriche.

La scarsa intensità di queste interazioni potrebbe essere all'origine del fatto che finora tali particelle non sono state osservate, ma non esclude completamente la possibilità di una loro futura rivelazione. La strategia di rivelazione si basa sull'osservazione del rinculo di un nucleo atomico in conseguenza di un'interazione con una particella di materia oscura. Poiché il Sole orbita intorno al Centro Galattico, i rivelatori sulla Terra si muovono a tutti gli effetti attraverso un 'vento' di WIMP. Queste particelle si muovono in direzioni casuali nella Galassia e il moto del Sole si traduce in una velocità relativa media tra noi e le WIMP. Oltre a questo, poiché la Terra si muove intorno al Sole, questa velocità relativa varia a seconda del periodo dell'anno, per cui il tasso di conteggio dei rivelatori deve essere affetto da una modulazione che

⁶È esclusa la possibilità di interazione elettromagnetica e forte. In tal caso, infatti, queste particelle sarebbero visibili attraverso la loro interazione diretta con la materia convenzionale.

varia in modo sinusoidale con il periodo dell'anno, con un picco in giugno e un minimo in dicembre.

Di tutti gli esperimenti approntati per osservare questo effetto, solo uno, l'italiano DAMA, presso il Laboratori INFN del Gran Sasso, ha rivelato un segnale interpretabile come la modulazione annuale prevista per il segnale di WIMP (Fig. 9.4). Purtroppo, nessun esperimento diverso da DAMA ha

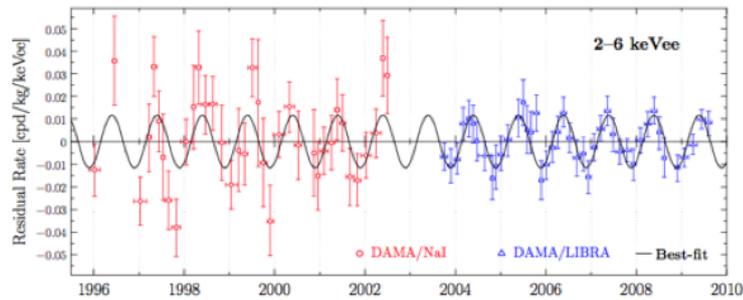


Figura 9.4: Dati dell'esperimento DAMA, che mostrano una modulazione annuale consistente con l'ipotesi di moto del rivelatore attraverso un 'vento' di WIMP.

rivelato questo effetto. Questo, però, non significa automaticamente che gli altri esperimenti escludono i risultati di DAMA come dovuto a WIMP, perché tutti i rivelatori sono di materiali diversi. DAMA è l'unico esperimento che utilizza come elementi rivelatori dei cristalli di ioduro di sodio (NaI). Ad esempio, LUX e XENON utilizzano rivelatori allo xenon, mentre CDMS (e SuperCDMS) utilizza rivelatori al germanio, che sono nuclei molto più pesanti di quelli di sodio e iodio di cui sono costituiti i rivelatori di DAMA. Questo significa che il confronto di esperimenti diversi richiede un input teorico: la conoscenza delle sezioni d'urto di diffusione delle WIMP da parte dei nuclei dei vari materiali impiegati nei rivelatori. A causa delle incertezze in tali presupposti teorici, risulta difficile conciliare i risultati positivi di DAMA con i risultati negativi degli altri esperimenti. Il motivo per cui il risultato di DAMA rimane così interessante è che non vi è altra spiegazione nota della modulazione annuale osservata. C'è bisogno di altri esperimenti che utilizzano lo stesso materiale usato nei rivelatori di DAMA, ma in un luogo diverso. Questi esperimenti sono ora in corso (SABRE, COSINE-100, ANAIS), per cui nei prossimi cinque anni si dovrebbe arrivare a confermare o escludere l'osservazione di DAMA.

In questo momento, in varie parti del mondo, sono in operazione molti esperimenti il cui scopo è quello di rivelare le WIMP, ma nessuno è ancora stato in grado di stabilirne l'esistenza. La difficoltà di questi esperimenti risiede nel fatto che la frequenza d'interazione tipica aspettata per tali parti-

celle è molto bassa: circa un evento al giorno per chilogrammo di materiale. Allo scopo di evitare la confusione con altri tipi di interazione, quali quelli indotti dai raggi cosmici e quelli associati a prodotti di decadimenti radioattivi, si è reso necessario porre gli apparati sperimentali nel sottosuolo o sotto montagne. I rivelatori oltre a essere schermati dalla radioattività ambientale della miniera, operano a temperature estremamente basse.

Un altro candidato del tipo particella non-barionica è l'*assione*. Questa particella ha fatto la sua comparsa sulla scena verso la fine degli anni '70 per risolvere il problema della violazione della simmetria combinata di carica e parità (CP) nelle interazioni forti. Per descrivere questo tipo di interazioni (responsabili, ad esempio, del legame dei quarks all'interno dei protoni), disponiamo di una teoria nota come Cromodinamica Quantistica (QCD). Questa teoria, fino ad oggi non smentita da alcuna osservazione sperimentale, insieme a una profonda comprensione di molte questioni fondamentali, porta anche a un enigma di natura teorica. Essa, infatti, dipende da due parametri fondamentali adimensionali i cui valori possono essere determinati soltanto per via sperimentale. Il primo, α_s , determina la forza dell'interazione e il suo valore sperimentale è, grosso modo, è dell'ordine dell'unità, anche se il numero esatto dipende dalla scala d'energia a cui si esegue la misura. Il secondo, θ , misura l'entità della violazione di CP nelle interazioni forti. La teoria impone soltanto che il valore di θ , che è un parametro angolare, sia compreso nell'intervallo $[-\pi, \pi]$, e anche in questo caso sarebbe naturale aspettarsi un valore dell'ordine dell'unità. Invece, dai limiti sperimentali sul momento di dipolo elettrico del neutrone (una quantità che viola la simmetria CP), si deduce che il valore assoluto di questo angolo deve essere inferiore a 10^{-10} . Tale valore molto piccolo viene considerato altamente innaturale per un parametro adimensionale. Sarebbe sicuramente più naturale se, per qualche motivo, θ risultasse essere uguale a zero e, quindi, la QCD fosse una teoria che conserva la simmetria CP, in accordo con le osservazioni. I fisici Roberto Peccei e Helen Quinn hanno ipotizzato un meccanismo - nel suo aspetto fondamentale (rottura spontanea di una simmetria) analogo a quello responsabile dell'esistenza del bosone di Higgs - che genera una particella di spin zero e massa nulla. Per motivi di consistenza, però, questo meccanismo deve essere modificato conferendo all'assione una piccolissima massa.

Immediatamente dopo la proposta Peccei-Quinn, ci si rese conto che lo stesso fenomeno dinamico responsabile dell'annullamento di θ rendeva possibile la generazione, da parte del vuoto quantistico, di una popolazione di assioni di momento nullo i quali dovrebbero oggi pervadere l'intero universo osservabile. Per certi valori della loro massa, questo 'mare' di assioni potrebbe contribuire alla materia oscura. Da considerazioni di natura astrofisica, è possibile inferire per la massa dell'assione un limite superiore di circa

15 meV; un limite inferiore proviene da considerazioni di carattere cosmologiche e dipende fortemente dalla storia termica dell'universo. L'intervallo di massa $(6 \div 200) \times 10^{-13}$ eV, infine, risulta escluso dalle osservazioni di onde gravitazionali condotte da LIGO.

Come detto, tra gli indizi fondamentali a favore dell'esistenza della materia oscura uno dei più solidi è rappresentato dal fatto che i gas e le stelle si muovono nelle galassie ad alta velocità. Nel trarre questa inferenza abbiamo utilizzato la teoria standard della gravità, che, nel caso specifico, si riduce alla legge di Newton per la forza di attrazione gravitazionale. Questa legge, però, è stata verificata con sufficiente accuratezza soltanto nell'ambito del Sistema Solare: applicarla su scale di distanza centinaia di milioni di volte più grandi è soltanto una estrapolazione.

Una legge di gravità diversa, operante sulle lunghe distanze, non potrebbe ovviare alla materia oscura? Il fisico Mordechai Milgrom, ha ipotizzato che la legge di Newton dell'inverso del quadrato della distanza sottostimi la vera forza di gravità quando essa diviene minore di un certo particolare valore. Questa proposta, nota come MOND (MODified Newton Dynamics), non violerebbe nessun esperimento od osservazione fin qui noti, ma ha consentito a Milgrom di reinterpretare gran parte dei dati senza far ricorso alla materia oscura.

Ad esempio, la teoria MOND potrebbe dar luogo a configurazioni di moti stellari all'interno di una galassia che nel contesto tradizionale non potrebbero mai verificarsi, in quanto richiederebbero che in alcune regioni esista una densità *negativa* di materia oscura. Altri controlli hanno a che fare con l'effetto della gravità sui raggi luminosi. Le teorie "convenzionali" predicano come la luce viene deflessa dal campo gravitazionale di un corpo; sia la materia oscura che la radiazione contribuiscono a tale deflessione. La teoria MOND è meno specifica su questo aspetto, perché la gravità modificata potrebbe non aumentare la deflessione della luce dello stesso fattore con cui aumenta l'intensità della gravità che agisce su stelle e gas.

La MOND ha implicazioni che le conferiscono un aspetto poco gradevole⁷: essa distruggerebbe completamente l'integrità della Relatività Generale, una teoria che è sopravvissuta a controlli sperimentali sorprendentemente precisi. Non sarebbero sufficienti aggiustamenti lievi o sostituzioni di parti difettose: ci ritroveremmo in uno stadio pre-newtoniano. Un prezzo troppo alto da pagare. Inoltre, questa teoria è, per così dire, "sintonizzata" sulle sole evidenze di natura gravitazionale, ma non dice nulla sulle evidenze derivanti dalla struttura dello spettro delle fluttuazioni di temperatura nel CMB. È

⁷Con le parole dell'astronomo reale britannico, Sir Martin Rees, "... se fosse in vendita in un supermercato, sarebbe l'ultima cosa che mi verrebbe in mente di acquistare".

opportuno notare, però, che, in anni recenti, la mancata osservazione di ogni candidato materia oscura proposto ha spinto alcuni teorici a esplorare la strada delle modifiche all'interazione gravitazionale, diverse da quelle proposte dalla MOND.

