

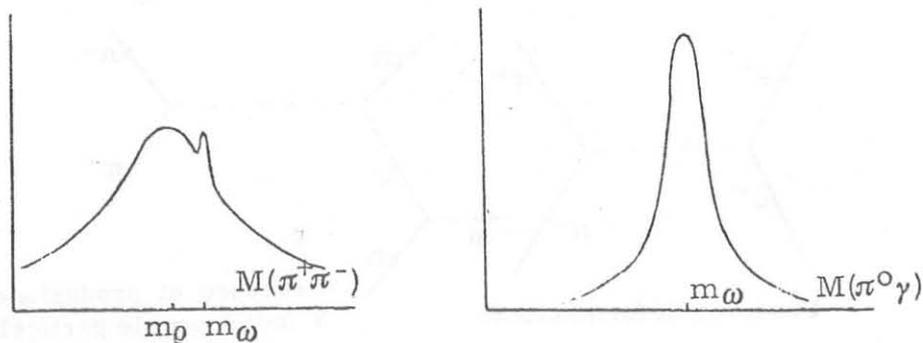
E. Di Salvo: STUDIO DELL'INTERFERENZA $\omega - \rho$ NEL SISTEMA $\pi^0\gamma$:
REAZIONE $\pi^-p \rightarrow \pi^0\gamma$ (x).

RIASSUNTO. -

Ci proponiamo di studiare il mixing elettromagnetico delle risonanze ρ^0 e ω nella distribuzione di massa effettiva del sistema $\pi^0\gamma$. Poiché del "rate" di decadimento della ρ^0 in $\pi^0\gamma$ conosciamo solo un limite superiore, lo scopo principale del nostro studio è di tentare di determinare tale "rate". Determiniamo anzitutto la distribuzione di massa effettiva del suddetto sistema, in funzione delle variabili di Mandelstam s e t relative alla reazione $\pi^-p \rightarrow \pi^0\gamma$, interpretando le ampiezze di produzione della ρ^0 e della ω con un modello a poli di Regge semplice. Determiniamo quindi le condizioni più opportune per studiare l'interferenza fra le due risonanze e confrontiamo la distribuzione di massa effettiva così ottenuta con la Breit-Wigner relativa alla sola ω : se ne conclude che, per rivelare sperimentalmente l'effetto di mixing, occorrerebbe una risoluzione molto superiore a quella che di fatto possiamo raggiungere con gli attuali dispositivi sperimentali.

1. - INTRODUZIONE. -

Studiamo la reazione $\pi^-p \rightarrow n\pi^0\gamma$, interessandoci al sistema $\pi^0\gamma$



2.

Nello scrivere l'ampiezza di tale processo, assumiamo che la reazione proceda esclusivamente attraverso la produzione delle risonanze ρ^0 e ω :

$$\pi^- p \rightarrow \rho^0 n \rightarrow \pi^0 \gamma n$$

$$\pi^- p \rightarrow \omega n \rightarrow \pi^0 \gamma n$$

Il decadimento $\rho^0 \rightarrow \pi^0 \gamma$ non è vietato da alcuna regola di selezione, ma non è mai stato determinato sperimentalmente. Il problema del decadimento elettromagnetico di ω e ρ^0 ha un notevole interesse, sia sperimentalmente che teorico. L'interferenza $\omega - \rho^0$ è stata studiata nel sistema $\pi^+ \pi^-$: si vede che i dati sperimentali sono meglio fittati da un mixing $\omega - \rho$; naturalmente il decadimento $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^-$ può essere solo di natura elettromagnetica, in quanto viola la G - parità.

