ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE

Sezione di Catania

INFN/BE-75/1 4 Agosto 1975

A. Strazzeri: UNA NOTA SULLE CORRELAZIONI ANGOLARI IN REAZIONI A TRE CORPI FINALI. -

Reparto Tipografico dei Laboratori Nazionali di Frascati

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare Sezione di Catania

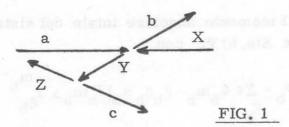
A. Strazzeri: UNA NOTA SULLE CORRELAZIONI ANGOLARI IN REA-ZIONI A TRE CORPI FINALI. -

I -

Consideriamo la reazione a tre particelle finali nell'ipotesi di de cadimento sequenziale:

(1)
$$a+X \rightarrow b+Y \xrightarrow{*} b+c+Z$$

Tale processo è rappresentato schematicamente in Fig. 1



Si assumono le seguenti ipotesi:

I nuclei b e Y si trovano in stati con definiti momento angolare totale e parità J_b π_b e I_Y π_Y rispettivamente.
 Il numero Y si disintegra nei nuclei c e Z con definiti momento angolare totale e parità J_c π_c e I_Z π_Z rispettivamente.
 Nel decadimento Y* → c + Z le interazioni tra Y e b sono trascurabili.

Se si indica con til momento angolare orbitale e con silo spin, si ha:

$$\overrightarrow{J}_{b} = \overrightarrow{\ell}_{b} + \overrightarrow{s}_{b}$$

$$\overrightarrow{J}_{c} = \overrightarrow{\ell}_{c} + \overrightarrow{s}_{c}$$

$$\pi_{Y} = \pi_{Z}(-)^{J} c$$

Le ipotesi 1) e 3) permettono di trattare la prima parte del processo (I) come una reazione a due particelle finali. Rappresentiamo lo stato iniziale tramite la funzione d'onda^(1,2):

(1)
$$\emptyset_{a,X} = \psi_X \psi_a \exp\left[i(\vec{k}_{aX} \vec{r}_{aX} - \eta_{aX} \ln 2(\vec{k}_{aX} \vec{r}_{aX}))\right]$$

dove $\eta_{aX} = (Z_a Z_X e^2)/(\hbar v_{aX})$; v e k sono rispettivamente le velocità e il numero d'onda del moto relativo e le ψ caratterizzano lo stato interno di a e X.

La funzione (1) corrisponde a un flusso uguale alla velocità relativa v_{aX} ; infatti(1) trascurando le correzioni di ordine 1/r

$$j_{aX} = \frac{\hbar}{2im_{aX}} \left[\phi_{aX}^{*} (\nabla_{aX} \phi_{aX}) - \phi_{aX} (\nabla_{aX} \phi_{aX})^{*} \right] = v_{aX}$$

 $(m_{aX}$ è la massa ridotta nel canale (a, X))

Il sistema (b + Y) può essere descritto da (3,4)

(3)
$$\emptyset_{b, Y} = r_{bY}^{-1} \sum_{J_{b} \ell_{b}} \emptyset_{\ell_{b} J_{b}} (r_{bY}) \sum_{m_{Y}} \langle Im_{I} | I_{Y} m_{Y} J_{b} m_{I} - m_{Y} \rangle \psi_{b} \psi_{Y}$$

 $(\vec{I} = \vec{J}_a + \vec{I}_X)$ è il momento angolare totale del sistema (a+X) che si conserva nella reazione X(a, b) Y), con

(4)
$$\psi_{b} = \sum_{\sigma_{b}} \langle \ell_{b} m_{b} - \sigma_{b} s_{b} \sigma_{b} | J_{b} m_{b} \rangle Y_{\ell_{b}}^{m_{b}} b (\theta_{b}, \emptyset_{b}) \chi_{s_{b}}^{\sigma_{b}}$$

dove le Y_{ℓ}^{m} sono le armoniche sferiche e $\chi_{s_{b}}^{\sigma_{b}}$ la funzione di spin; (θ_{b}, ϕ_{b}) sono gli angoli polari nel sistema del centro di massa dei nuclei b e Y_{\bullet}

