

ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE

Sezione di Catania

INFN/AE-78/5
15 Marzo 1978

E. Recami: INTRODUZIONE ALLA "RELATIVITA' ESTESA",
E ALLE RELATIVITA' "PROIETTIVA" E "CONFORME".

E. Recami: INTRODUZIONE ALLA "RELATIVITA' ESTESA", E ALLE RELATIVITA' "PROIETTIVA" E "CONFORME" (x).

INDICE

<u>PARTE A: Introduzione alla "Relatività" estesa: causalità, osservatori superluminali.</u>	3
<u>1. - Premessa.</u>	3
<u>2. - Revisione dei postulati della Relatività Speciale (RS).</u>	4
<u>3. - Causalità in RS.</u>	5
3.1. - Principio di Reinterpretazione, Causalità ritardata (e Antimateria).	5
3.2. - Alcune conseguenze.	7
<u>4. - "Relatività Estesa" (RE).</u>	9
4.1. - Osservazioni storiche.	9
4.2. - Considerazioni preliminari (e avvertimenti) sui tachioni.	10
4.3. - Principio di Dualità.	11
4.4. - Bradioni e Tachioni. Trasformazioni di Lorentz subluminali (LT) e Superluminali (LTS).	12
4.5. - Trasformazioni di Lorentz generalizzate (TLG).	14
4.6. - Descrizioni e leggi, Equivalenza dei sistemi inerziali bradionici e tachionici.	15
4.7. - Causalità e tachioni.	17
4.8. - Fisica classica per i tachioni.	18
4.9. - Risoluzione dei paradossi causali per i tachioni (e digressione).	21
<u>5. - Materia e Antimateria.</u>	23
5.1. - L'antimateria.	23
5.2. - Sorgenti e Rivelatori. Interazioni ed Oggetti.	24
<u>6. - Teorema CPT; Relazioni di "Crossing"; e Soluzioni "Anticipate".</u>	25
6.1. - Il teorema CPT.	25
6.2. - Solo le "Leggi", e non le "Descrizioni", sono covarianti.	26
6.3. - Relazioni di "Crossing" (o d'incrocio).	27
6.4. - Le soluzioni "anticipate".	28
<u>7. - Alcune Considerazioni sui Tachioni.</u>	28
7.1. - Buchi neri e Tachioni.	28
7.2. - Considerazioni varie.	30
7.3. - Particelle "virtuali" e Tachioni.	31
7.4. - Astrofisica e Oggetti Superluminali.	33
<u>PARTE B: Altre estensioni della relatività.</u>	35
<u>8. - La "Relatività Proiettiva".</u>	35
8.1. - Introduzione alla "Relatività Proiettiva".	35
8.2. - Un approccio alternativo.	37
<u>9. - Sulla "Relatività Conforme".</u>	38
9.1. - Introduzione.	38
9.2. - Una "gerarchia" di universi e Teoria unificata delle interazioni gravitazionali e "forti".	39
<u>Bibliografia e note.</u>	44

(x) - Questo lavoro si è giovato molto di una stretta collaborazione col Prof. Piero Caldirola.
Lavoro parzialmente finanziato dal MPI (ex-art. 286 T.U.).

PARTE A: INTRODUZIONE ALLA "RELATIVITA' ESTESA": CAUSALITA', OSSERVATORI SUPERLUMINALI.

1. - PREMESSA

Queste pagine si propongono:

- a) Di riformulare la teoria della "Relatività Speciale" (RS), aggiungendo sostanzialmente ai soli due postulati il postulato della Causalità (ritardata), così da proibire esplicitamente la trasmissione di informazione nel passato. Tale discussione della causalità in RS ci condurrà a "predire" l'esistenza dell'antimateria in un contesto puramente relativistico.
- b) Di studiare l'estensione della RS a sistemi di riferimento più veloci della luce e ad oggetti Super-luminali, introducendo così la teoria della "Relatività Estesa" (RE). Lo schema, più ampio, della RE ci condurrà a una migliore comprensione della usuale fisica relativistica (per es.: del teorema CPT, delle cosiddette "relazioni di crossing" della fisica delle particelle elementari, delle connessioni tra materia e antimateria, del significato delle soluzioni "anticipate"; ecc.).
- c) Di menzionare brevemente (nella Parte B) altre possibili estensioni delle teorie relativistiche (come la Relatività Proiettiva e la Relatività Conforme) da un punto di vista soprattutto intuitivo.

Questa Parte A si basa in largaparte su lavori svolti dall'autore in collaborazione con P. CALDIROLA (Milano), R. MIGNANI (Roma), M. PAVŠIČ (Ljubljana), G. ZIINO (Palermo), e altri. Prima di proseguire, ricordiamo subito quanto segue. Nel suo lavoro iniziale sulla Relatività speciale EINSTEIN⁽¹⁾ - dopo aver introdotto le trasformazioni di Lorentz - considerò una sfera in moto con velocità $\underline{u}$ lungo l'asse $\underline{x}$ e noto che (a causa del moto relativo) essa appare nel riferimento a riposo come un ellissoide con semiassi

$$a_x = R \sqrt{1 - \beta^2}; \quad a_y = a_z = R. \quad (\beta = u/c) \quad (1)$$

A questo punto EINSTEIN aggiunse⁽²⁾: "Für $\underline{u} = \underline{c}$ schrumpfen alle bewegten Objecte - vom "ruhenden" System aus betrachtet - in flächenhafte Gebilde zusammen. Für Überlichtgeschwindigkeiten werden unsere Überlegungen sinnlos; wir werden übrigens in den folgenden Betrachtungen finden, dass die Lichteschwindigkeit in unserer Theorie physikalisch die Rolle der unendlich grossen Geschwindigkeiten spielt". Cioè: "Per $\underline{u} = \underline{c}$ tutti gli oggetti in moto - visti dal riferimento "a riposo" - si contraggono in strutture piane. Per velocità superluminali le nostre considerazioni perdono di significato; troveremo, inoltre, nella discussione che segue che la velocità della luce gioca nella nostra teoria il ruolo di una velocità infinitamente grande".

EINSTEIN si riferiva all'ovvio fatto che, per $\underline{v} > \underline{c}$, la quantità $\underline{a}_x$ diviene immaginaria pura: se $\underline{a}_x \equiv \underline{a}_x(\underline{u})$, allora^(3, 4):

$$a_x(U) = \pm i a_x. \quad (U = c^2/u) \quad (2)$$

EINSTEIN notò pure che, nella sua Relatività, la velocità $\underline{v} = \underline{c}$ della luce gioca un ruolo simile a quello giocato dalla velocità infinita $\underline{v} = \infty$ nella relatività galileiana⁽⁵⁾.

Quando discuteremo il punto b) vedremo in che senso le asserzioni qui sopra sono vere, e considereremo se e come esse possano (almeno parzialmente) essere superate. Ma torniamo ora al punto a).

2. - REVISIONE DEI POSTULATI DELLA RELATIVITA' SPECIALE (RS).

La teoria della RS costituisce lo schema tipico per considerare il problema della Causalità in fisica. Essa assume, come sfondo, uno spazio-tempo tetra-dimensionale e pseudo-Euclideo.

Ricordiamo che una scelta opportuna di Postulati per la RS è la seguente^(6, 7):

1) Primo Postulato, Principio di Relatività:

"Le leggi fisiche dell'Elettromagnetismo e della Meccanica sono covarianti (= invarianti in forma) quando si passa da un osservatore inerziale a un altro osservatore inerziale". Si noti che questo postulato non impone alcuna limitazione alla velocità relativa u dei due osservatori inerziali. Tale primo postulato si ispira alla considerazione che tutti i riferimenti inerziali dovrebbero⁽⁸⁾ essere equivalenti (per una definizione di "equivalenza", si veda il paragrafo 4.6 nel seguito).

2) Secondo Postulato:

"Lo spazio-tempo è omogeneo e lo spazio è isotropo". Questo secondo postulato è giustificato dal fatto che da esso seguono le leggi di conservazione di energia, quantità di moto (o impulso, o momento) e momento della quantità di moto (o momento angolare), le quali leggi sono ben verificate dall'esperienza, per lo meno nel nostro "intorno" spazio-temporale.

Fin dal 1910 è stato mostrato⁽⁹⁾ che il postulato dell'invarianza della velocità della luce nel vuoto non è strettamente necessario, poichè essa può essere dedotta⁽⁹⁾ dai suddetti postulati 1) e 2). Torneremo ancora su questo interessante punto; qui osserviamo solo che il ruolo particolare della velocità c della luce in RS è dovuto alla sua invarianza, e non al fatto di essere (o non essere) la velocità massima.

Ora, se vogliamo - come vogliamo - evitare la trasmissione di informazioni verso il passato, è necessario un terzo postulato^(6, 10):

3) Terzo Postulato:

"Non esistono oggetti o particelle, viaggianti in avanti nel tempo, che abbiano energia negativa (c + segnali fisici vengono trasportati solo dagli oggetti che appaiono trasportare energia positiva)". Tale forma del "Terzo Postulato" è particolarmente chiara nell'ambito della teoria dell'informazione. Si mostrerà poi che questo postulato è equivalente al Principio di Causalità (Ritardata): "Per ogni osservatore, le cause" precedono cronologicamente i loro effetti" (per le definizioni di "cause" ed "effetti" vedere il seguito).

Dal Postulato 3) si dedurrà inoltre l'esistenza dell'antimateria.

Torniamo ora ai postulati 1) e 2). Da essi segue^(7, 8) che esiste una (ed una sola) quantità w^2 - avente le dimensioni fisiche del quadrato di una velocità - la quale ha lo stesso valore per tutti gli osservatori inerziali:

$$w^2 = \text{invariante.} \quad (3)$$

Se assumessimo $w = \infty$, come fatto in Relatività galileiana, otterremmo subito la fisica classica di Galilei-Newton. In tal caso, la velocità invariante sarebbe quella infinita, e - indicando simbolicamente con $\oplus$ l'operazione di composizione della velocità - potremmo scrivere: $\infty \oplus v = \infty$.

Ma l'esperienza ci ha mostrato che la velocità invariante è finita (e reale), e precisamente che essa è la velocità c della luce nel vuoto. Cioè la velocità invariante è in effetti c:

$$c \oplus v = c, \quad (4)$$

e si ottiene così immediatamente la fisica e le Relatività einsteiniane. Sottolineiamo che, in questo secondo caso, la velocità infinita non è più invariante: $\infty \oplus v = v' \neq \infty$. Ciò significa semplicemente che l'operazione $\oplus$ non è l'operazione + dell'aritmetica elementare ordinaria. Ripetiamo, inoltre, che i postulati 1) e 2) richiedono l'esistenza di una velocità invariante, e non di una velocità massima: la velocità c risulterà essere in RS una velocità limite, ma ogni limite - come ben noto - possiede a priori due "lati", due fianchi.

Se, però aggiungiamo l'ipotesi che per qualsiasi velocità $\vec{v}$ vale $|\vec{v}| < c$, allora i postulati di cui sopra implicano che le osservazioni fatte dal riferimento inerziale O vengono trasformate in quelle di un altro osservatore inerziale O' , in moto relativo rettilineo uniforme, mediante le usuali trasformazioni di Lorentz, il cui significato geometrico è rappresentato in Fig. 1.

3. - CAUSALITA' IN RS.

3.1. - Principio di Reinterpretazione, Causalità Ritardata (e Antimateria).

Per tornare al nostro "Terzo Postulato", consideriamo ora la Fig. 2, dove per semplicità ci si riferisce a uno spazio-tempo bidimensionale. Quando ci troviamo al punto $x=0$ al tempo $t=0$, di solito siamo inclini a considerare come "esistenti" tutti gli eventi dell'asse x . Però, se un altro osservatore inerziale, O' , in moto lungo l'asse x positivo, ci supera nell'evento-origine, egli tenderà a considerare come "esistenti" allo stesso istante $t=t'=0$ tutti i punti dell'asse x' . Perciò, se vogliamo essere in grado di comunicare e scambiare informazioni con lui, dobbiamo essere disposti a considerare che tutti gli eventi cronotopici "esistano"⁽¹⁰⁾ (o per lo meno quelli al di fuori delle zone passato-futuro del cono di luce). A questo punto, nulla a priori sembra allora impedire che l'evento A influenzi l'evento B (vedere Fig. 2).

Proprio per proibire questa possibilità abbiamo introdotto il "Terzo Postulato" (o "RIP" = principio di reinterpretazione). Il punto importante è il seguente: dato che noi "esploriamo" lo spazio-tempo minkowskiano procedendo in avanti nel tempo (cioè nella direzione determinata dalla Termodinamica e dalla evoluzione cosmologica)⁽¹¹⁾, ogni osservatore vedrà per primo l'evento B di Fig. 2 e per ultimo l'evento A . Inoltre si può mostrare⁽¹²⁾ che un oggetto viaggiante all'indietro nel tempo (Fig. 2) corrisponde nello spazio duale di quello cronotopico, cioè nello spazio dei quadri-impulsi (vedere Fig. 3a), a un oggetto trasportante energia negativa. E, viceversa,

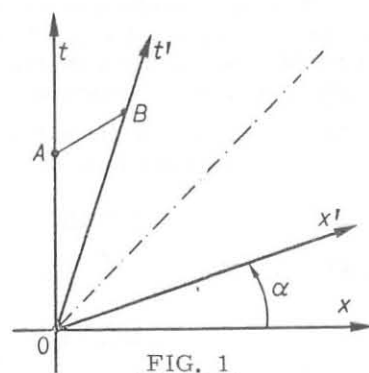


FIG. 1

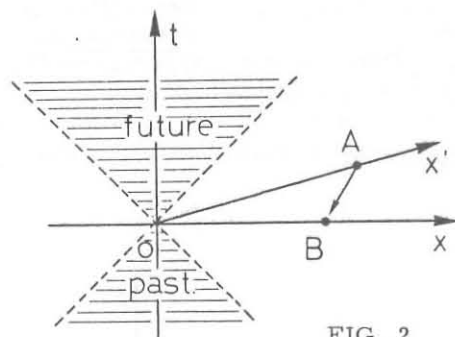


FIG. 2

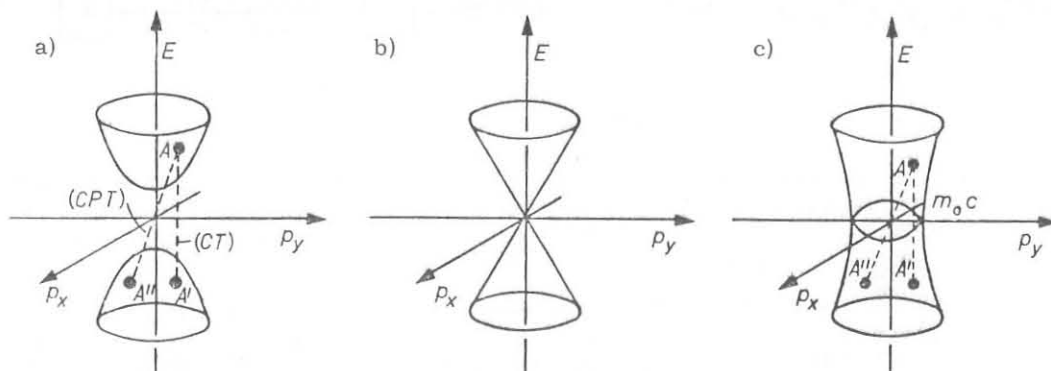


FIG. 3

sa, cambiare il segno dell'energia nel secondo spazio corrisponde a cambiare il segno del tempo nel primo spazio (il duale)⁽¹²⁾. Possiamo facilmente renderci ragione di ciò se partiamo - coi piedi di piombo - dalla considerazione di ciò che conosciamo con sicurezza dall'esperienza: e cioè di oggetti ad energia positiva che viaggiano in avanti nel tempo. Se ora applichiamo ad uno di essi un'operazione che inverte il suo moto indietro nel tempo, allora i postulati 1) e 2) ci obbli-

gano a usare una trasformazione di Lorentz non-ortocrona. Ma ogni trasformazione di Lorentz che inverte il segno della quarta componente del tetravettore cronotopico (ovvero del tempo) cambierà anche il segno della quarta componente del vettore quadrimpulso (cioè della energia) e di ogni altro tetravettore associato allo stesso oggetto sotto osservazione.

Questo è vero anche in Teoria Quantistica dei Campi (TQC), ossia in meccanica quantistica relativistica: per esempio, se

$$f(\vec{p}, E) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \tilde{f}(\vec{x}, t) \cdot \exp[i\vec{p} \cdot \vec{x} - iEt] \cdot d^4x,$$

allora⁽¹²⁾:

$$f(\vec{p}, -E) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \tilde{f}(\vec{x}, -t) \cdot \exp[i\vec{p} \cdot \vec{x} - iEt] \cdot d^4x. \quad (5)$$

Applichiamo ora il nostro Terzo Postulato. E' facile convincersi che le due situazioni para-dossali di cui sopra (moto all'indietro nel tempo ed energia negativa) possono essere reinterpre-tate in modo del tutto ortodosso da ogni osservatore, quando esse sono - come sono - contemporanee. Precisamente, supponiamo (Fig. 4) che una particella P con energia negativa e per es. carica⁽¹³⁾ -e, viaggiante all'indietro nel tempo, venga emessa da A al tempo t_1 e assorbita da B al tempo $t_2 < t_1$. Allora, al tempo t_1 l'oggetto A "perderà" energia negativa e carica -e, cioè acquisterà energia positiva e carica +e. E, al tempo $t_2 < t_1$, l'oggetto B "acquisterà" energia

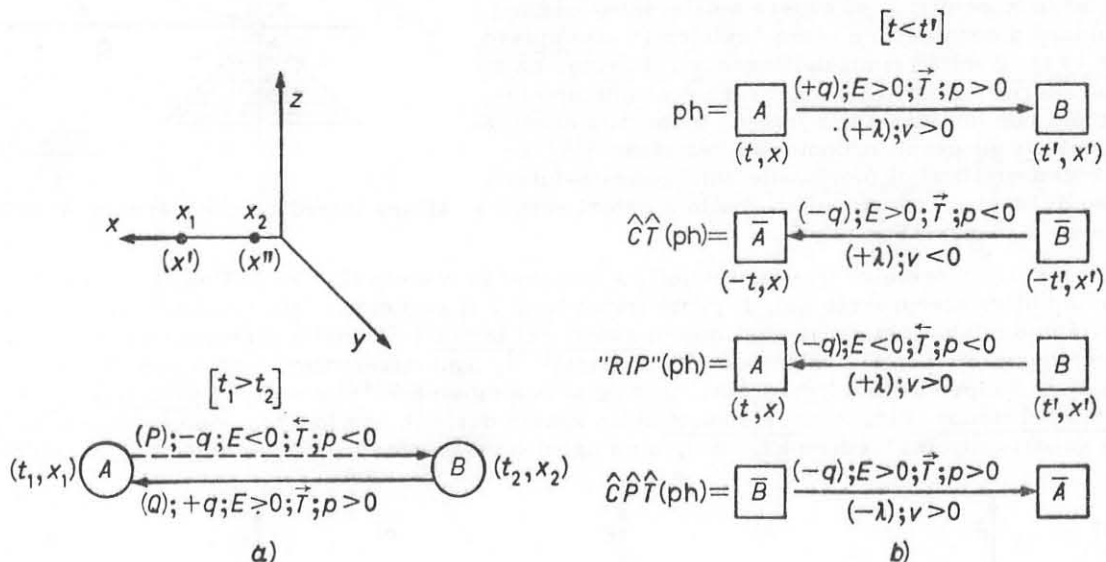


FIG. 4

negativa e carica -e, cioè perderà energia positiva e carica +e. Infatti, emissione di una quantità negativa è equivalente ad assorbimento di quantità positiva, e vice versa. Il fenomeno fisico qui illustrato non apparirà altro che lo scambio da B ad A di una (ordinaria) particella Q, con energia positiva, carica +e, e viaggiante in avanti nel tempo.

Abbiamo però visto che Q ha carica opposta a quella di P; ciò significa che il nostro "procedimento di reinterpretazione" opera - tra l'altro - una⁽¹³⁾ coniugazione di carica, C. Una analisi accurata^(12, 14, 15) del "RIP" ci dice che invero Q apparirà come l'ANTIPARTICELLA⁽¹⁶⁾ di P:

$$Q = \bar{P}. \quad (6)$$

Vogliamo dire che il concetto di anti-materia è puramente relativistico; e che, sulla base del doppio segno (Fig. 3a):

$$E = \pm \sqrt{\vec{p}^2 + m_0^2}, \quad (c = 1) \quad (7)$$

l'esistenza delle antiparticelle - esattamente con tutte le proprietà che esse rivelarono quando più tardi scoperte - poteva essere predetta fin dal 1905 sulla base della sola relatività einsteiniana, purchè si fosse fatto uso della suddetta "Reinterpretazione". Questo potente aspetto della RS non è mai stato messo in evidenza (eccetto che in bibl. (6), (14), (15)). Ciò che si vuol dire è che i punti dell'iperboloide inferiore di Fig. 3a, corrispondendo non solo ad energie negative ma anche a moto all'indietro nel tempo, rappresentano gli stati cinematici dell'antiparticella P (della particella P rappresentata dal foglio superiore di iperboloide).

Si noti esplicitamente che il nostro "Terzo Postulato", insieme con il processo di reinterpretazione suddetto, può assumere una forma che - seguendo STÜCKELBERG⁽¹⁷⁾ e FEYNMAN⁽¹⁸⁾ - chiameremo "Principio di Reinterpretazione" (RIP): "Non esistono oggetti ad energia negativa che viaggiano in avanti nel tempo; e ogni oggetto P ad energia negativa che viaggi all'indietro nel tempo può e deve essere reinterpretato come il suo anti-oggetto $\bar{P}$ muovendosi nella direzione opposta (ma recante energia positiva e viaggiante in avanti nel tempo)"^(6, 15). Osserviamo che i nostri tre postulati implicano che: non esistono neppure oggetti ad energia positiva che viaggiano all'indietro nel tempo; e non solo possiamo applicare il "RIP", ma anzi dobbiamo applicarlo (infatti noi apparteniamo al mondo macrofisico e quindi dobbiamo esplorare lo spazio-tempo nella direzione positiva del tempo t ; perciò non possiamo neppure "vedere" una particella andare all'indietro nel tempo: vedremo invece, e sempre, la sua antiparticella "reinterpretata" viaggiare in avanti nel tempo). Il Terzo Postulato, infine, richiede - come già si è detto - che "i segnali fisici sono trasportati solo dagli oggetti che viaggiano in avanti nel tempo, o, equivalentemente, solo dagli oggetti che trasportano energia positiva".

E' ora chiaro che il nostro "RIP", eliminando ogni trasmissione di informazioni nel passato, impone sempre la validità della Legge di Causalità Ritardata ("le cause avvengono per ogni osservatore prima dei loro effetti")⁽¹⁰⁾. A questo punto, sottolineiamo che nella letteratura due differenti asserzioni passano sotto lo stesso nome di "principio di causalità". La prima di queste porta questo nome molto impropriamente, dato che richiede meramente la non esistenza di segnali più veloci della luce: noi abbandoneremo tale ipotesi aggiuntiva. La seconda asserzione, invece, stabilisce che le cause⁽¹⁹⁾ devono precedere cronologicamente i loro stessi effetti⁽¹⁹⁾, in qualsiasi riferimento. Questa seconda affermazione viene adottata⁽¹⁴⁾ da noi quale definizione della causalità⁽¹⁹⁾ (o, meglio, della causalità ritardata⁽²⁰⁾).

Notiamo anche, esplicitamente, che la procedura di reinterpretazione scambia i ruoli di sorgente e rivelatore, e che - in relazione alla Fig. 2 - ogni osservatore giudicherà B la sorgente e A il rivelatore dell'antiogetto $\bar{P}$ (reinterpretato).

Qui vogliamo anticipare che il Terzo Postulato permette di capire anche i paradossi connessi col noto fatto che molti problemi ammettono, oltre alle usuali soluzioni "ritardate", anche soluzioni avanzate: tali "soluzioni avanzate" semplicemente rappresentano antiparticelle in moto nella direzione opposta^(12, 14, 15). Per esempio, se le equazioni di Maxwell ammettono soluzioni descriventi fotoni (polarizzati) uscenti di elicità $\lambda = +1$, allora esse ammettono anche soluzioni descriventi fotoni⁽²¹⁾ (polarizzati) entranti di elicità $\lambda = -1$.

Chiudiamo questo paragrafo menzionando che il "RIP" trova una formulazione più elegante e molto naturale in uno spazio penta-dimensionale, dove il quinto asse è connesso alla massa a riposo (ved. bibl. (22)).

3.2. - Alcune conseguenze.

Un attento esame della Fig. 4b mostra per es. che il "RIP" cambia - tra l'altro - il segno del trimomento ma non influisce sul segno della tri-velocità; cioè cambia il segno della "massa a riposo". Dalla Fig. 4b si riconosce^(6, 22) che il "RIP" formalmente equivale a mutare il segno di tutte le cariche additive⁽¹³⁾ e della massa a riposo m_0 (oltre a scambiare emissione in assorbimento, e viceversa); chiameremo "coniugazione forte", $\bar{C}$, l'operazione discreta⁽²³⁾:

$$\bar{C} \equiv C C_{m_0} \quad (8)$$

dove C è la coniugazione di tutte le cariche⁽¹³⁾ additive e C_{m_0} è la inversione del segno della massa a riposo. Possiamo scrivere (trascurando l'operazione X che effettua l'inversione emissione $\leftrightarrow$ assorbimento):

$$"RIP" \equiv \bar{C}. \quad (9)$$

Se ricordiamo come le antiparticelle "derivino" dalle particelle, concludiamo che alle antiparticelle si devono attribuire formalmente masse a riposo negative⁽²²⁾ (ma, naturalmente, energie relativistiche totali positive!). Per chiarezza, ricordiamo che per ogni particella libera in forma covariante si può scrivere

$$E \equiv p_0 c = m_0 u_0 c^2 \quad (10)$$

dove u_0 è la componente "temporale" della quadri-velocità. Ora consideriamo una trasformazione di Lorentz non ortocrona, $-L$, la quale per semplicità cambi solo il segno di tutte le componenti temporali:

$$E' = -E = m_0 (-u_0) c^2 = -m_0 u_0 c^2.$$

Applicando poi il "RIP", così da ottenere l'antiparticella corrispondente, abbiamo finalmente (per l'antiparticella):

$$E'' = -E' = (-m_0)(-u_0) c^2$$

sì che l'antiparticella (la cui componente della quadri-velocità è ovviamente $-u_0$) rimane con una massa a riposo negativa.

Perciò potremo scrivere

$$\begin{aligned} E &= +m_0 c^2 && \text{per particelle libere } (m_0 > 0), \\ E &= -m_0 c^2 && \text{per antiparticelle libere } (m_0 < 0), \end{aligned} \quad (11)$$

cosicchè sarà sempre $E = +|m_0| c^2$. Osserviamo che le equazioni (11) non violano la covarianza, dato che entrambe discendono dalla equazione covariante (10).