Le reazioni tipiche sono:

$$e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \quad (\text{esperimento di Orsay})^{(1)}$$

oppure (produzione):

$$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^- \Delta^{++(1)}$$

$$\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n^{(1)}$$

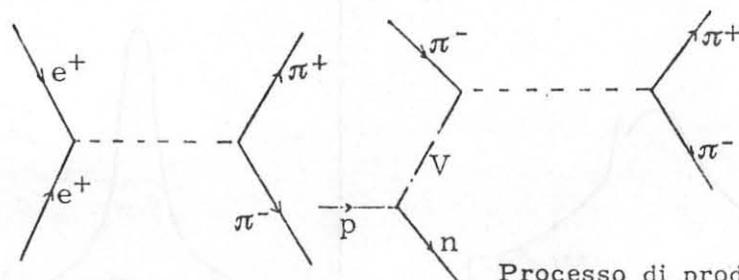
$$k^- p \rightarrow \Delta \pi^+ \pi^{-(2)}$$

$$\bar{p} p \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^{-(1)}$$

L'interferenza $\omega - \rho$ si spiega ammettendo che le particelle "fisiche" non siano autostati di G - parità, ma piuttosto un miscuglio di autostati. Ricordiamo che la $\rho^{(0)}$ ha G - parità positiva e $\omega^{(0)}$ è a G - parità negativa, mentre gli stati di cui osserviamo il decadimento sono

$$(1) \quad \begin{aligned} |\omega\rangle &= |\omega^{(0)}\rangle + \varepsilon |\rho^{(0)}\rangle \\ |\rho\rangle &= |\rho^{(0)}\rangle - \varepsilon |\omega^{(0)}\rangle \end{aligned}$$

dove $\varepsilon = |\varepsilon| e^{i\psi}$, con $|\varepsilon| \ll 1$, è il parametro di mixing



Processo di formazione

Processo di produzione: con V indichiamo le particelle virtuali scambiate.

In un esperimento di formazione, l'ampiezza sarà del tipo

$$(2) \quad F \sim (BW)_\rho + A e^{i\varphi} (BW)_\omega$$

dove φ è la fase relativa delle due ampiezze di decadimento. Notiamo che qui già il primo vertice è elettromagnetico, quindi vengono prodotti gli stati (1). In una reazione di produzione, invece, al 1° vertice, "forte", vengono prodotti gli autostati di G-parità, ma al 2° vertice interviene l'interazione elettromagnetica, che causa il mixing. Quindi l'ampiezza sarà del tipo:

$$(3) \quad F \sim \overbrace{T_{\omega_0} \quad T_{\rho_0}} \mathbb{P} \begin{pmatrix} D_\omega \\ D_\rho \end{pmatrix}$$

dove \mathbb{P} è una matrice (che in seguito definiremo) la quale non sarà diagonale, ma conterrà un parametro di mixing in dipendenza da ε .

Nella sezione 2 svolgiamo i calcoli per arrivare alla espressione della distribuzione di massa effettiva, cioè al modulo quadro dell'ampiezza (3). Oltre a definire \mathbb{P} , dobbiamo determinare la fase relativa delle due ampiezze di decadimento, nonché interpretare con un modello a Poli di Regge semplice le ampiezze di produzione.

Nella sezione 3, infine, determiniamo le condizioni (energia, momento trasferito, direzione di volo del π^0) che rendono massimo il termine di interferenza fra $|\rho\rangle$ e $|\omega\rangle$; indi, in tali condizioni, determiniamo la distribuzione di massa che ci interessa e la confrontiamo con la Breit e Wigner relativa alla risonanza ω .

2. - DISTRIBUZIONE DI MASSA EFFETTIVA. -

L'elemento di matrice della nostra reazione è dato dalla (3), dove con \mathbb{P} abbiamo indicato il propagatore relativo al mixing $\omega - \rho$:

$$\mathbb{P} = \frac{1}{M_2 - I W^2} \quad M_2 = \begin{pmatrix} m_\rho^2 - i m_\rho \Gamma_\rho & -\delta(m_\rho + m_\omega) \\ -\delta(m_\rho + m_\omega) & m_\omega^2 - i \Gamma_\omega m_\omega \end{pmatrix}$$

dove I è la matrice identica, W la massa effettiva del sistema ($\pi^0 \gamma$), δ il parametro di mixing: $\delta = 2.5 \text{ MeV}^{(1)}$.