Per la funzione radiale $\emptyset_{J\ell}$, che descrive il moto relativo dei prodotti della reazione X(a, b) Y, si ha(2,3)

$$\emptyset_{J_b \ell_b} = -S_{J_b \ell_b}^{(ba)} e^{-i\sigma \ell_b} (G_{\ell_b}^{+i} F_{\ell_b})$$

dove le funzioni \mathbf{F}_{ℓ} e \mathbf{G}_{ℓ} sono rispettivamente le soluzioni regolare e

irregolare nell'origine dell'equazione (1):

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{2m}{\hbar^2} \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} + \frac{ZZ'e^2}{r}\right] \quad f_{\ell} = 0$$

 σ_{ℓ} = arg $\Gamma(1+\ell+i\eta)$ è lo sfasamento coulombiano e $S_{J\ell}$ è l'elemento della matrice di diffusione.

Il valore asintotico di $\emptyset_{J_b\ell_b}$ è⁽¹⁾:

(5)
$$\emptyset_{J_b \ell_b} = -e^{i\ell_b \frac{\pi}{2}} S_{J_b \ell_b}^{\text{(ba)}} \exp \left[i \left(k_{bY} r_{bY} - \eta_{bY} \ell n 2 k_{bY} r_{bY} \right) \right]$$

Per la funzione ψ_{Y} che descrive il processo di decadimento $Y \rightarrow c+Z$ si ha(3):

(6)
$$\psi_{\mathbf{Y}} = \mathbf{r}_{\mathbf{c}Z}^{-1} \sum_{\mathbf{J}_{\mathbf{c}} \ell_{\mathbf{c}}} \phi_{\mathbf{J}_{\mathbf{c}} \ell_{\mathbf{c}}} (\mathbf{r}_{\mathbf{c}Z}) \sum_{\mathbf{m}_{Z}} \langle \mathbf{I}_{\mathbf{Y}} \mathbf{m}_{\mathbf{Y}} | \mathbf{I}_{\mathbf{Z}} \mathbf{m}_{\mathbf{Z}} \mathbf{J}_{\mathbf{c}} \mathbf{m}_{\mathbf{Y}} - \mathbf{m}_{\mathbf{Z}} \rangle \psi_{\mathbf{c}} \psi_{\mathbf{Z}}$$

con

(7)
$$\psi_{\mathbf{c}} = \sum_{\sigma_{\mathbf{c}}} \langle \ell_{\mathbf{c}} \mathbf{m}_{\mathbf{c}} - \sigma_{\mathbf{c}} \mathbf{s}_{\mathbf{c}} \sigma_{\mathbf{c}} | J_{\mathbf{c}} \mathbf{m}_{\mathbf{c}} \rangle \mathbf{Y}_{\mathbf{c}}^{\mathbf{m}_{\mathbf{c}} \sigma_{\mathbf{c}}} \mathbf{c}(\theta_{\mathbf{c}}, \phi_{\mathbf{c}}) \chi_{\mathbf{s}_{\mathbf{c}}}^{\sigma_{\mathbf{c}}}$$

 (θ_c, ϕ_c) sono gli angoli polari nel sistema del centro di massa dei nuclei c e Z - sistema del nucleo di rinculo $^{(5)}$.

Per la funzione radiale $\phi_{J_c \ell_c}$ si può scrivere (2):

$$Q_{J_{c}\ell_{c}} = (T_{J_{c}\ell_{c}})^{1/2} e^{-i\sigma_{\ell_{c}}} c (G_{\ell_{c}} + iF_{\ell_{c}})$$

dove

$$T_{J_c \ell_c} = 1 - |S_{J_c \ell_c}|^2 = 1 - e^{-4Im \delta_{\ell_c J_c}}$$

 $T_{J\ell}$ è il coefficiente di trasmissione che descrive la sezione d'urto di reazione nel processo $c+Z \rightarrow Y$

$$(\sigma_{r} = \frac{\pi}{k_{cZ}^{2}} \sum_{J_{c} \ell_{c}} \frac{1}{g_{J_{c}}} T_{J_{c} \ell_{c}}; \qquad \frac{1}{g_{J_{c}}} \equiv \frac{2I_{Y}^{+1}}{(2I_{Z}^{+1})(2J_{c}^{+1})})$$