Dovrebbe essere chiaro, però, che nulla impedisce di introdurre per es. una nuova "massa propria" (distinta dall'ordinaria "massa a riposo") la quale sia invariante nel passaggio particella $\leftrightarrow$ antiparticella⁽²⁴⁾; ciò che abbiamo voluto notare è che - nel formalismo usuale - l'ordinaria massa a riposo gode invece della proprietà sopra illustrata. Tale considerazione ci sarà utile per chiarire molti punti: per esempio (se ci è concesso saltare alla Meccanica Quantistica (MQ)), nel caso in cui correttamente si insista ad associare energie positive sia agli elettroni e^- sia ai positoni e^+ , allora l'equazione di Dirac libera fornisce⁽²²⁾ - come richiesto - parità intrinseche opposte per e^- ed e^+ solo sotto la condizione m_0 (fermione) $= -m_0$ (antifermione).

Ancora nell'ambito della MQ è facile osservare (quando si tratta, al solito, di stati con parità definita) che⁽²²⁾:

$$\bar{C} \equiv P_5, \quad (8')$$

essendo P_5 l'operatore chiralità ($P_5^{-1} \psi P_5 \equiv \gamma^5 \psi = \bar{C}^{-1} \psi \bar{C}$), così che⁽²²⁾:

$$"RIP" \equiv P_3. \quad (9')$$

4. - LA "RELATIVITA' ESTESA".

Tutte le considerazioni del Paragrafo 3 assumono una forma più "compatta" quando noi introduciamo anche sistemi di riferimento Super-luminali (= più veloci della luce) e tachioni⁽¹²⁾, così da tener conto di tutte le rotazioni spaziali (per $0 < \alpha < 2\pi$: ved. Figg. 1 e 5) quali trasformazioni di Lorentz generalizzate. A questo proposito, sottolineiamo subito che sembra possibile estendere⁽²⁵⁾ la Relatività Speciale nel modo suddetto senza violare il principio di causalità ritardata^(15, 24), semplicemente partendo dai nostri tre Postulati (Paragr. 2) senza assumere a priori che $|v| < c$.

Ricordiamo che si dovette postulare il "RIP" (o principi equivalenti) quale terzo postulato della RS al fine di evitare in essa la possibilità di invio di informazione verso il passato. Questo principio ci ha anche permesso di predire l'esistenza delle antiparticelle e ci permetterà una migliore comprensione della relazione esistente tra materia e antimateria. Il Terzo Postulato stesso - o, meglio, lo stesso gruppo di tre postulati - sono sufficienti per derivare una teoria causale anche in presenza di oggetti più veloci della luce.

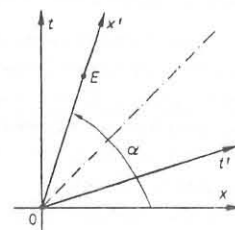


FIG. 5

4.1. - Osservazioni storiche.

Gli oggetti Superluminali hanno ricevuto il nome di "Tachioni" (T) in bibl. (26), dalla parola greca $\tau α λ υ ς$ = veloce. "Une particule qui a un nom possède déjà un début d'existence", verrà più tardi commentato⁽²⁷⁾. Noi chiameremo "Bradioni" (B) gli usuali oggetti più lenti della luce^(28, 29), dalla parola greca $β ρ α δ υ ς$ = lento. Infine, si chiameranno "Luxoni" (ℓ) gli oggetti - come i fotoni - viaggianti esattamente alla velocità della luce⁽³⁰⁾.

Per quanto ci consta, il primo Autore a parlare delle particelle più veloci della luce fu LUCREZIO, come segnalato da CORBEN⁽³¹⁾. Qui vogliamo riportare esplicitamente un altro, nuovo passo dal "De Rerum Natura"⁽³²⁾:

"Quone vides citius debere et longius ire
multiplexque loci spatium transcurrere eodem
tempore quo Solis pervolgant lumina caelum?",

ovvero: "Non vedi come essi debbano andare più veloci e più lontano / E percorrere un più lungo intervallo di spazio nello stesso / Tempo che non i raggi del Sole quando viaggiano attraverso il cielo?".

Non siamo a conoscenza di altri progressi fatti, dopo Lucrezio, fino ai lavori di THOMSON⁽³³⁾, HEAVISIDE, DES COUDRES e in particolare SOMMERFELD⁽³⁴⁾. Nel 1905, però, insieme con la RS⁽¹⁾, si diffuse la convinzione che la velocità della luce nel vuoto fosse il limite superiore⁽²⁾ di ogni velocità, essendo stati i fisici dell'inizio del nostro secolo probabilmente sviati dalla constatazione che le particelle ordinarie non possono superare tale velocità. Essi si comportarono un po' come l'etnologo immaginario di SUDARSHAN che studiava le popolazioni del subcontinente indiano: "Supponete che un etnologo tranquillamente asserisca che non ci sono popoli a Nord dell'Imaia, dato che nessun essere umano potrebbe attraversare tale catena di montagne! Sarebbe questa una conclusione errata. La gente dell'Asia centrale è nata in loco e lì vive: non ha avuto bisogno di nascere in India e di attraversare le montagne. Così per le particelle più veloci della luce" (cfr. Fig. 6).

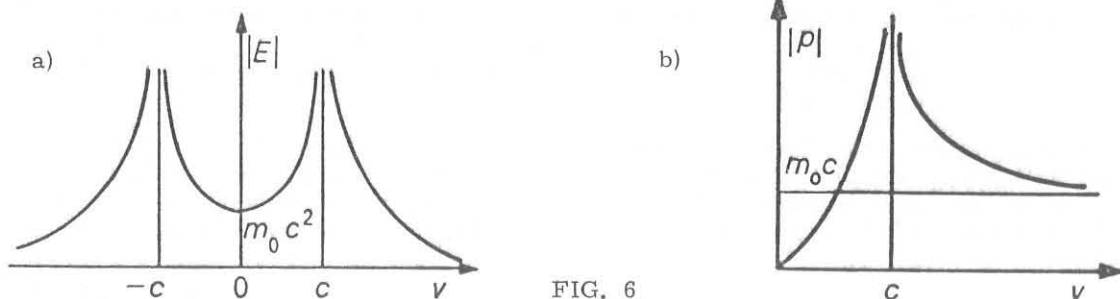


FIG. 6

Inoltre, TOLMAN⁽³⁵⁾ credette di aver dimostrato, nel suo vecchio "paradosso", che l'esistenza di particelle Superluminali permetteva la trasmissione di informazioni nel passato (anti-telefono).

Perciò si dovrà attendere fino agli anni cinquanta⁽³⁶⁾ per avere i lavori (pionieristici) del francese ARZELIÈS⁽³⁷⁾ e fino agli anni sessanta per vedere il problema dei tachioni praticamente riesaminato: dal giapponese TANAKA, dal sovietico TERLETSKY e dall'indiano SUDARSHAN coi suoi collaboratori⁽³⁰⁾. Dopo bibl. (30), molti fisici presero in mano l'argomento; citiamo per esempio, negli Stati Uniti, FEINBERG⁽²⁶⁾ e, in Europa, RECAMI e colleghi⁽³⁸⁾.

Il nostro presente interesse nella Relatività Estesa è dovuto al fatto che essa fornisce una migliore comprensione della ordinaria RS, anche se i tachioni non dovessero esistere come oggetti "asintotici". Però noi non incontreremo alcun motivo sostanziale che sia contro la loro esistenza: e, pertanto, potremmo trarre ispirazione - seguendo Murray GELL-MANN - dal "principio"⁽³⁹⁾ che recita più o meno: "Qualsiasi cosa che non sia proibita deve esistere". Una grossa obiezione a tale punto di vista è che pare che i tachioni non siano stati rivelati, nel nostro cosmo (almeno come oggetti "asintoticamente liberi"); ma tale argomento - come disse Fred HOYLE in un'altra occasione - "amounts to nothing more than the convenient supposition that something that has not been observed does not exist: it predicates that we know everything". Per di più, vedremo che i tachioni (anche macro-oggetti) sono tipici trasmettitori di interazione - mutua e "simmetrica" - tra corpi, diciamo A e B, e non possono neppure essere emessi da A (B) se già B (A) non è pronto ad assorbirli; ciò è simile a quanto avviene, per i fotoni, nella teoria di WHEELER e FEYNMAN.

Inoltre, la maggioranza delle ricerche sperimentali dei tachioni sembrano mancare di una solida base teorica; effettivamente, GALILEO ci insegnò che non si possono avere buone idee prima di aver fatto sensati esperimenti: ma, ai tempi di Einstein, noi abbiamo anche imparato che non si possono fare sensati esperimenti senza prima possedere una buona teoria.

In Relatività Estesa⁽¹²⁾ si considerano osservatori sia subluminali (= più lenti della luce), sia Superluminali. Il problema di trovare le "Trasformazioni di Lorentz Superluminali" (TLS) che connettono un riferimento s della prima classe a un riferimento S della seconda classe è stato considerato per la prima volta nel lavoro pionieristico di PARKER⁽⁴⁰⁾ (ove si analizza solo il caso bidimensionale) e, indipendentemente, nei lavori di OLKHOVSKY e RECAMI⁽⁴¹⁾ e, poi, di MIGNANI e RECAMI⁽⁴²⁾. Si veda anche bibl. (43). Il caso tetradimensionale è stato affrontato per la prima volta in bibl. (41), con trasformazioni complesse.

4.2. - Considerazioni preliminari sui Tachioni.

In Termodinamica, quando si incontrarono temperature negative, fu suggerito di ridefinire la temperatura di modo che lo "zero assoluto" fosse spostato⁽⁴⁴⁾ da zero a $-\infty$. In effetti, anche in uno spazio-tempo bidimensionale, o nel caso di moti puramente collineari, è possibile definire rapidità la quantità $R = c \tanh^{-1} \beta$, così che $R = 0$ per $\beta = 0$ e $R \rightarrow \pm \infty$ per $\beta \rightarrow \pm c$ (e si ottiene una legge additiva di composizione delle rapidità). Ma sembra che questo non si possa fare in modo sensato in più dimensioni, e che pertanto gli oggetti space-like non si possano "espellere" fuori dallo spazio-tempo in tale maniera (cfr. Paragr. 1).

Si è detto che la Relatività Estesa (RE) può essere sostanzialmente basata sui postulati 1), 2), 3) di Paragr. 2. Per rendere le cose più semplici, però, sostituiamo a questo punto il nostro postulato 2) con quello più convenzionale sulla invarianza della velocità della luce. La RE resterà perciò basata sulle seguenti ipotesi: (1) Principio di Relatività; (2) invarianza della velocità della luce nel vuoto; (3) "Terzo Postulato": Principio di causalità ritardata (o equivalenti: vedi Paragr. 3 e seguito). Ricordiamo ancora una volta che il ruolo speciale della velocità c della luce in RS seguiva e segue dal suo carattere invariante nel vuoto, e non dal fatto di essere (o non essere) la velocità massima⁽⁴⁵⁾. Noi qui stiamo peraltro abbandonando il postulato addizionale che per ogni velocità sia $|\vec{v}| < c$.

L'estensione della RS ad oggetti e riferimenti Superluminali sarebbe molto semplice se esistesse una simmetria tra il numero delle dimensioni spaziali e quello delle dimensioni temporali, come nel caso bidimensionale⁽⁴⁰⁾ (M^2), o nel caso in cui si introducano tre dimensioni temporali⁽⁴⁶⁾ con spazi $M^6 \equiv M(3, 3)$, o C^3 . Se noi vogliamo partire - come nel seguito - dal solito

spazio-tempo minkowskiano, allora avremo a che fare necessariamente⁽²⁾ con alcune quantità immaginarie⁽²⁵⁾, come stiamo per spiegare. Premettiamo che alcuni autori (come CORBEN^(25, 31) e SHAH⁽²⁵⁾) sono soddisfatti della situazione e delle attuali possibilità di interpretazione⁽²⁵⁾. Altri autori⁽⁴⁶⁾, invece, sono alla ricerca di una interpretazione più vasta sulla base di spazi-tempi complessi o reali multidimensionali. E' possibile, adottando un atteggiamento "conservatore", venire incontro alle esigenze espresse nelle ricerche di bibl. (46) considerando l'uso della TLS come un procedimento di estrapolazione analitica, che porta - nelle fasi intermedie - a trattare con coordinate spaziali o temporali complesse o almeno immaginarie pure. Ciò non è dissimile da quanto fatto ad es. (in fisica delle particelle elementari ad alta energia) dalla nota teoria di T. REGGE, ove si sono estrapolate le ampiezze d'urto a valori complessi dell'energia o dell'impulso. Il punto essenziale è che in RE si riesce sempre - alla fine - ad arrivare ad equazioni espresse in funzione di sole quantità reali.

In tutto questo lavoro useremo sempre la segnatura (+---); quando conveniente, si adotteranno unità naturali ($c = 1$). Però verrà sempre evitato l'uso esplicito di un tensore metrico⁽⁴⁷⁾ facendo ricorso alle notazioni di Einstein e alla metrica "euclidea" $g_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu}$, cioè scrivendo il generico vettore cronotopico come $x = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (ct, ix, iy, iz)$. Quindi non avremo mai da distinguere tra componenti covarianti e componenti controvarianti. Il cono di luce diverrà la "sfera" $\sum_{\mu=1}^4 x_{\mu}^2 = 0$.

Formalmente, avremo:

$$\text{tempo} = i \cdot \text{spazio} \quad (c = 1) \quad (12)$$

Come notato da MINKOWSKI stesso, possiamo formalmente scrivere⁽⁴⁸⁾:

$$1 \text{ secondo} \approx i(3 \times 10^8) \text{ metri} \quad (12')$$

Nello spazio-tempo (vedi Figg. 1 e 5) la nostra linea d'universo coincide - nel nostro riferimento - con l'asse temporale t ; la linea d'universo di un tachione a velocità infinita in moto lungo l'asse x coinciderà, invece, col nostro asse x stesso (rispetto a noi). Tale tachione "trascendente" ($V = \infty$) considererà allora asse temporale (t') quello che noi chiamiamo asse x , e analogamente considererà come assi spaziali (x', y', z') quelli che noi chiamiamo t, y, z . Al contrario, per la struttura delle RE, un tale osservatore tachionico "trascendente" apparirà a noi come in possesso di un asse spaziale e tre assi temporali. Analogamente sarà per regoli e orologi!

Ripetiamo, esplicitamente, che i bradioni liberi ammettono sempre una particolare classe di sistemi di riferimento subluminali (i riferimenti a riposo) nel cui spazio di Minkowski essi appaiono come punti nello spazio, estesi nel tempo lungo una linea. Invece, i tachioni liberi⁽⁴⁹⁾ ammettono sempre una particolare classe di riferimenti subluminali⁽⁵⁰⁾ (i riferimenti "critici") in cui essi appaiono con velocità divergenti, ossia come punti nel tempo, estesi nello spazio lungo una linea (cfr. Figg. 1 o 5). Considerazioni di questo tipo sono utili per comprendere il tipo di "localizzabilità" dei tachioni rispetto a noi, e corrispondono al fatto che i "piccoli gruppi" delle rappresentazioni time-like e space-like del gruppo di Poincaré sono rispettivamente $SO(3)$ e $SO(2, 1)$.

A questo punto, sviluppiamo infine formalmente la RE, sulla base delle tre ipotesi di partenza (1), (2) e (3) menzionate all'inizio del presente paragrafo.

4. 3. - Principio di Dualità.

Dai nostri tre postulati (parag. 4.2) segue che - fissato un certo riferimento inerziale - la classe $\{I\}$ dei riferimenti inerziali consiste a priori di tutti i riferimenti f in moto con velocità relativa costante $\vec{u}$, dove $-\infty < |\vec{u}| < +\infty$.

Quando si estrapolano le usuali trasformazioni di Lorentz (TL) per angoli $|\alpha| > 45^\circ$ (vedi Fig. 5, ove per semplicità si considera il caso bidimensionale), cioè quando si tiene conto anche di riferimenti tachionici, si è condotti⁽¹²⁾ a un nuovo gruppo, G , di "trasformazioni di Lorentz

Generalizzate" (TLG) formato da tutte le "rotazioni" nello spazio-tempo minkowskiano per $0 \leq \alpha \leq 360^\circ$. Il punto essenziale per ottenere detto risultato è questo.

Scegliamo il particolare osservatore inerziale s_0 . La velocità della luce c , a motivo del suo carattere invariante, permette una partizione esaustiva dei riferimenti $f \in \{I\}$ nelle due sottoclassi, prive di intersezione, $\{s\}$ e $\{S\}$ dei riferimenti aventi rispettivamente velocità $u < c$ e $U > c$ rispetto ad s_0 . Per semplicità, nel seguito considereremo noi stessi come "l'osservatore s_0 ". I sistemi di riferimento $s \in \{s\}$ siano quelli subluminali, e i sistemi $S \in \{S\}$ quelli Superluminali. La velocità relativa tra due sistemi s_1, s_2 (o S_1, S_2) sarà sempre minore di c ; e la velocità relativa tra due sistemi s, S sarà sempre maggiore di c . Dai nostri postulati segue anche, e subito, che la suddetta partizione è invariante quando s_0 varia all'interno di $\{s\}$ (o di $\{S\}$); invece le sottoclassi $\{s\}, \{S\}$ si scambiano l'una con l'altra^(42, 49) quando si passa da un sistema $s_0 \in \{s\}$ a un sistema $S_0 \in \{S\}$. Per il momento trascuriamo di considerare i riferimenti luminali ($u = U = c$) come "non fisici", anche se l'uso matematico di "riferimenti con impulsi infiniti" è attualmente comune in fisica.

Si può dedurre immediatamente da quanto sopra un "Principio di Dualità"^(42, 49), corollario dei nostri tre postulati, il quale può brevemente mettersi nella forma: "i termini B, T, s, S non hanno significato assoluto, ma solo relativo". Notiamo che l'ipotesi opposta, cioè che i nomi bradione/tachione abbiano carattere assoluto, condurrebbe all'impossibilità di definire i riferimenti Superluminali⁽⁴²⁾.

4.4. - Bradioni e Tachioni. Trasformazioni di Lorentz subluminali e Superluminali.

Trascuriamo anzitutto le traslazioni spazio-temporali, cioè limitiamoci alle cosiddette trasformazioni "ristrette" di Lorentz. Tutti i riferimenti abbiano poi lo stesso evento come origine. Nello spazio di Minkowski i bradioni corrisponderanno al solito a linee d'universo tipo-tempo (o time-like), i luxoni a linee d'universo tipo-luce (o light-like), e i tachioni a linee d'universo tipo-spazio (o space-like).

Le trasformazioni L , che effettuano la transizione tra due sistemi inerziali $f_1, f_2 \in \{I\}$, e che soddisfino ai postulati (1) e (2) di Parag. 4.2, devono essere lineari e conservare le forme quadratiche (cioè i quadrati dei moduli dei tetravettori), a meno del segno^(40, 42, 49). Questo punto è dimostrato ad es. in bibl. (51), come conseguenza dell'invarianza di c . Pertanto, le trasformazioni L tra due sistemi inerziali $f_1, f_2 \in \{I\}$, e soddisfacenti ai postulati 1) e 2) del Parag. 4.2 devono essere tali che sia

$$x_o'^2 - \vec{x}'^2 = \pm (x_o^2 - \vec{x}^2) \quad (13)$$

per ogni tetravettore $x = (x_o, \vec{x})$, dove x significa tetra-posizione, o tetra-impulso, o tetra-corrente, e così via. Nel caso particolare dei vettori cronotopici (e usando le nostre convenzioni), l'eq. (13) diviene

$$c^2 t'^2 + (i\vec{x}')^2 = \pm [c^2 t^2 + (i\vec{x})^2] \quad (14)$$

E' facile convincersi - per quanto precede - che il segno più nelle eq. (13), (14) si riferisce al caso usuale di velocità relative subluminali, mentre il segno meno vale per velocità relative Superluminali.

I postulati 1) e 2) richiedono che i riferimenti s ed S vengano trattati in maniera equivalente (vedere il seguito); perciò dobbiamo immaginare gli osservatori Superluminali S capaci anch'essi di riempire il loro spazio (così come visto da loro stessi) con regoli ed orologi sincronizzati: cioè di costruire - rispetto a loro stessi - il loro "reticolo" di regoli ed orologi⁽⁴⁷⁾.

Dalla richiesta che i sistemi Superluminali siano fisici⁽⁴³⁾ segue naturalmente che devono esistere oggetti che siano a riposo rispetto agli S e tachioni rispetto ai sistemi s . Dal fatto ulteriore che i luxoni ℓ hanno la stessa velocità per ogni osservatore s o S si deduce che un bradione $B(S)$ rispetto ad un S sarà un tachione $T(s)$ rispetto ad ogni s , e viceversa:

$$B(S) = T(s); \quad T(S) = B(s); \quad \ell(S) = \ell(s). \quad (15)$$

Ciò è in accordo^(49, 43) col Principio di Dualità, che completeremo aggiungendo che⁽⁴⁹⁾: "i riferimenti S avranno a loro disposizione esattamente gli stessi oggetti fisici che hanno a disposizione i riferimenti s, e viceversa".

In conclusione, se i riferimenti s, S osservano lo stesso evento, allora nel passare da s a S oppure da S a s i vettori "time-like" si trasformano in vettori "space-like", e viceversa. E' ben noto, invece, che le solite TL, da s_1 a s_2 oppure da S_1 a S_2 , conservano il carattere dei tetra-vettori. Si può pertanto dire che sotto l'azione di una TL (subluminale):

$$c^2 t'^2 + (i\vec{x}')^2 = + \left[c^2 t^2 + (i\vec{x})^2 \right], \quad (\beta^2 < 1) \quad (16)$$

mentre sotto l'azione di una "Trasformazione di Lorentz Superluminale" (TLS), da s a S o da S a s, si ha ($\beta \equiv u/c$):

$$c^2 t'^2 + (i\vec{x}')^2 = - \left[c^2 t^2 + (i\vec{x})^2 \right]. \quad (\beta^2 > 1) \quad (16')$$

Ovviamente anche i tachioni avranno masse a riposo reali⁽⁵²⁾ (perchè essi non sono altro che particelle usuali per i loro riferimenti a riposo f; dove questi f sono -però- Superluminali per noi). Dalla eq. (16'), nel caso dei tetraimpulsi, si ottiene subito per i tachioni la relazione

$$E^2 - \vec{p}^2 = -m_0^2 < 0. \quad (m_0 \text{ reale}) \quad (17)$$

Pertanto si ha:

- | | | | |
|-----|--------------------|---|------|
| (a) | $p^2 = m_0^2 > 0$ | pei bradioni (caso I, o <u>time-like</u> = tipo-tempo), | |
| (b) | $p^2 = 0$ | pei luxoni (caso II, o <u>light-like</u> = tipo-luce), | (18) |
| (c) | $p^2 = -m_0^2 < 0$ | pei tachioni (caso III, o <u>space-like</u> = tipo-spazio). | |

Nello spazio dei tetraimpulsi (Fig. 3), le eq. (18) rappresentano rispettivamente: (a) per i B, un iperboloide di rotazione, intorno all'asse E, a due falde; (b) per i ℓ , un cono doppio indefinito, avente E come asse; (c) per i T, un iperboloide di rotazione ad una sola falda. In tutti i casi m_0 è reale, e si ha $|\vec{v}| = |\vec{p}|/E$. Per ovvie ragioni, in Fig. 3 è rappresentato solo lo "spazio" tridimensionale $p_z = 0$; gli iperboloidi sono in realtà degli iper-iperboloidi. Ricordare che ogni TLS mappa l' "interno" del cono di luce $p^2 = 0$ nel suo "esterno", e viceversa (come si può mostrare ricorrendo ad es. alla teoria matematica "delle catastrofi")⁽⁵³⁾, anche se tale corrispondenza è biunivoca solo "quasi-ovunque"⁽⁵⁴⁾.

Si può notare che: (i) la velocità c conserva ovviamente il suo carattere di parametro cinematico limite del nostro cosmo tetradimensionale^(11, 12, 55) (anche se noi sappiamo che tale limite ha due "lati"), nonchè il suo ruolo essenziale nel confronto di lunghezze e di tempi per due diversi osservatori; (ii) i tachioni rallenteranno al crescere della loro energia cinetica, e accelereranno al diminuire di essa.

In particolare sarebbero necessarie energie infinite per rallentare i tachioni fino a velocità c (da destra). Al contrario, quando la velocità di un tachione tende all'infinito, la sua energia tende a zero (Fig. 6); ciò assicura che non venga violato l'ordinario postulato che "l'energia può essere trasmessa solo a velocità finita". E infatti un tachione presenta energia zero agli stessi osservatori per i quali esso possiede velocità divergente. Notare che un bradione può avere momento zero (ed energia minima $m_0 c^2$), e che un tachione può avere energia zero (e impulso con modulo minimo $m_0 c$); però i bradioni B (ved. Fig. 3a) non possono esistere ad energia zero, così come i tachioni T (Fig. 3c) non possono esistere a impulso zero - per gli osservatori secondo i quali essi sono tachioni!

E' immediato vedere che velocità infinite competono solo ai tachioni corrispondenti all'intersezione dell'iperboloide in Fig. 3c col piano $E = 0$.

Tra parentesi, dato che i tachioni trascendenti trasportano impulso, essi permettono di ottenere il comportamento di corpo rigido anche in RS. Di conseguenza, in fisica delle particelle elementari i tachioni possono essere utili per interpretare le "diffusioni (scattering) diffrattive", o le reazioni cosiddette a scambio di un "pomerone", e gli urti elastici⁽⁵⁶⁾: ved. Parag. 7.3.

4.5. - Le trasformazioni di Lorentz generalizzate (TLG).

Le trasformazioni (di Lorentz generalizzate) che sono lineari e soddisfano o all'eq. (16) o all'eq. (16') formano un nuovo gruppo⁽⁵⁷⁾ G che può scriversi, se rappresentiamo le TLG mediante matrici 4×4 :

$$G \equiv \{+A_{<}\} U \{-A_{<}\} U \{iA_{>}\} U \{-iA_{>}\}, \quad (19)$$

$$A_{<} \equiv A(\beta^2 < 1); \quad A_{>} \equiv (\beta^2 > 1); \quad \beta \equiv u/c,$$

così che, se $L \in G$, allora anche $-L \in G$, $\forall L \in G$. Nella eq. (19) l'insieme $\{+A_{<}\}$ è quello delle solite, proprie, ortocrone TL subluminali; l'insieme $\{-A_{<}\}$ quello delle corrispondenti TL non ortocrone; e gli insiemi $\{\pm iA_{>}\}$ quelli delle TLS, dove le $A_{>}$ sono matrici⁽⁵⁸⁾ formalmente identiche alle $A_{<}$ solo che si riferiscono a valori di β nell'intervallo $\beta^2 > 1$.