Assumiamo come asse di quantizzazione per ρ e ω la direzione del protone, nel riferimento a riposo di Jackson⁽³⁾. Indichiamo con λ_1 e λ_2 la elicità del protone e del neutrone e con Λ l'elicità del γ finale. La formula (3), più esplicitamente, si scrive

$$\begin{aligned} T_\rho &= T_\rho^\theta \lambda_1 \lambda_2 M & D_\rho &= D_{MA}^\rho \\ T_\omega &= T_\omega^\omega \lambda_1 \lambda_2 M & D_\omega &= D_{MA}^\omega \end{aligned}$$

4.

$$F_{\lambda_1 \lambda_2 \Lambda} = \frac{1}{\mu_\varrho} \sum_M T_{\lambda_1 \lambda_2 M}^\varrho D_{M\Lambda}^\varrho + \frac{1}{\mu_\omega} \sum_M T_{\lambda_1 \lambda_2 M}^\omega D_{M\Lambda}^\omega + \\ + \alpha \sum_M (T_{\lambda_1 \lambda_2 M}^\varrho D_{M\Lambda}^\omega + T_{\lambda_1 \lambda_2 M}^\omega D_{M\Lambda}^\varrho)$$

dove:

$$\alpha = \frac{\delta(m_\varrho + m_\omega)}{\mu_\varrho \mu_\omega}$$

$$\mu_\varrho = m_\varrho^2 - W^2 - i m_\varrho \Gamma_\varrho$$

$$\mu_\omega = m_\omega^2 - W^2 - i m_\omega \Gamma_\omega$$

A questo punto calcoliamo $\lambda_1 \lambda_2 \Lambda |F_{\lambda_1 \lambda_2 \Lambda}|^2$, cioè sommiamo sugli stati finali e mediamo su quelli iniziali.

Sarà ovviamente

$$\frac{d\sigma}{dt dW^2 d\Omega} \sim \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \Lambda} |F_{\lambda_1 \lambda_2 \Lambda}|^2$$

essendo $\Omega \equiv (\theta, \varphi)$ la direzione di volo del π^0 (opposta a quella del γ) nel riferimento a riposo del sistema $\pi^0 \gamma$ (JRF)⁽³⁾. Occupiamoci ora del decadimento del ϱ^0 e della ω in $\pi^0 \gamma$. Possiamo scrivere le ampiezze di decadimento come⁽⁴⁾:

$$T_{M\Lambda}^\varrho = \sqrt{\frac{3}{\varrho \pi^2}} f \frac{e}{m_\pi} W \Lambda p D_{M\Lambda}^{1^x}(\varphi, \vartheta, 0) e^{i\varphi_\varrho}$$

$$T_M^\omega = \sqrt{\frac{3}{\varrho \pi^2}} g \frac{e}{m_\pi} W \Lambda p D_{M\Lambda}^{1^x}(\varphi, \vartheta, 0) e^{i\varphi_\omega}$$

dove f e g sono le costanti di accoppiamento di ϱ e ω relative al decadimento in $\pi^0 \gamma$:

$$(5) \quad X = \frac{f}{g} = \sqrt{\frac{|\Gamma_\varrho|}{|\Gamma_\omega|}} < 0.33$$

secondo i dati delle tavole di Rosenfeld⁽⁷⁾.

Ai fini del nostro calcolo è importante la fase relativa $\varphi = \varphi_\omega - \varphi_\varrho$ tra le due ampiezze di decadimento. Nell'esperimento di Orsay⁽¹⁾, è stata studiata la reazione:



La fase relativa di cui alla formula (2) è risultata essere all'incirca $\varphi \sim (\pi/2)$. A questo punto, ci chiediamo che relazione c'è tra la fase misurata in questo esperimento e la fase $\bar{\varphi} = \varphi_\omega - \varphi_\varrho$ relativa alle ampiezze di decadimento nella nostra reazione.

