ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE

Sezione di Catania

INFN/BE-75/1 4 Agosto 1975

A. Strazzeri: UNA NOTA SULLE CORRELAZIONI ANGOLARI IN REAZIONI A TRE CORPI FINALI. -

## Istituto Nazionale di Fisica Nucleare Sezione di Catania

INFN/BE-75/1 4 Agosto 1975

A. Strazzeri: UNA NOTA SULLE CORRELAZIONI ANGOLARI IN REA-ZIONI A TRE CORPI FINALI. -

I -

Consideriamo la reazione a tre particelle finali nell'ipotesi di de cadimento sequenziale:

(1) 
$$a+X \rightarrow b+Y^{*} \rightarrow b+c+Z$$

Tale processo è rappresentato schematicamente in Fig. 1



Si assumono le seguenti ipotesi:

- I nuclei b e Y si trovano in stati con definiti momento angolare totale e parità J<sub>b</sub> π<sub>b</sub> e I<sub>Y</sub> π<sub>Y</sub> rispettivamente.
   Il numero Y si disintegra nei nuclei c e Z con definiti momento ango lare totale e parità J<sub>c</sub> π<sub>c</sub> e I<sub>Z</sub> π<sub>Z</sub> rispettivamente.
   Nel decadimento Y<sup>\*</sup>→c+Z le interazioni tra Y e b sono trascurabili.

Se si indica con  $\vec{l}$  il momento angolare orbitale e con  $\vec{s}$  lo spin, si ha:

$$\vec{J}_{b} = \vec{\ell}_{b} + \vec{s}_{b}$$

$$\pi_{Y} = \pi_{Z}(-)^{J}c$$

$$\vec{J}_{c} = \vec{\ell}_{c} + \vec{s}_{c}$$

Le ipotesi 1) e 3) permettono di trattare la prima parte del processo (I) come una reazione a due particelle finali. Rappresentiamo lo stato iniziale tramite la funzione d'onda(1, 2):

(1) 
$$\phi_{a,X} = \psi_X \psi_a \exp\left[i(\vec{k}_{aX}\vec{r}_{aX} - \eta_{aX} \ell n2(\vec{k}_{aX}\vec{r}_{aX}))\right]$$

dove  $\eta_{aX} = (Z_a Z_X e^2)/(\hbar v_{aX})$ ; v e k sono rispettivamente le velocità e il numero d'onda del moto relativo e le  $\psi$  caratterizzano lo stato interno di a e X.

La funzione (1) corrisponde a un flusso uguale alla velocità relativa  $v_{aX}$ ; infatti<sup>(1)</sup> trascurando le correzioni di ordine 1/r

(2) 
$$j_{aX} = \frac{\hbar}{2im_{aX}} \left[ \varphi_{aX}^{*} (\nabla_{aX} \varphi_{aX}) - \varphi_{aX} (\nabla_{aX} \varphi_{aX})^{*} \right] = v_{aX}$$

 $(m_{aX} e la massa ridotta nel canale (a, X))$ 

Il sistema (b + Y) può essere descritto da $^{(3,4)}$ 

(3) 
$$\emptyset_{b, Y} = r_{bY}^{-1} \sum_{J_{b}} \emptyset_{b} (r_{bY}) \sum_{m_{V}} \langle \operatorname{Im}_{I} | I_{Y} m_{Y} J_{b} m_{I} - m_{Y} \rangle \psi_{b} \psi_{Y}$$

 $(\vec{I}=\vec{J}+\vec{I}_X)$  è il momento angolare totale del sistema (a+X) che si conserva nella reazione X(a, b) Y), con

(4) 
$$\psi_{b} = \sum_{\sigma} \langle \ell_{b} m_{b} - \sigma_{b} s_{b} \sigma_{b} | J_{b} m_{b} \rangle Y_{\ell_{b}}^{m_{b} - \sigma_{b}} (\theta_{b}, \phi_{b}) \chi_{s_{b}}^{\sigma_{b}}$$

dove le  $Y_{\ell}^{m}$  sono le armoniche sferiche e  $\chi_{s_{b}}^{\sigma_{b}}$  la funzione di spin; ( $\theta_{b}, \phi_{b}$ ) sono gli angoli polari nel sistema del centro di massa dei nuclei b e Y.