Si noti che:

$$\det L = +1, \quad \forall L \in G;$$

infatti le TLG sono rotazioni dello spazio-tempo (cfr. Figg. 1 e 5). In breve, le TLS si ottengono dalle solite TL moltiplicando queste ultime per l'unità immaginaria i e simultaneamente cambiando β in $1/\beta$ (cfr. bibl. (12)):

$$SLT(1/\beta) = \pm \mathcal{S} [LT(\beta)], \quad (\beta^2 < 1; \quad \frac{1}{\beta^2} > 1) \quad (20)$$

ove l'operatore⁽⁵⁹⁾ $\mathcal{S}$ è il prodotto $\mathcal{S} = \mathcal{A}\mathcal{B}$ dell'operatore $\mathcal{B} \equiv \beta \rightarrow 1/\beta$ e dell'operatore $\mathcal{A} \equiv x^\mu \rightarrow +ix^\mu$. In altre parole, il gruppo G è l'estensione⁽⁶⁰⁾ del solito (proprio, ortocrono) gruppo di Lorentz L_4^+ mediante i due operatori CPT e $\mathcal{S}$:

$$G = \varepsilon(L_4^+, \text{CPT}, \mathcal{S}). \quad (21)$$

A questo punto⁽⁴⁾, adottiamo - diversamente da bibl. (12) - la scelta $\sqrt{\beta^2 - 1} = +i\sqrt{1 - \beta^2}$ (ved. nota 4). Allora, per un boost Superluminale lungo l'asse x positivo, le eq. (20) porgono^(41, 42, 61):

$$\left\{ \begin{array}{ll} x' = \pm \frac{ct - ux/c}{\sqrt{1 - (u/c)^2}} = \pm \frac{x - Ut}{\sqrt{\beta^2 - 1}}; & y' = \pm \beta iy; \quad (u \equiv c^2/U < 1), \\ t' = \pm \frac{x - ut}{c\sqrt{1 - (u/c)^2}} = \pm \frac{t - Ux/c^2}{\sqrt{\beta^2 - 1}}; & z' = \pm \beta iz; \quad (\beta \equiv U/c > 1), \end{array} \right. \quad (22)$$

dove si deve prestare attenzione ai segni relativi, che dipendono dalla convenzione precedente. Le equazioni (22) sono apparse la prima volta in bibl. (41), (42), (61). In esse $u \equiv c^2/U < 1$ e $\beta \equiv U/c > 1$.

Nel caso bidimensionale, le eq. (22) divengono semplicemente

$$x' = \pm \frac{x - Ut}{\sqrt{\beta^2 - 1}}; \quad t' = \pm \frac{t - Ux/c^2}{\sqrt{\beta^2 - 1}}; \quad (\beta^2 > 1) \quad (23)$$

queste eq. (23) apparvero nella presente forma dapprima in bibl. (41), (42) e quindi in altri numero

si lavori successivi⁽⁶²⁾. In bibl. (42), (49) si è fatto vedere che esse sono sostanzialmente equivalenti alle equazioni scritte da PARKER⁽⁴⁰⁾ (equazioni pionieristiche, ma scritte in forma apparentemente complicata e priva allora del doppio segno, il quale è invece essenziale per avere le trasformazioni inverse).

Come applicazione delle eq. (22), consideriamo un tachione di massa a riposo m_0 (rispetto a un osservatore a riposo!) e in moto rispetto a noi con velocità U ; noi allora osserveremo una massa relativistica

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{|1 - \beta^2|}} = \frac{-im_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{m_0}{\sqrt{\beta^2 - 1}} \quad (\beta^2 > 1; m_0 \text{ reale}) \quad (24)$$

E' evidente che ai tachioni deve attribuirsi una massa a riposo reale⁽⁵²⁾ (e non immaginaria pura), purchè si tenga conto delle opportune TLS.

4. 6. - Descrizioni e Leggi. Equivalenza dei riferimenti inerziali bradionici e tachionici.

Prima di proseguire, vogliamo mostrare che la usuale definizione di equivalenza tra osservatori può effettivamente essere estesa anche agli osservatori inerziali Superluminali. Scegliamo^(63, 64) una classe $\mathcal{R}$ di certi ben definiti sistemi di riferimento $\underline{r}$; la classe $\mathcal{P}$ dei fenomeni $\underline{p}$ della Meccanica e dell'Elettromagnetismo; e la classe $\mathcal{D}$ delle descrizioni $\underline{d}$ (dei fenomeni $\underline{p} \in \mathcal{P}$ dai riferimenti $\underline{r} \in \mathcal{R}$). Tutti gli osservatori $\underline{r}$ possiedono gli stessi strumenti, sia fisico-sperimentali che matematico-teorici (cioè anche la stessa teoria). A rigore, dobbiamo considerare le "triadi" dpr, elementi della classe $\mathcal{DPR} \equiv \mathcal{D} \times \mathcal{P} \times \mathcal{R}$ prodotto cartesiano delle tre classi considerate. Come illustrato in Fig. 7 (che ha il solo scopo di aiutare l'intuizione) allo stesso $\underline{p}$ corrispondono due descrizioni $\underline{d}_1, \underline{d}_2$ in due diversi riferimenti $\underline{r}_1, \underline{r}_2$, e così via; data una qualsiasi coppia degli elementi $\underline{d}, \underline{p}, \underline{r}$ il terzo sia - nelle nostre ipotesi - univocamente determinato. Possiamo scrivere⁽⁶⁴⁾:

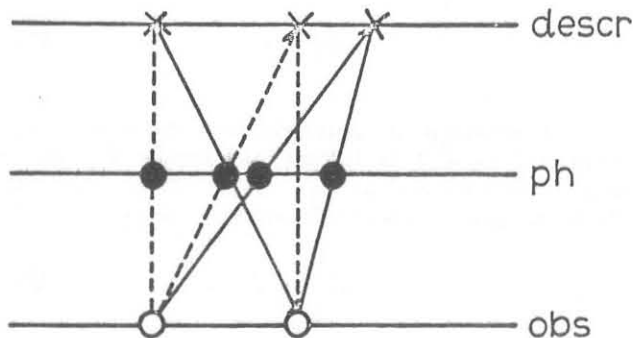


FIG. 7

$$\begin{aligned} d_1 p r_1 &\xrightarrow{r_1 \rightarrow r_2} d_2 p r_2; & \text{ossia} & \quad \{r_1 \rightarrow r_2, \quad p \rightarrow p \Rightarrow d_1 \rightarrow d_2\}; \\ d p_1 r_1 &\xrightarrow{r_1 \rightarrow r_2} d p_2 r_2; & \text{ossia} & \quad \{r_1 \rightarrow r_2, \quad d \rightarrow d \Rightarrow p_1 \rightarrow p_2\}. \end{aligned}$$

Definiamo le sottoclassi $\Delta_r \in \mathcal{L}$:

$$d \in \Delta_r \Leftrightarrow dpr \in \mathcal{DPR}. \quad (25)$$

Diremo allora, seguendo bibl. (63, 64), che due riferimenti $\underline{r}_1, \underline{r}_2$ sono equivalenti ($\hat{=}$) se Δ_r viene trasformato ("mappato") in se stesso quando si passi da $\underline{r}_1$ ad $\underline{r}_2$:

$$r_1 \hat{=} r_2 \Leftrightarrow \Delta_{r_1} = \Delta_{r_2} \Leftrightarrow \forall d \in \Delta_{r_1} \Rightarrow d \in \Delta_{r_2} \text{ e } \forall d' \in \Delta_{r_2} \Rightarrow d' \in \Delta_{r_1}. \quad (26)$$

Una tale condizione opera una partizione esaustiva⁽⁶⁴⁾ della classe $\mathcal{K}$ in sottoclassi di riferimenti equivalenti. Viceversa, dato un sistema $\underline{r}$ e una classe $\mathcal{P}$ di fenomeni, è possibile costruire

la classe $\mathcal{R}$ dei riderimenti equivalenti ad $\underline{r}$. E' ben noto che, dato un riferimento inerziale $\underline{r} \equiv \underline{s}_0$ e la classe $\mathcal{R}$ degli usuali fenomeni meccanici ed elettromagnetici, una classe di riferimenti equivalenti è quella $\mathcal{R}_S$ dei soliti sistemi inerziali (subluminali) s , dove $\mathcal{R}_S \equiv \{s\}$. Ciò significa che (grosso modo), data la classe $\mathcal{R}$, si può scrivere:

$$\Delta_r = \Delta \equiv \Delta_s, \quad \forall r \in \mathcal{R}_S.$$

Per i principi di Relatività e di Dualità la classe $\Delta \equiv \Delta_s$ di descrizioni corrisponderà, - secondo ogni osservatore inerziale Superluminale $S_0 \in \mathcal{R}_S$, ove $\mathcal{R}_S \equiv \{S\}$ - ad una nuova classe $\mathcal{P}_S$ di fenomeni meccanici ed elettromagnetici; e, dato un qualsiasi sistema $S_0 \in \mathcal{R}_S$, tutti gli altri riferimenti S saranno equivalenti ad esso (rispetto ai fenomeni $\mathcal{P}_S$).

Ora, nello spirito della RS, ipotizziamo che gli usuali riferimenti inerziali $s \in \mathcal{R}_S$ siano equivalenti anche quando si considerino tutti i fenomeni meccanici ed elettromagnetici $p \in \mathcal{P}$ associati a corpi tanto subluminali quanto Superluminali. In particolare, $\mathcal{P}$ conterrà $\mathcal{R} \cup \mathcal{R}_S$ più altri fenomeni (cioè i fenomeni corrispondenti contemporaneamente a sorgenti e rivelatori bradionici e tachionici, ovvero, più in generale, i fenomeni a cui partecipano tanto bradioni quanto tachioni, oltre ai fotoni). In altre parole, supponiamo che, data la classe $\mathcal{P}$:

$$\Delta'_r = \mathcal{P}, \quad \forall r \in \mathcal{R}_S. \quad (27)$$

A questo punto potremo dire che anche i sistemi $S \in \mathcal{R}_S$ sono equivalenti ad s (e agli altri riferimenti $s \in \mathcal{R}_S$) se il "set" (= classe) $\mathcal{Q}$ viene sempre "mappato" su se stesso durante tutte le trasformazioni $S \leftrightarrow s$, $S_1 \leftrightarrow S_2$, $s_1 \leftrightarrow s_2$ e in relazione all'intero set $\mathcal{P}$ dei fenomeni meccanici ed elettromagnetici (generalizzati); cioè se, dato il set $\mathcal{P}$, vale

$$\mathcal{Q}_r = \mathcal{Q}, \quad \forall r \in \mathcal{R} \quad (28)$$

dove

$$\mathcal{R} \equiv \mathcal{R}_S \cup \mathcal{R}_S, \quad \text{con} \quad \mathcal{R}_S \cap \mathcal{R}_S = \emptyset$$

Ovvero: la consueta definizione di equivalenza tra riferimenti si può estendere anche per definire l'equivalenza dei riferimenti inerziali Superluminali con quelli subluminali. Pertanto il nostro Postulato 1, di Parag. 2 ha un significato chiaro pure quando esso si riferisce - come avviene nella nostra teoria - anche ai sistemi inerziali Superluminali.

La RE, essendo basata sui Postulati 1), 2), 3), garantisce naturalmente la validità della condizione (28). Ad esempio, limitiamoci per semplicità alle descrizioni $\mathcal{Q}_s, \mathcal{Q}_S$ (da parte di un sistema $\underline{r} \equiv s_0$) dei fenomeni p appartenenti al set $\mathcal{P}$ dei moti di singole particelle libere, rispettivamente bradioniche o tachioniche. Allora, dati i fenomeni $p \in \mathcal{P}$:

$$\mathcal{Q} = \mathcal{Q}_s \cup \mathcal{Q}_S, \quad \forall r \in \mathcal{R}, \quad (29)$$

e, se si passa da s a S , il set $\mathcal{Q}_s$ va in $\mathcal{Q}_S$ e viceversa, ma l'intero $\mathcal{Q}$ viene mappato su se stesso, come richiesto. (Tra parentesi, notiamo che il contorno $\mathcal{Q}_s \cap \mathcal{Q}_S$, rappresentante i fotoni liberi, va su se stesso).

Tentiamo ora di definire⁽⁶⁴⁾ le leggi fisiche. Dato un fenomeno p , se $\underline{d}_1$ e $\underline{d}_2$ sono le sue descrizioni da parte dei sistemi di riferimento $\underline{r}_1$ e $\underline{r}_2$, e se la trasformazione L è tale che

$$L r_1 = r_2, \quad (30)$$

useremo allora la convenzione di scrivere

$$L d_1 = d_2. \quad (30')$$

Supponiamo, ora, di avere un criterio $\bar{C}$ di appartenenza di una descrizione $\underline{d}$ al set $\mathcal{D}$ delle descrizioni dei fenomeni $p \in \mathcal{P}$ visti dal riferimento $r \in \mathcal{R}$; scriveremo di conseguenza

$$\bar{C}(d) \text{ verificato} \iff d \in \mathcal{D}. \quad (31)$$

Chiameremo C un "buon criterio" se esso vale per ogni $\underline{d}$:

$$\forall d \in \mathcal{D} \implies C(d) \text{ verificato} \iff d \in \mathcal{D}. \quad (32)$$

Ne segue che i "buoni" criteri C sono covarianti (in forma) sotto ogni trasformazione L :

$$C(Ld) \text{ verificato} \iff Ld \in \mathcal{D}. \quad (32')$$

Per definizione chiameremo C (o meglio l'unione dei vari, possibili buoni criteri $C_1, C_2, \dots$) l'insieme delle leggi fisiche dei fenomeni $p \in \mathcal{P}$ visti dai riferimenti $r \in \mathcal{R}$. Viceversa, una proposizione sarà considerata una legge fisica se essa è parte di C . In altre parole, dati $\mathcal{R}$ e $\mathcal{P}$, definiamo "legge fisica" ogni proposizione riguardante un $p \in \mathcal{P}$ che sia covariante all'interno di $\mathcal{R}$.

Per di più, assumiamo di conoscere, oltre alla classe A delle leggi fisiche ordinarie (della Meccanica e dell'Elettromagnetismo) per bradioni e antibradioni, anche la classe B delle leggi fisiche per tachioni e antitachioni. Quando passiamo da un riferimento subluminale s a uno Superluminale S , la classe A dovrà ovviamente trasformarsi nella classe B, e viceversa. In questo senso la totalità delle leggi fisiche (AUB) sarà covariante sotto l'intero gruppo G, cioè sarà G-covariante. E in questo senso tutti i riferimenti inerziali (con velocità relative $|\underline{v}| \geq c$) sono equivalenti.

Naturalmente - come meglio dimostrato altrove⁽¹²⁾ - le leggi fisiche della RS possono essere scritte in una forma ("universale") valida sia per i B sia per i T, tale forma riducendosi ovviamente a quella consueta nel caso dei B. Per esempio, l'eq. (24) nella forma G-covariante

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{|1 - \beta^2|}} \quad (\beta^2 \geq 1; m_0 \text{ reale})$$

ha validità "universale". Analogamente, le eq. (22) si possono facilmente riscrivere in forma G-covariante, avente validità per tutte le TLG (cioè per $-\infty < \beta < +\infty$).

Da quanto sopra segue subito una "Regola della Relatività Estesa", che generalizza il principio di PARKER⁽⁴⁰⁾ allo spazio quadridimensionale: "Le leggi relativistiche (della Meccanica e dell'Elettromagnetismo, almeno) per i tachioni si ottengono applicando una TLS - per es. la "trasformazione trascendente"⁽¹²⁾ - alle corrispondenti leggi per i bradioni".

Infine, segnaliamo che la RE⁽²⁵⁾ suggerisce l'adozione di uno spazio-tempo penta-dimensionale (per lo meno) come migliore "sfondo" per le teorie meccaniche (ved. Parag. 3.2, e nel seguito)⁽⁶⁵⁾.

4.7. - Causalità e tachioni.

Nel caso dei tachioni è ancora più evidente che il nostro "Terzo Postulato" (che asserisce ad esempio - ripetiamo - che non esistono particelle ad energia negativa che viaggino avanti nel tempo) elimina facilmente ogni possibilità di trasmettere informazione indietro nel tempo. Infatti (cfr. Fig. 3c) per passare da un tachione A ordinario (con energia positiva e in moto in avanti nel tempo) a un tachione ad energia negativa A' sono sufficienti delle (opportune) TL appartenenti al solito gruppo L_4^+ . Ricordiamo che le usuali TL (proprie) operano un movimento sulla stessa falda di iperboloidi. Il fatto, poi, che una TL che cambi segno all'energia associata a un T cambia segno anche al suo moto nel tempo è evidente dal confronto delle Figg. 3c e 8.

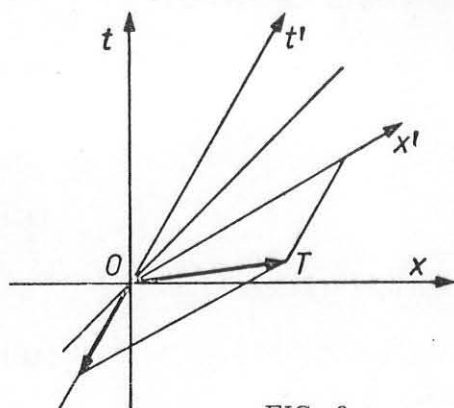


FIG. 8

Esaminiamo dapprima la Fig. 3c, e consideriamo un riferimento s_0 e, quindi una successione continua di sistemi di riferimento in moto con velocità positive crescenti $\underline{u} < \underline{c}$ lungo la direzione $\underline{x}$, che osservino lo stesso tachione libero T. Al variare dell'osservatore all'interno di quella successione, il punto K che rappresenta lo stato cinematico del tachione osservato si muove dalla posizione iniziale $A \equiv K(s_0)$ - che individua ad es. il tachione T mobile con velocità $\underline{V} > \underline{c}$ lungo la direzione $\underline{x}$ positiva - verso una posizione finale A' . Per andare dalla regione superiore ($\underline{E} > 0$) a quella inferiore ($\underline{E} < 0$), il punto rappresentativo K deve attraversare il "piano" $\underline{E} = 0$. In tale posizione, dato che $\underline{V} = \underline{p}/\underline{E}$, ($c=1$), il punto $K(\underline{E}=0)$ si riferisce a un tachione trascendente, cioè a un tachione T con velocità infinita - e momento minimo $\underline{m}_0 \underline{c}$. E' facile calcolare che, rispetto ad s_0 , il riferimento critico s_∞ da cui T appare

pare trascendente è quello con velocità relativa (subluminale) $\underline{u} = \underline{c}^2/\underline{V} < \underline{c}$. Tra parentesi, se ci limitiamo per semplicità - come prima - a moti lungo un asse, chiamiamolo $\underline{x}$, allora si può stabilire una corrispondenza biunivoca

$$\underline{v} \longleftrightarrow \underline{c}^2/\underline{v} \quad (33)$$

tra i riferimenti (od oggetti) con velocità $\underline{v} < \underline{c}$ e i riferimenti (od oggetti) con velocità $\underline{c}^2/\underline{v} = \underline{V} > \underline{c}$.

Ogni osservatore che, nella precedente successione di riferimenti, viene dopo s_∞ dovrebbe perciò vedere T dotato di una energia negativa E (cfr. Fig. 3c). Passiamo ora ad esaminare la Fig. 8. E' facile rendersi conto che il sistema s_∞ sarà rappresentato da assi (x_∞, t_∞) ruotati rispetto a (x, t) di un angolo α_∞ tale che x_∞ sia sovrapposto alla "linea di universo" OT del tachione libero considerato T. La suddetta successione di riferimenti viene ottenuta, nello spazio cronotipico, facendo crescere α (dal valore zero) con continuità: gli osservatori che attribuiscono una $\underline{E} > 0$ a T corrispondono ad $\alpha < \alpha_\infty$, e gli osservatori che attribuirebbero una $\underline{E} < 0$ a T corrispondono ad $\alpha > \alpha_\infty$. Ma l'esame della Fig. 8 conferma immediatamente che questi ultimi vedrebbero T muoversi anche indietro nel tempo (oltre che con energia negativa).

E' pertanto facile concludere che (cfr. Fig. 8) il punto A' , dovendo rappresentare un tachione ad energia negativa T viaggiante indietro nel tempo, rappresenterà in effetti (per virtù del "RIP") null'altro che l'antitachione $\bar{T}$ (viaggiante avanti nel tempo, con energia positiva).

Ogni moto indietro nel tempo è così scomparso.

4.8. - Fisica classica per i tachioni.

Applicando la "regola della relatività estesa" (Parag. 4.6), è facile dedurre le leggi classiche, a cui obbediscono i tachioni, applicando una TLS alle solite leggi classiche a cui obbediscono i bradioni.

Come abbiamo anticipato, otterremo le leggi per i tachioni in termini puramente reali.

Per esempio:

(I) La legge fondamentale della dinamica dei bradioni è⁽⁶⁶⁾:

$$F^\mu = c \frac{d}{ds} (m_0 c \frac{dx^\mu}{ds}), \quad (\beta^2 < 1)$$

e per i tachioni diviene⁽⁶⁾:

$$F^\mu = -c \frac{d}{ds} (m_0 c \frac{dx^\mu}{ds}), \quad (\beta^2 > 1) \quad (34)$$

così che, in forma G-covariante avremo

$$F^\mu = \frac{d}{d\tau_0} \left(m_0 \frac{dx}{d\tau_0} \right), \quad (\beta^2 \geq 1)$$

dove dx/ds è un tetravettore solo rispetto al gruppo L_4^+ delle ordinarie TL, mentre $dx/d\tau_0$ è un tetravettore rispetto all'intero gruppo G. Si noti che, con opportuna scelta della "lagrangiana", il 3-impulso dei tachioni può risultare opposto alla loro velocità: $\vec{p} = -m_0 \vec{v}/\sqrt{\beta^2-1}$; in tal caso la parte spaziale dell'eq. (34), per es., si scriverebbe $\vec{F} = + (d/dt) \vec{p}$ anche per i tachioni.

(II) In un campo gravitazionale (associato per es. a sorgenti subluminali) in cui i bradioni risentono della tetraforza attrattiva⁽¹²⁾

$$F^\mu = -m_0 \Gamma_{\rho\sigma}^\mu \frac{dx^\rho}{ds} \frac{dx^\sigma}{ds}, \quad (\beta^2 < 1)$$

i tachioni saranno soggetti alla tetraforza repulsiva⁽¹²⁾

$$F^\mu = +m_0 \Gamma_{\rho\sigma}^\mu \frac{dx^\rho}{ds} \frac{dx^\sigma}{ds} \quad (\beta^2 > 1) \quad (35)$$

dove m_0 (così come nell'eq. (34)) è la massa a riposo (reale) del tachione considerato. Però, a causa della eq. (34), le equazioni del moto tanto per i barioni quanto per i tachioni si scriveranno ancora⁽⁶⁾ (in forma G-covariante):

$$a^\mu + \Gamma_{\rho\sigma}^\mu u^\rho u^\sigma = 0, \quad (\beta^2 \geq 1)$$

ove $\underline{u} \equiv dx/d\tau_0$ ed $\underline{a} \equiv du/d\tau_0$ sono rispettivamente tetra-velocità e tetra-accelerazione. In conclusione⁽¹²⁾: (i) dal punto di vista dinamico ed energetico, i tachioni appaiono essere gravitazionalmente respinti dalla materia ordinaria, appaiono cioè essere le "particelle antigraavitazionali"; (ii) dal punto di vista cinematico, però, i tachioni curveranno (o "cadranno") verso la sorgente del campo gravitazionale⁽⁶⁷⁾.

(III) Come un bradione a velocità costante nel vuoto non emette radiazione, così un tachione a velocità costante nel vuoto non emetterà alcuna radiazione (in particolare non emetterà Cherenkov)^(6, 68).

(IV) Per quanto riguarda l'effetto Doppler per le sorgenti Superluminali, nel caso di moto relativo parallelo all'asse x avremo (in forma valida sia per sorgenti subluminali che Superluminali):

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta \cos \alpha}, \quad (u^2 \geq c^2) \quad (36)$$

dove $\underline{u} \equiv \underline{u}_x \equiv \beta c$ è la velocità relativa e $\alpha \equiv \hat{u} \hat{r}$, essendo $\hat{r}$ il vettore che va dall'osservatore alla sorgente. Si osserverà lo stesso spostamento Doppler tanto per $\underline{u} = \underline{v} < c$ quanto per $\underline{u} = c^2/\underline{v} > c$ (ricordare anche l'eq. (33)). Per avvicinamento a velocità Superluminale, la radioemissione sarà ricevuta in ordine cronologico invertito (ved. Fig. 9) e questo fatto corrisponde all'apparire di un segno negativo, per tale situazione, nell'eq. (36).

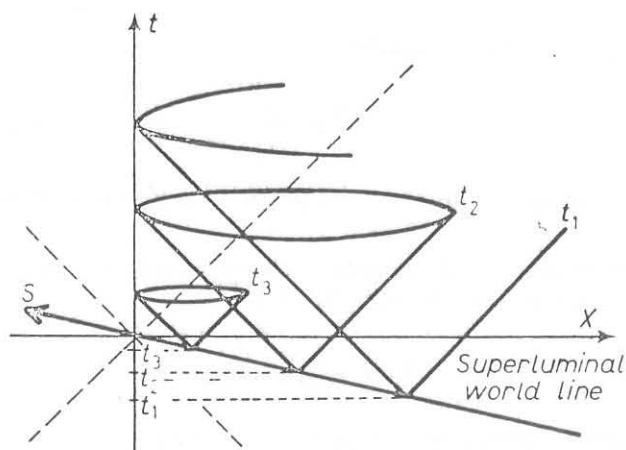


FIG. 9

(V) In relazione alle equazioni di Maxwell, se si assume che l'usuale tensore elettromagnetico $F_{\mu\nu}$ sia ancora un tensore sotto l'azione del nuovo gruppo G delle TLG, allora si ottiene⁽⁶⁹⁾ che le equazioni di Maxwell sono G-covarianti. Però, se - con maggiore cautela - prima si generaliz-
zano⁽⁶⁾ le leggi di trasformazione per i campi elettrico $\vec{E}$ e magnetico $\vec{H}$, allora si ottengono nuo-
ve equazioni di Maxwell generalizzate. Precisamente, in presenza di tetracorrenti sia sublumina-
li, $j_\mu(s)$, sia Superluminali, $j_\mu(S)$, avremo⁽⁷⁰⁾ in forma Lorentz-covariante:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \varrho(s), & \vec{\nabla} \wedge \vec{E} &= \vec{J}(S) - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= -\varrho(S), & \vec{\nabla} \wedge \vec{H} &= \vec{J}(s) + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (v^2 \geq c^2) \quad (37)$$

In altre parole, se definiamo il solito tensore duale

$$F_{\mu\nu}^* \equiv \frac{i}{2} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}; \quad (F_{\mu\nu}^*)^* = -F_{\mu\nu}, \quad (\mu, \nu, \rho, \sigma = 0, 1, 2, 3) \quad (38)$$

e introduciamo le quantità complesse⁽⁷⁰⁾:

$$\vec{F} \equiv i(\vec{E} + i\vec{H}); \quad T_{\mu\nu} \equiv F_{\mu\nu} - iF_{\mu\nu}^*; \quad J_\mu \equiv j_\mu(s) - ij_\mu(S)$$

le eq. (37) si scrivono

$$\partial_\nu T_{\mu\nu} = J_\mu; \quad T_{\mu\nu}^* = iT_{\mu\nu}, \quad (v^2 \geq c^2) \quad (37')$$

e si stabilisce così una connessione tra la dualità elettromagnetica dell'eq. (38) e la "corrisponden-
za duale"⁽¹²⁾ bradioni $\leftrightarrow$ tachioni. Inoltre, se introduciamo anche il tetrapotenziale complesso⁽⁷⁰⁾

$$C_\mu \equiv A_\mu - iB_\mu$$

dove - seguendo CABIBBO e FERRARI⁽⁷¹⁾ -

$$F_{\mu\nu} \equiv A_{\nu/\mu} - A_{\mu/\nu} - i\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} B_{\sigma/\rho}; \quad F_{\mu\nu}^* \equiv B_{\nu/\mu} - B_{\mu/\nu} - i\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} A_{\sigma/\rho},$$

allora le equazioni di Maxwell generalizzate, eq. (37'), diventano⁽⁷⁰⁾

$$\square C_\mu = J_\mu; \quad \partial_\mu C_\mu = 0 \quad (v^2 \geq c^2) \quad (37'')$$

Naturalmente anche le eq. (37') e (37'') si possono scindere in equazioni puramente reali, così co-
me lo sono le eq. (37).