A questo fine, consideriamo una serie di reazioni.

| i \ | $\pi^+\pi^-$ | e^+e^- | $\pi^0\gamma$ |
|---------------|--------------|----------|---------------|
| $\pi^+\pi^-$ | F_1 | F_2 | F_3 |
| e^+e^- | F_2 | 0 | 0 |
| $\pi^0\gamma$ | F_3 | 0 | 0 |

| i \ | $A_2^+\pi^-$ | e^+e^- | $\pi^0\gamma$ |
|---------------|--------------|----------|---------------|
| $\pi^+\pi^-$ | F_1' | F_2 | F_3 |
| e^+e^- | F_2' | 0 | 0 |
| $\pi^0\gamma$ | F_3' | 0 | 0 |

| i \ | $\varrho^+\pi^-$ | e^+e^- | $\pi^0\gamma$ |
|---------------|------------------|----------|---------------|
| $\pi^+\pi^-$ | F_1'' | F_2 | F_3 |
| e^+e^- | F_2'' | 0 | 0 |
| $\pi^0\gamma$ | F_3'' | 0 | 0 |

| i \ | $B^+\pi^-$ | e^+e^- | $\pi^0\gamma$ |
|---------------|------------|----------|---------------|
| $\pi^+\pi^-$ | F_1''' | F_2 | F_3 |
| e^+e^- | F_2''' | 0 | 0 |
| $\pi^0\gamma$ | F_3''' | 0 | 0 |

Cioè abbiamo scritto le matrici K relative a vari processi aventi in comune stati iniziali o finali, trascurando le reazioni con ambedue i vertici e. m. ; si noti che alcune reazioni sono virtuali, cioè ad es. la ϱ^+ è una particella virtuale scambiata secondo il diagramma di cui all'introduzione. Ora scomponiamo le ampiezze secondo un sistema ortonormale completo di stati $|n\rangle$ a momento angolare e massa definiti. Si ha:

$$\langle \pi^+\pi^- | D | \pi^+\pi^- \rangle = \sum_n \langle \pi^+\pi^- | D | n \rangle \langle n | \pi^+\pi^- \rangle$$

e formule analoghe per le altre reazioni: con $|\pi^+\pi^- \rangle$ indichiamo un'onda piana. In sintesi si ha

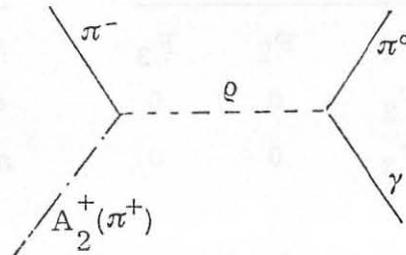
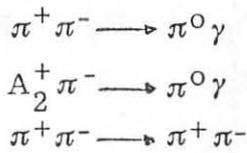
$$F_i = \sum_n C_{in} F_i^{(n)}$$

Nell'approssimazione in cui trascuro le reazioni con entrambi i vertici elettromagnetici, ho (Teorema di Fermi-Watson)⁽⁵⁾ che per ciascuna ampiezza appartenente a una data matrice K (vedi schemi sopra) la fase relativa a un dato $|n\rangle$ è la stessa:

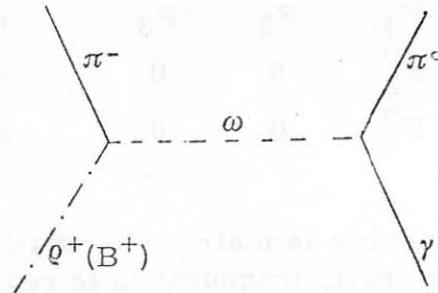
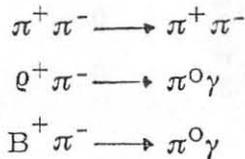
$$\begin{aligned} \varphi_1^n &= \varphi_2^n = \varphi_3^n \\ \varphi_1^{in} &= \varphi_2^{in} = \varphi_3^{in} = \varphi_2^n = \varphi_3^n \\ \varphi_1^{iin} &= \varphi_2^{iin} = \varphi_3^{iin} = \varphi_2^n = \varphi_3^n \\ \varphi_1^{iiin} &= \varphi_2^{iiin} = \varphi_3^{iiin} = \varphi_2^n = \varphi_3^n \end{aligned}$$

6.