Il coefficiente di trasmissione è legato alla penetrabilità $P_{J_c \, \boldsymbol{\ell}_c}$ e alla funzione di forza C_{Yc} dalla relazione(2,3)

(8)
$$T_{J_{\mathbf{c}}\ell_{\mathbf{c}}} = 4\pi P_{J_{\mathbf{c}}\ell_{\mathbf{c}}} C_{Y_{\mathbf{c}}}$$

La funzione di forza è definita da (2,3)

$$C_{Y_c} = \frac{\langle \gamma_{Y_c}^2 \rangle}{\langle D_{V} \rangle}$$

dove γ_{Yc}^2 è la cosiddetta larghezza ridotta e D_Y è la distanza media tra livelli adiacenti.

Asintoticamente si ha:

(9)
$$\phi_{J_{\mathbf{C}}\ell_{\mathbf{C}}} = e^{i\ell_{\mathbf{C}}\pi/2} (T_{J_{\mathbf{C}}\ell_{\mathbf{C}}})^{1/2} \exp\left[i(k_{\mathbf{C}Z}r_{\mathbf{C}Z} - \eta_{\mathbf{C}Z}\ell_{\mathbf{n}2}k_{\mathbf{C}Z}r_{\mathbf{C}Z})\right]$$

Posto

(10a)
$$f_{s_b}^{m_I} f_b^{m_Y} (\omega_b) = -\sum_{J_b \ell_b} e^{i\ell_b \pi/2} S_{J_b \ell_b}^{(ba)} \langle Im_I | I_Y m_Y J_b m_b \rangle$$

$$\langle \ell_b^m_b - \sigma_b^s_b \sigma_b | J_b^m_b \rangle Y_{\ell_b}^m b^{-\sigma_b} (\omega_b)$$

(10b)
$$f_{s_{c}}^{m}Y_{\sigma_{c}}^{m}Z(\omega_{c}) = \sum_{J_{c}\ell_{c}} e^{i\ell_{c}\pi/2} (T_{J_{c}\ell_{c}})^{1/2} \langle I_{Y}^{m}Y|I_{Z}^{m}Z^{J_{c}m_{c}} \rangle$$

$$\langle \ell_{c}^{m} - \sigma_{c}^{s} \sigma_{c} | J_{c}^{m} \rangle Y_{\ell_{c}}^{m} - \sigma_{c}(\omega_{c})$$

la funzione (3) si può riscrivere (v. le (4)(5)(6)(7)(9))

$$\phi_{bcZ} = \left\{ \sum_{\substack{m \text{ } \gamma^m Z \\ m_b m_c \\ \sigma_b \sigma_c}} f_{s_b \sigma_b}^m I_{s_b \sigma_b}^m Y(\omega_b) f_{s_c \sigma_c}^m Y_{c}^m Z(\omega_c) \right\} \chi_{s_b \chi_{c} Z}^{\sigma_b \chi_{c} \sigma_c} \psi$$
(11)

$$\frac{\exp\left[\mathrm{i}(\mathbf{k}_{\mathrm{bY}}\mathbf{r}_{\mathrm{bY}}-\eta_{\mathrm{bY}}\ln 2\mathbf{k}_{\mathrm{bY}}\mathbf{r}_{\mathrm{bY}})\right]}{\mathbf{r}_{\mathrm{bY}}} \quad \frac{\exp\left[\mathrm{i}(\mathbf{k}_{\mathrm{c}Z}\mathbf{r}_{\mathrm{c}Z}-\eta_{\mathrm{c}Z}\ln 2\mathbf{k}_{\mathrm{c}Z}\mathbf{r}_{\mathrm{c}Z})\right]}{\mathbf{r}_{\mathrm{c}Z}}$$