Notiamo che nella nostra teoria A_μ è solo un vettore di Lorentz e non un G-vettore, dato
che esso si comporta come dx/ds sotto le TLG: per es., sotto una TLS = L:

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = -iL_{\mu\rho} A_\rho; \quad T_{\mu\nu} \rightarrow T'_{\mu\nu} = -iL_{\mu\rho} L_{\nu\sigma} T_{\rho\sigma};$$

e analogamente per $F_{\mu\nu}$ e $A_{\nu/\mu}$. Infine, la struttura della nostra teoria rivela che:

$$B_\mu = -L_{\mu\nu}^{-1} A'_\nu.$$

Per ulteriori dettagli o commenti si rimanda alla bibl. (70).

4.9. - Risoluzione dei paradossi causali per i tachioni (e "digressione").

Abbiamo visto che nel caso dei tachioni è ancora più facile comprendere come il nostro Terzo Postulato elimini ogni violazione della causalità. Però questo successo si ottiene al prezzo di abbandonare l'antica convinzione che il giudizio su quale sia la "causa" e quale l'"effetto" sia indipendente dall'osservatore. Infatti, nel caso sopra esaminato (Figg. 3c e 4), l'osservatore iniziale (s_0) giudicherà l'evento in A come causa dell'evento in B. Invece ogni osservatore A', che debba interpretare lo stesso fenomeno come scambio di un antitachione $\bar{T}$ da B ad A, giudicherà l'evento in B come causa dell'evento in A⁽⁷²⁾. (Per le definizioni di "causa", "effetto", ecc. vedere la digressione più avanti).

Ciononostante tutti gli osservatori vedranno sempre la "causa" precedere cronologicamente il suo "effetto"⁽¹²⁾.

Ancora una volta la Legge della "Causalità Ritardata" è relativisticamente covariante, e vale per tutti gli osservatori, sia subluminali che Superluminali. D'altro canto, non dobbiamo invece aspettarci anche la covarianza della descrizione del fenomeno e dei "dettagli descrittivi": nel caso in esame, dell'assegnazione dei nomi "causa" ed "effetto"⁽⁷³⁾. Per di più vedremo⁽⁷⁴⁾ che due eventi connessi causalmente (ad es. mediante scambio tachionico) secondo un osservatore s_1 possono apparire come del tutto scorrelati ad un altro osservatore s_2 ; così che neppure la stessa esistenza di una correlazione causale è relativisticamente covariante in RE.

La relatività del giudizio di causa ed effetto, e più ancora dell'esistenza di una "correlazione causale", ha condotto ad una serie di apparenti "paradossi causali"^(75, 76) che - benchè facilmente risolvibili^(74, 72, 77) - hanno dato luogo a varie perplessità.

Noi enunceremo e risolveremo qui solo un paradosso causale che sembra uno dei più sofisticati. Fu proposto da PIRANI⁽⁷⁶⁾ nel 1970 e sostanzialmente risolto da PARMENTOLA e YEE⁽⁷²⁾ nel 1971 sulla base di bibl. (74, 72, 77).

Consideriamo quattro osservatori A, B, C, D aventi velocità date⁽⁷⁶⁾, nel piano (x, y), rispetto ad un quinto osservatore s_0 . Supponiamo che i quattro osservatori abbiano ricevuto preventivamente l'istruzione di emettere un tachione non appena ricevono un tachione da un altro osservatore, così che abbia luogo la seguente catena di eventi (ved. Fig. 10). L'osservatore A inizia l'esperimento inviando il tachione 1 a B; l'osservatore B immediatamente emette il tachione 2 verso C; l'osservatore C invia il tachione 3 a D, e l'osservatore D manda il tachione 4 indietro ad A, col risultato⁽⁷⁶⁾ che A apparentemente riceve il tachione 4 (evento A_1) prima ancora di avere iniziato l'esperimento con l'emmissione del tachione 1 (evento A_2). Lo schema di questo "esperimento concettuale" è in Fig. 10, ove i vettori obliqui rappresentano le velocità degli osservatori rispetto ad s_0 , e le linee parallele agli assi cartesiani rappresentano i cammini dei tachioni.

E' importante notare che la Fig. 10 non rappresenta la effettiva descrizione del processo da parte di nessun osservatore!⁽¹⁴⁾: infatti la freccia di ogni linea tachionica semplicemente indica la direzione di moto del tachione rispetto all'osservatore che lo ha emesso. (Al contrario, si possono scegliere, le velocità di tachioni ed osservatori in modo tale che l'osservatore s_0 veda effettivamente i tachioni viaggiare nelle direzioni opposte a quelle indicate in Fig. 10).

Poichè non si possono mescolare assieme^(14, 19, 78) osservazioni di diversi osservatori, esaminiamo come ogni singolo osservatore descrive la catena di eventi.

Seguendo bibl. (78), passiamo allo scopo nello spazio di Minkowski e studiamo la descrizione spazio-temporale fornita per es. dall'osservatore A. Da un punto di vista dinamico, gli altri osser-

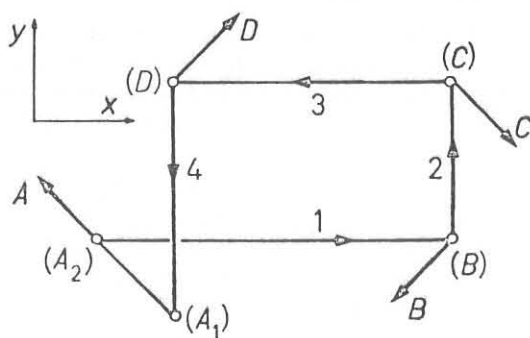


FIG. 10

vatori possono essere sostituiti da campi di forza esterni che "scatterino" i tachioni (o da atomi, capaci di assorbire ed emettere tachioni).

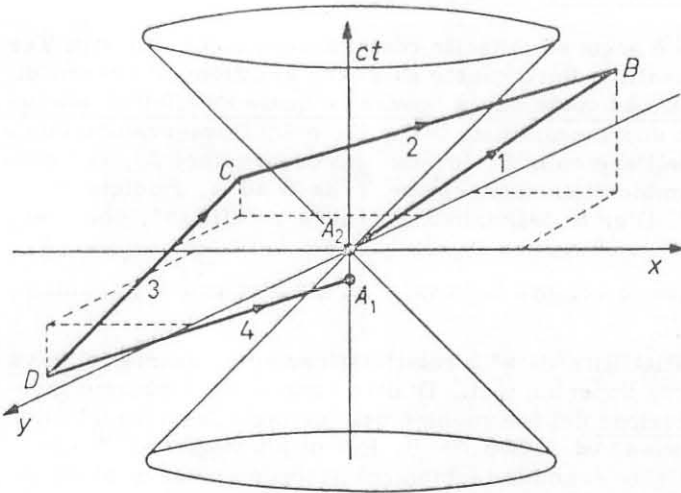


FIG. 11

In Fig. 11 si vede chiaramente che l'assorbimento di 4 avviene prima dell'emissione di 1. Potrebbe sembrare che si possano inviare segnali nel passato di A. Però l'osservatore A vedrà in effetti la seguente, ortodossa sequenza di eventi: l'evento D consiste nella creazione della copia 3 e 4 da parte del campo esterno; il tachione 4 è quindi assorbito in A₁, mentre 3 viene "scatterato" in C (trasformandosi nel tachione 2); l'evento A₂ è l'emissione, da parte dello stesso A, del tachione 1 che si annichila in B col tachione 2. Perciò, secondo A, abbiamo sostanzialmente una iniziale creazione di coppia in D, e una finale annichilazione di coppia in B; e i tachioni 1, 4 non appaiono per nulla correlati causalmente^(12,78,14). Cioè, secondo A, l'emissione di 1 non inizia nessuna catena di eventi che porti all'assorbimento

di 4, talchè non siamo in presenza di alcun effetto che preceda nel tempo la sua stessa causa.

"Lorentz-trasformando" la suddetta descrizione fornita da A, si ottengono analoghe descrizioni ortodosse, tra le quali quelle fornite dagli altri osservatori considerati.

Formuliamo il medesimo "paradosso" nella sua versione forte^(12,14,78). Supponiamo che il tachione 4, quando viene assorbito in A₁ da A, faccia esplodere l'intero laboratorio di A, eliminando la possibilità fisica che il tachione 1 (creduto essere l'iniziatore della sequenza) venga successivamente emesso (in A₂), ed originando così - secondo i termini del paradosso - uno stato di cose apparentemente contraddittorio. Seguendo ROOT e TREFIL⁽⁸⁰⁾ possiamo però andare a vedere come gli osservatori s₀ ed A, per es., descriveranno in effetti il fenomeno.

In particolare, s₀ osserverà l'esplosione del laboratorio di A subito dopo l'emissione (in A₁) del tachione 4 verso D. Secondo s₀, perciò, il tachione 1 emesso da B procederà al di là di A (non potendo essere assorbito in A₂) finchè verrà assorbito in qualche remoto punto U dell'universo^(80,14). Mediante una TL, partendo dalla descrizione "porta" da s₀, possiamo ottenere la descrizione da parte di A⁽¹⁴⁾.

L'osservatore A, dopo aver assorbito in A₁, il tachione 4 (emesso da D, insieme con 3), registrerà l'esplosione del proprio laboratorio. In A₂, però, A si vedrà sorpassato da un raggio cosmico tachionico 1 (proveniente dalla remota sorgente U), il quale si annichilerà in B col tachione 3 "scatterato" in C (cioè col tachione 2)^(12,14,80).

Anchè se non si è lasciato irrisolto alcun problema circa la "G-covarianza" della Legge di Causalità Ritardata, ciononostante vogliamo aggiungere la seguente "DIGRESSIONE", senza alcuna relazione con ciò che precede.

Notiamo che il postulato 3) è una delle nostre ipotesi fondamentali (in accordo con la termodinamica statistica e con la teoria dell'informazione), ma a priori esso non è logicamente necessario⁽⁸¹⁾. Infatti: (a) Supponiamo che esista una correlazione statistica tra due serie di eventi, nel senso che per es. ogni evento della seconda serie avvenga circa 1 secondo prima di un evento della prima serie (ved. Fig. 12). Tale correlazione statistica sarà detta "connessione causale"; (b) Ora supponiamo che gli eventi della prima serie siano quelli "indipendenti"; nel senso che li facciamo avvenire in istanti scelti per es. consultando tavole di "numeri a caso" (generati magari da un lontano computer privo di alcuna relazione ragionevole con gli eventi considerati). Tali eventi saranno chiamati le "cause"; (c) Gli eventi della seconda serie saranno allora considerati quelli "dipendenti" nella correlazione causale definita al punto a). Essi saranno detti gli "effetti"; (d) Si può pertanto dedurre, dalle suddette definizioni, che in questo caso gli effetti precederebbero cronologicamente le loro stesse cause (Fig. 12). Nel chiudere questa digressione, cerchiamo di chiarire un poco la natura delle nostre difficoltà, nel concepire effetti che precedano cronologicamente le loro cause, col riportare il seguente aneddoto⁽⁸¹⁾, che non coinvolge nostri pregiudizi attuali. Per gli antichi Egizi^(81,12), che conoscevano solo il Nilo e i suoi tributari, i quali tutti scorrono da Sud a Nord, il significato della parola "Nord" si era fuso con quello di "lungo-corrente", e il significato della parola "Sud" con quello di "contro-corrente". Quando gli Egizi scopersero l'Eufrate, che sfortunatamente scorre da Nord a Sud, attraversarono una tale crisi che essa viene

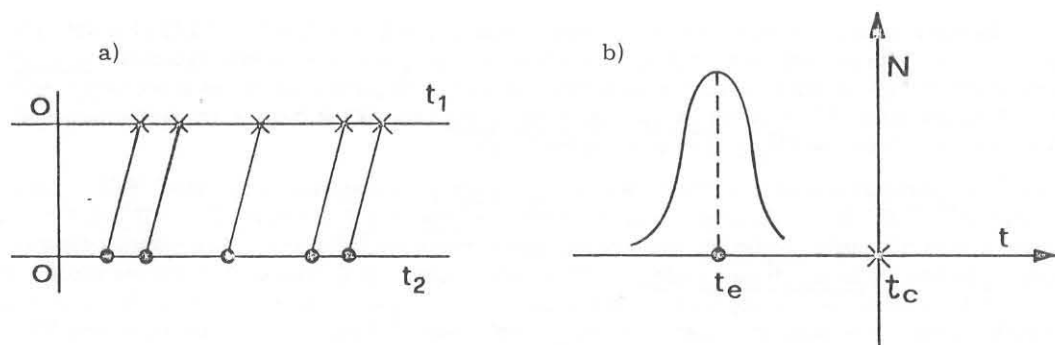


FIG. 12

menzionata dalla stele di Tutmosi I^o, la quale parla di quell'acqua invertita che va "contro-corrente" (cioè verso Sud) nell'andare "lungo-corrente" (81, 12).

Aggiungiamo, però, che la presente "digressione" non ha nulla a che vedere neppure con quanto segue.

5. - MATERIA E ANTIMATERIA.

5.1. - L'antimateria.

Si è visto che il Terzo Postulato ("RIP") elimina ogni trasmissione di informazioni nel passato (anche se si usano tachioni); e contemporaneamente ci permette di predire - in un contesto meramente Relativistico - l'esistenza delle antiparticelle.

Infatti, nella nostra teoria^(6, 11), le antiparticelle $\bar{P}$ non sono altro che particelle P nello stato di "moto all'indietro nel tempo con energia negativa"; le "particelle" P in quello stato appaiono a noi effettivamente come antiparticelle $\bar{P}$ (dotate di moto in avanti nel tempo ed energia positiva) dato che noi dobbiamo necessariamente esplorare lo spazio-tempo in una direzione temporale ben determinata (che chiamiamo positiva per definizione). Ricordiamo che il Terzo Postulato assume la non esistenza di particelle ad energia negativa che si muovano in avanti nel tempo (e quindi la non esistenza di particelle ad energia positiva che si muovano all'indietro nel tempo).

Precisamente, nel caso dei tachioni, si è dimostrato che, dato un tachione T , una ordinaria TL può trasformarlo in un oggetto $\bar{T}$ con esattamente tutte le proprietà che le antiparticelle hanno in effetti rivelato di possedere negli esperimenti.

Nel caso dei bradioni B , però (cfr. la Fig. 3a), mediante una usuale TL non possiamo abbandonare la falda iniziale di iperboloidi. Vale a dire, una ordinaria TL non può condurre da un punto della falda superiore (rappresentante una particella B) ad un punto della falda inferiore (rappresentante l'antiparticella $\bar{B}$).

Ne segue che - quando ci limitiamo alle solite TL - il carattere di "materia" o "antimateria" è invariante per i bradioni, ma è relativo all'osservatore per i tachioni.

Però, se si elimina la precedente restrizione, allora - mediante le TLG: ad es. mediante due TLS - possiamo invero passare da particella ad antiparticella anche nel caso dei bradioni. Ovvero, in Relatività Estesa, il carattere materia/antimateria è relativo all'osservatore anche per le particelle e gli oggetti soliti.

In altre parole - ripetiamo - una particella P nello stato cinematico corrispondente a un punto dell'iperboloidi inferiore (Fig. 3a) apparirà come l'antiparticella $\bar{P}$ di P nel senso usuale, come si è dimostrato più sopra. E' interessante il fatto che, una volta introdotta la nozione di particella (come si fa ordinariamente in RS), dalla stessa e sola RS segue il concetto di antiparticella (cfr. l'eq. (7)).

Infine, limitiamoci per amore di semplicità ai "boost" lungo x , cioè alle trasformazioni di

Lorentz collineari lungo la direzione x . Allora i quattro sottoinsiemi di TLG che appaiono nell'eq. (19) descrivono le transizioni (dal sistema iniziale s_0 , per es. con terna spaziale destra) non solo a tutti i riferimenti f^R in moto lungo x con tutte le velocità possibili u , ove $-\infty < u < +\infty$, ma anche a tutti i riferimenti f^L con terna spaziale invertita (sinistra) e pure in moto con ogni possibile velocità u lungo x (cfr. le Figg. 2-6 e 11 di bibl. (6)).

Infatti, quando si supera il riferimento trascendente (rispetto a s_0) $f(\infty) \equiv f(U=\infty)$, si passa dai riferimenti⁽⁸²⁾ f^R (per es. con terna spaziale destra) a riferimenti $f^L = (PT)f^R$ totalmente invertiti, con terna spaziale sinistra, asse temporale invertito⁽⁸³⁾, ecc. Ciò poteva essere previsto facilmente, perchè la inversione totale, o riflessione forte, PT (dove P è l'operazione di parità spaziale e T l'inversione temporale), non è altro che una particolare "rotazione" nello spazio-tempo quadrimensionale; e abbiamo visto che ogni "rotazione" dello spazio-tempo è una TLG, quando non ci limitiamo alle TL proprie e ortocrone; così che⁽⁸³⁾: $PT \in G$ (vedere il seguito).

Grosso modo, possiamo dire - con applicazione del "RIP" - che⁽⁸²⁾, se un riferimento ideale f potesse effettuare un viaggio completo lungo l'asse (circonferenza) delle velocità, esso tornerrebbe indietro (dopo avere oltrepassato $f(\infty)$) con gli assi spaziali invertiti (parità spaziale) e con le particelle trasformate in antiparticelle.

5.2. - Sorgenti e Rivelatori. Interazioni ed Oggetti.

Limitiamoci alle TLG in due dimensioni, e consideriamo: a) un oggetto C bradionico nel nostro riferimento s_0 ; b) una successione continua di osservatori Superluminali S , muovendosi colinearmente lungo la direzione x e rappresentati, geometricamente (ved. Figg. 1 e 5), da rotazioni di un angolo α compreso tra $90^\circ - \Delta$ e $90^\circ + \Delta$. Chiamiamo S_∞ il riferimento trascendente S ($\alpha = 90^\circ$), in cui C diviene un tachione a velocità infinita. Per azione del "RIP", non appena noi superiamo il sistema trascendente S_∞ (ved. Fig. 13), i nuovi riferimenti giudicheranno l'oggetto considerato C un antitachione $\bar{C}$ viaggiante nella direzione opposta nello spazio.

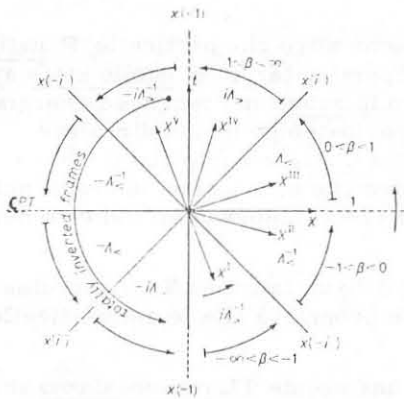


FIG. 13

Viceversa, possiamo metterci a riposo (rispetto ad s_0) e osservare i riferimenti S , considerati quali oggetti, o meglio come un oggetto (tachionico) C che si muove con velocità variabile con continuità. Abbiamo già analizzato una tale situazione in Fig. 4.

Ma una accurata osservazione della Fig. 4 rivela che il Terzo Postulato non può essere applicato se (per ogni bradione B o tachione T) non si tengono presenti la sorgente e il rivelatore opportuni. Più in generale, poichè abbiamo di fronte un possibile scambio dei ruoli di emissione e di assorbimento, la "procedura di reinterpretazione" perde di senso se non possiamo riferire i nostri B e T a qualche regione (spazio-temporale) d'interazione. Per esempio, quando un tachione T "oltrepassa" la velocità divergente, esso si trasforma da tachione T entrante (in una certa regione d'interazione) ad antitachione $\bar{T}$ uscente (dalla stessa regione).

In conclusione, il "RIP" verrà completato dicendo⁽¹²⁾: "Sotto l'azione di una TLG trans-critica, quando ad es. i ruoli di sorgente e rivelatore risultano scambiati, ogni oggetto ad energia negativa nello "stato" iniziale corrisponderà fisicamente al proprio anti-oggetto ad energia positiva nello "stato" finale, e viceversa".

Naturalmente, il Terzo Postulato - per potere essere usato ai fini di reinterpretare gli effetti delle TLG - richiede che si considerino processi, con "stati" sia iniziale che finale. Perciò la relatività (speciale) estesa impone che la fisica tratti di interazioni piuttosto che di oggetti (o, in linguaggio quantistico, con "ampiezze" piuttosto che con "stati").

Ora torniamo alla Fig. 4. Se i due macro-oggetti A e B sono connessi dallo scambio di una particella P , allora - per la particolare classe di osservatori $\{f_\infty\}$ - l'oggetto P è dotato di velocità infinita: $P \equiv P_\infty$. Ma, per le particelle trascendenti, non è definito il verso del moto lungo AB (ved. Fig. 4): in tale situazione limite, possiamo per es. considerare P_∞ o come una particella

$\bar{P}(\underline{v} = +\infty)$ viaggiante da A a B, o equivalentemente come una antiparticella $\bar{P}(\underline{v} = -\infty)$ viaggiante da B ad A; nel formalismo della Meccanica Quantistica (MQ) scriveremo:

$$|P_{\infty}\rangle \equiv |P(|\underline{v}| = \infty)\rangle = a|P(\underline{v} = +\infty)\rangle + b|\bar{P}(\underline{v} = -\infty)\rangle; \quad a^2 + b^2 = 1. \quad (39)$$

In altre parole, se A e B si scambiano un oggetto (ad es. tachionico), per una certa classe di osservatori (subluminali) essi sono connessi da una interazione simmetrica e istantanea. (Questo forse ci aiuta a giustificare l'uso nuovamente crescente di descrizioni "con azione a distanza"⁽⁸⁴⁾ come equivalenti a quelle standard). Ma questo anche chiarisce che nessuna sorgente può emettere alcunchè se un opportuno "rivelatore" non è già pronto ad assorbirlo, in qualche punto dell'universo. Per lo meno nel caso di scambio tachionico (se ci limitiamo alle TL subluminali), detta condizione è strettamente richiesta dalla Relatività. Non è senza significato che, perfino in RS, WHEELER e FEYNMAN⁽⁸⁵⁾ furono in grado di costruire per il caso-limite dei fotoni una teoria (equivalente al solito Elettromagnetismo) in cui le sorgenti emettono fotoni solo se i corrispondenti "rivelatori" sono già pronti ad assorbirli. Vedremo che i "buchi neri" (sia gravitazionali, sia "forti": cfr. il seguito) sembrano essere sorgenti - e rivelatori - adatti di tachioni.

6. - TEOREMA CPT; RELAZIONI DI "CROSSING"; E SOLUZIONI "ANTICIPATE".

6.1. - Il teorema CPT.

Aggiungiamo qui quanto segue. La TLG corrispondente ad $\alpha = 180^\circ$ (ved. Figg. 1 e 5) è la "riflessione forte" od operazione di inversione totale $\underline{PT} = -\mathbb{1}$, come già osservato al Paragrafo 5.1. Effettivamente il prodotto di due TLS (che è sempre una trasformazione di Lorentz subluminali⁽¹²⁾) può dare luogo a una trasformazione tanto "ortocrona", cioè del tipo $LT = +\Lambda_{\underline{t}}$, quanto "non ortocrona", cioè del tipo $-LT = \underline{PT}\Lambda_{\underline{t}}$; consideriamo ad es. la TL (non-ortocrona) che viene solitamente chiamata $\underline{PT}$. Dato che, per raggiungere il valore $\alpha = 180^\circ$ (partendo da $\alpha = 0^\circ$), bisogna superare il caso $\alpha = 90^\circ$ (ved. Figg. 1 e 13), dobbiamo fare intervenire il principio di reinterpretazione (cfr. Fig. 4): così che in un universo con cariche la TLG che abbiamo chiamato $\underline{PT}$ produce in realtà lo scambio particella $\leftrightarrow$ antiparticella e deve pertanto essere considerata⁽¹²⁾ una operazione $\underline{CPT}$:

$$GLT(\alpha = 180^\circ) = \underline{CPT}, \quad (40)$$

dove qui C significa inversione di tutte le "cariche" (additive). Dato che la relazione (40) vale tanto per B che per T, segue che la "riflessione forte" TLG = $-\mathbb{1}$ trasforma particelle (B o T), dello stato iniziale o finale di un processo d'interazione, in antiparticelle ($\bar{B}$ o $\bar{T}$) dello stesso stato del medesimo processo d'interazione, e viceversa⁽¹²⁾. Per es., le due reazioni

$$a + b \rightarrow c + d, \quad \bar{a} + \bar{b} \rightarrow \bar{c} + \bar{d}$$

sono le due diverse descrizioni dello stesso fenomeno visto rispettivamente dai due diversi sistemi inerziali s_0 e $-s_0 \equiv (\underline{CPT})s_0$.

Vale la pena osservare esplicitamente che - se una TLG agisce su di un tetravettore associato ad un certo oggetto - allora essa agirà analogamente su ogni altro tetravettore (quadrimomento, quadri-corrente, ...) associato a quell'oggetto. In particolare l'operazione di "riflessione forte", che cambia segno alla 3-posizione $\vec{x}$ e al tempo t , cambierà segno anche al 3-momento $\vec{p}$ e all'energia E . Siamo così condotti dalla Relatività Estesa ad introdurre i nuovi simboli $\bar{P}$ (parità forte) e $\bar{T}$ (riflessione temporale forte) per indicare le inversioni di segno rispettivamente delle prime tre componenti e della quarta componente di tutti i tetravettori. Il significato della eq. (40) è pertanto:

$$\bar{P}\bar{T} \stackrel{(RIP)}{=} \underline{CPT}, \quad (41)$$

dove:

$$\bar{P} \equiv P \hat{P} \dots; \quad \bar{T} \equiv T \hat{E} \dots,$$

e dove $\underline{C}$, $\underline{P}$, $\underline{T}$ sono le solite simmetrie discrete (eccetto per il fatto che nel nostro formalismo $\underline{C}$ significa coniugazione di tutte le "cariche" additive: ved. Parag. 3.2). In tale nuovo formalismo $\bar{P}$ equivale sostanzialmente a $\underline{P}$, ma $\bar{T} \neq \underline{T}$ (inoltre il nostro $\bar{T}$ non contiene l'operazione $\underline{X}$ che effettua lo scambio assorbimento $\rightleftharpoons$ emissione). Così come $\underline{CPT}$, nel nostro formalismo anche $\underline{C}$ e $\underline{T}$ sono operatori unitari quando agiscono sullo "spazio degli stati" della M. Q.