Tutto sommato, perché l'esistenza della materia oscura dovrebbe essere così sconvolgente? Perché mai tutta, o quasi tutta, la materia gravitante dell'universo dovrebbe risplendere? La materia oscura può assumere molte forme, e nessuna di esse sembra da escludere *a priori*. La sfida in campo è quella di discriminare tra le tante opzioni e restringere la lista dei candidati. Se, in qualche futuro, la ricerca della materia oscura non avesse portato assolutamente a nulla e tutte le opzioni credibili fossero state eliminate, allora potrebbe esserci una motivazione più forte per la teoria MOND, o per una qualunque altra modifica della Relatività Generale.

9.3 L'espansione accelerata dell'universo

Come abbiamo visto nella sezione precedente, la misura delle dimensioni angolari delle anisotropie del CMB è in ottimo accordo con l'ipotesi che la densità media dell'universo sia uguale a quella critica, ovvero che la geometria dell'universo sia piatta. Questa è esattamente la predizione della teoria inflazionaria.

Tuttavia, nella sezione precedente abbiamo visto che, compresa la materia oscura fredda, le osservazioni sperimentali dimostrano che la materia rappresenta, al più, solo il 30% circa della densità critica. Questi due risultati indicano, chiaramente, che deve esistere un qualche altro tipo d'energia uniformemente distribuita nello spazio, la quale, sebbene ininfluenza sulla formazione delle strutture a livello locale, deve rappresentare circa il 70% della densità critica.

Motivati da questo enigma, negli anni '90, due gruppi di astronomi, il Supernova Cosmology Project, guidato da Saul Perlmutter di Berkeley, e lo High-z Supernova Search, guidato da Brian Schmidt dell'osservatorio australiano di Mount Stromlo, iniziarono uno studio sistematico delle supernove Ia esplose tra 4 e 7 miliardi di anni fa, quando l'universo aveva da metà a circa 2/3 dell'età attuale. Lo scopo di questo studio era quello di misurare il parametro di decelerazione q dell'universo. All'inizio del 1998, i due gruppi presentarono i risultati mostrati in Fig. 9.5.

Questa figura è sorprendente: le supernove lontane sono più deboli del previsto (maggiore è la magnitudine, minore è l'intensità luminosa). La differenza è lieve, dato che la loro luminosità è, in media, solo del 25 % minore

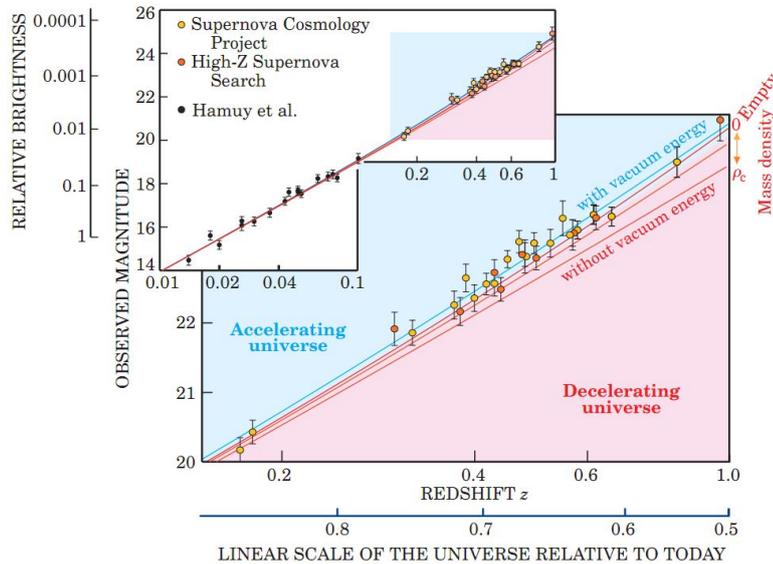


Figura 9.5: Andamento sperimentale della magnitudine in funzione del redshift z per le supernove distanti e quelle vicine (nell'inserito). Per $z > 0.1$ (distanze maggiori di circa 10^9 anni luce) le predizioni cosmologiche (indicate dalle curve) iniziano a differenziarsi dipendendo dalla densità cosmica di materia e dall'entità della costante cosmologica. Le curve rosse corrispondono a modelli con costante cosmologica nulla e densità di materia variabile tra ρ_c e zero. La curva blu si riferisce a un modello dove a una densità di materia pari a $\rho_c/3$ è aggiunta una costante cosmologica di densità doppia ($\Omega_\Lambda = 2/3$). I punti sperimentali appaiono meglio rappresentati da quest'ultima, una chiara indicazione a favore di un'espansione accelerata dell'universo.

di quanto aspettato, ma tale risultato è sufficiente a mettere in dubbio le teorie cosmologiche convenzionali da lungo tempo accettate.

Prima di lanciarsi in spiegazioni azzardate, la comunità degli astrofisici intraprese la strada delle spiegazioni convenzionali. Si può, ad esempio, pensare che questo affievolimento sia dovuto a della polvere cosmica che oscura parte della luce emessa da queste supernove. Questa possibilità è da escludere in quanto i grani di polvere tenderebbero a estinguere maggiormente la luce blu, e quindi le supernove apparirebbero più rosse. Inoltre, la polvere cosmica, a meno di essere diffusa nello spazio in modo perfettamente uniforme, introdurrebbe una notevole variabilità nelle misurazioni, cosa che non si osserva. Questa ipotesi fu definitivamente scartata nel 2001 quando Adam Riess, analizzando le osservazioni dello HST, annunciò la scoperta di una supernova (battezzata SN1997ff) esplosa 10 miliardi di anni fa. Dato lo spostamento verso il rosso della luce dell'esplosione, l'oggetto appariva

molto più brillante di quanto avrebbe dovuto essere se l'ipotesi dell'universo 'polveroso' fosse stata vera.

L'altra possibilità è che le supernove lontane siano in qualche modo diverse da quelle vicine: forse originate da stelle più giovani, che contengono meno elementi pesanti rispetto ai valori tipici riscontrati in galassie più mature. In realtà, l'analisi presentata dai due gruppi tiene già conto di simili differenze tramite correzioni che funzionano bene quando sono applicate alle galassie vicine, le quali variano ampiamente per età, composizione e tipi di supernove osservate.

Eliminate quelle "banali", la spiegazione più plausibile per la luminosità inaspettatamente debole delle supernove lontane è che esse siano più distanti di quanto indichi il loro redshift. Questo diviene perfettamente spiegabile se ammettiamo che nel passato l'universo si espandeva più lentamente di quanto si deduce a partire dalla velocità d'espansione attuale (questa situazione è rappresentata in Fig. 9.6) Detto in un altro modo, *l'universo sta attraver-*

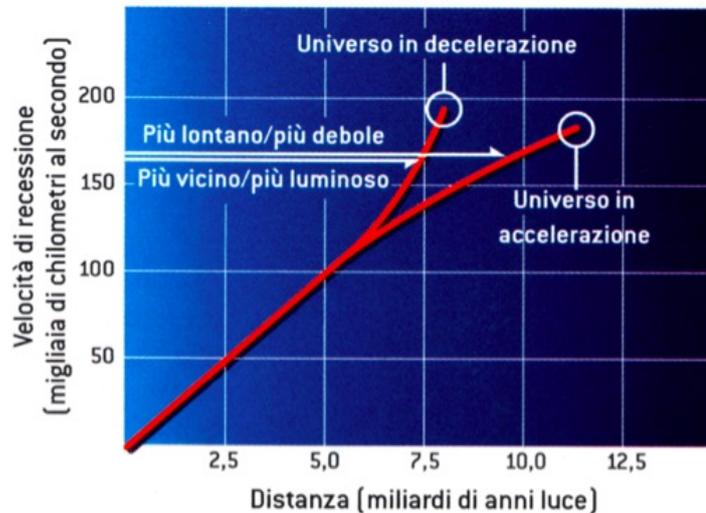


Figura 9.6: Relazione tra luminosità di una supernova e tasso d'espansione dell'universo. Se l'universo decelerasse la supernova risulterebbe più vicina e più brillante di quanto previsto; se, viceversa, l'espansione stesse accelerando, la supernova sarebbe più lontana e più debole.

sando una fase di espansione accelerata. Questo significa che, dopo tutto, Einstein non aveva torto: nell'universo l'attrazione gravitazionale della materia ordinaria è contrastata dalla repulsione di un'**energia oscura** associata

a una costante cosmologica⁸. Forse c'è molta più profondità negli abbagli di un genio che nelle idee corrette degli uomini normali.

È evidente che esistono motivi per ritenere che questo stato di espansione accelerata non possa aver caratterizzato tutta l'evoluzione dell'universo. Se così fosse, infatti, come spiegare l'esistenza delle strutture cosmiche che si osservano oggi? L'espansione accelerata avrebbe smembrato queste strutture prima che avessero il tempo di formarsi. Inoltre, nell'ipotesi di un'accelerazione presente fin dall'inizio, due aspetti chiave dell'universo primordiale, ovvero l'andamento delle fluttuazioni nella temperatura del CMB e l'abbondanza degli elementi leggeri, non sarebbero in accordo con le osservazioni attuali.