Per la funzione radiale  $\phi_{J\ell}$ , che descrive il moto relativo dei prodotti della reazione X(a, b) Y, si ha(2,3)

$$\phi_{J_{b}}\boldsymbol{\ell}_{b} = -S_{J_{b}}^{(ba)}\boldsymbol{\ell}_{b} e^{-i\sigma\boldsymbol{\ell}} b^{(G_{b}+iF_{b})}$$

dove le funzioni F e  $G_{\ell}$  sono rispettivamente le soluzioni regolare e

2.

1.5

irregolare nell'origine dell'equazione<sup>(1)</sup>:

$$\left[\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{dr}^2} + \mathrm{k}^2 - \frac{2\mathrm{m}}{\hbar^2} \frac{\ell(\ell+1)}{\mathrm{r}^2} + \frac{ZZ' \mathrm{e}^2}{\mathrm{r}}\right] \quad \mathrm{f}_{\ell} = 0$$

 $\sigma_{\ell}$  = arg  $\Gamma(1+\ell+i\eta)$  è lo sfasamento coulombiano e S<sub>Jl</sub> è l'elemento della matrice di diffusione.

Il valore asintotico di  $\phi_{J_b\ell_b} e^{(1)}$ :

Per la funzione  $\psi_{Y}$  che descrive il processo di decadimento  $Y \rightarrow c+Z$  si ha<sup>(3)</sup>:

(6) 
$$\psi_{\mathrm{Y}} = \mathbf{r}_{\mathrm{c}Z}^{-1} \sum_{J_{\mathrm{c}}\ell_{\mathrm{c}}} \phi_{J_{\mathrm{c}}\ell_{\mathrm{c}}}(\mathbf{r}_{\mathrm{c}Z}) \sum_{\mathrm{m}_{Z}} \langle \mathrm{I}_{\mathrm{Y}}\mathrm{m}_{\mathrm{Y}}|\mathrm{I}_{Z}\mathrm{m}_{Z}\mathrm{J}_{\mathrm{c}}\mathrm{m}_{\mathrm{Y}}-\mathrm{m}_{Z} \rangle \psi_{\mathrm{c}} \psi_{Z}$$

con

(7) 
$$\psi_{c} = \sum_{\sigma_{c}} \langle \ell_{c} m_{c} - \sigma_{c} s_{c} \sigma_{c} | J_{c} m_{c} \rangle Y_{c}^{m_{c} \sigma_{c}} c(\theta_{c}, \phi_{c}) \chi_{s_{c}}^{\sigma_{c}}$$

 $(\theta_c, \phi_c)$  sono gli angoli polari nel sistema del centro di massa dei nuclei c e Z - sistema del nucleo di rinculo<sup>(5)</sup>.

(2)

dove

$$T_{J_{c}\ell_{c}} \equiv 1 - |S_{J_{c}\ell_{c}}|^{2} = 1 - e^{-4Im \delta_{\ell_{c}J_{c}}}$$

 $T_{JL}$  è il coefficiente di trasmissione che descrive la sezione d'urto di reazione nel processo c+Z  $\rightarrow$  Y

$$(\sigma_{r} = \frac{\pi}{k_{cZ}^{2}} \sum_{J_{c} \ell_{c}} \frac{1}{g_{J_{c}}} T_{J_{c} \ell_{c}}; \qquad \frac{1}{g_{J_{c}}} \equiv \frac{2I_{Y}^{+1}}{(2I_{Z}^{+1})(2J_{c}^{+1})})$$

Il coefficiente di trasmissione è legato alla penetrabilità  $P_{J_C \ell_C}$  e alla funzione di forza  $C_{YC}$  dalla relazione<sup>(2,3)</sup>

(8) 
$$T_{J_{c}\ell_{c}} = 4\pi P_{J_{c}\ell_{c}} C_{Y_{c}}$$

La funzione di forza è definita da(2,3)

$$C_{Y_c} = \frac{\langle \gamma_{Y_c}^2 \rangle}{\langle D_{Y} \rangle}$$

dove  $\gamma_{YC}^2$  è la cosiddetta larghezza ridotta e  $D_Y$  è la distanza media tra livelli adiacenti.