Se ne può dedurre che il teorema $\underline{CPT}$, il quale richiede la covarianza di ogni legge fisica sotto $\underline{CPT}$, è conseguenza diretta della Relatività Speciale (quando non ci si limiti agli osservatori subluminali).

Le eq. (40), (41) suggeriscono pure che, in Relatività, "il modo corretto di operare $\underline{PT}$ è operare $\underline{CPT}$ ", e questo coincide con uno degli insegnamenti essenziali di LEE e YANG⁽⁸⁶⁾. In fatti la RE ci dice che è possibile rispettare la covarianza quando si effettui la riflessione dello spazio-tempo (o, se si postula la covarianza per inversione temporale, quando si effettui la riflessione dello spazio) solo se simultaneamente si applica anche $\underline{C}$, così da avere pure la trasformazione di particelle in antiparticelle.

Ricordiamo che nel Parag. 3.2 si è data al "RIP" una formulazione più elegante, in uno spazio penta-dimensionale col quinto asse collegato a quello della massa a riposo.

A rigore, la covarianza per $\underline{CPT}$ è richiesta dalla RS solo per le leggi fisiche della Meccanica e dell'Elettromagnetismo. L'estensione del Principio di Relatività ai fenomeni nucleari e subnucleari dovrebbe a priori portare a una nuova, più ampia teoria (quale per es. la "relatività conforme"), così come il passaggio dalla Meccanica all'Elettromagnetismo condusse dalla teoria di Galilei-Newton a quella di Einstein. Pertanto, se si scoprisse ad esempio una violazione della covarianza per $\underline{CPT}$ nelle interazioni subnucleari, ciò potrebbe significare che le trasformazioni di Lorentz non sono più sufficientemente precise in presenza dei campi "forti" e/o "deboli".

6.2. - Solo le "leggi", e non le "descrizioni", sono covarianti.

Ricordiamo che il "Principio di Relatività" (primo nostro postulato) non richiede affatto che due diversi osservatori forniscano la stessa descrizione dello stesso fenomeno (per es. a causa dell'effetto Doppler, essi possono osservare colori differenti). Tale principio richiede solo che due osservatori vedano quel fenomeno governato dalle stesse leggi fisiche (in generale, "leggi di conservazione").

Per esempio, sottolineiamo che la carica elettrica di un sistema isolato non ha da essere relativisticamente invariante, ma solo costante (per qualsiasi osservatore) durante la evoluzione del sistema.

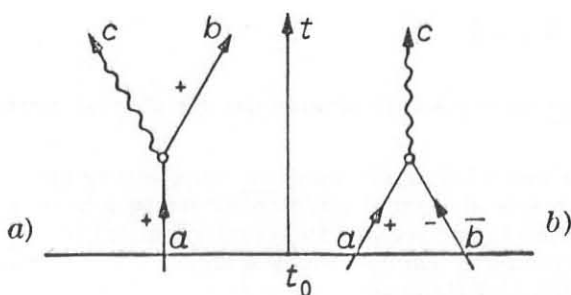


FIG. 14

E' istruttivo analizzare un esempio esplicito (Fig. 14). Consideriamo una particella carica positivamente a che, rispetto ad un primo osservatore O_1 , decada in una particella neutra c e un'altra particella carica positivamente b avente in generale una velocità diversa (ved. la Fig. 14a, ove appare anche la direzione del tempo). E' possibile trovare⁽⁸⁷⁾ un altro osservatore O_2 rispetto al quale la particella uscente b per esempio si comporta come una antiparticella entrante $\bar{b}$ con carica negativa. L'osservatore O_2 giudicherà il processo come la formazione di una "risonanza", o come una "annichilazione" (Fig. 14b). Il sistema O_1 osserva una carica elettrica

totale $+1$, mentre O_2 una carica elettrica totale zero. Entrambi gli osservatori, però, saranno d'accordo sulla validità della legge di conservazione della carica elettrica durante il processo osservato.

Inoltre, prima dell'interazione, O_1 vede una particella, mentre O_2 ne vede due. Quindi, perfino il numero di particelle (per es. di tachioni, se consideriamo solo TL subluminali), a un certo istante, non è Lorentz-invariante. E' però Lorentz-invariante il numero totale di particelle (per es. tachioni) che partecipano alla reazione nello stato iniziale o in quello finale, a causa delle proprietà del "RIP" e delle TLG. Ancora una volta, siamo incoraggiati a costruire teorie fisiche aventi come argomento "processi di reazione" piuttosto che "oggetti".

Prima di chiudere, rileviamo che le solite dimostrazioni dell'invarianza della carica elettrica valgono solo nel caso di TL subluminali e ortocrone applicate ai bradioni. Si è già visto, invece, che la carica di una particella può cambiare segno sotto le TLG (ved. Fig. 4).

6.3. - Relazioni di "Crossing" (o d'incrocio).

Oltre al teorema C P T, dalla semplice RS è possibile ricavare anche le cosiddette "relazioni di crossing" (anche per le particelle ordinarie). Infatti si può dimostrare^(15, 12), nell'ambito della Relatività estesa, che la medesima funzione deve fornire le "ampiezze d'urto" di processi diversi come⁽¹²⁾:

$$a + b \rightarrow c + d \quad (42)$$

$$a + \bar{c} \rightarrow \bar{b} + d, \quad (42')$$

in corrispondenza, ovviamente, ai diversi, rispettivi domini delle variabili del processo. Tali considerazioni possono essere effettuate a un livello classico (puramente relativistico)⁽¹²⁾, dato che quantità come le sezioni d'urto e le ampiezze d'urto invarianti possono essere definite anche classicamente (cfr. bibl. (12, 15)). Per esempio, siano a, b, c, d degli oggetti bradionici. I due processi (42), (42') tra bradioni costituiscono due reazioni differenti p_1, p_2 quando sono visti da noi, ma essi possono essere visti come la stessa interazione $d_s \equiv d_1 \equiv d_2$ tra tachioni (ved. Parag. 6.2) da due diversi, opportuni osservatori Superluminali S_1, S_2 . Seguendo la relatività estesa, possiamo ottenere l'ampiezza d'urto per p_1 , cioè $A(p_1)$ applicando la $TLS(S_1 \rightarrow s_0) \equiv L_1$ all'ampiezza $A_1(d_1)$ trovata da S_1 osservando l'urto p_1 :

$$A(p_1) = L_1 [A_1(d_1)];$$

d'altro canto, potremo ottenere l'ampiezza d'urto per p_2 , ovvero $A(p_2)$, applicando la $TLS(S_2 \rightarrow s_0) \equiv L_2$ all'ampiezza $A_2(d_2)$ trovata da S_2 osservando l'urto p_2 :

$$A(p_2) = L_2 [A_2(d_2)].$$

Dato, però, che per ipotesi

$$A_1(d_1) = A_2(d_2) = A(d_s),$$

ne segue che

$$A(p_1) = A(p_2) \quad (43)$$

per tutte le reazioni tra bradioni del tipo (42) e (42').

In effetti, nell'usuale M.Q. (o, meglio, teoria dei campi quantizzati) la richiesta (43) viene soddisfatta assumendo che l'ampiezza A sia una funzione analitica la quale può essere (analiticamente) "prolungata" dal dominio di "variabili invarianti" relativo alla (42) al dominio relativo alla (42'), e così via. Ma la condizione (43), imposta ai processi (42) e (42') dalla relatività, o meglio dalla RE, ha una natura molto più generale (oltre ad essere di carattere puramente relativistico).

6.4. - Le soluzioni "anticipate".

E' noto da molto tempo che le equazioni relativistiche ammettono, in generale, soluzioni anticipate (oltre a quelle "ritardate"). Per esempio, le equazioni di Maxwell descrivono radiazioni elettromagnetiche sia ritardate, sia anticipate. Un pò ingenuamente, qualche volta le soluzioni "anticipate" sono state considerate come effettivamente associate a moti indietro nel tempo, dimenticando il "Principio di reinterpretazione" di Stüchelberg e Feynman nonchè la struttura stessa della RS.

Nell'ambito della RE appare facile rendersi conto del perchè le equazioni relativistiche (tanto classiche quanto quantistiche) debbano a priori ammettere soluzioni sia ritardate che anticipate, vale a dire soluzioni apparentemente relative a oggetti mobili sia in avanti, sia all'indietro nel tempo.

Infatti, se una equazione ammette una soluzione corrispondente a particelle o fotoni (uscenti), allora un procedimento analogo a quello del paragr. precedente, 6.3, potrà collegare tale soluzione ad un'altra corrispondente ad antiparticelle o (anti)fotoni (entranti).

Pertanto, se detta equazione è relativisticamente covariante (o meglio G-covariante: cioè vale per tutti i riferimenti inerziali, sia subluminali, sia Superluminali), allora essa deve ammettere anche soluzioni relative ad antiparticelle o fotoni entranti (ogniquale volta essa ammetta soluzioni relative a particelle o fotoni uscenti).

Si dimostra così che tutte le equazioni relativistiche, covarianti rispetto al gruppo G delle TLG, devono ammettere soluzioni sia ritardate che "anticipate" (anche se queste ultime, per il "RIP", sono in effetti connesse NON ad oggetti viaggianti indietro nel tempo, bensì ad antiparticelle o fotoni viaggianti nella direzione spaziale opposta, ma in avanti nel tempo).

Il fatto che, in generale, le equazioni relativistiche soddisfino realmente a questa condizione - dedotta dalla relatività estesa - è un punto a favore⁽⁸⁸⁾ della RE stessa. Ma ciò non vuol dire che le usuali equazioni relativistiche siano già scritte (nella loro forma attuale) in modo G-covariante.

E' ovvio concludere che, nel mondo della RS, non ci si deve aspettare di rivelare sperimentalmente particelle (o radiazione) viaggianti davvero all'indietro nel tempo. Resta però il problema: Perchè di solito si osservano (per es.) solo radiazioni uscenti, e non anche le (anti)radiazioni entranti? Per rispondere bisogna tener conto delle condizioni al contorno⁽⁸⁹⁾. Nella macro-fisica ordinaria alcune condizioni al contorno sono molto più probabili di altre. Per esempio, le equazioni (meccaniche) della fluido-dinamica ammettono sulla superficie del mare tanto onde concentriche, circolari, uscenti quanto onde concentriche entranti e tendenti al loro centro. Ma le condizioni iniziali che dan luogo al primo caso sono molto più probabili di quelle che darebbero luogo al secondo caso.

7. - ALCUNE CONSIDERAZIONI SUI TACHIONI.

7.1. - Buchi neri e tachioni.

Passiamo per un momento a considerare la Relatività Generale. Invece di considerare coordinate del tutto generali, limitiamo però le coordinate adottabili nel seguente modo. Dato un "set" di coordinate generali (a, b, c, d) e un punto spaziale P, associamo ad essi l'osservatore (locale) O che è a riposo in P rispetto a quelle coordinate. Quindi imponiamo che si possa passare da (a, b, c, d) ad altre coordinate generali (a', b', c', d') solo se l'osservatore (locale) O', associato alle (a', b', c', d') nel medesimo punto P, si muove (localmente) con velocità minore della luce rispetto ad O.

Ricordiamo che in Relatività Generale di solito si assumono la continuità e la doppia derivabilità della nostra varietà spazio-temporale, sì che le geodetiche non mutano mai di carattere, e i bradioni (tachioni) restano sempre bradioni (tachioni).

La nostra limitazione iniziale ci porta però ad abbandonare l'ipotesi di derivabilità dal nostro manifold, almeno su di alcune superfici "speciali" (non necessariamente singolari), così che il carattere delle geodetiche possa ivi cambiare.

Per esempio, consideriamo le coordinate⁽⁹⁰⁾ di Szekeres-Kruskal (SK) come costituenti due set di coordinate generali atti a descrivere la soluzione (di Schwarzschild) delle equazioni di Einstein per una distribuzione di massa sfericamente simmetrica. Più precisamente, consideriamo il set⁽⁹⁰⁾ $(u_>, v_>)$ delle coordinate di SK quali sono definite al di fuori dell'orizzonte degli eventi (cioè per $r > 2M$; $c = G = 1$), e il set⁽⁹¹⁾ $(u_<, v_<)$ delle coordinate di SK quali sono definite per $r < 2M$. Stiamo supponendo, però, che la definizione di ciascuno dei due set valga su tutto lo spazio-tempo (sia fuori che dentro l'orizzonte degli eventi). E' allora immediato vedere (ora adottando unità tali che $c = 2MG = 1$) che:

$$v_< \left(\frac{1}{r} \right) = \mathcal{J} \left[u_>(r) \right] ; \quad u_< \left(\frac{1}{r} \right) = \mathcal{J} \left[v_>(r) \right] ; \quad (r \geq 1 ; \frac{1}{r} \leq 1) , \quad (44)$$

dove $\mathcal{J}$ è qui l'operatore che trasforma $r \rightarrow 1/r$ e moltiplica l'intera funzione per l'unità immaginaria. L'operatore $\mathcal{J}$ è formalmente analogo all'operatore che appare nella eq. (20) e che effettua il passaggio dai sistemi sub- ai sistemi Super-luminali. Tra parentesi, tale operatore $\mathcal{J}$ di eq. (20) non è altro che la trasformazione $K = \lim_{\beta \rightarrow +\infty} \text{TLS}(\beta)$, cioè più precisamente, il "boost trascendente" che - secondo le eq. (22) - attua in due dimensioni la transizione⁽⁹²⁾:

$$x \rightarrow x' = t ; \quad t \rightarrow t' = x . \quad (45)$$

Notiamo inoltre che, se definiamo^(90, 93)

$$u_{||} = \sqrt{\left| \frac{r}{2M} - 1 \right|} \cdot \exp\left(\frac{r}{4M}\right) \cosh\left(\frac{t}{4M}\right) ;$$

$$v_{||} = \sqrt{\left| \frac{r}{2M} - 1 \right|} \cdot \exp\left(\frac{r}{4M}\right) \sinh\left(\frac{t}{4M}\right) ,$$

così che per $r > 2M$:

$$u_> \equiv u_{||} ; \quad v_> \equiv v_{||} , \quad (r > 2M)$$

allora per $r < 2M$ abbiamo:

$$u_< \equiv i v_{||} ; \quad v_< \equiv i u_{||} . \quad (r < 2M)$$

Ovvero, andare (con t fissato) da $r > 2M$ ad $r' = \frac{1}{r} < 2M$ significa scambiare i ruoli di u , v :

$$u_{||} \rightarrow u' = v_{||} ; \quad v_{||} \rightarrow v' = u_{||} . \quad (46)$$

Un confronto delle eq. (46) e (45) mostra di nuovo l'analogia formale tra il passare da un riferimento s ad un riferimento S e il passare dalla regione esterna alla regione interna dell'orizzonte di un buco nero. In bibl. (93) si conclude che le coordinate interne $(u_<, v_<)$ di SK sono associate ad osservatori che si muovono più veloci della luce rispetto agli osservatori associati (nel medesimo punto) alle coordinate esterne $(u_>, v_>)$ di SK. In tal caso si avrebbe una violazione del nostro postulato iniziale, e dovremmo limitarci per es. ad adottare ovunque o la definizione "esterna" o quella "interna" delle coordinate di SK (opportunamente estese).

La stessa cosa potrebbe essere detta per altre coordinate, come quelle di FINKELSTEIN.

Con la nostra scelta di postulati (e quindi delle coordinate generali adottabili) è facile rendersi conto che un bradione in caduta libera B al di fuori dell'orizzonte degli eventi diventerà un tachione T all'interno dell'orizzonte, e viceversa. I buchi neri saranno pertanto sorgenti classiche di tachioni (nonchè rivelatori classici di tachioni).

La RE sembra pertanto suggerire che oggetti tachionici possano essere scambiati classicamente tra buchi neri.

In ogni caso, ciò che ci preme qui sottolineare è che gli stessi problemi matematici, che abbiamo incontrato in RS per estendere le TL ai riferimenti Superluminali, sono presenti pure in Re latività Generale quando si voglia passare dalla regione esterna a quella interna all'orizzonte di un buco nero. In particolare, per distribuzioni di massa non a simmetria sferica, nel passaggio dalla descrizione dell'esterno a quella dell'interno dell'orizzonte - mediante il medesimo set di coordinate - si incontrano le stesse difficoltà con le unità immaginarie che si incontrano trattando delle TLS. Anche qui uno strumento utile sembra essere la "teoria delle catastrofi".

Effettivamente, nell'analizzare problemi di Schwarzschild perturbati, molti autori⁽⁹⁴⁾ dovettero suggerire l'esistenza di superfici "anomale" indipendenti dalle coordinate.

7.2. - Considerazioni varie.

A) Cominciamo con qualche osservazione "cinematica". E' facile dedurre anzitutto dalla conservazione del quadrimpulso che un corpo a riposo non può emettere alcun tachione (nel suo riferimento a riposo) a meno che esso non diminuisca - con un "salto" discreto - la propria massa a riposo: ciò è ovvio, ad esempio, nel caso di tachioni a velocità infinita. Infatti un tachione trascendente trasporta impulso ma non energia ($E = 0$; $|\vec{p}| = m_0 c$) ed esso, per la conservazione della energia, non può quindi essere emesso (né assorbito)⁽⁹⁵⁾ da un corpo a riposo (a meno che la massa a riposo di quest'ultimo non effettui un "salto classico" verso valori inferiori).

B) Inoltre, un osservatore può vedere il vuoto diventare instabile solo mediante l'emissione di due o più tachioni a velocità infinita, in modo che il 3-impulso totale emesso sia zero (l'energia to tale emessa essendo, in tal caso, automaticamente zero). Esaminiamo allora cosa significhi dire che un osservatore s vede nell'origine, per es., un decadimento del vuoto in una coppia $T, \bar{T}$ di tachioni a velocità infinita, viaggianti rispettivamente nella direzione positiva e negativa dell'asse x finché vengono assorbiti da due corpi (mobili) A, B. Supponiamo che A e B si muovano ortogonalmente all'asse x. Si riconosce immediatamente che s può interpretare le sue osservazioni come la creazione di una coppia tachione-antitachione (a velocità infinita) in un qualsiasi punto dell'asse x tra A e B; o anche negli stessi A e B. In altre parole, è possibile interpretare il fenomeno come dovuto allo scambio tra A e B di un solo tachione trascendente: precisamente di un tachione trascendente T emesso da B e assorbito da A, oppure di un antitachione trascendente $\bar{T}$ emesso da A e assorbito da B. In conclusione, s vedrà una interazione elastica di A e B causata da una trasmissione a velocità infinita di impulso tra A e B; e tale osservatore può adottare una descrizione in cui non ci sia bisogno di invocare alcuna instabilità del vuoto.

Ricordiamo ancora che la velocità infinita non è Lorentz-invariante, solo la velocità della luce nel vuoto essendo invariante in RE. Perciò, secondo nuovi osservatori $s', s'', \dots$, in moto lungo x, il processo apparirà come dovuto allo scambio di un tachione (o antitachione) a velocità finita.

C) In relazione alle cosiddette "particelle virtuali", segnaliamo fin d'ora quanto segue^(11, 97). I tachioni trascendenti (trasportando $E = 0$; $|\vec{p}| = m_0 c \neq 0$) possono essere i responsabili (classici) del scattering difrattivo, delle cosiddette reazioni "a scambio di un pomerone" e di alcuni urti elastici. Per esempio, consideriamo il caso in cui i due corpi A e B non cambiano la loro massa a riposo durante lo scambio tachionico, cosicché A e B si urtano elasticamente (nel linguaggio della fisica delle particelle elementari). Allora, nel sistema del centro di massa, i due corpi A, B appaiono scambiarsi solo impulso (e non energia), così che essi - in modo naturale - si possono ritenere connessi da uno scambio di tachioni trascendenti; ma, se si applicano le trasformazioni di Lorentz, ciò significa che in generale gli urti elastici si possono considerare come dovuti allo scambio di opportuni tachioni a velocità finita. Ancora più in generale, quando si elimina il vincolo per le masse a riposo di restare invariate, si trova che lo scambio di tachioni può essere utile per interpretare (a livello classico, ovvero senza necessità della M.Q.) anche le interazioni anelastiche tra particelle elementari (o tra corpi). Torneremo su questo punto al Parag. 7.3.

D) Chiudiamo questo paragrafo con un'altra considerazione che è spesso utile. Vogliamo cioè il lustrare, e in modo "colorito" un insegnamento che ci viene dalla RS (i tachioni, quindi, non entrano in quanto segue). Supponiamo⁽⁹⁸⁾ di venire a sapere di una battaglia cosmica tra due differenti specie di extraterrestri, ciascuno dei quali sia alla guida di un razzo interplanetario, essendo viola il colore dei razzi della prima specie e verde quello della seconda specie. Supponiamo

inoltre di essere a conoscenza di una legge universale per cui gli "uomini verdi" sono resi pacifici da un inviolabile istinto naturale che impedisce loro di usare i propri cannoni, mentre gli "uomini viola" possiedono un istinto guerriero e aggressivo. Quando ci mettiamo ad osservare la battaglia cosmica può ben succedere - a causa dell'effetto Doppler - che, mentre un "uomo viola" spara e colpisce un razzo verde, il colore viola ci appaia verde e viceversa (in seguito al moto di allontanamento del razzo viola e al moto di avvicinamento del razzo verde). Bisogna stare attenti a non dedurre che una legge naturale inviolabile (la legge istintiva di quegli esseri extraterrestri, nel nostro caso) sia stata violata. A prima vista, abbiamo effettivamente "osservato" un'apparente violazione delle leggi note; ma, se conosciamo le teorie fisiche (cioè la Relatività, oltre alla velocità dei razzi), possiamo calcolare i "colori propri" dei razzi, nei loro riferimenti a riposo, a risolvere i nostri dubbi. In altre parole, ogni osservatore può comprendere il mondo fisico attraverso le (sole) sue osservazioni purchè egli faccia uso appropriato delle sue conoscenze di teoria (della relatività). Ciò vuol dire che è possibile osservare scientificamente la natura solo se siamo attrezzati con "strumenti" teorici, oltre che sperimentali.

7.3. - "Particelle virtuali" e Tachioni.

Riprendiamo quanto detto al punto C) del paragrafo precedente (7.2).

La conservazione del quadrimpulso ci dice che un corpo (o particella) A non può emettere tachioni T nel suo riferimento a riposo (qualsiasi sia la loro massa a riposo m) a meno che la massa a riposo M_A di A non salti a un valore inferiore M'_A tale che $\Delta(M_A^2) \equiv M_A'^2 - M_A^2 = -m^2 - 2M_A E_T \leq -\vec{p}^2 \leq -m^2$, dove $\vec{p}$ è il tri-impulso dei tachioni e $E_T \equiv \sqrt{\vec{p}^2 - m^2}$; infatti deve essere:

$$M_A = \sqrt{\vec{p}^2 - m^2} + \sqrt{\vec{p}^2 + M_A'^2} . \quad (47)$$

Nel caso particolare di emissione di tachioni a velocità infinita, cioè con $E_T = 0$ (nel riferimento a riposo di A), si ha

$$\Delta(M_A^2) = -m^2 . \quad (48)$$

Dato che, l'emissione di tachioni (antitachioni) trascendenti equivale all'assorbimento di antitachioni (tachioni) trascendenti, ritroveremo la eq. (48) anche come caso limite di assorbimento tachioni co. Notiamo che un corpo A in moto può invece emettere tachioni anche aumentando (o non variando) la propria massa a riposo.

Consideriamo ora un secondo corpo (o particella) B in moto con velocità (subluminale) w lungo l'asse x , e chiamiamo rispettivamente M_B e $\vec{P}$ la sua massa a riposo e il suo tri-impulso. Per la conservazione del quadrimpulso, B può assorbire un tachione T (con massa a riposo m e tri-impulso $\vec{p}/\vec{P}$) solo se⁽²⁴⁾

$$|\vec{p}| = \frac{m}{2M_B^2} \left[m|\vec{P}| + \sqrt{(\vec{P}^2 + M_B^2)(m^2 + 4M_B^2) + M_B^2 \Delta} \right] \quad (49)$$

dove ora $\Delta \equiv M_B'^2 - M_B^2 = 2p_\mu P^\mu - m^2 \geq 0$.

Nel "riferimento a riposo" di B, cioè quando $\vec{P} = 0$, si ha $|\vec{p}| = \frac{m}{2M_B} \sqrt{m^2 + 4M_B^2 + \Delta}$; ovvero un corpo B a riposo può assorbire solo tachioni T dotati di velocità V , comunque diretta, tale che ($c = 1$):

$$|V| = \sqrt{1 + 4M_B^2/(m^2 + \Delta)} . \quad (50)$$

La eq. (49) ci dice ad es. che B può assorbire tachioni a velocità infinita (aventi qualsiasi direzione) solo se

$$\Delta = -m^2 \quad (48')$$

in accordo con la eq. (48). La eq. (48') si ricava immediatamente anche osservando che, se due corpi hanno velocità relativa infinita, allora il prodotto $p_\mu P^\mu$ dei loro quadrimpulsi è zero. Considerazioni di questo tipo per le particelle elementari - benchè effettuate nell'ambito della teoria dei campi - hanno condotto CORBEN a spiegare molti adroni come stati composti di bradioni e tachioni, proponendo così una teoria Lorentz-covariante a "bootstrap" (99).

Se invadiamo un campo solitamente riservato alla M. Q., cioè quello delle interazioni (forti) tra particelle elementari, si trova che le particelle cosiddette "virtuali" trasportano in generale un tetraimpulso a quadrato negativo:

$$t^2 \equiv p^2 \equiv E^2 - \vec{p}^2 < 0, \quad (17')$$

come avviene per i tachioni (cfr. eq. (17)). Anche questa circostanza suggerisce che le "particelle virtuali" (cioè gli oggetti scambiati dalle particelle sub-nucleari) possano essere classicamente interpretati come tachioni (97). In effetti, all'interno di modelli a scambio di una particella (modelli periferici "con assorbimento"), più di dieci anni fa si è verificato che le "nubi virtuali" degli adroni andrebbero associate a velocità Superluminali (12). Ricordiamo, poi, che nei processi d'urto con due particelle iniziali e due particelle finali la quantità t di eq. (17') cambia di segno e di significato (da "quadrato del momento trasferito" a "energia totale al quadrato") quando si passa dal canale-s al canale-t; ciò è in accordo col fatto che una TLS può trasformare una reazione (tra bradioni) nella reazione "incrociata" o "crossed" (Parag. 6.3) tra tachioni. Le osservazioni precedenti ci aiutano anche a comprendere meglio la dimostrazione in Parag. 6.3 (anche se nessuna TLG può fare passare realmente da una interazione tra bradioni all'interazione "crossed" ancora tra bradioni).

Se si vuole adottare la terminologia usuale, in cui tutto è riferito solo ai sistemi subluminali (e in cui pertanto la eq. (24) viene ingenuamente interpretata associando ai tachioni masse a riposo immaginarie pure), risulta intuitivo considerare le "Risonanze" - con le loro masse complesse - come composte di bradioni e tachioni (97).