essendo φ^n le fasi delle ampiezze scritte nel precedente schema. Questo vale in particolare per $|n\rangle = |\varrho\rangle$ e $|n\rangle = |\omega\rangle$, che sono le ampiezze che interessano nel nostro processo. In particolare, hanno la stessa fase φ_ϱ le ampiezze delle seguenti reazioni



dove A_2^+ e π^+ possono essere riguardate come le particelle virtuali scambiate nella produzione di ϱ . Analogamente per la produzione di ω :



Le suddette reazioni hanno la stessa fase φ_ω . Possiamo allora concludere che la fase $\bar{\varphi} = \varphi_\omega - \varphi_\varrho$ che ci interessa è praticamente uguale a quella misurata a Orsay:

$$\bar{\varphi} \sim \frac{\pi}{2}$$

Dobbiamo occuparci ora delle ampiezze di produzione: le interpretiamo con un modello a Poli di Regge semplice, che nelle reazioni di produzione di ϱ e ω ha sempre dato buoni risultati.

Consideriamo la reazione $p\pi^- \rightarrow n\varrho^0$: le particelle che possono essere scambiate sono π^+ (a parità non naturale, UPE) e A_2^+ (a parità naturale, NPE). Analogamente, nella reazione $p\pi^- \rightarrow n\omega$ le particelle che si possono scambiare sono ϱ^+ (NPE) e B^+ (UPE). Abbiamo usato le ampiezze di produzione scritte da Hite⁽⁶⁾: tali ampiezze sono libere da singolarità cinematiche, inoltre ciascun polo di Regge soddisfa separatamente alle condizioni di soglia (ipotesi evasiva). Per lo scambio di π^+ , ϱ^+ , B^+ si suppone che l'accoppiamento sia senso-senso, mentre per l' A_2^+ pare che funzioni meglio il meccanismo di nonsenso. Abbiamo le ampiezze

Parità naturale:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{1++}^t &= R(s, t) \gamma_{1++}^N(t) \text{sen } \theta_t \alpha \\ \tilde{f}_{1+-}^t &= R(s, t) \gamma_{1+-}^N(t) (1 + \cos \theta_t) \alpha^2 \sqrt{t} (2M)^{-1} \\ \tilde{f}_{1-+}^t &= R(s, t) \gamma_{1-+}^N(t) (1 - \cos \theta_t) \alpha^2 \sqrt{t} (2M)^{-1} \end{aligned} \quad (6)$$

Parità non naturale

$$\begin{aligned}\tilde{f}_{1++}^t &= R(s, t) \gamma_{1++}^u \operatorname{sen} \theta_t^\alpha \\ \tilde{f}_{0++}^t &= R(s, t) \gamma_{0++}^u \cos \theta_t t^{1/2} \varepsilon\end{aligned}$$

dove

$$R(s, t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha+1)} \frac{1 + \tau e^{i\pi\alpha}}{\operatorname{sen} \pi\alpha} \left(\frac{s-s_0}{2s_0}\right)^\alpha$$

Con le condizioni di soglia

$$\begin{aligned}\gamma_{1++}^N &= \alpha \gamma_{1+-}^N + \lambda(t) \left(1 - \frac{t}{4M^2}\right) \\ \varepsilon \gamma_{0++}^u &= \alpha \gamma_{1++}^u \frac{t + m_V^2 - m_\pi}{2m_V} + [b_1 \alpha + b_0 (1 + \alpha)] \tau'^2\end{aligned}$$

Per le notazioni vedi Hite⁽⁶⁾. Con γ^N e γ^u abbiamo indicato i residui a parità naturale e non naturale rispettivamente. $\alpha = \alpha(t)$ è la traiettoria di Regge cui appartiene la particella scambiata. θ_t è l'angolo di produzione della reazione "incrociata nel canale t: $p\bar{n} \rightarrow \pi^+ v$ dove con v abbiamo indicato il mesone vettore, indifferentemente ρ^0 oppure ω .