Asintoticamente si ha:

10

(9)

$$\phi_{Jc\ellc} = e^{i\ell_c \pi/2} (T_{J_c\ell_c})^{1/2} \exp\left[i(k_{cZ}r_{cZ} - \eta_{cZ}\ell n2k_{cZ}r_{cZ})\right]$$

Posto

$$f_{s_b \sigma_b}^{m_I m_Y}(\omega_b) \equiv -\sum_{J_b \ell_b} e^{i\ell_b \pi/2} S_{J_b \ell_b}^{(ba)} \langle Im_I | I_Y m_Y J_b m_b \rangle$$
10a)

(10a)

$$\langle \ell_{b}m_{b} - \sigma_{b}s_{b}\sigma_{b} | J_{b}m_{b} \rangle \Upsilon_{\ell_{b}}^{m_{b} - \sigma_{b}}(\omega_{b})$$

$$f_{s_{c}}^{m}Y_{\sigma c}^{m}Z(\omega_{c}) = \Sigma \qquad e^{i\ell_{c}\pi/2} (T_{J_{c}\ell_{c}})^{1/2} \langle I_{Y}^{m}Y|I_{Z}^{m}Z_{c}^{J_{c}m_{c}} \rangle$$

(10b)

$$\langle \ell_{c}m_{c} - \sigma_{c}s_{c}\sigma_{c} | J_{c}m_{c} \rangle \Upsilon_{\ell_{c}}^{m}c^{-\sigma}c(\omega_{c})$$

la funzione (3) si può riscrivere (v. le (4)(5)(6)(7)(9))

$$\phi_{bcZ} = \left\{ \begin{array}{cc} \Sigma & f_{s_{b}\sigma_{b}}^{m}Y(\omega_{b}) & f_{s_{c}\sigma_{c}}^{m}Y(\omega_{c}) \end{array} \right\} \begin{array}{c} \sigma_{b} & \sigma_{c} & \psi \\ \chi_{s_{b}\sigma_{c}}^{m}\chi_{s_{c}\sigma_{c}}^{m} & \psi \\ \gamma_{b}\sigma_{c} & \gamma_{c} & z \end{array}$$

(11)

$$\frac{\exp\left[i(k_{bY}r_{bY}-\eta_{bY}n2k_{bY}r_{bY})\right]}{r_{bY}} \frac{\exp\left[i(k_{cZ}r_{cZ}-\eta_{cZ}\ln 2k_{cZ}r_{cZ})\right]}{r_{cZ}}$$

Per calcolare la sezione d'urto differenziale della reazione considerata  $X(a, bc)Z^{(2)}$  occorre determinare il flusso di particelle c attraverso lo elemento di superficie  $r_{cZ}^2 d\omega_c$  per ogni particella b che attraversa l'ele mento di superficie  $r_{bY}^2 d\omega_b$  e dividere il risultato ottenuto per il flusso di particelle incidenti a.

Se si indica con j la densità di corrente e con  $\xi$  il flusso attraverso la superficie  $r^2 d\,\omega$ , si ha:

(12) 
$$d^{2} \sigma (\omega_{b}, \omega_{c}) = \frac{\xi_{cZ}}{j_{aX}} r_{bY}^{2} d\omega_{b} = \frac{j_{cZ}}{j_{aX}} r_{bY}^{2} d\omega_{b} r_{cZ}^{2} d\omega_{c}$$