Il ruolo dei tachioni nella struttura degli adroni pare fin d'ora confermato (ma ritorneremo su questo punto) anche dalla rilevanza nella fisica delle particelle delle "teorie duali" con i loro modelli a "stringhe", dei meccanismi tipo Higgs, dell'uso di "funzioni bilocali" per i quark, degli "istantoni", e così via. A quest'ultimo proposito è istruttivo ad es. studiare come appare a un osservatore Superluminale un bradione non libero, in particolare un bradione che oscilla armonicamente (o, viceversa, come appaia a noi un tachione che oscilla armonicamente in un riferimento Superluminale) (97). Né va dimenticato che l'esistenza di componenti "tipo-spazio" è sempre parsa una caratteristica naturale, e forse ineliminabile (100), dei campi interagenti; per es. è stato dimostrato (100) che, se la trasformata di Fourier di un campo locale si annulla su un qualsiasi dominio di vettori "space-like" nello spazio degli impulsi, allora detto campo è un campo libero generalizzato. Ancora: sulla base delle equaz. (37, 38) si dimostra che la dualità tra bradioni e tachioni è essenzialmente la dualità tra cariche elettriche e magnetiche (cfr. Parag. 4.8); ma una serie di recenti lavori stanno rivelando le connessioni tra l'elettromagnetismo e le teorie duali (ad es. tra le "stringhe di Dirac", opportunamente modificate e intese, e le "stringhe duali") (101). E sono ben note le identificazioni proposte nella letteratura scientifica tra monopoli magnetici e quark; interessanti risultati sono stati ottenuti ad es. considerando i quark semplicemente come dei flussi quantizzati (e chiusi) di campo magnetico (102). E' facile riconoscere, poi, che un tachione soggetto ad una forza centrale può ben muoversi di moto armonico (invertendo la direzione nei punti con $|V| = \infty$), o lungo linee chiuse. Tali considerazioni sono riprese anche nei recenti lavori che considerano gli adroni come possibili "buchi neri forti" (103, 104) (Cfr. anche Parte B-9).

Spendiamo qualche altra parola sui citati interessanti lavori di bibl. (99). Premettiamo che, se un tachione è legato da una forza centrale repulsiva (come nel campo gravitazionale all'interno del nostro cosmo e, per estensione, nel campo forte entro un adrone: ved. bibl. (103)), esso raggiunge lo stato di minima energia potenziale quando la sua velocità è divergente (104), ovvero lo stato fondamentale del sistema corrisponde a un moto periodico trascendente del tachione. Inoltre, se un bradione di massa a riposo m_1 assorbe un tachione di massa a riposo m_2 e $m_1 > m_2$, allora la particella composta è sempre un bradione (97).

Ora nell'ambito della RE, CORBEN (99) ha ricavato masse e numeri quantici di un gran numero di barioni e mesoni considerandoli ad es. composti da un adrone bradionico e da un adrone tachionico. Se gli adroni, poi, possono considerarsi come "buchi neri forti" (ved. bibl. (103, 104)), e

il Cap. 9 più avanti) allora il costituente tachionico - nell'attraversare il loro "orizzonte" - verrebbe emesso come bradione.

Per di più, CORBEN⁽⁹⁹⁾ ha trovato le differenze di massa tra i membri di vari multipleti di isospin legando a degli opportuni adroni (subluminali) dei leptoni Superluminali. Estendendo considerazioni di questo tipo al livello dei quark, questi potrebbero di nuovo essere visti come "stringhe" o "loops" di leptoni Superluminali. (In tale filosofia, ovviamente, i quark sono strutture costituite da "partoni", essendo i partoni nient'altro che leptoni tachionici).

Torniamo ora alla eq. (47) - (50). In quanto alla prima, se $\Delta(M_A^2)$ può assumere solo valori discreti, allora l'eq. (47) fornisce ad es. dei vincoli su m (in funzione di M_A e di $\vec{p}^2$), e viceversa; come nel caso, per es., di un possibile processo $\Delta_{33}(1232) \rightarrow p + \pi$ nel riferimento a riposo della risonanza Δ_{33} . Tra l'altro, se si confronta questo processo col decadimento elettromagnetico di un atomo eccitato, $A^* \rightarrow A + \gamma$, si incontra nuovamente il suggerimento che i quanti del campo forte siano (mesoni) tachionici.

In quanto all'eq. (49), rileviamo che - se $\Delta = 0$ oppure se Δ è "discreto" - il corpo B può assorbire, per ogni valore di m , solo tachioni con un definito (discreto) valore di $\vec{p}$, e viceversa.

7. 4. - Astrofisica e oggetti Superluminali.

Si è già detto in Parag. 4. 8 dell'effetto Doppler per oggetti cosmologici Superluminali (cfr. eq. (36)). Vogliamo qui aggiungere solo quanto segue. Consideriamo un macro-oggetto C che emette onde elettromagnetiche sferiche. Quando lo osserviamo viaggiare a velocità costante Superluminale $\vec{V}$, a causa della "distorsione" dovuta alla grande velocità relativa $|\vec{V}| > c$, vedremo che le onde elettromagnetiche emesse da C hanno per involucro un (doppio) cono Γ avente per asse la retta di moto del corpo C (tale cono non ha nulla a che fare con i "coni Cherenkov": ved. il punto III° di Parag. 4. 8). Ciò è analogo a quanto avviene per un aereo che si muova a velocità costante supersonica nell'aria⁽¹⁰⁵⁾.

Una prima considerazione è questa. Così come udiamo un forte "bang" quando entriamo in "contatto sonoro" con l'aereo supersonico, analogamente "vedremo" un forte "bang ottico" quando entreremo in contatto ottico (o radio, o in generale elettromagnetico) col corpo C, cioè quando verremo investiti dalla superficie del cono Γ . Infatti, quando C è visto da noi sotto l'angolo α tale che (ved. Fig. 15a):

$$V \cos \alpha = c, \quad (51)$$

allora tutte le radiazioni emesse da C in un certo intorno della sua posizione C_0 giungeranno a noi simultaneamente. Se il punto C_0 si trova a distanze cosmiche, possiamo aspettarci che le condizioni di "bang ottico" sussistano (quando sussistono) per un tempo molto lungo.

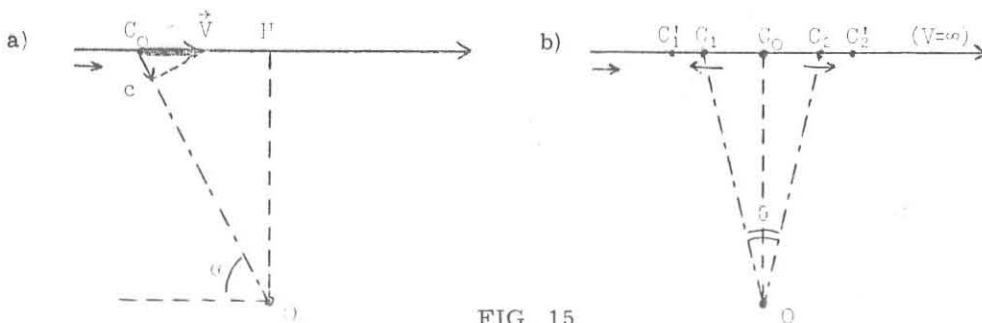


FIG. 15

Subito dopo essere entrati in contatto "ottico" (o radio) col corpo emittente C, ci perverranno simultaneamente le radiazioni emesse in opportune coppie di punti rispettivamente posti alla sinistra e alla destra di C_0 . Avremo così l'impressione che il corpo iniziale in C_0 si spezzi in due oggetti luminosi che si allontanano l'uno dall'altro con velocità relative Superluminali U . Nel semplice caso in cui C si muove con velocità quasi infinita lungo r (vedi Fig. 15b), la velocità relati

va apparente di C_1 e C_2 varia nella fase iniziale come $U \approx \sqrt{\frac{dc}{t}}$, essendo d la distanza $\overline{OH} = \overline{OC_0}$ e $t = 0$ l'istante in cui l'osservatore vede $C_1 \equiv C_2 \equiv C_0$.

Considerazioni di questo tipo sono interessanti ad es. in relazione al fatto "sperimentale" che il 50% di certe radiosorgenti forti presentano una struttura apparentemente interpretabile come espansione Superluminale⁽¹⁰⁶⁾. Tipicamente esse appaiono costituite proprio da due sorgenti in fuga collineare con velocità relativa apparentemente Superluminale; mentre moti Superluminali "convergenti" non sono stati osservati.

E' chiaro che fenomeni di questo genere richiamano l'attenzione dell'osservatore solo quando la separazione angolare ϑ tra C_1 e C_2 è piccola, cioè quando C_1 e C_2 sono ancora vicini alla posizione C_0 . La Fig. 15a, allora, chiarisce che - secondo l'interpretazione qui suggerita - i corpi C_1 e C_2 dovrebbero presentare entrambi un "blue-shift" per effetto Doppler, essendo entrambi immagini di un corpo C in avvicinamento. Se però i corpi Superluminali C si trovano solo a distanze cosmologiche (come nel caso delle dette presunte osservazioni⁽¹⁰⁶⁾), allora occorre tenere conto del red-shift cosmologico, che può mascherare il "blue-shift" cinematico di partenza.

PARTE B: ALTRE ESTENSIONI DELLA RELATIVITA'.

8. - LA "RELATIVITA' PROIETTIVA".

8.1. - Introduzione alla "Relatività Proiettiva".

La relatività speciale (nelle sue forme "ristretta" o "estesa") si riferisce a un cronotopo pseudoeuclideo piatto e infinito. Si comprende subito come un tale "sfondo" spazio-temporale costituisca una estrapolazione molto spinta delle proprietà dei nostri spazio e tempo locali e male si adatti a fare da supporto ad es. alla descrizione del nostro cosmo. E' per es. difficile credere che la covarianza delle leggi fisiche per traslazioni temporali valga anche per intervalli temporali di miliardi di anni.

Un passo interessante verso la costruzione di uno spazio-tempo (s-t) adatto a priori agli studi cosmologici è il seguente⁽¹⁰⁷⁻¹⁰⁹⁾. Osserviamo che il gruppo G_{1-3}^{10} di Galilei si ottiene da quello L_{1-3}^{10} di Poincaré come caso limite per $c \rightarrow \infty$. Ci si può chiedere se, a sua volta, il gruppo di Poincaré non può essere "caso limite" di un altro, nuovo gruppo. Restando in uno spazio quadrimensionale (e considerando sempre gruppi a 10 parametri), Fantappiè nel 1954 mostrò⁽¹⁰⁷⁻¹⁰⁹⁾ che si trova un solo gruppo nuovo, dipendente con continuità da un parametro R , che si riduce a quello di Poincaré per $R \rightarrow \infty$ e che non può più essere "limite" di alcun altro gruppo diverso. Tale gruppo, F_{1-3}^{10} , risulta essere quello dei movimenti in sé dello spazio-tempo di De Sitter avente curvatura costante e metrica $ds^2 = c^2 d\tau^2 - (d\xi_1^2 + d\xi_2^2 + d\xi_3^2) \cdot \exp(2c\tau/R)$, con costante cosmologica $\Lambda = 3/R^2$. Ora lo s-t di De Sitter è rappresentabile come una ipersuperficie di equazione

$$Z_0^2 - Z_1^2 - Z_2^2 - Z_3^2 - Z_4^2 = 0 \quad (52)$$

immersa in uno spazio piatto a cinque dimensioni (qui e nel seguito ammetteremo che alcune coordinate possano essere immaginarie)⁽⁶⁵⁾. Da questo punto di vista, allora, il gruppo di De Sitter-Fantappiè F_{1-3}^{10} diviene il gruppo delle trasformazioni che lasciano invariata la (52), ossia delle rotazioni in uno spazio (1, 4) piatto pentadimensionale; e ciò mostra chiaramente come F_{1-3}^{10} generalizzi il gruppo di Poincaré (la cui parte omogenea - di Lorentz - è, come noto, isomorfa dal punto di vista complesso al gruppo delle rotazioni in uno spazio (1, 3) piatto tetradimensionale).

Una utile e importante interpretazione fisica del gruppo di De Sitter-Fantappiè F_{1-3}^{10} è stata data nel 1959 da Arcidiacono^(108, 109), il quale distinse lo s-t di De Sitter dallo spazio-tempo "relativo" di ogni osservatore, tenendo conto del fatto che ciascun osservatore percepisce gli eventi come se essi avvenissero in uno s-t piatto, apparendogli ogni geodetica come una linea retta. In altre parole, ogni s-t "relativo" è una rappresentazione geodetica dello s-t di De Sitter su di un iperpiano tangente. Pertanto le trasformazioni del gruppo di De Sitter-Fantappiè divengono proiezioni, dal centro, della quadrica (52) e intersezioni con l'iperpiano tangente. O, meglio, il gruppo F_{1-3}^{10} diventa^(108, 109) il gruppo delle proiettività che trasformano in sé la quadrica

$$X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2 - R^2 = 0 \quad (53)$$

ovvero

$$R^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2. \quad (53')$$

Con l'introduzione di coordinate omogenee, mediante la posizione $X_i \equiv Rx_i/x_5$, l'eq. (53) diviene $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = 0$. In conclusione, dal punto di vista proiettivo, l'usuale spazio-tempo "fisico" è la regione esterna all'assoluto di Cayley-Klein di equaz. (53). Ma lo spazio proiettivo definito come la regione esterna alla quadrica (53) non è che lo s-t di Castelnuovo^(110, 109), e solo in questo spazio le relazioni matematiche ricevono una interpretazione fisica. Ne segue una "Relatività (Speciale) proiettiva"⁽¹⁰⁸⁾, la quale si riduce alla solita relatività speciale soltanto per $R \rightarrow \infty$. Per le sue molte, interessanti caratteristiche si rimanda alla bibl. (108).

Qui aggiungiamo solo quanto segue^(108, 109). Per costruire la sua Relatività Generale, Einstein passò da una teoria basata su di un gruppo (modello "di Minkowski") ad una teoria costruita a partire dalle equazioni gravitazionali (e quindi dal ds^2). Successivamente, per costruire una "teoria unitaria", si è cercato di ampliare la geometria riemanniana. Ovvero, prima di ampliare la Relatività Generale (RG), non si è cercato di "perfezionare" la Relatività Speciale (RS). Secondo bibl. (108) le usuali teorie unitarie risultano insoddisfacenti proprio perchè tutte le teorie costruite ampliando la geometria di Riemann (o passando a varietà a 5 o 6 dimensioni) sono in fondo basate ancora sulla RS, edificata nello s-t minkowskiano, e sul gruppo di Poincaré. Tale gruppo non è "semplice"⁽¹⁰⁸⁾ e si decompone quindi nelle rotazioni (a 6 parametri) e nelle traslazioni (a 4 parametri) del cronotopo. Ciò porta alla suddivisione della usuale RS in due parti indipendenti (meccanica - dei mezzi continui -, ed elettromagnetismo), con netta distinzione delle proprietà della "materia" da quelle della "elettricità". Nella Relatività Proiettiva⁽¹⁰⁸⁾, invece, le rotazioni e le traslazioni si fondono nelle rotazioni di S^5 (ipersfera pentadimensionale) tramite la nuova lunghezza fondamentale R ; di conseguenza vi si trova subito un legame tra "materia" ed "elettricità", pur restando nell'ambito di teorie "classiche" fondate su gruppi ("Programma di Erlangen" per le teorie fisiche).

Se poi, si vuole costruire una "relatività generale" partendo dalla Relatività Proiettiva (basata sul gruppo di De Sitter-Fantappié), ci si aspetta che la nuova "relatività generale proiettiva" estenda la teoria gravitazionale einsteiniana su scala cosmologica, e quindi sia particolarmente atta allo studio dei problemi astrofisici.

Per fondere le concezioni di chi si vuole basare solo sul ds^2 e di chi invoca al contrario considerazioni gruppali, ci viene in aiuto il punto di vista unificante di Cartan⁽¹¹¹⁾: il quale, generalizzando l'idea di spazio, inserì la stessa geometria riemanniana in un contesto gruppale. Infatti, secondo Cartan⁽¹¹¹⁾, una varietà riemanniana V^4 può essere pensata come costituita dagli infiniti spazi - ad es. euclidei - tangenti ad essa in ogni suo punto P , ciascuno di tali spazi avendo una geometria (nel senso di Klein) fondata sul gruppo delle rototraslazioni; tale geometria da Cartan fu detta "olonomica". Questi infiniti elementi spaziali euclidei sono poi raccordati da una certa legge di "connessione" (da Cartan detta in questo caso "euclidea"), che permette di dedurre sia la curvatura e la torsione (proprietà locali) di V^4 ricorrendo a cicli chiusi infinitesimi sulla varietà, sia il "gruppo di ologonomia" (proprietà globali) di V^4 ricorrendo a cicli chiusi finiti su V^4 . Viceversa, una volta noto il gruppo di ologonomia, si determina univocamente la legge di connessione^(108, 109). Naturalmente tutto quanto sopra si estende subito al caso in cui sugli spazi tangenti valga una geometria non euclidea basata su di un gruppo G^r ad r parametri (sempre nel senso del "programma di Erlangen"). Così pure, ad ogni geometria "olonomica" (= fondata su un gruppo) si possono fare corrispondere geometrie "non olonome". Per esempio nel cronotopo di Minkowski il gruppo di ologonomia è ovviamente l'identità, e tale spazio è olonomo; invece lo s-t riemanniano della Relatività Generale non è più olonomo, ammettendo però (in quanto privo di torsione) come gruppo di ologonomia quello di Lorentz, cioè delle rotazioni nello spazio S^4 .

Riassumendo^(108, 109): (1) Per superare la RS, Einstein passò da una teoria fondata sul gruppo R_4 delle rotazioni (gruppo di Lorentz) a teorie che utilizzano varietà riemanniane $V^4, V^5, V^6, \dots$ abbandonando però la via "gruppale"; (2) Nella "teoria degli universi" di Fantappié-Arcidiacono⁽¹⁰⁸⁾, invece, si costruiscono dei modelli di cosmi (o di "universi") basati sui gruppi delle rotazioni $R_4, R_5, R_6, \dots$ stabilendo un collegamento basilare tra leggi fisiche^(107, 112), gruppo, e modello geometrico di cosmo (o di universo). Infatti il gruppo ha così il significato geometrico di rappresentare i movimenti in sé del corrispondente modello, e dal punto di vista fisico esprime matematicamente un "principio di relatività". La fisica può essere costruita ad esempio utilizzando il "gruppo topologico", ossia varietà ad $n(n-1)/2$ dimensioni che possiedono la doppia struttura geometrica e gruppale⁽¹¹²⁾ (cio è paragonabile⁽¹⁰⁸⁾ a quanto fatto da Lagrange nella sua meccanica analitica, quando descrisse un sistema meccanico attraverso i suoi "parametri lagrangiani"); (3) Per conciliare⁽¹⁰⁹⁾ i punti di vista di Einstein e di Fantappié-Arcidiacono si può uti-

lizzare il legame stabilito da Cartan tra teoria dei gruppi e geometria differenziale. Da questo "terzo" punto di vista⁽¹⁰⁸⁾, si possono edificare una serie di "relatività speciali" basate sui gruppi delle rotazioni R_n e associare poi a ciascuna di esse una "relatività generale" mediante l'utilizzo di una geometria "non olonoma" (che ammetta R_n come gruppo di olonomia, e che pertanto sarà una geometria riemanniana).

Accenniamo qui, ad esempio, alla costruzione della "relatività generale" partendo dalla Relatività Proiettiva. Dobbiamo, allora introdurre⁽¹⁰⁸⁾ uno spazio non olonomo X^4 (in generale varietà riemanniana a curvatura variabile) che ammetta come gruppo di olonomia quello di De Sitter-Fantappié. Siccome quest'ultimo è isomorfo a quello delle rotazioni di S^5 (dove con S^n si indica, ripetiamo, lo spazio ipersferico n -dimensionale), bisogna fare ricorso alla geometria di una varietà riemanniana V^5 (che ammetta appunto come gruppo di olonomia quello delle rotazioni di S^5). Questa geometria di V^5 dovrà poi essere interpretata in termini di geometria differenziale proiettiva di una varietà X^4 quadrimensionale. E' noto che la geometria differenziale proiettiva di una X^n ammette infatti una interpretazione $(n+1)$ -dimensionale in termini di geometria riemanniana di V^{n+1} .

Seguendo ancora Cartan, uno spazio X^4 a connessione proiettiva è uno spazio avente nell'intorno infinitesimo di ciascun suo punto P i caratteri di uno spazio proiettivo, ed è inoltre dotato di una legge di rappresentazione proiettiva (omografica) tra gli intorno di due suoi punti infinitamente vicini. A tale scopo occorre assegnare un opportuno campo di quadriche Q , poste negli spazi tangenti ai singoli punti P di X^4 (cfr. bibl. (108)). Fissato il punto P , la quadrica corrispondente $Q(P)$ costituisce l'assoluto di una metrica non euclidea locale. Il trasporto parallelo in una V^4 riemanniana conserva i coni isotropi; analogamente la connessione proiettiva deve dare luogo ad una legge di trasporto proiettivo che conservi il suddetto campo delle quadriche Q . Determinata così la connessione proiettiva⁽¹⁰⁸⁾, si può costruire al solito modo il "tensore di curvatura proiettivo" $P_{\alpha\beta\gamma\delta}$ ($\alpha, \beta, \gamma, \delta = 1, \dots, 5$), il cui annullarsi è condizione necessaria e sufficiente perchè lo spazio assegnato sia "proiettivamente piano" (cioè a curvatura costante). Infatti le varietà a curvatura costante sono localmente rappresentabili sullo spazio euclideo, con conservazione delle geodetiche.

L'annullarsi del tensore di curvatura di Riemann porta, in RG, a riottenere lo s-t minkowskiano; l'annullarsi del tensore di curvatura proiettiva $P_{\alpha\beta\gamma\delta}$, invece, ci riporta - in "relatività generale proiettiva"⁽¹⁰⁸⁾ - allo s-t di De Sitter a curvatura costante. Infine, il tensore di curvatura proiettiva $P_{\alpha\beta\gamma\delta}$ gode dell'importante proprietà⁽¹⁰⁸⁾ di includere il tensore di torsione (tanto che Cartan lo chiamò "tensore di curvatura e torsione"). Diversamente da quanto accade negli usuali spazi a connessione affine, invero, ora la curvatura di uno spazio a curvatura proiettiva implica una torsione: ciò è dovuto al fatto che il gruppo di De Sitter-Fantappié (gruppo di olonomia di X^4) si spezza - al limite "relativistico" - nelle rotazioni e nelle traslazioni di S^4 , alle quali corrispondono rispettivamente la "curvatura di rotazione" e la "curvatura di traslazione" (o torsione)⁽¹⁰⁸⁾.

8.2. - Un approccio alternativo.

Se si volesse seguire rigorosamente un "programma di Erlangen" in Fisica, sarebbe disponibile il seguente approccio alternativo^(108, 113). Lo studio dell' "universo di De Sitter" - relatività proiettiva - e delle relative equazioni di Maxwell generalizzate^(108, 109) conferma l'utilità (oltre che di una fondazione grupale della fisica) del ricorso ai gruppi di rotazione R_n di spazi n -dimensionali. Si è visto che, così, si ottiene una successione di "modelli di universo" rappresentati dalle ipersfere S^{n-1} immerse in spazi n -dimensionali E^n , ($n = 4, 5, \dots$); e ne nacque il problema di sviluppare una "Relatività" appunto basata sul gruppo R_n dei movimenti in sé dell'ipersfera S^{n-1} . Tra parentesi, nei gruppi R_n ($n > 3$), con le coordinate proiettive x_i ($i = 1, \dots, n$), appaiono $n-3$ costanti universali⁽⁶⁵⁾, necessarie per sommare - rispettando la omogeneità dimensionale - quadrati di lunghezze coi quadrati delle grandezze associate alle "nuove" coordinate (successive alle prime tre)⁽¹¹⁴⁾.

Imponendo, come in relatività proiettiva, $n-4$ condizioni di normalizzazione⁽¹⁰⁸⁾, si riconduce poi la "Relatività n -dimensionale" ad una formulazione 4-dimensionale (in funzione di coordinate spazio-temporali)⁽¹⁰⁸⁾. Al limite per $R \rightarrow \infty$, inoltre, ogni ipersfera S^{n-1} si riduce ad uno spazio piatto E^{n-1} , e le n coordinate proiettive si riducono ad $n-1$ coordinate cartesiane; di conseguenza, il gruppo R_n (con $n(n-1)/2$ parametri) si decompone nel prodotto delle rotazioni R_{n-1}

e delle traslazioni T_{n-1} (aventi rispettivamente $(n-1)(n-2)/2$ ed $(n-1)$ parametri), mentre le condizioni di normalizzazione divengono $n-5$ equazioni indipendenti in $n-1$ incognite⁽¹⁰⁸⁾. Ad esempio, per $n=5$ si ottengono le trasformazioni proiettive (geometria proiettiva); per $n=6$ le trasformazioni conformi (geometria conforme); per $n>6$ trasformazioni del tipo del Cremona: in tale maniera si riesce ad applicare la geometria algebrica alla fisica.

A questo punto s'inserisce il nuovo approccio "alternativo". Osserviamo, cioè, che nella detta concezione gruppale della fisica, particolare importanza è assunta dalle "equazioni di Maxwell" (generalizzate) dei vari universi ipersferici S^{n-1} , le quali sono covarianti sotto il gruppo R_n . Se indichiamo con $H_{ik} = -H_{ki}$ ($i, k = 1, 2, \dots, n$) il campo "elettromagnetico" generalizzato^(108, 109) avente $n(n-1)/2$ componenti distinte, allora le equazioni di Maxwell generalizzate si scrivono⁽¹⁰⁸⁾:

$$\text{Curl } H_{ik} = J_{ikl}; \quad \text{Div } H_{ik} = I_k, \quad (i, k, l = 1, 2, \dots, n)$$

ove J_{ikl} e I_k sono le "sorgenti" del campo. Si è scoperta (cfr. bibl. (113, 108)) una relazione tra l'ampliamento del gruppo base della fisica e la possibilità di unificazione dei campi fisici d'interazione, tale sintesi venendo operata dalla struttura algebrica stessa dei vari gruppi delle rotazioni.

Particolarmente interessante risulta il passaggio dal gruppo R_5 (relatività proiettiva) al gruppo R_6 (relatività conforme), il quale ultimo comprende anche le accelerazioni uniformi. In bibl. (108) è stato fatto vedere, a questo proposito, che le corrispondenti equazioni di Maxwell generalizzate forniscono una teoria unificata della materia (gravitazione più "idrodinamica" dei continui) e dell'elettromagnetismo. In particolare, per $R \rightarrow \infty$, ci si riduce ad uno spazio piatto E^5 e le dette equazioni generalizzate di Maxwell si spezzano, da una parte, nelle equazioni di Corben⁽¹¹³⁾ (del campo unificato gravitazionale-elettromagnetico) e dall'altra, nelle equazioni meccaniche del campo "idrodinamico" generalizzato⁽¹⁰⁸⁾. Con una tale "Relatività Conforme" ($n=6$), dunque, non c'è più bisogno di passare - come fatto in Relatività Generale - a varietà "non olonome", ma si riesce a descrivere anche la gravitazione senza allontanarsi da una stretta formulazione gruppale della "fisica".