Per calcolare la sezione d'urto differenziale della reazione considerata $X(a,bc)Z^{(2)}$ occorre determinare il flusso di particelle c attraverso lo elemento di superficie $\mathbf{r}^2_{\mathbf{C}Z}\mathbf{d}\omega_{\mathbf{c}}$ per ogni particella b che attraversa l'elemento di superficie $\mathbf{r}^2_{\mathbf{b}Y}\mathbf{d}\omega_{\mathbf{b}}$ e dividere il risultato ottenuto per il flusso di particelle incidenti a.

Se si indica con j la densità di corrente e con ξ il flusso attraverso la superficie $r^2d\,\omega$, si ha:

(12)
$$d^2 \sigma (\omega_b, \omega_c) = \frac{\xi_{cZ}}{j_{aX}} r_{bY}^2 d\omega_b = \frac{j_{cZ}}{j_{aX}} r_{bY}^2 d\omega_b r_{cZ}^2 d\omega_c$$

Essendo

$$(13a) \quad j_{eZ} = \frac{\hbar}{2im_{eZ}} \left[\emptyset_{beZ}^{x} (\nabla_{eZ} \emptyset_{beZ}) - \emptyset_{beZ} (\nabla_{eZ} \emptyset_{beZ})^{x} \right] = r_{bY}^{-2} r_{eZ}^{-2} v_{eZ} W(\omega_{b}, \omega_{c})$$

con

(13b)
$$W(\omega_{b}, \omega_{c}) \equiv \begin{vmatrix} \sum_{\substack{m \\ y^{m}Z}} f_{s_{b}}^{m} f_{b}^{m} Y(\omega_{b}) f_{s_{c}}^{m} Y_{\sigma_{c}}^{m} Z(\omega_{c}) \\ m_{b}^{m} c \\ \sigma_{b}^{\sigma} c \end{vmatrix}^{2}$$

la (12) si scrive: (v. la (2)).

(14a)
$$\frac{d^2\sigma}{d\omega_b d\omega_c} = \frac{v_{cZ}}{v_{aX}} W(\omega_b, \omega_c)$$

Se i nuclei a e X sono non polarizzati si deve mediare su $m_{\rm I}$ (v. la (3)) la (14a) per cui

(14b)
$$\frac{d^2\sigma}{d\omega_b d\omega_c} = \frac{v_{cZ}}{v_{aX}} (2I+1)^{-1} \Sigma_{m_I} W(\omega_b, \omega_c)$$

Se la particella b viene rivelata a 0° rispetto al fascio incidente (4,6), allora essendo

$$Y_b^{m_b - \sigma} b(0) = 0$$
 se $m_b \equiv \sigma_b$

la (13ab) diventa:

(15a)
$$W(0,\omega_{c}) = \sum_{\substack{m_{Y}^{m}Z}} \left[\sum_{\sigma_{b}} \left| f_{s_{b}\sigma_{b}}^{m} Y(0) \right|^{2} \sum_{\sigma_{c}} \left| f_{s_{c}}^{m} Y_{\sigma_{c}}^{m} (\omega_{c}) \right|^{2} \right]$$

In definitiva, posto (v. la (10a))

(16)
$$A(m_{Y}) = v_{aX}^{-1}(2I+1)^{-1} \sum_{\sigma_{b}} \left| \sum_{J_{b}} \langle Im_{Y} + \sigma_{b} | I_{Y} m_{Y} J_{b} \sigma_{b} \rangle_{\ell_{b}}^{\Sigma} B_{J_{b}\ell_{b}} \right|^{2}$$

con

$$B_{J_b\ell_b} = (-)^{\ell_b} e^{i\ell_b} \pi/2 \langle \ell_b 0 s_b \sigma_b | J_b \sigma_b \rangle S_{\ell_b J_b}^{(ba)}$$

si ha:

$$\frac{d^{2}\sigma}{d\omega_{b}d\omega_{c}} = v_{cZ} \sum_{m_{Y}} A(m_{Y}) \sum_{m_{Z}} \left| \sum_{J_{c} \ell_{c}} e^{i\ell_{c} \pi/2} (T_{\ell_{c}J_{c}})^{1/2} \right| \times \langle I_{Y}^{m_{Y}} | I_{Z}^{m_{Z}J_{c}m_{c}} \rangle \langle \ell_{c}^{m_{c}} - \sigma_{c} s_{c} \sigma_{c} | J_{c}^{m_{c}} \rangle Y_{\ell}^{m_{c}} - \sigma_{c} (\theta_{c}, \phi_{c}) \right|^{2}$$
(15b)

Nelle (15) e (16) il massimo valore che può assumere m_{Y} è dato dalla somma degli spin dei nuclei a, X e $b^{(6)}$; ossia:

$$(m_Y)_{max} = s_X + s_a + s_b$$

II -

Consideriamo alcune applicazioni della (15b)

a) Se
$$c = 0$$
 $I_Z = 0$
la (15b) diventa $J_c = L_c = I_Y$:
(si porrà $I_Y \equiv I m_Y \equiv m$)

(17)
$$\frac{d^2 \sigma}{d \omega_b d \omega_c} = T_I \Sigma_m A(m) | Y_I^m(\theta_c, \emptyset_c) |^2$$

Per $\phi_c = 0$, tenendo conto delle proprietà delle armoniche sferiche (1), si ha:

(18a)
$$\frac{d^2 \sigma}{d \omega_b d \omega_c} = N_{cY} \sigma(\theta_c)$$

con (v. la (8))

(18b)
$$N_{cY} = (2I+1) P_{I} v_{cZ} C_{Yc} A(0)$$

(18c)
$$\sigma(\theta_c) \equiv (P_I(\cos\theta_c))^2 + \sum_{1}^{\overline{m}} a_m (P_I^{\overline{m}}(\cos\theta_c))^2$$

(si è posto m = (m)max)

dove i $P_{I}^{m}(\cos\theta_{c})$ sono le funzioni di Legendre e i coefficienti a_{m} sono dati da:

(18d)
$$a_{m} = \frac{A(-m)+A(m)}{(A(0))} = \frac{(I-m)!}{(I+m)!}$$

Ora, poichè⁽¹⁾

$$P_{I}^{m}(\underline{+}1) = 0 \text{ per } m \neq 0; \qquad (P_{I}^{o} \pm 1))^{2} = 1$$

risulta:

(19)
$$\sigma(0) = \sigma(\pi) = 1$$

Inoltre, essendo (1):

$$P_{I}^{m}(0) = 0$$
 se (I-m): dispari
$$P_{I}^{m}(0) = (-\frac{I-m}{2})^{-1} 2^{-I} (I+m)! \left[(\frac{I-m}{2})! (\frac{I+m}{2})! \right]^{-1}$$
se (I-m): pari

posto:

$$Q(I) \equiv \begin{cases} \frac{m}{2} & \text{if } I = 1 \\ \sum_{m=1}^{\infty} I_{m} = 1 \end{cases} = \frac{1}{2} \left[(I+m)! \right]^{2} \left[(\frac{I-m}{2})! \left(\frac{I+m}{2} \right)! \right]^{-2}$$

$$(I-m): pari)$$

si ha:

(20)
$$\sigma\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left\{2^{-2I}\left(I!\right)^{2} \left[\left(\frac{I}{2}\right)!\right]^{-4}\right\}_{I: \text{ pari}} + Q(I)$$

Le (19) e (20) vengono utilizzate in quei casi in cui lo spin I_Y si determina tramite il rapporto $\sigma(\pi)/\sigma(\pi/2)$ (v. per es. 8)).