Essendo

(13a) 
$$j_{cZ} = \frac{\hbar}{2im_{cZ}} \left[ \phi_{bcZ}^{\mathbf{x}} (\boldsymbol{\nabla}_{cZ} \phi_{bcZ}) - \phi_{bcZ} (\boldsymbol{\nabla}_{cZ} \phi_{bcZ})^{\mathbf{x}} \right] = r_{bY}^{-2} r_{cZ}^{-2} v_{cZ} W(\omega_{b}, \omega_{c})$$

con

(13b) 
$$\begin{split} \mathbb{W}(\omega_{b}, \omega_{c}) &\equiv \left| \begin{array}{c} \Sigma & f_{s_{b}\sigma_{b}}^{m_{I}m_{Y}}(\omega_{b}) & f_{s_{c}}^{m_{Y}m_{Z}}(\omega_{c}) \\ m_{Y}m_{Z} & m_{b}m_{c} \\ \sigma_{b}\sigma_{c} \end{array} \right|^{2} \end{split}$$

la (12) si scrive: (v. la (2)).

(14a) 
$$\frac{d^2 \sigma}{d \omega_b d \omega_c} = \frac{v_{cZ}}{v_{aX}} W(\omega_b, \omega_c)$$

Se i nuclei a e X sono non polarizzati si deve mediare su  $m_{I}$  (v. la (3)) la (14a) per cui

(14b) 
$$\frac{d^2\sigma}{d\omega_b d\omega_c} = \frac{v_c Z}{v_{aX}} (2I+1)^{-1} \Sigma_{m_I} W(\omega_b, \omega_c)$$

Se la particella b viene rivelata a  $0^{\circ}$  rispetto al fascio incidente<sup>(4, 6)</sup>, allora essendo

$$\mathbb{Y}_{b}^{m_{b}-\sigma}b(0)=0$$
 se  $m_{b} \equiv \sigma_{b}$ 

5.

6.

la (13ab) diventa:

(15a) 
$$W(0,\omega_{c}) = \sum_{\substack{m_{Y}^{m_{Z}}}} \left[ \sum_{\substack{\sigma \\ b}} \left| f_{s_{b}\sigma_{b}}^{m_{I}m_{Y}m_{Y}} Y(0) \right|^{2} \sum_{\substack{\sigma \\ c}} \left| f_{s_{c}}^{m_{Y}m_{Z}} Y_{\sigma_{c}}^{m_{Z}}(\omega_{c}) \right|^{2} \right]$$

In definitiva, posto (v. la (10a))

(16) 
$$A(m_{Y}) = v_{aX}^{-1} (2I+1)^{-1} \sum_{\sigma_{b}} \left| \sum_{J_{b}} \langle Im_{Y} + \sigma_{b} \right| I_{Y} m_{Y} J_{b} \sigma_{b} \rangle \sum_{\ell_{b}} B_{J_{b} \ell_{b}} \right|^{2}$$

con

$$\mathbf{B}_{\mathbf{J}_{b}\boldsymbol{\ell}_{b}} \equiv (-)^{\boldsymbol{\ell}_{b}} e^{i\boldsymbol{\ell}_{b}} \pi/2 \boldsymbol{\ell}_{b} \mathbf{0} \mathbf{s}_{b} \boldsymbol{\sigma}_{b} + \mathbf{J}_{b} \boldsymbol{\sigma}_{b} > \mathbf{S}_{\boldsymbol{\ell}_{b}' \mathbf{J}_{b}}^{(ba)}$$

si ha:

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega_b d\omega_c} = v_{cZ} \sum_{m_Y} A(m_Y) \sum_{m_Z \sigma_c} \left| \sum_{J_c \ell_c} e^{i\ell_c \pi/2} (T_{\ell_c J_c})^{1/2} \right|^{1/2}$$

(15b)

$$\times \langle I_{Y}m_{Y}|I_{Z}m_{Z}J_{c}m_{c} \rangle \langle \mathcal{L}_{c}m_{c} - \sigma_{c}s_{c}\sigma_{c}|J_{c}m_{c} \rangle \langle \mathcal{Y}_{c}m_{c} - \sigma_{c}(\theta_{c}, \phi_{c})|^{2}$$