9. - SULLA "RELATIVITA' CONFORME".

9.1. - Introduzione.

Storicamente, quando si tenne conto anche dei fenomeni elettromagnetici, oltre a quelli meccanici, fu necessario abbandonare - come è noto - la relatività galileiana in favore di quella einsteiniana. Ci si potrebbe ora chiedere se, giunti oggi a investigare anche le forze nucleari e sub-nucleari, non sia necessaria un'ulteriore estensione verso una nuova Relatività. Effettivamente, all'inizio del Parag. 8.1, abbiamo considerato grosso modo la seguente "catena" di gruppi:

$$G_{1-3}^{10}(c \rightarrow \infty; R \rightarrow \infty) \Leftarrow L_{1-3}^{10}(c; R \rightarrow \infty) \Leftarrow F_{1-3}^{10}(c; R), \quad (54)$$

in cui il gruppo finale di De Sitter-Fantappiè "contiene" due costanti universali (una lunghezza fondamentale, R , e la velocità della luce nel vuoto, c). Ma per impostare in modo dimensionalmente corretto anche solo una teoria meccanica (dinamica) occorrono tre costanti universali⁽¹¹⁴⁾. Per "allungare" la catena (54) è però necessario abbandonare i gruppi a 10 parametri (ovvero lo spazio-tempo minkowskiano quadrimensionale)^(114, 108). E' facile allora passare al gruppo conforme C_{1-4}^{15} , a 15 parametri (il quale a sua volta si dimostra essere localmente isoformo alle rotazioni di uno spazio a 6 dimensioni). Tale gruppo permetterà la costruzione⁽¹¹²⁾ di una nuova "Relatività (Speciale) Conforme"^(108, 115), generalizzazione⁽¹⁰⁸⁾ di quella proiettiva e avente come modello di universo una ipersfera a 5 dimensioni (immersa in uno spazio piatto esadimensionale)^(65, 111). In tale Relatività Conforme interverranno ora tre costanti universali indipendenti c, R, h , ove la terza costante h deve dipendere (oltre che eventualmente da una Lunghezza e da un Tempo) anche da una Massa^(114, 108). Ricordiamo a questo punto quanto scritto nel Parag. 8.2.

9.2. - Una gerarchia di universi e Teoria unificata delle interazioni gravitazionali e "forti".

Si può però procedere anche da un'angolazione diversa^(55, 103) (benchè in un ambito in un certo senso più limitato) per generalizzare la Relatività Speciale nello spirito di quanto osservato all'inizio del Parag. 9.1. Osserviamo, cioè, che le simmetrie delle equazioni di Maxwell ordinarie non sono state sfruttate appieno dalla Relatività Speciale. Precisamente, è noto che le equazioni di Maxwell sono covarianti - oltre che per le trasformazioni di Poincaré - anche per le trasformazioni del gruppo conforme⁽¹¹⁶⁾. Come primo passo, fissiamo in particolare la nostra attenzione sulle dilatazioni ($\mu = 0, 1, 2, 3$):

$$x'_\mu = \varrho x_\mu, \quad (55)$$

e postuliamo che le leggi fisiche siano covarianti anche sotto l'azione delle dilatazioni (55). Stiamo supponendo, però, che solo valori discreti di ϱ abbiano in natura un corrispondente fisico⁽⁵⁵⁾ (il che può essere ottenuto ad es. imponendo opportune condizioni al contorno in spazi pentadimensionali⁽¹¹⁷⁾).

A questo punto ricordiamo che le "forze" delle interazioni gravitazionali e forti sono misurate rispettivamente dai quadrati adimensionali delle relative costanti d'accoppiamento⁽¹⁰³⁾:

$$\frac{Gm^2}{\hbar c} \approx 1.3 \times 10^{-40}; \quad (56)$$

e

$$\frac{Ng^2}{\hbar c} \approx 15, \quad (56')$$

dove: (a) G ed N sono rispettivamente le costanti universali gravitazionale e forte nel vuoto; (b) le quantità m e g rappresentano rispettivamente la carica gravitazionale (= massa) e la carica forte (ved. avanti) di uno stesso adrone, ad es. del nucleone. Il valore nell'eq. (56) è calcolato per la massa del pione, $m = m_\pi$, e nell'eq. (56') si è usato il valore "tipico" della costante d'accoppiamento $pp\pi$ al quadrato. Tra parentesi, e in relazione alla suddetta espressione "carica forte di un adrone", consideriamo i quark come i veri portatori della carica forte, e chiamiamo "colore" il segno s di tale carica forte⁽⁵⁵⁾; più precisamente, consideriamo gli adroni come dotati di una carica forte "totale" zero⁽⁵⁵⁾, avendo ogni quark una carica forte $g_i \equiv s_i |g'|$ con $\sum_i g_i = 0$; le usuali interazioni forti tra adroni dovrebbero nascere quindi da forze di tipo Van-der-Waals⁽⁵⁵⁾. In corrispondenza alla quantità m dell'eq. (56), nell'eq. (56') faremo entrare la quantità $g \equiv g_0$, essendo g_0 il modulo medio della carica forte dei quark costituenti ed n il loro numero.

Chiamiamo ora:

$$\varrho \equiv \frac{Gm^2}{Ng^2} \approx 0.9 \times 10^{-41} \approx 10^{-41}; \quad (57)$$

e notiamo che, se scegliamo convenzionalmente $m \equiv g$, allora la "costante universale forte" N di viene

$$N = \varrho^{-1} G \approx 1.1 \times 10^{41} G \approx 4\pi \frac{\hbar c}{m_\pi^2} \approx 7 \times 10^{30} \text{ m}^3 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^2; \quad (58)$$

viceversa, però, se scegliamo unità tali che $[N] = [G]$ e per di più $N = G = 1$, allora otteniamo (ad es. con $n = 2$ oppure $n = 3$):

$$g_0 = \frac{g}{n} = \frac{m}{n\sqrt{\varrho}} \approx \frac{5}{n} \times 10^{-33} \text{ cm} \approx \frac{8}{n} \times 10^{-5} \text{ gr} \approx \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = \text{Planck-mass}, \quad (59)$$

ove l'eq. (59) ci dice, tra l'altro, che la "massa di Planck" $\sqrt{\hbar c/G} \approx m\sqrt{\varrho^{-1}}$ non è altro che la "carica forte" del quark (in unità opportune). Non ci aspettiamo, pertanto, l'esistenza dei previsti nuovi, piccoli "buchi neri" con masse dell'ordine della massa di Planck, perchè già conosciamo

adroni (o, meglio, quark) con cariche forti dell'ordine della massa di Planck (in unità opportune).

L'osservazione più importante, però, è la seguente. Consideriamo sia gli adroni ("tipicamente" i pioni, o i nucleoni), sia il nostro cosmo come oggetti finiti. Allora la relazione (57) e il fatto che, chiamando $R(U) \equiv R$ il raggio del nostro cosmo⁽⁵⁵⁾ ed $r(h) \equiv r$ il raggio dell'adrone (pione), si ha⁽¹⁰³⁾:

$$\frac{r(h)}{R(U)} = \frac{10^{-15} \text{ m}}{10^{26} \text{ m}} \simeq 10^{-41} = q, \quad (60)$$

suggeriscono che il nostro cosmo e gli adroni possano essere sistemi simili, cioè sistemi governati internamente da leggi simili e differenti solo per un fattore di scala (che porta R in r e il campo gravitazionale in quello forte). Grosso modo, si può supporre che, contraendo il cosmo del fattore $q \simeq 10^{-41}$, si ottengano gli adroni (ved. il seguito, e bibl. (55)), ovvero che, dilatando un adrone del fattore $q^{-1} \simeq 10^{41}$ si ottenga un cosmo. In bibl. (55), anzi, dopo di avere chiamato "universo" ogni sistema quasi isolato internamente governato da una delle forze fondamentali, si è analogamente introdotta una "gerarchia di universi"⁽⁵⁵⁾ ottenibili attraverso una serie di opportune dilatazioni (o contrazioni) discrete.

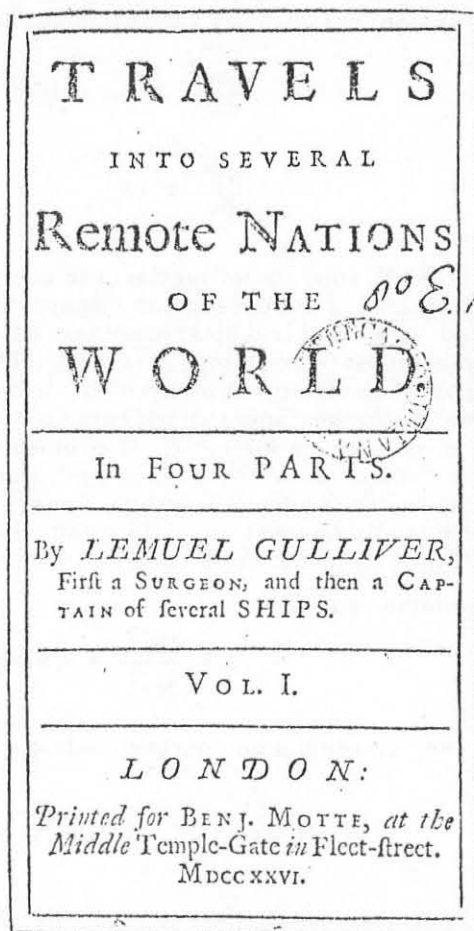


FIG. 16

Ispirandoci, come detto, all'ipotesi che le leggi fisiche siano covarianti per dilatazioni (discrete), siamo quindi indotti - in breve - a postulare che⁽⁵⁵⁾:

A) entro il nostro cosmo (caso gravitazionale) valgono le equazioni di Einstein con termine cosmo logico attrattivo $[G = 1]$:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R^0_0 - \Lambda g_{\mu\nu} = -\frac{8\pi}{c} T_{\mu\nu} ; \quad 2\Lambda \equiv (m_G c/\hbar)^2, \quad (61)$$

ove $m_G = \frac{\hbar}{c} \sqrt{2\Lambda}$ è la massa (piccola, ma finita)⁽⁵⁵⁾ del gravitone "esterno";

B) entro gli adroni (caso "forte") valgono le equazioni di Einstein "scalate" $[N = G = 1]$:

$$\tilde{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \tilde{g}_{\mu\nu} \tilde{R}^0_0 - H \tilde{g}_{\mu\nu} = -\frac{8\pi}{c} S_{\mu\nu} ; \quad 2H \equiv (m_S c/\hbar)^2, \quad (62)$$

ove m_S è la massa media del "quanto forte" esterno. Considerazioni dimensionali ci dicono subito che (nell'ambito della nostra "relatività conforme")⁽⁵⁵⁾:

$$H = \varrho^{-2} \Lambda ; \quad m_G = \varrho m_S. \quad (63)$$

Inoltre il tensore $S_{\mu\nu}$ della carica forte è essenzialmente $S_{\mu\nu} \equiv \varrho^{-1} T_{\mu\nu}$, dove $T_{\mu\nu}$ è a priori l'ordinario tensore della materia (contenente ad es. le funzioni spinoriali di Dirac). Se chiediamo che le interazioni gravitazionali abbiano una "portata" (range) dell'ordine di $R(U) \simeq 10^{26}$ m, allora si ottengono subito⁽⁵⁵⁾ le:

$$m_G \simeq 10^{-68} \text{ Kg} ; \quad \Lambda \simeq 10^{-56} \text{ cm}^{-2} ; \quad m_S \simeq m_\pi \quad (63')$$

nonchè:

$$H^{-1} \equiv \varrho^2 \Lambda^{-1} \simeq 10^{-25} \text{ cm}^2 \simeq 0.1 \text{ barn} . \quad (64)$$

La presente teoria elementare di Caldirola, Pavšić, Recami e altri⁽¹⁰³⁾ permette di deriva-re (dimostrare) sistematicamente tutte le relazioni empiriche (che colleghino il micro- al macro-cosmo) euristicamente trovate da Weyl, Eddington, Dirac, etc.; benchè la nostra "numerologia"⁽¹⁰³⁾ connetta le interazioni gravitazionali con quelle forti (che sono - come le prime - sempre attrattive, non-lineari, e in ultima analisi associabili a teorie di gauge non abeliane: questo Parag., anzi, propone una interpretazione geometrica di queste ultime teorie), e non con quelle elettromagnetiche (come invece suggerito da Dirac). Ad esempio è immediato derivare dalla nostra "Relatività covariante per dilatazione"^(55, 103) che la massa M del cosmo e la massa m del pione sono così legate:

$$M = \varrho^{-2} m \simeq 10^{54} \text{ Kg} ; \quad m = \varrho^2 M \simeq 10^{-28} \text{ Kg} . \quad (65)$$

Consistentemente con le eq. (61), per la parte spaziale del nostro cosmo possiamo scegliere il semplice modello della ipersuperficie tridimensionale di una ipersfera. Analogamente potremo fare per gli adroni (universi "forti"), così da potervi estendere ad es. il principio di Mach: nel senso che l'inerzia di ogni costituente adronico (partone) coinciderà con la sua carica-forte (e non con la sua carica-gravitazionale!). In tale maniera, si potrà considerare valido localmente un "principio di equivalenza" anche all'interno degli adroni, sì da giustificare la presente geometrizzazione del campo forte (entro gli adroni) anche dal punto di vista della ordinaria Relatività Generale.

Troviamo ora la soluzione esatta delle eq. (62) per una distribuzione sfericamente simmetrica di carica-forte. L'equazione geodetica per un (piccolo) "partone" di carica forte g' nel vuoto sarà ($i, j = 1, 2, 3; N = 1$):

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\frac{c^2}{2} \left(1 - \frac{2g}{2r} + \frac{Hr^2}{3} \right) \left(-\frac{2g}{c^2 r^2} + \frac{2Hr}{3} \right) \frac{\vec{r}}{r} . \quad (66)$$

Poichè i quark non sono piccoli costituenti degli adroni, l'eq. (66) varrà solo approssimativamente per i quark. Essa, tuttavia, rende subito conto - per piccole distanze - della cosiddetta "libertà asintotica" (asymptotic freedom) dei quark (o, meglio, partoni), e così pure - per grandi valori di r - del confinamento dei quark (partoni), cioè della cosiddetta "divergenza infrarossa".

Esaminiamo prima il caso di piccoli valori di r , quando domina (come nel caso gravitazionale) un termine attrattivo $\propto -1/r^2$. Si noti che il termine repulsivo $\propto +1/r^3$ agisce praticamente solo per distanze r estremamente piccole, tanto che l'accelerazione radiale si annulla solo per $r \approx 10^{-33}$ cm (e, nel caso gravitazionale, per $r \approx Gm/c^2$). Però, se attribuiamo una energia cinetica (e un momento angolare J rispetto ad O) al partone (quark) considerato, cioè se aggiungiamo il "termine di energia cinetica" al potenziale corrispondente alla eq. (66), allora - con la scelta (58) per le unità di misura - possiamo scrivere, per $r \ll r/h$:

$$V \approx \frac{(J/g')^2}{r^2} - \left(\frac{Ng}{r} - \frac{N^2 g^2}{2c^2 r^2} - \frac{c^2 H}{3} + \dots \right) \approx -\frac{Ng}{r} + \frac{(J/g')^2}{r^2} \quad (66')$$

Nel caso dei quark [$g' \approx (g - g')/n'$, con $n' = 1, 2$] si ottiene $V \approx 0$ per $r \approx 10 \times J^2 / (Ng^3)$; se si prende a prestito dalla M.Q. il suggerimento che $J \approx n\hbar$, si ottiene allora $V \approx 0$ per $r \approx n^2 \times 10^{-1}$ Fermi. Tra parentesi, questo suggerimento corrisponde ad attribuire al quark mobile considerato una velocità $v \approx c$. D'altro canto, se assumiamo invece che il "raggio di stabilità" - per es. nel caso dei barioni, con $N \approx 10^{40}$ G - sia dell'ordine di $r_0 = 0.2 \text{ Nm}/c^2 \approx 10^{-14}$ cm (ossia dell'ordine di un decimo del "raggio di Schwarzschild forte" del nostro adrone, considerato come un buco-nero forte⁽⁵⁵⁾), allora si ricava una relazione del tipo di Regge: $J \approx (N/(10c)) m^2$, essendo m la massa dell'adrone in Kg; ovvero: $J/\hbar \approx 10 m^2$, dove ora m è espressa in GeV/ c^2 .

Per grandi distanze, l'eq. (66) dà subito origine a una corretta forza di confinamento di quark e partoni; infatti, per $r \approx r(h)$, quando $g_{\mu\nu} \approx \eta_{\mu\nu}$ (campi "deboli"), si ottiene⁽⁵⁵⁾ la forza radiale di confinamento ($N = 1$; $[N] = [G]$):

$$F \approx -g'c^2 Hr/3 \propto r; \quad r \approx \sqrt[3]{\frac{6Ng}{c^2 H}} \approx 1 \text{ Fermi} \quad (67)$$

In altre parole, dalla nostra teoria "classica" si ottiene in modo naturale (oltre all' "asymptotic freedom" per piccoli r) anche un potenziale confinante $V \propto r^2$ del tipo di Parisi e Nambu⁽¹¹⁸⁾, per grandi r . Eliminando, infine, la condizione di "campi deboli", per valori molto grandi di r (ottenibili ad es. in interazioni ad alta energia, quando l'adrone inizia a deformarsi), si otterrebbe una forza confinante ancora più forte, proporzionale - per $r > r(h)$ - non più ad r , ma ad r^3 :

$$F \approx -g'c^2 \left(\frac{H^2}{9} r^3 + \frac{H}{3} r + \dots \right), \quad (r \gg r(h)).$$

Possiamo pensare alle parti spaziali del nostro cosmo e degli adroni (a parte il tempo) come immerse in uno spazio tetradimensionale piatto E^4 . Il problema delle interazioni forti tra due adroni richiede di considerare l'intersezione degli adroni col nostro cosmo: tali intersezione risultano delle ordinarie superfici sferiche bidimensionali, che noi appunto chiamiamo "adroni" tout court. Poichè (nel nostro cosmo) due "adroni" interagiscono fortemente - ad es. attraverso a forze di tipo Van-der-Waals^(55, 119) - occorre dunque descrivere l'interazione (forte) tra le suddette "intersezioni". Allo scopo è necessaria una teoria "a due scale" per il nostro cosmo in presenza di adroni e interazioni subnucleari; occorre cioè modificare le equazioni di Einstein gravitazionali introducendo, nel micro-intorno di dette intersezioni (adroni), una forte deformazione della metrica alla quale siano sensibili (solo) gli oggetti aventi carica-forte (ossia con fattore di scala $h = \rho \approx 10^{-41}$), e non quelli aventi soltanto carica-gravitazionale (ossia con fattore di scala $k = 1$). Nell'intorno di un adrone possiamo assumere che, per il tensore metrico gravitazionale (in opportune coordinate), sia $g_{\mu\nu}^{(\text{Grav})} \approx \eta_{\mu\nu}$, e porre:

$$g_{\mu\nu} \equiv g_{\mu\nu}^{(\text{Grav})} + \tilde{h}_{\mu\nu} \approx \eta_{\mu\nu} + \tilde{h}_{\mu\nu}$$

ove le componenti del tensore metrico forte $\hat{h}_{\mu\nu}$ devono annullarsi per $r \gg 1$ Fermi. In bibl. (55) abbiamo proposto le seguenti equazioni di campo (per oggetti di prova aventi sia carica forte, sia carica gravitazionale) nell'intorno di un adrone, nel nostro cosmo:

$$R_{\mu\nu} + H \tilde{h}_{\mu\nu} = - \frac{8\pi}{4} (S_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} S^{\varrho}_{\varrho}) , \quad (68)$$

con $N = G\varrho^{-1}$; $S_{\mu\nu} = NT_{\mu\nu}$; e dove il "termine cosmologico forte" con la costante adronica H tiene conto delle proprietà geometriche del campo forte intorno all'adrone "sorgente". Rimandiamo per dettagli alla bibl. (55). Qui, limitiamoci in breve a segnalare quanto segue:

(A) se poniamo $g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{(Grav)} + h_{\mu\nu}$, dove $g_{\mu\nu}^{(Grav)} \approx \eta_{\mu\nu}$ e $h_{\mu\nu} \rightarrow 0$ per $r \gg 1$ Fermi, allora al limite statico si ottiene⁽⁵⁵⁾ correttamente il comportamento yukawiano $h_{00} \approx -(2g/c^2 r) \exp(-rm_S c/\hbar)$; (B) se, in accordo con il Parag. 7.3, nel nostro spazio si considerano gli adroni come "buchi-neri forti"⁽¹⁰³⁾, - cioè si associano alle suddette "intersezioni" delle distribuzioni sfericamente-simmetriche di "carica forte" - allora i "raggi di Schwarzschild forti" $r_S^{(f)}$ possono essere calcolati⁽¹⁰³⁾ e i risultati sembrano fornire proprio i "raggi efficaci" mostrati sperimentalmente dagli adroni nelle interazioni forti; ad esempio si trova $r_S^{(f)} = 0.8$ Fermi per il nucleone, e $r_S^{(f)} = 1.4$ Fermi per il pione. In tale contesto, l'"orizzonte degli eventi forte"⁽¹⁰³⁾ gioca per gli adroni - a livello classico - lo stesso ruolo della cosiddetta "bag" (borsa) introdotta modellisticamente dal gruppo del "M. I. T.". Ricordiamo infine che i "buchi neri" possono recare altri numeri quantici (oltre a massa, carica, e spin).

Aggiungiamo, a questo punto, che il "confinamento classico" qui ottenuto per i costituenti adronici può essere violato da effetti quantistici come quello di Hawking⁽¹²⁰⁾. La "temperatura di Hawking" per un "buco nero forte", ad es., risulta⁽¹⁰³⁾ dell'ordine di $T \approx 2 \times 10^{110} K$, e corrisponde a priori ad un tempo di "evaporazione" dell'ordine di $\Delta t \approx 10^{-23}$ s, a meno che non si impongano delle condizioni di stabilità del tipo di quelle di Bohr⁽⁵⁵⁾. In ogni teoria quantistica, però, si possono riottenere - volendo - dei quark "totalmente" confinati associando al loro "orizzonte" classico (di Schwarzschild, forte) una opportuna barriera di "regole di super-selezione" e di "super-leggi di conservazione".

Concludiamo con tre ultime osservazioni. La prima è che, se il nostro cosmo è simile a un adrone, esso potrebbe ad es. essere considerato - in seguito ai calcoli di questo Parag. 9.2 - come un Super-pione, e costituito pertanto da un semi-cosmo (o "Metagalassia") di materia e da un semi-cosmo di antimateria (così come ogni pione è costituito da un quark e da un antiquark). La seconda osservazione è che, se i neutroni possono essere considerati come "buchi-neri forti", allora possiamo ritenere che la "Seconda legge della termodinamica per i buchi-neri"⁽¹²¹⁾ valga anche per essi, quando si fondono assieme durante il periodo finale della contrazione del cosmo; ne segue che si avrà un processo che genera un nuovo cosmo con raggio $R > 10^{25}$ m, e questa considerazione può essere uno spunto per lo studio delle "esplosioni" di big-bang. La terza osservazione è che, se gli adroni sono simili al nostro cosmo, essi pure devono subire cicli successivi di espansione e contrazione (modello del "big-bang" ciclico), in un tempo però di circa $\Delta \tau \approx 10^{18}/10^{41}$ s $\approx 10^{-23}$ s. Si ritroverebbe così che le particelle elementari possono essere considerate puntiformi solo in certe successive posizioni discrete della loro traiettoria (associate ad un cronone fondamentale), e si ricadrebbe in considerazioni analoghe a quelle sviluppate altrove da P. Caldirola⁽¹¹⁷⁾.

Infine, ci si permetta di richiamare il verso di Goethe riportato nella nostra ultima citazione⁽¹²²⁾.

RINGRAZIAMENTI.

Questo lavoro si è giovato di una stretta collaborazione con P. CALDIROLA. Vari argomenti della Parte A furono originariamente sviluppati dall'autore insieme con R. MIGNANI, P. CALDIROLA, M. PAVSIC, G. ZIINO e V. DE SABBATA. Il Cap. 9 della Parte B si riferisce a lavori dell'autore in collaborazione con P. CALDIROLA, M. PAVSIC e P. CASTORINA. Infine il Cap. 8 della Parte B si basa essenzialmente su lavori di L. FANTAPPIE', G. ARCIDIACONO ed E. PESSA.

BIBLIOGRAFIA e NOTE.