Prendendo come esempio le reazioni $X(^6Li, d) Y(\alpha) X \in X(^7Li, t)$ $Y(\alpha) X$ con $I_x = 0$ (v. per es. 9)) si ha $\overline{m} = 2$ e la (18c) si scrive:

$$\sigma \left({{\theta _\alpha }} \right) = {{\left({{{\rm{P}}_{\rm{I}}}{{\left({\cos {\theta _\alpha }} \right)}} \right)}^2} + \frac{{{{\rm{b}}_1}}}{{{{\rm{I}}^2} + {\rm{I}}}}}\left({{{\rm{P}}_{\rm{I}}^1{{\left({\cos {\theta _\alpha }} \right)}} \right)^2} + \frac{{{{\rm{b}}_2}}}{{{{\rm{I}}^4} + {2{\rm{I}}^3} - {{\rm{I}}^2} - 2{\rm{I}}}}}\left({{{\rm{P}}_{\rm{I}}^2{{\left({\cos {\theta _\alpha }} \right)}} \right)^2}$$

con

$$b_i \equiv [A(-i) + A(i)](A(0))^{-1}$$
.

b) Se è soltanto s_c=0 allora la (15b) diventa:

(si porrà: $I_{Y} = I$, $I_{Z} = I'$, $m_{Y} = m$, $m_{Z} = m'$)

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega_b d\omega_c} = v_{cZ} \Sigma_m A(m) \Sigma_{m'} \left[\Sigma_{J_c} F_{J_c}^{mm'} Y_{J_c}^{m-m'} (\theta_c, \phi_c) \right]^2$$

con

$$F_{J_c}^{mm'} = \exp(iJ_c \pi / 2) (T_{J_c})^{\frac{1}{2}} < Im |I'm' J_c m-m' >$$

Se per I intero si considera solo il termine con $m=0^{(9)}$ e inoltre si fa l'ipotesi che il decadimento $Y \rightarrow c+Z$ proceda essenzialmente con il minimo valore di $J_c^{(8)}$, allora, per $\emptyset_c = 0$, si scrive l'espressione approssimata $(J \equiv (J_c)_{\min})$:

(22a)
$$\frac{d^2\sigma}{d\omega_{\rm b}d\omega_{\rm c}} = N_{\rm cY}^{\rm i} \sigma(\theta_{\rm c})$$

con (v. la (8))

(22b)
$$N'_{cY} \equiv (2J+1) P_J v_{cZ} C_{Yc} A(0) (\angle 10) I'0J0 >)^2$$

 $e (m' \equiv (m')_{max})$

(22c)
$$\sigma(\theta_{c}) \equiv (P_{J}(\cos\theta_{c}))^{2} + \sum_{1 m'} d_{m'}(P_{J}^{m'}(\cos\theta_{c}))^{2}$$

dove

(22d)
$$d_{m'} \equiv 2 \left[\frac{\langle J0|I'm'J-m'\rangle}{\langle I0|I'0J0\rangle} \right]^2 \frac{(J-m')!}{(J+m')!}$$

Nella deduzione delle (22) si è tenuto conto delle seguenti proprietà (1):

$$Y_{J}^{m}(\theta_{c}, 0) = (-)^{m}Y_{J}^{m}(\theta_{c}, 0)$$

$$\langle 10|I'm'J-m'\rangle = (-)^{I'+J-I}\langle 10|I'-m'Jm\rangle$$

La (22a) è formalmente simile alla (18a) e può essere applicata con buona approssimazione in un esame semplice di reazioni del tipo $X(^6Li,d)$ $Y(\alpha)X^{\mathbb{X}}$ e $X(^7Li,t)Y(\alpha)X^{\mathbb{X}}$ con $I_{X^{\mathbb{X}}}$ intero.