I dati del 1998 mostrano che la fase di accelerazione è iniziata intorno a 5 miliardi di anni fa (vedi Fig. 9.7). Da allora ulteriori prove dell'esattezza di questa conclusione sono andate accumulandosi. Grazie a un nuovo strumento installato nel 2002 sullo HST, un gruppo guidato da Riess individuò 6 supernove Ia esplose quando l'universo era grande meno della metà di oggi, cioè circa 7 miliardi di anni fa. Insieme alla 1997ff queste erano le supernove più lontane scoperte finora. Le osservazioni confermarono l'esistenza di una fase remota di decelerazione, stabilendo che il periodo di passaggio alla fase di accelerazione risaliva a circa 5 miliardi di anni fa.

I dati di Fig. 9.5, e quelli successivi raccolti della collaborazione SCP, erano meglio riprodotti da un modello di universo dominato da una costante cosmologica che da un modello piatto dominato dalla materia. In particolare, le osservazioni erano riprodotte se i seguenti valori erano assunti:

$$\Omega_m = 0.27 \pm 0.04 \quad \Omega_\Lambda = 0.73 \pm 0.04 . \quad (9.3)$$

Questi valori erano in buon accordo con quelli provenienti da osservazioni di tipo diverso, in particolare da quelle relative al CMB e dalla misura di Ω_m desunta dall'inventario degli ammassi di galassie. Combinando queste misure, nello spazio dei parametri $\Omega_m - \Omega_\Lambda$ si evidenziava una rassicurante sovrapposizione per le regioni individuate da questi tre tipi di osservazioni cosmologiche (vedi Fig. 9.8).

Il risultato (9.3) rappresenta una ulteriore rivoluzione nella nostra concezione del cosmo e del nostro ruolo in esso. La materia ordinaria (protoni,

⁸Occorre menzionare anche un'altra possibile spiegazione di tali osservazioni. Qualora non fossimo a conoscenza dei risultati sull'anisotropia del CMB, potremmo ammettere che lo spazio ha curvatura negativa. In tal caso, infatti, l'enorme sfera di radiazione emessa da un'antica supernova avrebbe una superficie maggiore che non in uno spazio piatto, e ciò farebbe apparire la sorgente insolitamente fioca. La grande sorpresa è che, come evidente dalla Fig. 9.5, le supernove lontane sono più deboli di quanto sarebbe prevedibile anche in un universo vuoto (massima curvatura negativa).

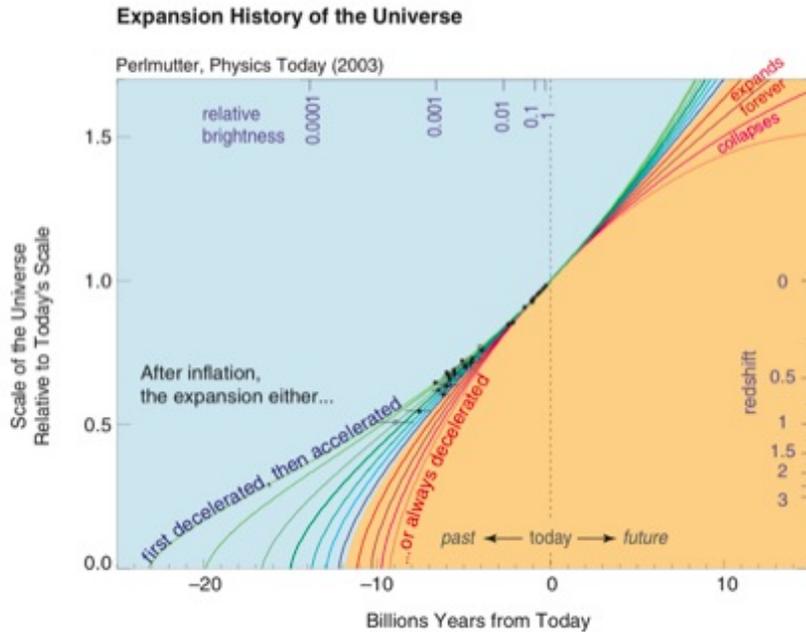


Figura 9.7: La storia dell'espansione cosmica come risulta dalla misura delle supernove Ia lontane nell'ipotesi di geometria piatta. Il fattore di scala al tempo presente è assunto uguale a 1, così da renderlo uguale a $1/(1+z)$. Le curve nella regione celeste rappresentano modelli cosmologici in cui l'effetto accelerante della costante cosmologica prevale su quello frenante della materia. Queste curve assumono una densità associata alla costante cosmologica variabile tra $0.95\rho_c$ (curva superiore) e $0.4\rho_c$. Nella regione gialla, le curve rappresentano modelli in cui l'espansione cosmica decelera a causa di un'alta densità di materia. Quest'ultima è assunta variare tra $0.8\rho_c$ e $1.4\rho_c$ (da sinistra a destra). In effetti per le ultime due curve, l'espansione alla fine si arresta e si inverte in un collasso cosmico.

neutroni, elettroni) contribuisce alla densità dell'universo con un misero 5%; esiste una non ben identificata materia oscura che pesa almeno 5 volte tanto; e la maggioranza della massa-energia dell'universo è dovuta a una altrettanto misteriosa, e del tutto diversa, energia oscura, distribuita in modo uniforme nello spazio. Questo scenario rappresenta l'incarnazione estrema del Principio Copernicano: *non solo non siamo più al centro dell'universo, ma la materia di cui siamo composti non è che un'impurità poco diffusa nel cosmo.* Se nel progetto generale dell'universo si fossero lasciati da parte protoni, neutroni ed elettroni, la sua energia totale sarebbe diminuita di poco. Per questo fondamentale risultato, Perlmutter, Schmidt e Riess sono stati insigniti del Premio Nobel nel 2011.

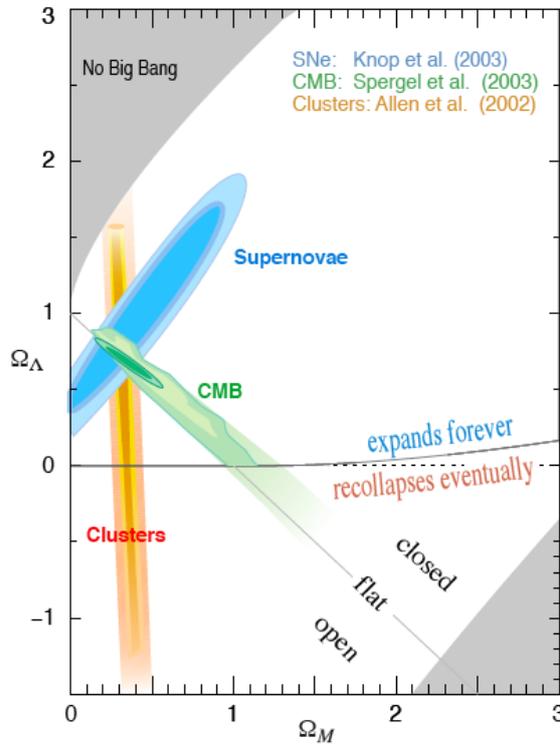


Figura 9.8: I risultati ottenuti dalle misure delle supernove lontane, del CMB e degli ammassi di galassie, riportate nel piano $(\Omega_m - \Omega_\Lambda)$, convergono in prossimità del punto $\Omega_m = 0.3$, $\Omega_\Lambda = 0.7$. Nella figura è anche indicata la predizione inflazionaria $\Omega_\Lambda + \Omega_m = 1$, mentre la curva nera separa un universo in espansione eterna da uno che termina in un ‘Big Crunch’.

Recentemente, grazie ai dati sul CMB raccolti dal satellite *Planck*, è stato possibile aggiornare valori di eq. (9.3)⁹:

$$\Omega_m = 0.308 \pm 0.012 \quad \Omega_\Lambda = 0.692 \pm 0.012 . \quad (9.4)$$

La situazione è riassunta nel grafico a torta di Fig. 9.9. È da precisare che questi valori di densità sono ottenuti dal fit dei dati assumendo un modello di universo piatto, ovvero densità totale $\Omega_0 = 1$, contenente materia oscura fredda e in cui l'energia oscura si comporta come una costante cosmologica (ovvero, w , il coefficiente di proporzionalità tra pressione e densità, è uguale a -1). Si tratta del cosiddetto **modello Λ CDM**, il modello, al momento, più

⁹Il contributo Ω_m consiste di una componente di materia ordinaria e una di materia oscura. Quest'ultima risulta essere $\Omega_{\text{dm}} = 0.258$.

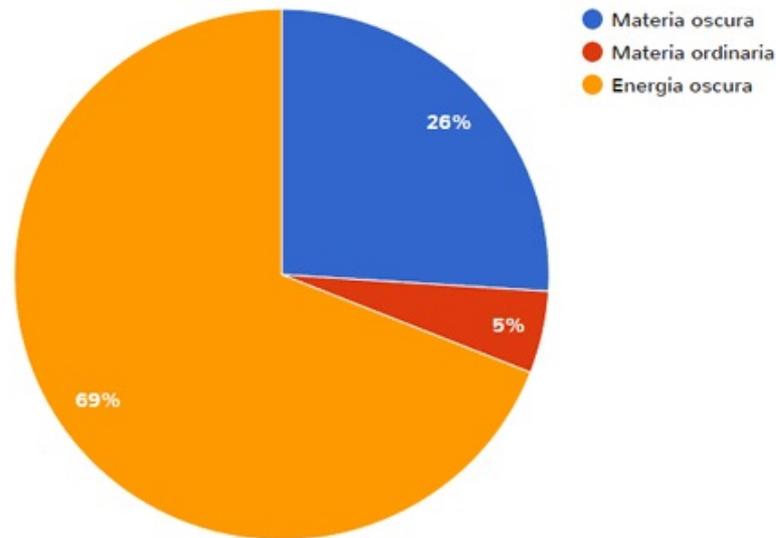


Figura 9.9: Ricetta per l'universo.

semplice che consente di spiegare le osservazioni cosmologiche. Per maggiori dettagli, si rimanda all'Appendice D.