- (1) - A. Einstein, Ann. der Phys. 17, 891 (1905).
- (2) - A. Einstein, bibl. (1), pag. 903. Si veda la versione italiana di bibl. (1), a cura di P. Straneo, in 'Cinquant'anni di Relatività', a cura di M. Pantaleo (Ed. Universitaria, Firenze, 1955), pag. 479.
- (3) - A priori, $\sqrt{\beta^2 - 1} = \pm 1 \sqrt{1 - \beta^2}$, dacchè $(\pm i)^2 = -1$. Vedere il seguito.
- (4) - Si sottointenderà sempre che $\sqrt{1 - \beta^2}$ rappresenta per $\beta^2 > 1$ la soluzione nel semipiano superiore.
- (5) - G. Galilei, "Dialogo ... sopra i due massimi sistemi del mondo: Telemaico e Copernicano", (G. B. Landini Editore, Firenze, 1632).
- (6) - Ved. per es. E. Recami e R. Mignani, Riv. Nuovo Cimento 4, 209-290, 398 (1974).
- (7) - Ved. ad es. L. A. Lugiato e V. Gorini, Journ. Math. Phys. 13, 665 (1972); V. Gorini, Comm. Math. Phys. 21, 160 (1971); V. Gorini e A. Zecca, Journ. Math. Phys. 11, 2226 (1970); V. Berzi e V. Gorini, Journ. Math. Phys. 10, 1518 (1969).
- (8) - Anche se assumessimo come "privilegiati" i riferimenti inerziali in cui le radiazioni di origine cosmica (come la cosiddetta "radiazione di fondo" di 2.7°K) sono distribuite isotropicamente, ciononostante sembra che la teoria delle RS non verrebbe sostanzialmente modificata. Cfr. ad es. C. N. Gordon, Found. of Phys. 5, 173 (1975).
- (9) - W. V. Ignatowski, Phys. Zeits. 21, 972 (1910); P. Frank e H. Rothe, Ann. der Phys. 34, 825 (1911); E. Hahn, Arch. Math. Phys. 21, 1 (1913). Tra i lavori più recenti, vedere ad es. F. Severi, in 'Cinquant'anni di Relatività', a cura di M. Pantaleo (Ed. Universitaria, Firenze, 1955); A. Agodi, (unpublished); M. Di Jorio, Nuovo Cimento B22, 70 (1974).
- (10) - L. Fantappiè fu il primo a notare che l'ordinaria RS, una volta privata del "Terzo Postulato", permetterebbe l'invio di segnali nel passato. Si vedano anche bibl. (14); e K. Godel, in 'A. Einstein: filosofo e scienziato', a cura di P. A. Schilpp (Einaudi, 1958).
- (11) - P. Caldirola e E. Recami, Report INFN/AE-77/4 (1977), in corso di stampa su 'Boston Studies in the Philosophy of Science', a cura di R. S. Cohen e M. Dalla Chiara (Dordrecht); Report INFN/AE-77/6 (1977), in corso di stampa su 'Proceedings of the 1976 Conf. on the Concept of Time' (S. Margherita L.), a cura di E. Agazzi e M. Bianca.
- (12) - Vedere E. Recami e R. Mignani, Bibl. (6) e bibliografia ivi contenuta; e il volume 'Tachyons, monopoles, and Related Topics', a cura di E. Recami (North-Holland, 1978).
- (13) - Qui e nel seguito la parola "carica" significa ogni carica additiva, quale elettrica, magnetica, barionica, leptonica, ... Perciò le nostre definizioni di "coniugazione di carica", ecc., saranno diverse dalle solite, ma in accordo con bibl. (12). Cfr. bibl. (12), (14), (15). Inoltre, invece di "sistema di riferimento", diremo spesso semplicemente "riferimento".
- (14) - E. Recami, in 'Enciclopedia EST-Mondadori, Annuario 1973' (Mondadori, 1973), pag. 85; Scientia 109, 721 (1974). Ved. anche bibl. (45).
- (15) - Ved. bibl. (6); bibl. (14); R. Mignani e E. Recami, Nuovo Cimento A24, 438 (1974); Int. Journ. Theor. Phys. 12, 299 (1975); Lett. Nuovo Cimento 11, 421 (1974); E. Recami e G. Ziino, Nuovo Cimento A33, 205 (1976); P. Caldirola e E. Recami, bibl. (11). Ved. anche bibl. (24).
- (16) - Effettivamente, il solo "RIP" fornisce l'antiparticella a meno del segno dell'elicità. Il risultato completo si ottiene immediatamente, però, non appena si tiene conto della azione della trasformazione di Lorentz complessiva (insieme col "RIP").
- (17) - E. C. G. Stückelberg, Helv. Phys. Acta 14, 321, 388 (1941). Ved. anche O. Klein, Zeits. für Phys. 53, 157 (1929).
- (18) - R. P. Feynman, Phys. Rev. 76, 749, 769 (1949). Ved. anche bibl. (30), e per es. T. Damour e R. Ruffini, Phys. Rev. D14, 332 (1976).
- (19) - Per le definizioni di "cause", "effetti", "connessione causale", ved. il Parag. 4.9.
- (20) - P. L. Csonka, Nuclear Phys. B21, 436 (1970).
- (21) - Infatti gli antifotoni coincidono sostanzialmente con i fotoni; ved. bibl. (12).
- (22) - E. Recami e G. Ziino, bibl. (15), e bibliografia ivi contenuta. Ved. anche M. Pavšič, Obz. Mat. Fis. 19, 20 (1972, Ljubljana).
- (23) - In meccanica quantistica il nostro operatore C sarà unitario nell'agire sullo spazio degli stati; ved. bibl. (22).
- (24) - M. Pavšič e E. Recami, Nuovo Cimento A36, 171 (1976); M. Pavšič, E. Recami e G. Ziino, Lett. Nuovo Cimento 17, 257 (1976); E. Recami, Lett. Nuovo Cimento 18, 501 (1977).

- (25) - Ved. E. Recami e R. Mignani, bibl. (12). Ved. anche i lavori successivi A. Yaccarini, Lett. Nuovo Cimento 9, 354 (1974), e (unpublished); R. Mignani e E. Recami, Lett. Nuovo Cimento 9, 357 (1974); 9, 367 (1974); Nuovo Cimento A24, 438 (1974); B21, 210 (1974); Lett. Nuovo Cimento 12, 263 (1975); H. C. Corben, Lett. Nuovo Cimento 11, 533 (1974); Int. Journ. Theor. Phys. 15, 703 (1976); V. De Sabbata, M. Pavšič e E. Recami, Lett. Nuovo Cimento 19, 441 (1977); R. Mignani e E. Recami, Lett. Nuovo Cimento 13, 589 (1975); 16, 449 (1976); Int. Journ. Theor. Phys. 12, 299 (1975); M. Pavšič e E. Recami, Lett. Nuovo Cimento 19, 273 (1977); P. Caldirola e E. Recami, bibl. (11); K. T. Shah, Lett. Nuovo Cimento 18, 156 (1977); E. Recami, Atti della XIII Karpacz Winter School (Wrocław, 1976), vol. 2, pag. 269; E. Recami, in 'Tachyons, monopoles, and Related Topics', a cura di E. Recami (N-H, 1978), pag. 3; Per delle teorie diverse, si vedano A. F. Antippa e A. E. Everett, Phys. Rev. 8, 2352 (1973); A. F. Antippa, Phys. Rev. D11, 724 (1975); A. E. Everett, Phys. Rev. 13, 785, 795 (1976); R. Goldoni, Nuovo Cimento A14, 501, 527 (1974); Acta Phys. Austriaca 41, 75, 133 (1975); Gen. Relat. Gravit. 6, 103 (1975); Lett. Nuovo Cimento 21, 333 (1978).
- (26) - G. Feinberg, Phys. Rev. 159, 1089 (1976).
- (27) - "Una particella che ha un nome possiede già un principio di esistenza", H. Arzeliès, Compt. Rend. Ac. Sci. Paris A279, 535 (1974).
- (28) - R. G. Cawley, Ann Phys. 54, 132 (1969); E. Recami, Accad. Naz. Lincei Rendic. Sc. 49, 77 (1970).
- (29) - M. Baldo, G. Fonte e E. Recami, Lett. Nuovo Cimento 4, 241 (1970).
- (30) - O. M. P. Bilaniuk, V. K. Deshpande e E. C. G. Sudarshan, Am. Journ. Phys. 30, 718 (1962). In questo lavoro il principio di reinterpretazione^(17, 18), è stato applicato per la prima volta anche ai tachioni. Ved. anche G. Gregory, Phys. Rev. 125, 2136 (1962).
- (31) - H. C. Corben, Nuovo Cimento A29, 415 (1975). In questo articolo è apparsa la citazione di un passo del libro secondo del "De Rerum Natura".
- (32) - T. Lucrezio Caro, "De Rerum Natura", libro 4, righe 201-203, a cura di M. T. Cicerone (Roma, circa 50 A. C.).
- (33) - J. J. Thomson, Phil. Mag. 28, 13 (1889).
- (34) - A. Sommerfeld, K. Akad. Wet. Amsterdam Proc. 8, 346 (1904); Nachr. Ges. Wiss. Göttingen (Feb., 1905), pag. 201.
- (35) - R. C. Tolman, "The Theory of Relativity of Motion" (Berkeley, 1917), pag. 54. Questo apparente paradosso è stato recentemente riproposto da un gran numero di fisici, all'oscuro della letteratura già esistente.
- (36) - A parte le considerazioni puramente matematiche di E. Wigner, Ann. Math. 40, 149 (1939); si veda anche H. Schmidt, Zeits. Phys. 151, 365, 408 (1958).
- (37) - H. Arzeliès, Compt. Rend. Ac. Sci. Paris 245, 2698 (1957). Ved. anche "Cinématique Relativiste" (1955), pag. 217; e "Dynamique Relativiste", (1958), vol. 2, pag. 101.
- (38) - Ved. per es. E. Recami, report IFUM-088/SM (Milano, 1968); Giornale di Fisica 10, 195 (1968); V. S. Olkhovsky e E. Recami, pubblicazione ITF-68-82 (Kiev, 1968); Nuovo Cimento A63, 814 (1969); M. Baldo e E. Recami, Lett. Nuovo Cimento 2, 643 (1969).
- (39) - Cfr. "Anything not forbidden is compulsory", in T. H. White, "The Once and Future King" (Berkeley, 1939).
- (40) - L. Parker, Phys. Rev. 188, 2287 (1969); ved. anche E. Recami e R. Mignani, bibl. (42).
- (41) - V. S. Olkhovsky e E. Recami, Pubblicazione ITF/70 (Accademia Ucraina delle Scienze, Kiev, 1970); Visnik Kievskogo D. Universitetu, Seria Fisiki 11, 58 (1970); Lett. Nuovo Cimento 1, 165 (1971); ved. anche E. Recami e R. Mignani, bibl. (42).
- (42) - E. Recami e R. Mignani, Lett. Nuovo Cimento 4, 144 (1972). Cfr. anche bibl. (43).
- (43) - Lavoro non pubblicato è stato fatto anche da M. Pavšič, "The Extended Special Theory of Relativity" (Univ. di Lubiana, 1971 - unpublished); A. F. Antippa, preprint UQTR-TH-1 (Univ. del Québec, Trois-Rivières, 1970 - unpublished); ecc.. Ved. anche K. H. Mariwalla, Am. Journ. Phys. 37, 1281 (1969).
- (44) - Ved. ad es. A. Danielian, Phys. Letters A51, 61 (1975).
- (45) - E. Recami e E. Modica, Lett. Nuovo Cimento 12, 263 (1975).
- (46) - Ved. R. Mignani e E. Recami, Lett. Nuovo Cimento 16, 449 (1976); M. Pavšič e E. Recami, Lett. Nuovo Cimento 19, 273 (1977); P. Demers, Canad. Journ. Phys. 53, 1687 (1975); E. Cole, Nuovo Cimento A40, 171 (1977); B44, 148 (1978); P. T. Pappas, (submitted for publication); G. Ziino, preprint (Univ. di Palermo, 1977); G. Rachamandran, S. G. Tagare e A. S. Kolaskar, Lett. Nuovo Cimento 4, 140 (1972); E. Recami e R. Mignani, bibl. (42); A. Yaccarini, bibl. (25); E. Recami e R. Mignani, Lett. Nuovo Cimento 9, 357 (1974);

- R. Mignani, Lett. Nuovo Cimento 13, 134 (1975); N. Kalitzin, "Multitemporal Theory of Relativity" (Bulgarian Ac. Sci., Sofia, 1975); A. R. Lee e T. M. Kalotas, Nuovo Cimento B41, 365 (1977); J. D. Edmonds Jr., Int. Journ. Theor. Phys. 7, 475 (1973). See also D. Weingarten, Ann. Phys. 76, 510 (1973); R. Vilela-Mendes, preprint (INIC, Lisbona, 1977); V. De Sabbata, M. Pavšič e E. Recami, bibl. (25); R. Mignani e E. Recami, Nuovo Cimento A30, 533 (1975); E. Recami, in "Tachyons, Monopoles and Related Topics", a cura di E. Recami (North-Holland, 1978), pag. 3; K. Imaeda, Preprint (Dublin Inst. Adv. Stud., Dublin, 1978).
- (47) - Ved. ad es. L. Landau e E. Lifshitz, "Theorie du Champ" (Mosca, 1966); "Mecanique" (Mosca, 1965); E. F. Taylor e J. A. Wheeler, "Space-time Physics" (S. Francisco, 1966).
- (48) - H. Minkowski, "Space and Time", pag. 88.
- (49) - R. Mignani e E. Recami, Nuovo Cimento A14, 169 (1973); A16, 208 (1973); A. Antippa, Nuovo Cimento A10, 389 (1972); E. Recami e R. Mignani, Lett. Nuovo Cimento 8, 110 (1973); V. S. Olkhovsky e E. Recami, Lett. Nuovo Cimento 1, 165 (1971); R. Mignani, E. Recami e U. Lombardo, Lett. Nuovo Cimento 4, 624 (1972).
- (50) - Rispetto a noi.
- (51) - Ved. ad es. W. Rindler, "Special Relativity" (Edinburgh, 1966), pag. 16.
- (52) - Ved. E. Recami e R. Mignani, bibl. (42); ved. anche L. Parker, bibl. (40), e D. Leiter, Lett. Nuovo Cimento 1, 395 (1971).
- (53) - Ved. K. T. Shah, bibl. (25).
- (54) - Ved. bibl. (46). Per esempio se il "mapping" scelto è la simmetria rispetto al "cono di luce", l'intero tri-spazio $E = 0$ va nell'asse E ; ma possiamo creare una corrispondenza biunivoca per es. associando una direzione ad ogni oggetto a riposo (ovvero la direzione limite da esso assunta nel pervenire allo stato di riposo), oppure aggiungendo un unico punto improprio, all'infinito, allo spazio ^{delle} tri-velocità. In ogni caso, si veda anche la bibl. (53).
- (55) - P. Caldirola, M. Pavšič e E. Recami, Report INFN/AE-77/10 (1977), in stampa su Nuovo Cimento B; Phys. Letters A (in stampa).
- (56) - E. Recami, bibl. (38); E. Recami e R. Mignani, bibl. (6); R. Mignani e E. Recami, Phys. Letters B65, 148 (1976); Nuovo Cimento A30, 533 (1975); M. Pavšič e E. Recami, Nuovo Cimento A36, 171 (1976).
- (57) - E. Recami e R. Mignani, bibl. (6); R. Mignani e E. Recami, Lett. Nuovo Cimento 9, 357 (1974); 16, 449 (1976).
- (58) - Notiamo esplicitamente che le matrici A_{μ} sono complesse.
- (59) - Questo operatore $\mathcal{J}$ coincide con l'operatore K di bibl. (6), pag. 220.
- (60) - Cfr. A. O. Barut, in "Tachyons, Monopoles and Related Topics", a cura di E. Recami (North Holland, 1978), pag. 143; M. Pavšič e E. Recami, bibl. (46).
- (61) - Ved. bibl. (41); bibl. (42); R. Mignani e E. Recami, bibl. (49). Ved. anche H. C. Corben, bibl. (31, 25).
- (62) - Ved. per es. A. Antippa, Nuovo Cimento A10, 389 (1972). Cfr. anche bibl. (43).
- (63) - A. Agodi, (unpublished).
- (64) - E. Fabri, Nuovo Cimento 14, 1130 (1959).
- (65) - E. Recami e C. Spitaleri, Scientia 110, 204 (1975); Giornale di Fisica 17, 190 (1976); G. Arcidiacono, "Relatività e Cosmologia" (Veschi, 1973), pag. 233; Th. Kaluza, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin, Math. Phys. (1921), pag. 966; D. Klein, Zeits. Phys. 37, 895 (1926); A. Einstein e P. Bergmann, Ann. Math. 39, 683 (1938); E. Leibowitz e N. Rosen, General. Relat. Gravit. 6, 449 (1973). Per l'interpretazione del quinto asse, vedere anche E. Recami e G. Ziino, Nuovo Cimento 33A, 205 (1976); R. L. Ingraham, Nuovo Cimento 12, 825 (1954); 1, 82 (1955); A. Maduemezia, Report IC/68/78 (ICTP, Trieste, 1968); J. D. Edmonds Jr., Found. of Phys. 5, 239 (1975); P. Caldirola, Nuovo Cimento 19, 25 (1942); Suppl. Nuovo Cimento 3, 297 (1956).
- (66) - Ved. per es. P. Caldirola, "Istituzioni di Fisica Teorica" (Milano, 1966).
- (67) - Ved. anche R. O. Hettel e T. M. Hellwell, Nuovo Cimento B13, 82 (1973); E. Honig, K. Lake e R. C. Roeder, Phys. Rev. D10, 3155 (1974); A. K. Raychaudhuri, Journ. Math. Phys. 15, 856 (1974); P. C. Vaidya, Curr. Sci. (India) 40, 651 (1971); R. W. Fuller e J. A. Wheeler, Phys. Rev. 128, 919 (1962).
- (68) - R. Mignani e E. Recami, Lett. Nuovo Cimento 7, 388 (1973).
- (69) - H. C. Corben, bibl. (25); bibl. (31); e in "Tachyons, Monopoles and Related Topics", a cura di E. Recami (North-Holland, 1978), pag. 31.

- (70) - R. Mignani e E. Recami, Lett. Nuovo Cimento 9, 367 (1974); 13, 589 (1975); E. Recami e R. Mignani, Bibl. (6); Phys. Letters B62, 41 (1976); "The Uncertainty Principle and Foundations of Quantum Mechanics", a cura di W. C. Price e S. S. Chissick (Wiley, 1977), Cap. 16, pag. 321.
- (71) - N. Cabibbo e E. Ferrari, Nuovo Cimento 23, 1147 (1962).
- (72) - E. C. G. Sudarshan, in "Symposium on Theor. Phys. and Math." (New York, 1970), vol. 10, pag. 129; D. M. Bilaniuk e E. C. G. Sudarshan, Nature 223, 386 (1969); J. A. Parmentola e D. D. H. Yee, Phys. Rev. D4, 1912 (1971); R. G. Root e J. S. Trefil, Lett. Nuovo Cimento 3, 412 (1970). Vedere anche bibl. (17, 18, 30, 38).
- (73) - Ved. bibl. (6), e per es. M. Camenzind, Gener. Relat. Gravit. 1, 71 (1970).
- (74) - E. Recami e R. Mignani, bibl. (6); Lett. Nuovo Cimento 4, 144 (1972); 8, 110 (1973); E. Recami, bibl. (14); P. L. Csonka, Nuclear Phys. B21, 436 (1970); R. G. Root e J. S. Trefil, bibl. (72); J. A. Parmentola e D. D. H. Yee, bibl. (72); see also E. Recami, Lett. N. C. 21, 208 (1978).
- (75) - Ved. ad es. bibl. (68) in bibl. (6); in particolare R. Fox et al., Proc. Roy. Soc. A316, 515 (1970); Nature 223, 597 (1969); G. A. Benford et al., Phys. Rev. D2, 263 (1970); J. Strnad, Fortsch. Phys. 18, 237 (1970); W. B. Rolnick, Phys. Rev. 183, 1105 (1969); D6, 2300 (1972); D. J. Thoules, Nature 224, 506 (1969); J. Ehlers, comunicazione privata a Sudarshan, bibl. (72); J. Strnad e A. Kodre, Lett. Nuovo Cimento 12, 261 (1975).
- (76) - F. A. E. Pirani, Phys. Rev. D1, 3224 (1970).
- (77) - E. Recami, bibl. (14); P. L. Csonka, bibl. (74); e vedere anche bibl. (72).
- (78) - J. A. Parmentola e D. D. M. Yee, bibl. (72).
- (79) - E. Recami, Scientia 109, 721 (1974).
- (80) - R. G. Root e T. S. Trefil, bibl. (72).
- (81) - P. L. Csonka, bibl. (74); R. Newton, Phys. Rev. 162, 1274 (1967); E. Recami, bibl. (14); E. Recami e R. Mignani, bibl. (12).
- (82) - Dal momento che abbiamo a che fare con velocità divergenti, possiamo prendere a prestito un poco di geometria proiettiva, dove ad es. le rette si considerano come circonferenze di grande raggio (infinito).
- (83) - Prima di applicare il "RIP"! Vedremo nel Parag. 6 che, una volta applicato il "RIP", l'operazione P T diviene essenzialmente il solito C P T. Nel nostro formalismo, l'operazione C P T è un operatore (classico) lineare nello spazio pseudoeuclideo (essendo un elemento di G), e un operatore unitario (quantomeccanico) quando agisce sullo spazio degli stati quantistici.
- (84) - E. C. G. Sudarshan, Report CPT-55/AEC-14 (Austin, 1970); A. B. Volkov, Canad. Journ. Phys. 49, 1697 (1971); D. Leiter, Nuovo Cimento A2, 679 (1971).
- (85) - J. A. Wheeler e R. P. Feynman, Rev. Mod. Phys. 17, 157 (1945); 21, 425 (1949).
- (86) - T. D. Lee e C. N. Yang, Phys. Rev. 105, 1671 (1957).
- (87) - Se si vuole che il nuovo osservatore O₂ sia subluminal rispetto al primo, allora la particella b (almeno) deve essere un tachione: cfr. Fig. 8.
- (88) - R. Mignani e E. Recami, Lett. Nuovo Cimento 18, 5 (1977).
- (89) - G. Toraldo di Francia, (comunicazione privata).
- (90) - G. Szekeres, Publ. Math. (Debrécsen) 7, 285 (1960); M. D. Kruskal, Phys. Rev. 119, 1743 (1960). Le stesse considerazioni si potrebbero fare ad es. per le coordinate di Finkelstein.
- (91) - Per semplicità, si scrivono esplicitamente solo la coordinata radiale e quella temporale.
- (92) - E. Recami e R. Mignani, bibl. (6), pag. 221.
- (93) - V. De Sabbata, M. Pavšić e E. Recami, bibl. (25), e bibliografia ivi citata. Vedere anche G. Cavalleri e G. Spinelli, Lett. Nuovo Cimento 6, 5 (1973); E. Recami, in "Tachyons, Monopoles and Related Topics", a cura di E. Recami (North-Holland, 1978), pag. 3.
- (94) - L. Mysak e G. Szekeres, Can. Journ. Phys. 44, 617 (1966); W. Israel, Phys. Rev. 164, 1776 (1967); A. I. Janis, E. T. Newman e J. Winicour, Phys. Rev. Letters 20, 878 (1968).
- (95) - Ricordiamo che i tachioni trascendenti non hanno direzione definita lungo la loro linea di moto (nel senso che l'emissione di un tachione a velocità infinita è del tutto equivalente all'assorbimento di un antitachione a velocità infinita, e viceversa).
- (96) - Naturalmente, la medesima descrizione sarebbe fornita da s', s'', ... anche qualora s scelga di descrivere le sue osservazioni mediante un "decadimento del vuoto" del tipo visto sopra.
- (97) - E. Recami, Report IFUM-088/SM (Univ. di Milano, 1968), pagg. 4-8; Giornale di Fisica 10, 195 (1969), pagg. 203-205; V. S. Olkhovsky e E. Recami, Nuovo Cimento A63, 814 (1969), pag. 822; M. Baldo e E. Recami, Lett. Nuovo Cimento 2, 643 (1969), pag. 646; R. Mignani e E. Recami, Nuovo Cimento A30, 533 (1975), Parag. 4, pagg. 538-539; Phys. Letters B65,

- (98) - E. Recami, Lett. Nuovo Cimento 18, 501 (1977); J.D. Edmonds Jr., Lett. Nuovo Cimento 18, 497 (1977).
- (99) - H.C. Corben, Lett. Nuovo Cimento 20, 645 (1977); tre preprints (Scarborough College, West Hill, Ontario, 1977), in corso di pubblicazione. Notiamo che, se due corpi hanno velocità relativa divergente, i loro tetraimpulsi sono ortogonali. Ved. anche l'ultima bibl. (69), e bibl. (101).
- (100) - D.Tz. Stoyanov e I.T. Todorov, Journ. Math. Phys. 9, 2146 (1968); A.O. Barut e I.H. Duru, preprint IC/72/116 (ICTP, Trieste, 1972); O.W. Greenberg, Journ. Math. Phys. 3, 859 (1962); G.F. Dell'Antonio, Journ. Math. Phys. 2, 572 (1972). Ved. anche H. Van Dam e E. P. Wigner, Phys. Rev. 138B, 1576 (1965); 142, 838 (1966); A.O. Barut, in "Tachyons, Monopoles and Related Topics", a cura di E. Recami (North-Holland, 1978), pagg. 227 e 143.
- (101) - Ved. ad es. A.O. Barut, bibl. (100).
- (102) - M. Jehle, Phys. Rev. D3, 306 (1971); D6, 441 (1972); D11, 2147 (1975); D15, 3727 (1977).
- (103) - P. Caldirola, M. Pavšič e E. Recami, Report INFN/AE-77/10 (1977), in stampa su Nuovo Cimento B; Report INFN/AE-77/14 (1977); E. Recami e P. Castorina, Lett. Nuovo Cimento 15, 347 (1976); R. Mignani, Lett. Nuovo Cimento 16, 6 (1976).
- (104) - P. Castorina e E. Recami, Preprint PP/580 (Univ. di Catania, 1977).
- (105) - Ved. ad es. H. Bondi, "La relatività e il senso comune" (Zanichelli, 1973), pag. 45.
- (106) - M.H. Cohen et al., Nature 268, 405 (1977).
- (107) - L. Fantappiè, Rendic. Accad. Naz. Lincei 17, 158 (1954), ristampato in "Opere Scelte" (U.M.I., 1973), pag. 873.
- (108) - G. Arcidiacono, "Relatività e Cosmologia" (Veschi, 1973); "A new 'Projective Relativity' based on the De Sitter Universe", Report (Univ. di Perugia, 1977).
- (109) - E. Pessa, Collectanea Mathematica 24, 151 (1973, Barcelona).
- (110) - G. Castelnuovo, Montly Notices 91, 829 (1931); Rendic. Accad. Naz. Lincei 12, 263 (1930).
- (111) - E. Cartan, Compt. Rend. Acad. Sci. Paris 174, 593 (1922); "Ouvres Completes" (Gautier-Villars, 1955), partie III, vol. 1; "Leçons sur la théorie des espaces à connexion projective" (Gautier-Villars, 1937).
- (112) - L. Fantappiè, Rendic. Accad. Naz. Lincei 12, 12 (1952).
- (113) - H.C. Corben, Phys. Rev. 69, 225 (1946).
- (114) - Ved. E. Recami e C. Spitaleri, bibl. (65); ved. anche ad es. T.G. Pavlopoulos, Nuovo Cimento B 60, 93 (1969).
- (115) - Ved. bibl. (65), ad es. R.L. Ingraham, Nuovo Cimento 12, 825 (1954); 1, 82 (1955).
- (116) - E. Cunningham, Proc. London Math. Soc. 8, 77 (1910); H. Bateman, Proc. London Math. Soc. 8, 223 (1910).
- (117) - Cfr. ad es. M. Pavšič, Lett. Nuovo Cimento 17, 44 (1976); P. Caldirola, Lett. Nuovo Cimento 18, 465 (1977); "The Cronon in the Quantum Theory of the Electron and ...", Preprint (Univ. di Milano, 1978), to be published; Rend. Accad. d'Italia 1, 19 (1939).
- (118) - G. Parisi, Phys. Rev. D11, 970 (1974); Y. Nambu, Phys. Rev. D10, 4262 (1974); H.B. Nielsen e P. Olesen, Nuclear Phys. B61, 45 (1973).
- (119) - Ved. ad es. A.O. Barut, Phys. Rev. D3, 1747 (1971); A.O. Barut e J. Nagel, Phys. Letters B55, 147 (1975); T. Sawada, Nuclear Phys. B71, 82 (1974); L. Van Hove, relazione generale al Congresso Annuale S.I.F., Como, 1977; T. Sawada, Progr. Theor. Phys. 59, 149 (1978).
- (120) - Ved. per es. S.W. Hawking, Comm. Math. Phys. 25, 152 (1972); 43, 199 (1975); Nature 248, 30 (1974).
- (121) - Ved. per es. D. Christodoulou, Phys. Rev. Lett. 25, 1596 (1970); D. Christodou-Ion and R. Ruffini, Phys. Rev. D4, 3552 (1971); S.W. Hawking, Phys. Rev. Letters 26, 1344 (1971); J.M. Bardeen, B. Carter and S.W. Hawking, Comm. Math. Phys. 31, 161 (1973).
- (122) - "In jeden Quark begräbt er seine Nase", J.W. v. Goethe, 'Faust', 292. Si ringrazia G. Schiffrer per questa citazione.