Nelle (15) e (16) il massimo valore che può assumere m $_{\rm Y}$  è dato dalla somma degli spin dei nuclei a,X e b<sup>(6)</sup>; ossia:

$$(m_{\gamma})_{max} = s_{\chi} + s_{a} + s_{b}$$

## II -

Consideriamo alcune applicazioni della (15b)

a) Se 
$$s_c = 0$$
  $I_Z = 0$   
la (15b) diventa  $(J_c = L_c = I_Y)$ :  
(si porrà  $I_Y \equiv I m_Y \equiv m$ )

(17) 
$$\frac{\mathrm{d}^2 \sigma}{\mathrm{d} \omega_{\mathrm{b}} \mathrm{d} \omega_{\mathrm{c}}} = \mathrm{T}_{\mathrm{I}} \Sigma_{\mathrm{m}} \mathrm{A}(\mathrm{m}) | \mathrm{Y}_{\mathrm{I}}^{\mathrm{m}}(\theta_{\mathrm{c}}, \phi_{\mathrm{c}}) |^2$$

Per  $\phi_c = 0$ , tenendo conto delle proprietà delle armoniche sferiche<sup>(1)</sup>, si ha:

(18a) 
$$\frac{d^2 \sigma}{d \omega_b d \omega_c} = N_c Y \sigma(\theta_c)$$

con (v. la (8))

(18b) 
$$N_{cY} \equiv (2I+1) P_{I} v_{cZ} C_{Yc} A(0)$$

(18c) 
$$\sigma(\theta_{c}) \equiv (P_{I}(\cos\theta_{c}))^{2} + \sum_{1}^{m} a_{m}(P_{I}^{m}(\cos\theta_{c}))^{2}$$

(si è posto  $m \equiv (m)max$ )

dove i  ${\rm P}^m_I(\cos\theta_c)$  sono le funzioni di Legendre e i coefficienti  ${\rm a_m}$  sono dati da:

(18d) 
$$a_{m} \equiv \frac{A(-m)+A(m)}{(A(0))} \frac{(I-m)!}{(I+m)!}$$

Ora, poichè $^{(1)}$ 

risulta:

$$P_{I}^{m}(+1) = 0 \text{ per } m \neq 0; \qquad (P_{I}^{0}+1))^{2} = 1$$

(19)

9) 
$$\sigma(0) = \sigma(\pi) = 1$$

Inoltre, essendo $^{(1)}$ :

$$P_{I}^{m}(0) = 0 \qquad \text{se (I-m): dispari}$$

$$P_{I}^{m}(0) = (-\frac{I-m}{2} 2^{-I} (I+m)! \left[ (\frac{I-m}{2})! (\frac{I+m}{2})! \right]^{-1} \text{ se (I-m): pari}$$

posto:

$$Q(I) \equiv \begin{cases} \overline{m} \\ \sum_{n = m}^{\infty} a_{n} 2^{-2I} \left[ (I+m)! \right]^{2} \left[ (\frac{I-m}{2})! (\frac{I+m}{2})! \right]^{-2} \end{cases}_{(I-m): \text{ pari}}$$

si ha:

7.

8.

(20) 
$$\sigma\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left\{2^{-2I}\left(I!\right)^{2}\left[\left(\frac{I}{2}\right)!\right]^{-4}\right\}_{I: \text{ pari}} + Q(I)$$

Le (19) e (20) vengono utilizzate in quei casi in cui lo spin  $I_Y$  si determina tramite il rapporto  $\sigma(\pi)/\sigma(\pi/2)$  (v. per es. 8)).