Per correttezza storica, occorre precisare che indizi indiretti sull'esistenza dell'energia oscura erano stati accumulati già a metà degli anni '90, quando la comunità dei cosmologi aveva cominciato a prendere coscienza del *problema dell'età dell'universo*.

In un universo dominato dalla materia e con densità critica, in base alla terza delle equazioni (6.16), risulta che l'età è data da:

$$t_0 = \frac{2}{3} \frac{1}{H_0}.$$

Per un valore della costante di Hubble di circa $70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, il limite superiore per l'età di un universo piatto è circa 10 miliardi di anni. Ma è abbastanza? Dipende dall'età degli oggetti più antichi che si riescono a datare. Tra le stelle più antiche della nostra galassia vi sono quelle presenti negli ammassi globulari; alcuni di essi si trovano ai margini della Via Lattea e, pertanto, si ritiene che si siano formati prima di essa. Le stime della loro età, basate sul calcolo della velocità con cui le stelle bruciano il loro combustibile nucleare, si collocano tra i 10 e i 13 miliardi di anni. A questa stima, inoltre, occorre aggiungere un altro miliardo di anni per tener conto della loro formazione.

Sembra, quindi, che questi oggetti siano più vecchi dell'universo. È evidente che non può essere così. Come è possibile riconciliare queste osservazioni? Un universo aperto ($\Omega_0 < 1$), aiuterebbe. In questo caso, infatti, ci sarebbe meno materia e, quindi, l'attrazione gravitazionale impiegherebbe più tempo a rallentare l'espansione¹⁰. Nel limite $\Omega_0 \rightarrow 0$ la gravità è assente, per cui non è presente alcuna decelerazione. In questa situazione risulterebbe $t_0 = 1/H_0$ e il problema scomparirebbe. Nella Fig. 9.10 si vede che l'età determinata dal valore misurato di H_0 è consistente con i 12 miliardi di anni per l'età degli ammassi globulari solo per $\Omega_0 < 0.3$. Questo risultato è

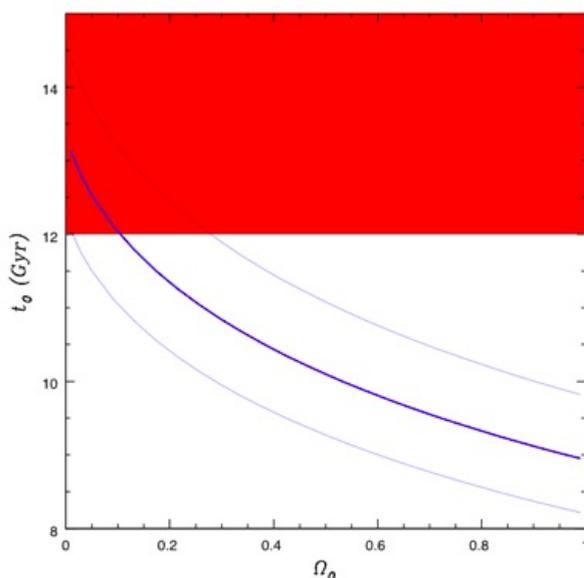


Figura 9.10: Età di un universo dominato dalla materia come funzione di Ω_0 . Le curve blu mostrano i limiti di età consistenti con l'attuale misura della costante di Hubble e della sua incertezza. L'area rossa è la regione consistente con le età degli ammassi globulari, $t_0 > 12$ miliardi di anni.

conciliabile con la densità critica richiesta dalla misura della anisotropie del CMB soltanto se introduciamo una costante cosmologica che copre il restante 70 %. Questa ha un effetto, ai fini dell'aumento di t_0 , ben più rilevante di quello dell'ipotesi $\Omega_0 < 1$.

La storia potrebbe fermarsi qui con un lieto fine: un modello fisico completo dell'espansione cosmica, se non fosse per due imbarazzanti problemi sollevati dalla presenza della costante cosmologica.

¹⁰Questo argomento è uno dei più forti contro l'idea di un universo chiuso ($\Omega_0 > 1$).

Nella Relatività Generale classica la costante cosmologica Λ è un parametro completamente libero. Essa ha le dimensioni $[\Lambda] = [\text{lunghezza}]^{-2}$ e, quindi, definisce una scala di lunghezza, di cui è priva la Relatività Generale. Questo implica che, a partire da considerazioni puramente classiche, non possiamo mai dire se un valore specifico di Λ è ‘grande’ o ‘piccolo’: è una costante di natura che dobbiamo cercare di determinare attraverso l’esperimento.

L’introduzione della Meccanica Quantistica cambia la situazione, in quanto consente di definire una scala gravitazionale: la lunghezza di Planck introdotta in sezione 7.5. Quindi, esiste un valore naturale per la costante cosmologica dato da:

$$\Lambda^{(\text{th})} \sim \frac{1}{l_{\text{P}}^2},$$

o, in termini di densità di energia:

$$\rho^{(\text{th})} \sim m_{\text{P}}^4 \sim (10^{19} \text{ GeV})^4 \simeq 10^{112} (\text{eV})^4. \quad (9.5)$$

Possiamo, parzialmente, giustificare questa assunzione partendo dalle fluttuazioni quantistiche del vuoto. Questo risulta riempito di particelle virtuali di tutte le energie che compaiono e scompaiono continuamente. Ciascuna di queste particelle fornisce un contributo all’energia del vuoto e il risultato complessivo è rappresentato da un integrale esteso su tutte le energie possibili per queste fluttuazioni. Sfortunatamente, questo integrale diverge, per cui l’energia del vuoto risulta essere infinita. Però, la divergenza proviene dalle fluttuazioni di più alta energia, che, forse, è sbagliato includere nel calcolo dal momento che non sappiamo cosa potrebbe accadere a tali scale d’energia. Per tener conto di questa ignoranza potremmo introdurre una energia massima, ignorando tutti i contributi al di sopra di questa nella speranza che una teoria più fondamentale (da scoprire) renda plausibile tale artificio. La stima (9.5) è ottenuta applicando questa linea di ragionamento, assumendo come energia massima la massa di Planck. Invece, il valore ottenuto dalle osservazioni cosmologiche, eq. (9.4), risulta essere:

$$\rho^{(\text{obs})} \sim (3 \times 10^{-3} \text{ eV})^4 \simeq 10^{-10} (\text{eV})^4, \quad (9.6)$$

ben *122 ordini di grandezza più piccolo di quello teorico*¹¹.

Chiaramente la stima teorica è sbagliata: se fosse vera, un’accelerazione di proporzioni epiche distruggerebbe atomi, stelle e galassie. È stato proposto

¹¹Ovviamente, il fattore 10^{122} dipende dal fatto che la densità di energia ha le dimensioni [energia]⁴. Possiamo esprimere l’energia del vuoto in termini di una scala di massa, che risulta essere $m^{(\text{obs})} \sim 10^{-3} \text{ eV}$, per cui: $m^{(\text{obs})} \sim 10^{-31} m_{\text{P}}$. Il disaccordo rimane sempre notevole.

che qualche simmetria non ancora scoperta nella fisica fondamentale provochi la cancellazione degli effetti molto grandi, annullando l'energia del vuoto. Un esempio di questo tipo è la **supersimmetria**, a cui abbiamo già accennato nella sezione precedente. Dal momento che le fluttuazioni quantistiche delle coppie di particelle virtuali forniscono energia positiva ai fermioni ed energia negativa ai bosoni, in un mondo in cui la supersimmetria fosse pienamente realizzata una particella e la sua partner supersimmetrica avrebbero massa identica e, quindi, l'energia del vuoto si annullerebbe.

Tuttavia, nel mondo reale sappiamo che non può esistere un seletttrone leggero quanto un elettrone, perché altrimenti sarebbe già stato rivelato negli esperimenti agli acceleratori. La supersimmetria, quindi, deve essere rotta, e questo fa pensare che il vuoto abbia un'energia finita diverso da zero. I fisici hanno costruito modelli di rottura di supersimmetria che forniscono una densità d'energia del vuoto più piccola di svariati ordini di grandezza rispetto alla stima (9.5), ma anche così la densità ottenuta è di gran lunga maggiore di quanto indichino le osservazioni cosmologiche ($\rho^{(\text{th})} \sim 10^{55} \rho^{(\text{obs})}$).

Se l'energia oscura si spiega in termini di una costante cosmologica, la domanda è: come mai questa costante si rivela così esigua? Martin Rees e Steven Weinberg hanno proposto una risposta di tipo **antropico**. Forse il nostro universo è solo uno di una moltitudine di universi, in ciascuno dei quali l'energia del vuoto ha un valore diverso. Gli universi con energia del vuoto molto maggiore del valore (9.6) potrebbero essere i più comuni, ma essi si espandono troppo rapidamente per formare stelle e pianeti, con relativi esseri viventi. Gli universi con valori molto più piccoli di quello (9.6) potrebbero essere molto rari; il nostro farebbe parte del ristretto insieme di universi caratterizzati da un valore ottimale, nel quale potrebbero esistere esseri intelligenti capaci di riflettere sull'universo. Proprio Weinberg, in un famoso articolo del 1987, dimostrò che se la costante cosmologica fosse stata più grande di un ordine di grandezza o due rispetto al limite dedotto dalle osservazioni, le galassie, le stelle e i pianeti non si sarebbero formati.

L'esistenza di un multiverso non è solo un sottoprodotto dell'inflazione eterna, ma, apparentemente, anche una conseguenza della teoria delle stringhe, una delle teorie che aspirano a unificare tutte le forze della natura. I calcoli effettuati da Raphael Bousso e Joseph Polchinski in base alla versione della teoria delle stringhe detta teoria-M, fanno ritenere che ci possano essere addirittura dell'ordine di 10^{500} diversi spaziotempi, o universi, ognuno caratterizzato da valori diversi delle costanti fisiche e del numero di dimensioni spaziali.