III -

Come tipico esempio daremo qui di seguito le $d^2\sigma/d\omega_d d\omega_\alpha$ per le reazioni $^{12}C(^6\text{Li},d)^{16}0_I(\alpha)^{12}C_{0+}$ e $^{12}C(^6\text{Li},d)^{16}0_I(\alpha)^{12}C_{2+}$ rispettiva mente (v. le (15b) e (18c)):

(23)
$$(\frac{d^2\sigma}{d\omega_d d\omega_\alpha})_{0+} = \sum_{0}^{2} m a_m \frac{(1-m)!}{(I+m)!} (P_I^m (\cos \theta_\alpha))^2$$

con

$$a_0 \equiv (2I+1) P_I v_\alpha (\frac{\langle \gamma^2 \rangle}{\langle D \rangle})_{0+} A(0)$$

$$a_i \equiv a_0 \frac{A(-i) + A(i)}{A(0)}$$
 $i = 1, 2$

(24)
$$\left(\frac{d^2\sigma}{d\omega_d d\omega_{\alpha}}\right)_{2+} = \frac{1}{a} \sum_{0}^{4} b_m \frac{(J-m)!}{(J+m)!} \left(P_J^m(\cos\theta_{\alpha})\right)^2$$

con

$$\overline{a}_0 \equiv (2J+1) P_J \overline{v}_\alpha \left(\frac{\langle \gamma^2 \rangle}{\langle D \rangle}\right)_{2+} A(0)$$

$$b_{0} = \langle 10|20J0 \rangle^{2} + \langle 11|21J0 \rangle^{2} \frac{a_{1}}{a_{0}} + \langle 12|22J0 \rangle^{2} \frac{a_{2}}{a_{0}}$$

$$b_{1} = 2\langle 10|2-1J1 \rangle^{2} + (\langle 1-1|2-2J1 \rangle^{2} + \langle 11|20J1 \rangle^{2}) \frac{a_{1}}{a_{0}} + \langle 12|21J1 \rangle^{2} \frac{a_{2}}{a_{0}}$$

$$b_{2} = 2\langle 10|2-2J2 \rangle^{2} + \langle 11|2-1J2 \rangle^{2} \frac{a_{1}}{a_{0}} + \langle 12|20J2 \rangle^{2} \frac{a_{2}}{a_{0}}$$

$$b_{3} = \langle 11|2-2J3 \rangle^{2} \frac{a_{1}}{a_{0}} + \langle 12|2-1J3 \rangle^{2} \frac{a_{2}}{a_{0}}$$

$$b_{4} = \langle 12|2-2J4 \rangle^{2} \frac{a_{2}}{a_{0}}$$

La (24) è stata dedotta nell'ipotesi che il decadimento $^{16}0 \rightarrow \alpha + ^{12}C_{2+}$ proceda con un solo valore di J_{α} (per es. il minimo J=I-2). Il confronto fra la correlazione angolare sperimentale e la (23) permette la determinazione dello spin del livello dell' $^{16}0$ in esame e i parametri a_i che compaiono pure nella (24); cosicchè l'unico parametro che può essere determinato dal confronto fra la (24) e la correlazione angolare sperimentale per il decadimento $^{16}0 \rightarrow \alpha + ^{12}C_{2+}$ è \overline{a} . Noti a_0 e \overline{a}_0 si può determinare il rapporto fra le larghezze ridotte per i due decadimenti considerati

(25)
$$\frac{\langle \gamma^2 \rangle_{2+}}{\langle \gamma^2 \rangle_{0+}} = \frac{(2I+1)}{(2J+1)} \frac{v_{\alpha}}{\overline{v}_{\alpha}} \frac{P_I}{P_J} \frac{\overline{a}_o}{a_o}$$

L'analisi tramite le (23) e (24) ha permesso di ottenere informazioni spettroscopiche e sulla popolazione dei sottostati magnetici di qualche <u>li</u> vello dell' ¹⁶0 popolato tramite la reazione ¹²C(6Li, d)¹⁶0¹⁰).

Infine accenniamo alle sezioni d'urto per le reazioni $^{13}\text{C}(^6\text{Li},\text{d})$ $^{17}0_{\text{I}}(\alpha)$ $^{13}\text{C}_{1/2}$ e $^{13}\text{C}(^6\text{Li},\text{d})$ $^{17}0_{\text{I}}(\alpha)$ $^{13}\text{C}_{1/2}$.