Prendendo come esempio le reazioni  $X(^{6}Li, d) Y(\alpha) X \in X(^{7}Li, t)$ Y( $\alpha$ )X con I<sub>x</sub> = 0 (v. per es. 9)) si ha  $\overline{m}$  = 2 e la (18c) si scrive:

$$\sigma(\theta_{\alpha}) = (P_{I}(\cos\theta_{\alpha}))^{2} + \frac{b_{1}}{I^{2}+I} (P_{I}^{1}(\cos\theta_{\alpha}))^{2} + \frac{b_{2}}{I^{4}+2I^{3}-I^{2}-2I} (P_{I}^{2}(\cos\theta_{\alpha}))^{2}$$

con

$$b_i \equiv [A(-i) + A(i)](A(0))^{-1}.$$

b) Se è soltanto  $s_c = 0$  allora la (15b) diventa:

(si porrà:  $I_{Y} \equiv I$ ,  $I_{Z} \equiv I'$ ,  $m_{Y} \equiv m$ ,  $m_{Z} \equiv m'$ )

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega_b d\omega_c} = v_{cZ} \Sigma_m A(m) \sum_{m'} \left| \sum_{J_c} F_{J_c}^{mm'} Y_{J_c}^{m-m'}(\theta_c, \phi_c) \right|^2$$

con

$$F_{J_c}^{mm'} \exp(iJ_c \pi/2) (T_{J_c})^{\frac{1}{2}} \langle Im | I'm' J_c m-m' \rangle$$

Se per I intero si considera solo il termine con  $m=0^{(9)}$  e inoltre si fa l'ipotesi che il decadimento  $Y \rightarrow c+Z$  proceda essenzialmente con il minimo valore di  $J_c^{(8)}$ , allora, per  $\phi_c = 0$ , si scrive l'espressione approssimata  $(J \equiv (J_c)_{min})$ :

(22a) 
$$\frac{d^2\sigma}{d\omega_b d\omega_c} = N'_c \gamma \sigma(\theta_c)$$

con (v. la (8))

(22b)

$$N'_{CY} \equiv (2J+1) P_J v_{CZ} C_{YC} A(0) (\langle I0 | I'0J0 \rangle)^2$$

 $e(\mathbf{m'} \equiv (\mathbf{m'})_{\max})$ 

(22c) 
$$\sigma(\theta_{c}) \equiv (P_{J}(\cos\theta_{c}))^{2} + \sum_{1}^{\overline{m}'} d_{m'}(P_{J}^{m'}(\cos\theta_{c}))$$

dove

(22d) 
$$d_{m'} \equiv 2 \left[ \frac{\langle J0|I'm'J-m'\rangle}{\langle I0|I'0J0\rangle} \right]^2 \frac{(J-m')!}{(J+m')!}$$

Nella deduzione delle (22) si è tenuto conto delle seguenti proprietà $^{(1)}$ :

$$\mathbb{Y}_{J}^{-\mathbf{m}}(\boldsymbol{\theta}_{\mathbf{c}},0)=(-)^{\mathbf{m}}\mathbb{Y}_{J}^{\mathbf{m}}(\boldsymbol{\theta}_{\mathbf{c}},0)$$

$$\langle I0|I'm'J-m' \rangle = (-)^{I'+J-I} \langle I0|I'-m'Jm \rangle$$

La (22a) è formalmente simile alla (18a) e può essere applicata con buona approssimazione in un esame semplice di reazioni del tipo  $X(^{6}Li, d)$  $Y(\alpha)X^{X} \in X(^{7}Li, t)Y(\alpha)X^{X}$  con  $I_{X^{X}}$  intero.

## III -

Come tipico esempio daremo qui di seguito le  $d^2 \sigma / d \omega_d d \omega_\alpha$  per le reazioni  ${}^{12}C({}^{6}Li, d) {}^{16}O_I(\alpha) {}^{12}C_{0+}$  e  ${}^{12}C({}^{6}Li, d) {}^{16}O_I(\alpha) {}^{12}C_{2+}$  rispettiva mente (v. le (15b) e (18c)):