Un'alternativa alla costante cosmologica è stata avanzata da Robert Caldwell, Rahul Dave e Paul Steinhardt, e prevede l'esistenza di un nuovo campo

a cui è stato imposto il nome di **quintessenza**¹². Si tratta di un campo dinamico il quale, a differenza della costante cosmologica che si mantiene sempre allo stesso valore, interagisce con la materia ed evolve nel tempo. In altre parole, per tale campo w non ha un valore fisso, ma è comunque minore di $-1/3$ in modo da dar luogo ad una gravità repulsiva. La quintessenza può assumere molte forme, ma il modello più semplice prevede un campo quantistico la cui energia varia così lentamente da simulare un'energia del vuoto costante. Poiché la pressione è meno negativa, la quintessenza non accelera l'universo tanto quanto fa l'energia del vuoto; alla fine, sarà questo che consentirà di decidere tra queste due alternative.

Un'altra differenza è che, al contrario della costante cosmologica, il campo della quintessenza può andare incontro a vari tipi di evoluzione complessa. Il valore di w può essere positivo, poi negativo, poi ancora positivo e avere valori diversi in vari punti. Tale disuniformità potrebbe essere rivelata con uno studio a più alta risoluzione angolare del CMB.

Qualunque sia l'origine della quintessenza, la sua natura dinamica potrebbe risolvere l'altro degli aspetti imbarazzanti di cui si parlava in precedenza. Nell'espansione cosmica la densità di materia si diluisce progressivamente ($\rho_m \propto a^{-3}$), mentre la densità ρ_Λ rimane costante. *È una coincidenza rimarchevole e poco plausibile che la densità di materia attuale sia, entro un fattore circa 3, uguale alla densità d'energia del vuoto.* Ciascuno ha il suo modo preferito per sottolineare questo aspetto innaturale. Ad esempio, in base ai dati osservativi la fase di accelerazione ha preso avvio circa 5 miliardi di anni fa, cioè *proprio quando iniziò l'evoluzione che ha portato agli esseri pensanti* (cfr. Fig. 9.11). Se l'energia oscura è una costante cosmologica, la coincidenza è pressoché inspiegabile.

C'è una terza possibilità per spiegare l'accelerazione cosmica: che non esista l'energia oscura e che l'espansione sempre più veloce dell'universo sia conseguenza di una legge di gravità che su grandi distanze, quella degli ammassi di galassie o dell'intero universo osservabile, differisce dalla Relatività Generale, che sarebbe incompleta. Alcune interessanti ipotesi teoriche sono state avanzate in questa direzione, ma non c'è ancora nessuna teoria coerente che concordi con tutte le osservazioni: quindi, per ora, l'energia oscura sembra in vantaggio rispetto a questa possibilità. Comunque, l'opzione di una modifica alla teoria della gravità è da tutti riconosciuta possibile e dobbiamo includerla come parte dei nostri programmi sperimentali e teorici, almeno fino a quando qualche osservazione non ci convincerà a escluderla dall'elenco

¹²Il termine allude al 'quinto elemento' della filosofia greca, secondo la quale l'universo è composto di terra, aria, fuoco e acqua, nonché una sostanza intangibile che impedisce alla Luna e ai pianeti di cadere verso il centro della sfera celeste.

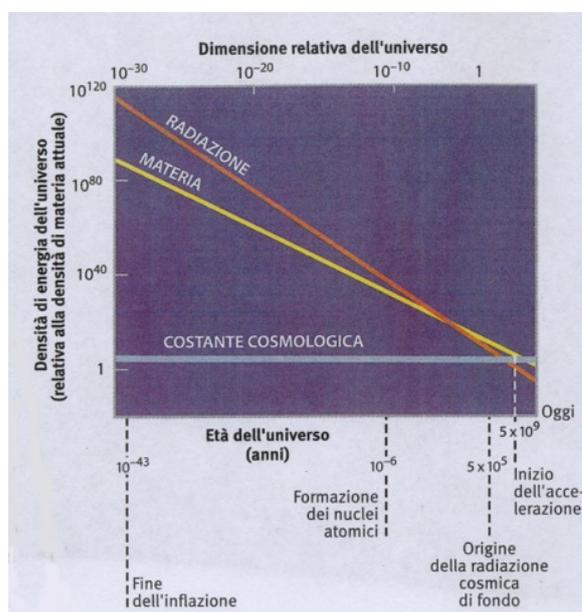


Figura 9.11: La coincidenza cosmica.

delle possibilità.

Altre idee precedenti - come quella secondo cui l'accelerazione cosmica sarebbe una manifestazione di una distribuzione irregolare della materia nell'universo, o il risultato di una rete di lacune geometriche nella struttura dello spazio - si sono ormai rivelate ampiamente in contrasto con i dati osservativi.

L'approccio sperimentale più immediato per svelare la natura dell'energia oscura consiste nel misurare il rapporto tra la sua pressione (quanto "spinge" sullo spazio) e la sua densità (quanta ce n'è in un dato volume di spazio), ovvero il parametro w dell'equazione di stato. Se l'energia oscura è l'energia del vuoto (la costante cosmologica), allora w sarà costante e uguale a -1 . Se, però, l'energia oscura è associata a un campo che cambia con il tempo, possiamo sperare di determinarne un valore di w diverso da -1 e in evoluzione nel corso della storia cosmica. In alternativa, se l'accelerazione osservata richiede una modifica della teoria einsteiniana della gravitazione su distanze estreme, speriamo di osservare un'incoerenza tra i valori di w su varie scale nell'universo.

Gli astrofisici hanno messo a punto alcuni ingegnosi metodi indiretti per misurare pressione e densità dell'energia oscura. Come spinta gravitazionale repulsiva, l'energia oscura o la gravità modificata contrasterebbero la normale forza di gravità, scoraggiando la formazione di strutture su larga scala, come gli ammassi di galassie. Quindi, dallo studio di come sono cresciuti nel

tempo gli ammassi, è possibile dedurre quanto era intensa l'energia oscura nel varie fasi dell'evoluzione temporale dell'universo. Per farlo, si osserva come la materia degli ammassi devia la luce delle galassie dietro di essi, attraverso l'effetto di lente gravitazionale. Misurando di quanto è deviata la luce determiniamo qual è la massa degli ammassi e osservando questo effetto per ammassi a varie distanze possiamo determinare quanto fossero comuni gli ammassi più voluminosi in varie epoche cosmiche. Possiamo anche misurare l'energia oscura studiando come è cambiata nel corso del tempo la velocità di espansione dell'universo. Come nel caso delle supernove Ia, misurando il redshift di oggetti a distanze diverse possiamo dedurre quanto l'universo si sia espanso da quando la luce iniziò il suo viaggio. Una variante di questa tecnica consiste nell'osservare le dimensioni apparenti delle increspature nella densità delle galassie nello spazio, dette *oscillazioni acustiche barioniche* ("baryon acoustic oscillation", BAO) - anch'esse un indicatore affidabile della distanza - come modo per seguire la storia dell'espansione dell'universo.

A oggi, la maggior parte delle misurazioni di w sono coerenti con un valore di -1 , con un margine del 10%, quindi coerenti con una spiegazione dell'espansione accelerata in termini di una costante cosmologica. Di recente, un gruppo di ricerca diretto da Riess ha usato lo HST per sondare l'energia oscura fino a circa dieci miliardi di anni fa usando la tecnica delle supernove e non ha trovato tracce di una variazione nel corso del tempo. Nell'ultimo paio d'anni, però, sono emersi indizi di una deviazione dalle previsioni della costante cosmologica. Per esempio, la combinazione delle misure del CMB (che ci fornisce dati su massa e energia totali dell'universo) di *Planck* con i risultati degli studi sulle lenti gravitazionali induce a ritenere che w sia inferiore a -1 . Anche le osservazioni del primo Panoramic Survey Telescope and Rapid Response System (Pan-STARRS), che usa più di 300 supernove per seguire l'espansione cosmica, sembrano andare in questa direzione. Recentissime osservazioni delle oscillazioni acustiche barioniche nei dati provenienti dai quasar sembrano indicare che la densità dell'energia oscura cresca nel tempo. Infine, anche una piccola discrepanza tra le misurazioni locali della velocità di espansione dello spazio oggi, confrontate con le misurazioni della velocità primordiale ottenute dai dati sul CMB, potrebbe indicare una deviazione da una costante cosmologica. Nessuna di queste indicazioni è definitiva e in un prossimo futuro altri dati potranno rafforzare queste discrepanze oppure derubricarle come errori.

Attualmente si lavora per raggiungere, entro il prossimo decennio, un miglioramento di un fattore 100 nella precisione delle proprietà misurate dell'energia oscura. Nuovi progetti, come la Dark Energy Survey (DES), avviata nel 2013, e il Large Synoptic Survey Telescope (LSST), che dovrebbe partire verso il 2021, raccoglieranno informazioni migliori sulla struttura a

larga scala dell'universo e sulla storia dell'espansione. Il Wide-Field Infrared Survey Telescope-Astrophysics Focused Telescope Assets (WFIRST-AFTA) della NASA è un telescopio spaziale da 2.4 metri che dovrebbe essere lanciato fra una decina d'anni con l'obiettivo di osservare supernove e BAO distanti, nonché gli effetti di lente gravitazionale. Anche il lancio della missione spaziale Euclid dell'ESA, attualmente previsto per il 2020, sfrutterà le misurazioni con lenti gravitazionali, BAO e spostamento verso il rosso delle distanze galattiche per determinare la distribuzione tridimensionale degli ammassi di galassie.

Infine, possiamo mettere alla prova le teorie basate su una gravità modificata anche con misurazioni all'interno del sistema solare. Un metodo consiste nel misurare la distanza della Luna con una precisione così estrema (usando un laser riflesso da specchi lasciati sulla Luna dagli astronauti delle missioni Apollo) che può rilevare deviazioni minime dalle previsioni della Relatività Generale. Inoltre, la ricerca di minuscole discrepanze nella legge di gravità sono anche obiettivo di ingegnosi esperimenti in laboratorio.