La conservazione della parità nel decadimento $^{17}0 \rightarrow \alpha + ^{13}C$ impone che soltanto un valore di J_{α} nella (15b) deve essere considerato; per cui posto $J^{\pm} \equiv I \pm 1/2$ si avrà per le due sezioni d'urto differenziali:

(25)
$$\left(\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}\omega_{\mathrm{d}}\mathrm{d}\omega_{\alpha}}\right)^{\pm} = \left(a_0 \sum_{0}^{3} \mathrm{C}_{\mathrm{m}} \frac{(\mathrm{J-m})!}{(\mathrm{J+m})!} \left(\mathrm{P}_{\mathrm{J}}^{\mathrm{m}}(\cos\theta_{\alpha})\right)^2\right)^{\pm}$$

con

$$a_{o}^{+} \equiv ((2J+1) \ v_{\alpha} \ P_{J} \frac{\langle \gamma^{2} \rangle}{\langle D \rangle})^{\pm}$$

$$C_{o}^{+} \equiv \langle I - \frac{1}{2} | \frac{1}{2} - \frac{1}{2} J^{\pm} 0 \rangle^{2} (A(-\frac{1}{2}) + A(\frac{1}{2}))$$

$$C_{1}^{+} \equiv \langle I \frac{1}{2} | \frac{1}{2} - \frac{1}{2} J^{\pm} 1 \rangle^{2} (A(-\frac{1}{2}) + A(\frac{1}{2})) + \langle I \frac{3}{2} | \frac{1}{2} \frac{1}{2} J^{\pm} 1 \rangle^{2}$$

$$(A(-\frac{3}{2}) + A(\frac{3}{2}))$$

$$C_{2}^{+} \equiv \langle I \frac{5}{2} | \frac{1}{2} \frac{1}{2} J^{\pm} 2 \rangle^{2} (A(-\frac{5}{2}) + A(\frac{5}{2}))$$

$$C_{3}^{+} \equiv \langle I \frac{5}{2} | \frac{1}{2} - \frac{1}{2} J^{\pm} 3 \rangle^{2} (A(-\frac{5}{2}) + A(\frac{5}{2}))$$

La regola $\pi(^{17}0) = \pi(^{13}C)(-)^{J^{\pm}}$ selezionerà tra i due possibili valori di J nella (25).

Per esempio, se il livello dell' 17 0 in esame ha spin e parità $7/2^+$ allora per il decadimento al 13 C $_{1/2^-}$ si dovrà considerare J^- (=3) e per quello al 13 C $_{1/2^+}$ J^+ (=4), mentre se il livello in esame fosse un $7/2^-$ si avrebbe J^+ per 17 0 $\rightarrow \alpha + ^{13}$ C $_{1/2^-}$ e J^- per 17 0 $\rightarrow \alpha + ^{13}$ C $_{1/2^+}$.

L'analisi dei dati sperimentali darà, anche in questo caso, informazioni spettroscopiche sul livello dell' 170 che si prende in esame.

BIBLIOGRAFIA. -

- (1) A. Messiah, Mecanique Quantique, (Dunod, Paris).
- (2) M.A. Preston, Physics of the Nucleus (Addison-Wesley P.C.)
- (3) A.S. Davydov, Teoria del Nucleo Atomico (Zanichelli, Bologna)
- (4) S. Devons and L. J. B. Goldfarb, Handbuch der Physics, (Flugge, 1957), Vol. 42, pag. 362.
- (5) P. Swan, Rev. Mod. Phys. 37, 339 (1965).
- (6) A. E. Litherland and A. J. Ferguson, Can. J. Phys. 39, 788 (1961).
- (7) L.C.L. Yuan and C.S. Wu, Meth. of Exper. Phys. (Academic Press, 1963), Vol. 5, part B.
- (8) D. P. Balamuth, J. E. Holden, J. W. Noè and R. W. Zurmilhle, Phys. Rev. Letters 26, 1271 (1971).
- (9) D. P. Balamuth, Phys. Rev. <u>3C</u>, 1565 (1971).
- (10) A. Foti, G. Pappalardo, A. Strazzeri, M. Lepareux e N. Saunier, 61° Congresso SIF, Lecce (1975).