(23) 
$$(\frac{d^2\sigma}{d\omega_d d\omega_\alpha}) = \sum_{0+1}^{2} a_m \frac{(1-m)!}{(1+m)!} (P_I^m(\cos\theta_\alpha))^2$$

con

$$a_{o} \equiv (2I+1) \operatorname{P}_{I} v_{\alpha} \left( \frac{\langle \gamma^{2} \rangle}{\langle D \rangle} \right)_{0+} A(0)$$

$$a_i \ge a_0 \frac{A(-i) + A(i)}{A(0)}$$
  $i = 1, 2$ 

(24)

$$\left(\frac{d^{2}\sigma}{d\omega_{d}d\omega_{\alpha}}\right)_{2+} = \overline{a}_{0}\sum_{0}^{4} b_{m} \frac{(J-m)!}{(J+m)!} \left(P_{J}^{m}(\cos\theta_{\alpha})\right)^{2}$$

con

$$\overline{a}_{o} \equiv (2J+1) P_{J} \overline{v}_{\alpha} \left(\frac{\langle \gamma^{2} \rangle}{\langle D \rangle}\right)_{2+} A(0)$$

$$b_{0} \equiv \langle 10|20J0 \rangle^{2} + \langle 11|21J0 \rangle^{2} \frac{a_{1}}{a_{0}} + \langle 12|22J0 \rangle^{2} \frac{a_{2}}{a_{0}}$$

$$b_{1} \equiv 2\langle 10|2-1J1 \rangle^{2} + (\langle 1-1|2-2J1 \rangle^{2} + \langle 11|20J1 \rangle^{2}) \frac{a_{1}}{a_{0}} + \langle 12|21J1 \rangle^{2} \frac{a_{2}}{a_{0}}$$

$$b_{2} \equiv 2\langle 10|2-2J2 \rangle^{2} + \langle 11|2-1J2 \rangle^{2} \frac{a_{1}}{a_{0}} + \langle 12|20J2 \rangle^{2} \frac{a_{2}}{a_{0}}$$

$$b_{3} \equiv \langle 11|2-2J3 \rangle^{2} \frac{a_{1}}{a_{0}} + \langle 12|2-1J3 \rangle^{2} \frac{a_{2}}{a_{0}}$$

$$b_{4} \equiv \langle 12|2-2J4 \rangle^{2} \frac{a_{2}}{a_{0}}$$

La (24) è stata dedotta nell'ipotesi che il decadimento  ${}^{16}_{0} \rightarrow a + {}^{12}_{C_{2+}}$ proceda con un solo valore di  $J_{\alpha}$  (per es. il minimo J=I-2). Il confronto fra la correlazione angolare sperimentale e la (23) permette la determi nazione dello spin del livello dell' ${}^{16}_{0}$  in esame e i parametri  $a_i$  che compaiono pure nella (24); cosicchè l'unico parametro che può essere deter minato dal confronto fra la (24) e la correlazione angolare sperimentale per il decadimento  ${}^{16}_{0} \rightarrow a + {}^{12}_{C_{2+}}$  è  $\overline{a}$ . Noti  $a_0$  e  $\overline{a}_0$  si può determinare il rapporto fra le larghezze ridotte per i due decadimenti considerati

(25) 
$$\frac{\langle \gamma^2 \rangle_{2+}}{\langle \gamma^2 \rangle_{0+}} = \frac{(2I+1)}{(2J+1)} \frac{v_{\alpha}}{\overline{v}_{\alpha}} \frac{P_I}{P_J} \frac{a_o}{a_o}$$

L'analisi tramite le (23) e (24) ha permesso di ottenere informazioni spettroscopiche e sulla popolazione dei sottostati magnetici di qualche li vello dell' $^{16}$ 0 popolato tramite la reazione  $^{12}C(^{6}Li, d)^{16}0^{10})$ .