Gli anni a venire dovrebbero essere fondamentali per la ricerca sull'energia oscura e porteranno sicuramente un sostanziale progresso nell'affrontare le domande restanti sull'espansione accelerata dell'universo.

9.4 Il futuro dell'universo

Combinando i risultati sperimentali (supernove, anisotropia del CMB, inventario degli ammassi delle galassie) con le previsioni teoriche (teoria inflazionaria), possiamo elaborare un nuovo schema per l'evoluzione dell'universo. All'inizio l'energia dell'universo era immagazzinata in un campo scalare particolare, l'inflatone, il cui valore era distante da quello corrispondente all'energia minima. A causa della sua pressione negativa, l'inflatone provocò una gigantesca espansione la quale terminò dopo 10^{-35} s, quando il campo raggiunse la sua configurazione di minimo, liberando al contempo tutta l'energia necessaria alla produzione della materia e della radiazione. Per miliardi di anni, i costituenti più familiari dell'universo esercitarono la loro attrazione gravitazionale, rallentando, in tal modo, l'espansione dell'universo. Ma al crescere delle dimensioni questa attrazione andò diminuendo, finché, circa 5 miliardi di anni fa, la gravità ordinaria divenne così debole da essere surclassata dalla repulsione gravitazionale dovuta alla costante cosmologica, o qualcosa di simile, e da allora il tasso d'espansione è andato continuamente aumentando.

La scoperta dell'accelerazione cosmica ha cambiato per sempre la nostra concezione del futuro dell'universo. Il suo destino non è più legato alla geo-

metria. Una volta ammessa l'esistenza dell'energia del vuoto, tutto diventa possibile. Un universo piatto dominato da una energia del vuoto positiva si espanderà in eterno a velocità crescente e tra 100 miliardi di anni, o giù di lì, solo alcune centinaia di galassie saranno visibili, mentre tutte le altre avranno uno spostamento verso il rosso troppo elevato.

È possibile, però, che gli esperimenti dei prossimi anni ci portino a concludere che l'energia oscura è quintessenza e che, quindi, la sua densità possa variare nel tempo. Se la densità dell'energia oscura diminuisce e la materia torna a dominare, il nostro orizzonte cosmico si amplierà rivelandoci altre parti dell'universo; se la densità divenisse negativa l'universo potrebbe collassare; se, invece, la densità dell'energia oscura aumenta, l'universo finirà per vivere una fase di iper-accelerazione che smembrerà, nell'ordine, prima le galassie, poi i sistemi planetari, i pianeti e, infine, i nuclei degli atomi, in un tempo finito (**Big Rip**). Queste diverse possibilità sono illustrate in Fig. 9.12.

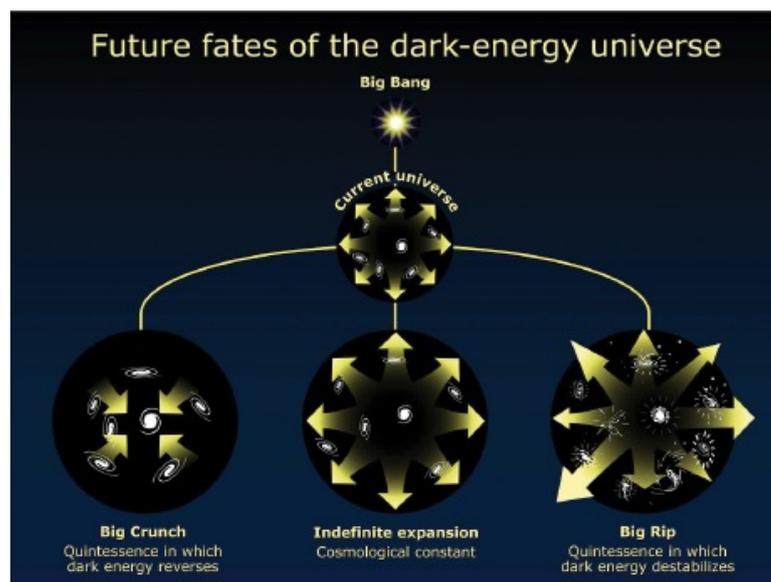


Figura 9.12: Alcuni dei possibili destini del nostro universo, dal Big Crunch al Big Rip, in base al diverso tipo di energia oscura.

L'ultima situazione prospettata corrisponde al caso di equazione di stato con $w < -1$ (non completamente escluso dai dati sperimentali), che è il segno di una fisica davvero esotica e a cui è stato dato il nome di **energia fantasma**¹³. Sotto l'influenza dell'energia fantasma l'espansione dell'universo diverrebbe sempre più violenta, stirando sempre di più l'universo fino al

¹³Dal titolo del primo episodio della saga cinematografica "Guerre Stellari".

punto che la luce delle stelle non potrebbe più raggiungerci. Ogni osservatore vedrebbe l'universo visibile intorno a sé restringersi sempre più velocemente fino a ridursi ad un punto. Nello scenario più estremo, il Big Rip avverrà tra 22 miliardi di anni, con la Via Lattea che sarà distrutta 60 milioni di anni prima della fine e gli atomi strappati negli ultimi 10^{-19} s

Alla maggioranza dei fisici l'energia fantasma non piace, in quanto ha conseguenze spiacevoli. Ad esempio, la teoria della Relatività Generale prevede l'esistenza di minuscoli **wormhole**, una sorta di scorciatoie attraverso lo spaziotempo. Normalmente essi, una volta creati, si chiudono così velocemente da non essere rivelabili, ma la gravità repulsiva dell'energia fantasma potrebbe essere così intensa da mantenerli aperti, e, forse, di allargarli a tal punto da poterli attraversare con delle astronavi. Questo consentirebbe di viaggiare a velocità maggiore della luce, il che solleverebbe tutti i problemi connessi alla realizzazione di una macchina del tempo, ipotesi che i fisici trovano particolarmente fastidiosa.

In definitiva, *sarà la Fisica del vuoto quantistico a determinare il destino ultimo del nostro universo.*

Capitolo 10

Appendici

A - Lo spaziotempo di Minkowski

Una geometria è specificata da un **elemento di linea** che fornisce la distanza tra punti vicini. Un premissa a tale operazione consiste nell'elaborazione di un criterio sistematico per l'individuazione dei punti in una data geometria, ovvero di un **sistema di coordinate**. Esso rappresenta una regola per individuare in modo *univoco* ciascun punto dello spazio considerato, ed è possibile stabilire molti (in generale, infiniti) sistemi diversi che consentono di fare ciò.

Ad esempio, nello spazio 3-dimensionale euclideo che sperimentiamo nella vita quotidiana, esistono le coordinate *cartesiane* (x, y, z) e quelle *polari* (r, θ, ϕ) rappresentate in Fig. 10.1. La relazione tra questi due diversi modi

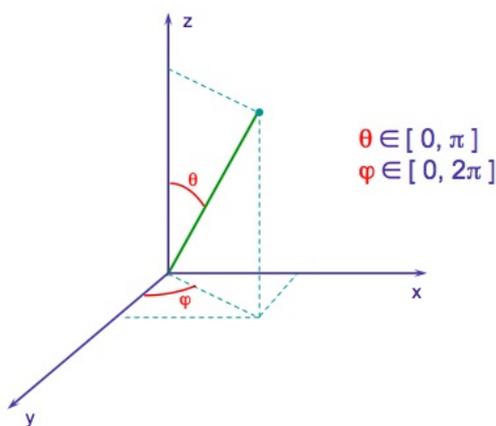


Figura 10.1: Definizione delle coordinate polari.

di ‘etichettare’ i punti dello spazio è detta **trasformazione di coordinate**. Nel caso considerato, come si evince facilmente dalla Fig. 10.1, tale relazione è:

$$\begin{aligned}x &= r \sin \theta \cos \phi \\y &= r \sin \theta \sin \phi \\z &= r \cos \theta .\end{aligned}\tag{10.1}$$

In coordinate cartesiane, la distanza tra due punti infinitamente vicini di coordinate, rispettivamente, (x, y, z) e $(x + dx, y + dy, z + dz)$ è data dall’usuale formula di Pitagora (cfr la prima di eq. (2.2)) che, per comodità, riportiamo di seguito:

$$dS = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} .\tag{10.2}$$

Con l’aiuto della (10.1) è possibile esprimere l’elemento di linea in coordinate polari. Differenziando, risulta, infatti:

$$\begin{aligned}dx &= \sin \theta \cos \phi \, dr - r \cos \theta \cos \phi \, d\theta - r \sin \theta \sin \phi \, d\phi \\dy &= \sin \theta \sin \phi \, dr + r \cos \theta \sin \phi \, d\theta + r \sin \theta \cos \phi \, d\phi \\dz &= \cos \theta \, dr - r \sin \theta \, d\theta\end{aligned}$$

che inserite nella (10.2), forniscono (cfr la seconda di eq. (2.2)):

$$dS = \sqrt{dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta \, d\phi^2)} .$$

Il punto importante è che la distanza dS tra i punti considerati è una quantità *invariante*, ovvero indipendente dal particolare sistema di coordinate utilizzato. Questi sistemi di coordinate sono tutti *equivalenti* tra loro, e la scelta di uno piuttosto che un altro è dettata da motivi di convenienza (semplicità di calcolo).

Le formule precedenti possono essere facilmente estese al caso di spazi euclidei di dimensione maggiore. Ad esempio, in uno spazio 4-dimensionale di questo tipo i cui punti siano individuati da coordinate cartesiane (x, y, z, u) , per l’elemento di linea (il quadrato della distanza) si ha:

$$dS^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 + du^2 .\tag{10.3}$$

La cosa importante da notare è che i coefficienti dei vari termini sono *costanti* e di *segno concorde*. Questa caratteristica viene sintetizzata dicendo che la struttura della **metrica** è descritta dalla 4-pla $(1, 1, 1, 1)$ ¹.

¹In realtà, la metrica è un oggetto più complicato. Matematicamente essa è individuata da una *matrice*, un insieme, per uno spazio D -dimensionale, di D^2 numeri (il quadrato della dimensione dello spazio) disposti secondo una tabella costituita da D righe e D colonne. Nel caso di spazio euclideo, in coordinate cartesiane, le caselle disposte lungo la diagonale sono occupate da “1”, mentre le altre da “0”.

Ma lo spaziotempo di Minkowski è come quello 4-dimensionale ordinario con elemento di linea (10.3)? Dati due eventi vicini su una linea d'universo arbitraria, come possiamo definire una 'distanza' tra loro? E, soprattutto, quale significato dobbiamo attribuire a tale quantità?

C'è un semplice esperimento concettuale che consente di motivare la forma dell'elemento di linea dello spaziotempo. Consideriamo due specchi piani e paralleli, separati da una distanza L , a riposo in un riferimento inerziale \mathcal{K} . Supponiamo che tra essi si propaghi, avanti e indietro, un raggio luminoso, e un orologio misuri l'intervallo di tempo, Δt , tra l'evento O , cioè l'emissione dell'impulso di luce dallo specchio inferiore, e l'evento R , cioè il ritorno dell'impulso nel punto di emissione. La Fig. 10.2 mostra l'apparato sperimentale come visto in due sistemi di riferimento, \mathcal{K} (sinistra) e \mathcal{K}' (destra), in moto relativo tra loro. Nel riferimento \mathcal{K}' , dove gli specchi sono a riposo,

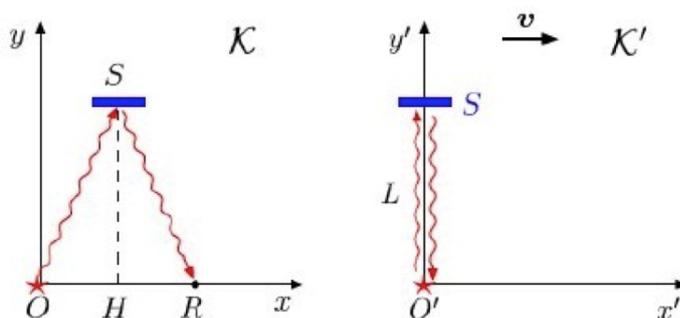


Figura 10.2: Orologio di luce in due riferimenti in moto tra loro.

gli eventi O e R sono separati dagli intervalli di coordinate:

$$\Delta t' = \frac{2L}{c}, \quad \Delta x' = \Delta y' = \Delta z' = 0. \quad (10.4)$$

Nel riferimento inerziale \mathcal{K} , in moto con velocità v lungo la direzione x parallela alla superficie degli specchi. In tale riferimento, gli eventi O e R sono separati da un intervallo di tempo Δt e dagli intervalli di coordinate spaziali:

$$\Delta x = v \Delta t, \quad \Delta y = \Delta z = 0,$$

mentre il cammino totale percorso dalla luce è:

$$D = 2 \sqrt{L^2 + (\Delta x/2)^2}.$$

Poiché la velocità della luce è la stessa, c , in tutti i riferimenti inerziali, si ha:

$$\Delta t = \frac{2}{c} \sqrt{L^2 + (\Delta x/2)^2}. \quad (10.5)$$

Dalle equazioni (10.4) e (10.5) risulta:

$$\begin{aligned} (c \Delta t)^2 - (\Delta x)^2 &= 4 \left[L^2 + \left(\frac{\Delta x}{2} \right)^2 \right]^2 - (\Delta x)^2 \\ &= 4 L^2 = (c \Delta t')^2. \end{aligned}$$

Poiché in \mathcal{K}' è $\Delta x = 0$, quest'ultima equazione può essere riscritta nella forma seguente:

$$(c \Delta t)^2 - (\Delta x)^2 = (c \Delta t')^2 - (\Delta x')^2$$

ovvero, la quantità

$$ds^2 = (c dt)^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \quad (10.6)$$

è invariante. Ciò giustifica la scelta del ds così definito come distanza tra eventi vicini dello spaziotempo.

Dalla (10.6) si vede che, pur essendo costanti, i coefficienti non hanno tutti lo stesso segno: la struttura della metrica è data dalla 4-pla $(1, -1, -1, -1)$. La geometria specificata da questa 4-pla, pur essendo *piatta*, è **non-euclidea** ed è detta di Minkowski.

La caratteristica più rilevante è che, al contrario di quanto accade per quella euclidea, nella geometria di Minkowski l'elemento di linea *non è definito positivo*, e, quindi, è possibile definire tre tipi di "distanze":

$$\begin{aligned} ds^2 < 0 & \quad \text{separazione di tipo } \mathbf{spazio}, \\ ds^2 = 0 & \quad \text{separazione di tipo } \mathbf{luce}, \\ ds^2 > 0 & \quad \text{separazione di tipo } \mathbf{tempo}. \end{aligned}$$

Il luogo dei punti che sono a separazione luce da un evento P rappresenta il **cono di luce** di tale evento. Si tratta di una superficie 3-dimensionale nello spaziotempo 4-dimensionale, che fraziona quest'ultimo in regioni distinte per tutti gli osservatori. La regione interna al cono corrisponde a tutti gli eventi che sono a separazione tempo dall'evento P, mentre quella esterna corrisponde a tutti gli eventi che sono a separazione spazio da P. Il semi-cono al di sotto di P è detto **cono di luce passato**. Questo, insieme alla regione di tipo tempo al suo interno rappresenta il **passato** di P. Analogamente, il semicono al di sopra di P è detto **cono di luce futuro** ed, insieme alla regione di tipo tempo al suo interno, costituisce il **futuro** di P (cfr Fig. 10.3). Le

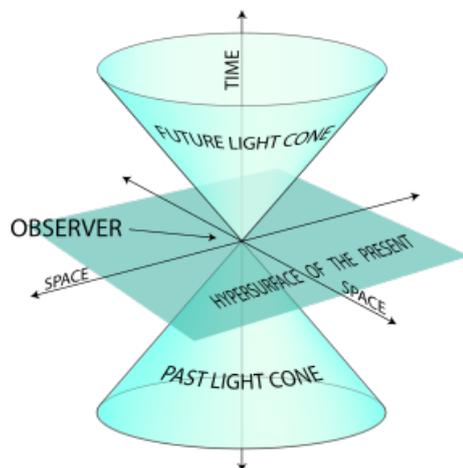


Figura 10.3: Spaziotempo di Minkowski.

linee d'universo dei raggi luminosi sono rette nello spaziotempo con pendenza costante corrispondente alla velocità della luce, ovvero le particelle a massa nulla si muovono lungo linee d'universo di tipo **luce**. Le particelle massive si muovono lungo linee d'universo di tipo **tempo** che sono all'interno del cono di luce di un qualunque punto situato sulla loro traiettoria. In tal modo la loro velocità è sempre minore della velocità della luce in quel punto.

In queste definizioni nulla dipende dal particolare sistema di riferimento inerziale considerato. Dati due eventi, A nel passato, e B nel futuro di P, si può mostrare che su tale classificazione degli eventi concorderanno *tutti* gli osservatori, sebbene essi potranno essere in disaccordo su dove e quando, all'interno del passato e del futuro, rispettivamente, questi eventi si verificano. Quindi, tutti gli osservatori concorderanno che A si verifica prima di B. Al contrario, per un evento C che si verifica nella regione esterna al cono di luce di P, gli osservatori possono essere in disaccordo sull'ordine degli eventi P e C; alcuni possono vedere P verificarsi per primo, altri possono vedere C verificarsi prima e altri ancora possono vedere i due eventi accadere simultaneamente.

I coni di luce definiscono, quindi, le relazioni causali tra gli eventi nello spaziotempo. Un evento può influenzare solo eventi che si trovano nel suo futuro, ed essere influenzato solo da eventi che si trovano nel suo passato. L'impossibilità di definire in modo assoluto l'ordinamento temporale di eventi con separazione di tipo spazio implica che tali eventi non possono influenzarsi reciprocamente. Questa affermazione costituisce la base del **Principio di Causalità**, il quale rappresenta uno dei principi guida della Fisica moderna. Esso non può essere provato a partire da alcuna legge fisica: per certi aspetti,

esso rappresenta uno degli assiomi della Fisica, di enorme importanza ai fini della comprensione dell'universo.

B - La pressione di radiazione

In questa appendice calcoleremo la pressione esercitata su una piccola area A da fotoni di impulso \mathbf{k} che urtano su di essa. Indicando con k_x la componente di \mathbf{k} perpendicolare ad A , dopo l'urto tale componente sarà $-k_x$, mentre le altre due componenti risulteranno inalterate.