Infine accenniamo alle sezioni d'urto per le reazioni  ${}^{13}C(^{6}Li, d)$  ${}^{17}O_{I}(\alpha) {}^{13}C_{1/2-} e {}^{13}C(^{6}Li, d) {}^{17}O_{I}(\alpha) {}^{13}C_{1/2+}$ 

La conservazione della parità nel decadimento  ${}^{17}_{0} \rightarrow a + {}^{13}_{C}$  impone che soltanto un valore di J<sub>a</sub> nella (15b) deve essere considerato; per cui posto J<sup>±</sup> = I+1/2 si avrà per le due sezioni d'urto differenziali:

(25) 
$$(\frac{d^2\sigma}{d\omega_d d\omega_\alpha})^{\pm} = (a_0 \sum_{0}^{3} C_m C_m \frac{(J-m)!}{(J+m)!} (P_J^m(\cos\theta_\alpha))^2)^{\pm}$$

con

$$\begin{aligned} a_{0}^{\pm} &\equiv ((2J+1) v_{\alpha} P_{J} \frac{\langle \gamma^{2} \rangle}{\langle D \rangle})^{\pm} \\ C_{0}^{\pm} &\equiv \langle I - \frac{1}{2} | \frac{1}{2} - \frac{1}{2} J^{\pm} 0 \rangle^{2} (A(-\frac{1}{2}) + A(\frac{1}{2})) \\ C_{1}^{\pm} &\equiv \langle I \frac{1}{2} | \frac{1}{2} - \frac{1}{2} J^{\pm} I \rangle^{2} (A(-\frac{1}{2}) + A(\frac{1}{2})) + \langle I \frac{3}{2} | \frac{1}{2} \frac{1}{2} J^{\pm} I \rangle^{2} \\ & (A(-\frac{3}{2}) + A(\frac{3}{2})) \\ C_{2}^{\pm} &\equiv \langle I \frac{5}{2} | \frac{1}{2} \frac{1}{2} J^{\pm} 2 \rangle^{2} (A(-\frac{5}{2}) + A(\frac{5}{2})) \\ C_{3}^{\pm} &\equiv \langle I \frac{5}{2} | \frac{1}{2} - \frac{1}{2} J^{\pm} 3 \rangle^{2} (A(-\frac{5}{2}) + A(\frac{5}{2})) \end{aligned}$$

La regola  $\pi ({}^{17}0) = \pi ({}^{13}C)(-)^{J^{\pm}}$  selezionerà tra i due possibili valori di J nella (25).

Per esempio, se il livello dell'<sup>17</sup>0 in esame ha spin e parità  $7/2^+$ allora per il decadimento al  ${}^{13}C_{1/2^-}$  si dovrà considerare J<sup>-</sup>(=3) e per quello al  ${}^{13}C_{1/2^+}$  J<sup>+</sup>(=4), mentre se il livello in esame fosse un  $7/2^-$  si avrebbe J<sup>+</sup> per  ${}^{17}O \rightarrow \alpha + {}^{13}C_{1/2^-}$  e J<sup>-</sup> per  ${}^{17}O \rightarrow \alpha + {}^{13}C_{1/2^+}$ .

L'analisi dei dati sperimentali darà, anche in questo caso, informazioni spettroscopiche sul livello dell'<sup>17</sup>0 che si prende in esame.

## BIBLIOGRAFIA. -

- (1) A. Messiah, Mecanique Quantique, (Dunod, Paris).
- (2) M.A. Preston, Physics of the Nucleus (Addison-Wesley P.C.)
- (3) A.S. Davydov, Teoria del Nucleo Atomico (Zanichelli, Bologna)
- (4) S. Devons and L. J. B. Goldfarb, Handbuch der Physics, (Flugge, 1957), Vol. 42, pag. 362.
- (5) P. Swan, Rev. Mod. Phys. 37, 339 (1965).
- (6) A.E. Litherland and A.J. Ferguson, Can. J. Phys. 39, 788 (1961).
- (7) L.C.L. Yuan and C.S. Wu, Meth. of Exper. Phys. (Academic Press, 1963), Vol. 5, part B.
- (8) D. P. Balamuth, J. E. Holden, J. W. Noè and R. W. Zurmühle, Phys. Rev. Letters <u>26</u>, 1271 (1971).
- (9) D. P. Balamuth, Phys. Rev. <u>3C</u>, 1565 (1971).
- (10) A. Foti, G. Pappalardo, A. Strazzeri, M. Lepareux e N. Saunier, 61<sup>o</sup> Congresso SIF, Lecce (1975).