Poiché la forza è data dal ritmo di variazione dell'impulso, si ha:

$$F_A = 2 k_x \dot{n}_A ,$$

dove, \dot{n}_A rappresenta il numero di fotoni che incide su A nell'unità di tempo. Indicando con v_x la componente lungo x della velocità dei fotoni e con n_γ il numero di fotoni presenti nell'unità di volume, si ha:

$$\dot{n}_A = v_x A n_\gamma .$$

Nella realtà, i fotoni non hanno tutti lo stesso impulso, ma sono caratterizzati da una distribuzione di tale grandezza sulla quale occorre mediare. Tenendo conto che soltanto i fotoni che hanno $k_x > 0$ esercitano una pressione su A , e che questi sono, in media, la metà di quelli presenti, risulta (con il simbolo $\langle \rangle$ indichiamo la media):

$$F_A = \frac{1}{2} 2 \langle k_x v_x \rangle A n_\gamma .$$

per cui, la pressione è data da:

$$p_\gamma = \frac{F_A}{A} = \langle k_x v_x \rangle n_\gamma .$$

Poiché lungo la sua direzione di moto la velocità di un fotone è uguale a c , possiamo scrivere ($k = |\mathbf{k}|$):

$$v_x = \frac{p_x}{k} c ,$$

e, quindi:

$$p_\gamma = \left\langle \frac{k_x^2}{k} \right\rangle c n_\gamma .$$

Assumendo che le direzioni dell'impulso siano distribuite uniformemente nello spazio, risulta:

$$\left\langle \frac{k_x^2}{k} \right\rangle = \frac{1}{3} \left\langle \frac{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}{k} \right\rangle = \frac{1}{3} \langle k \rangle ,$$

e, quindi:

$$p_\gamma = \frac{c}{3} \langle k \rangle n_\gamma .$$

Poiché per particelle di massa nulla $E = h\nu = ck$, si ottiene:

$$p_\gamma = \frac{1}{3} E n_\gamma = \frac{1}{3} \rho_\gamma ,$$

dove si è indicata con ρ_γ la densità d'energia dei fotoni.

C - Il corpo nero

Consideriamo un sistema di particelle che interagiscono molto frequentemente tra loro. In questa situazione la distribuzione delle energie è in **equilibrio termodinamico**: le interazioni sono frequenti ma si è raggiunta una condizione in cui tutte le interazioni procedono con eguale frequenza nei due sensi, così che la distribuzione complessiva nel numero di particelle e nelle energie rimane inalterata. Il numero di particelle di una certa energia dipende, allora, soltanto dalla temperatura. La forma della distribuzione è diversa a seconda della natura statistica delle particelle: **bosoni** o **fermioni**. A noi interessano i fotoni (che sono bosoni), e la loro distribuzione spettrale, ad una certa temperatura T , è quella della radiazione di **corpo nero**, ovvero la *distribuzione di Planck*:

$$\mathcal{N}(\nu, T) = \frac{1}{\exp(h\nu/k_B T) - 1}, \quad (10.7)$$

dove $k_B = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ è la costante di Boltzmann, e $h\nu$ è l'energia dei fotoni. Notiamo che la funzione $\mathcal{N}(\nu, T)$ consegue il suo massimo in corrispondenza della frequenza definita dalla relazione:

$$h\nu_{\max} \simeq 2.82 k_B T, \quad (10.8)$$

e decresce esponenzialmente per frequenze crescenti. Dalla (10.7) è possibile ricavare per la distribuzione spettrale della densità d'energia dei fotoni la seguente espressione (cfr. Fig. 10)²:

$$d\rho = \epsilon(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{\exp(h\nu/k_B T) - 1} d\nu. \quad (10.9)$$

La densità di energia totale nell'emissione di corpo nero è data da:

$$\begin{aligned} \rho(T) &= \int_0^\infty d\nu \epsilon(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^\infty d\nu \frac{\nu^3}{\exp(h\nu/k_B T) - 1} \\ &= \frac{8\pi}{h^3 c^3} (k_B T)^4 \int_0^\infty dx \frac{x^3}{e^x - 1}. \end{aligned}$$

L'integrale che compare nell'ultima formula vale $\pi^4/15$, per cui:

$$\rho(T) = \frac{8\pi^5}{15} \frac{k_B^4}{h^3 c^3} T^4 = \alpha T^4, \quad (10.10)$$

²Per la derivazione della (10.7) e della (10.9), rimandiamo alla dispensa sulla Meccanica Quantistica.

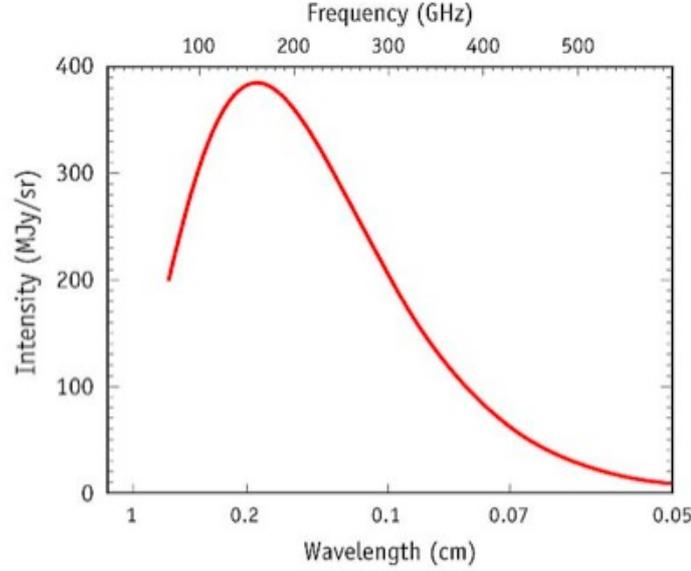


Figura 10.4: Distribuzione in frequenza della radiazione di un corpo nero alla temperatura di 2.73 K.

con $\alpha = 7.565 \times 10^{-16} \text{ J m}^{-3} \text{ K}^{-4}$. Questa è la ben nota legge di **Stefan-Boltzmann**. Inserendo in tale equazione il valore misurato per la temperatura del CMB ($T \simeq 2.7 \text{ K}$), otteniamo il valore attuale della densità d'energia della radiazione

$$\rho_0^{(\text{rad})} \simeq 4 \times 10^{-14} \text{ J m}^{-3} .$$

Dalla (10.9) è possibile calcolare la densità dei fotoni nell'intervallo di frequenza $[\nu, \nu + d\nu]$. Risulta:

$$dn = \frac{dE}{h\nu} = \frac{8\pi}{c^3} \frac{\nu^2}{\exp(h\nu/k_B T) - 1} d\nu ,$$

da cui, per la densità di volume dei fotoni si ottiene:

$$\begin{aligned} n(T) &= \int_0^\infty dn = \frac{8\pi}{c^3} \int_0^\infty d\nu \frac{\nu^2}{\exp(h\nu/k_B T) - 1} \\ &= \frac{8\pi}{h^3 c^3} (k_B T)^3 \int_0^\infty dx \frac{x^2}{e^x - 1} . \end{aligned}$$

L'integrale che compare nell'ultima formula è circa uguale a 2.404, per cui:

$$n(T) \simeq 60.42 \left(\frac{k_B T}{hc} \right)^3 \simeq 20.3 \left(\frac{T}{1 \text{ K}} \right)^3 \text{ fotoni/cm}^3 . \quad (10.11)$$

Combinando questa equazione con la (10.10), si ottiene l'energia media di ciascun fotone:

$$\bar{E} = \frac{\rho(T)}{n(T)} = \frac{\pi^4}{15 \times 2.404} k_B T \simeq 2.7 k_B T. \quad (10.12)$$

Da queste due ultime equazioni, per una temperatura di circa 2.7 K risulta una densità di circa 4×10^8 fotoni/m³, con una energia media di circa 10^{-22} J ($\simeq 0.6$ meV).

Vediamo ora cosa accade all'irraggiamento di corpo nero in un universo in espansione. Indicato con $f (> 1)$ il fattore d'espansione del parametro di scala $a(t)$, in base a quanto visto nel capitolo 6, la densità d'energia della radiazione varia proporzionalmente a $1/f^4$, ovvero, in base alla (10.9):

$$dE' = \frac{8\pi h}{c^3 f^4} \frac{\nu^3}{\exp(h\nu/k_B T) - 1} d\nu.$$

Se riscriviamo questa equazione in termini della nuova frequenza $\nu' = \nu/f$, otteniamo:

$$dE' = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu'^3}{\exp[f(h\nu'/k_B T)] - 1} d\nu'.$$

che altro non è che l'espressione della densità di energia relativa alla nuova temperatura

$$T' = \frac{T}{f} \quad (10.13)$$

Si vede, quindi, che l'emissione del corpo nero in libera espansione rimane descritta dalla formula di Planck ma con una temperatura che decresce inversamente alla scala dell'espansione. In altre parole, l'universo si raffredda al procedere dell'espansione con legge $T \propto 1/a$. Questa legge è d'importanza cruciale e può essere ottenuta direttamente da quella di Stefan-Boltzmann (10.10), ricordando che la densità di radiazione varia come $1/a^4$.

D - Modello Λ CDM

Il parametro densità totale si compone dei contributi dei vari fluidi relativistici presenti nell'universo, $\Omega = \Omega_\Lambda + \Omega_m + \Omega_r$. Il contributo di materia senza pressione (polvere) Ω_m consiste di una componente di materia barionica Ω_b e una di materia oscura Ω_{dm} . La componente di radiazione Ω_r riassume il contributo delle particelle relativistiche: i fotoni Ω_γ , provenienti principalmente dalla radiazione cosmica di fondo, e i neutrini Ω_ν , la cui massa è trascurabile. Infine, il resto della densità di energia presente nell'universo è dovuto all'energia oscura Ω_Λ . Nella tabella 10.1 sono riportati i valori osservati per i vari contributi, desunti dal fit dei dati di *Planck* assumendo un modello di universo piatto ($\Omega = 1$) contenente materia oscura fredda e in cui l'energia oscura si comporta come una costante cosmologica, il cosiddetto **modello Λ CDM**.

Tabella 10.1: Densità delle varie componenti del fluido cosmologico.

Componente	Simbolo	Valore attuale
Energia oscura	Ω_Λ	0.692 ± 0.012
Materia	Ω_m	0.308 ± 0.012
barioni	Ω_b	$0.0484(10)$
oscura	Ω_{dm}	$0.258(11)$
Radiazione	Ω_r	
fotoni (CMB)	Ω_γ	$5.38(15) \times 10^{-5}$
neutrini	Ω_ν	< 0.016

Se si rilascia il vincolo $\Omega = 1$, dai dati si ottiene:

$$\Omega = 1.0002 \pm 0.0026.$$