M è la massa del nucleone, m_π la massa del pione e m_V la massa del mesone vettore. A questo punto, sostituendo nell'espressione di

$$A \sum_{\lambda_1 \lambda_2} |F_{\lambda_1 \lambda_2}|^2$$

si ottiene

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{dt dW^2 d\Omega} &= \operatorname{cost} \left\{ (1 + \cos^2 \theta) \left[|A_{1++} \xi^x + R_{1++} \eta^x|^2 + |A_{1+-} \xi^x + \right. \right. \\ &+ R_{1+-} \eta^x|^2 + \left. \left. |\pi_{1++} \xi^x + B_{1++} \eta^x|^2 \right] + \operatorname{sen}^2 \theta \left[|\pi_0 \xi^x + B_0 \eta^x|^2 + \right. \right. \\ &+ \left. \left. \cos 2\varphi \left(|A_{1-+} \xi^x + R_{1-+} \eta^x|^2 - |A_{1++} \xi^x + R_{1++} \eta^x|^2 - |\pi_1 \xi^x + B_1 \eta^x|^2 \right) \right] \right\}\end{aligned}$$

dove si è indicato

$$\begin{aligned}\xi &= \frac{1}{\mu_\rho^2 \mu_\omega} \left[f \mu_\rho \mu_\omega + i g \delta(m_\rho + m_\omega) \mu_\rho^x \right] \\ \eta &= \frac{1}{\mu_\rho \mu_\omega} \left[f \delta(m_\rho + m_\omega) + i g \mu_\rho \right]\end{aligned}$$

8.

Se integriamo in $d\Omega$, otteniamo

$$\frac{d\sigma}{dt dW^2} = \text{cost}' \left[2 \left| A_{1++} \xi^x + R_{1++} \eta^x \right|^2 + 2 \left| \pi_{1++} \xi^x + B_{1++} \eta^x \right|^2 + \right. \\ \left. + 2 \left| A_{1+-} \xi^x + R_{1+-} \eta^x \right|^2 + \left| \pi_{0++} \xi^x + B_{0++} \eta^x \right|^2 \right]$$

Diamo qui i valori numerici dei residui e delle traiettorie del π , B, ρ mentre trascuriamo l' A_2 , il cui contributo è trascurabile.

| | | | |
|-----|--|---------------------------|---------------------------|
| | Particella π^+ : $\alpha_\pi = -0.019 + t$ | $\gamma_{0++}^\pi = 52.3$ | $\gamma_{1++}^\pi = 95.5$ |
| (7) | Particella B^+ : $\alpha_B = 0.05 + 0.73t$ | $\gamma_{0++} = 6.54$ | $\gamma_{1++} = 2.18$ |
| | Particella ρ^+ : $\alpha_\rho = 0.56 + 0.78t$ | $\gamma_{1++} = 10$ | $\gamma_{1+-}^\rho = 80$ |

Tali dati sono riportati da Barbaro Gualtieri, oppure sono ricavati dai dati sperimentali di Holloway⁽⁸⁾.

3. - CONDIZIONI MIGLIORI PER STUDIARE L'INTERFERENZA $\omega - \rho$. -

Ottenuta l'espressione della distribuzione di massa effettiva, ci proponiamo di determinare le condizioni che rendono massima l'interferenza fra ω e ρ , e quindi anche le condizioni in cui è più opportuno studiare il decadimento del ρ in $\pi^0 \gamma$. Per quanto riguarda $\Omega = (\vartheta, \varphi)$, è opportuno scegliere $\varphi = 0$, $\theta = \pi/2$

$$\left(\frac{d\sigma}{dt dW^2 d\Omega} \right)_{(0, \frac{\pi}{2})} = \text{cost} \left[A \left| \eta \right|^2 + B \left| \xi \right|^2 + C \text{Re} (\xi \eta^x) e^{i\varphi_p} \right]$$

dove $\varphi_p = -41.8^\circ$ è la differenza di fase tra traiettoria della B e la traiettoria del π

$$A = \left| R_{1+-} \right|^2 + \left| B_{0++} \right|^2 \quad B = \left| \pi_{0++} \right|^2 \quad C = 2 \left| \pi_{0++} \right| \left| B_{0++} \right|$$

A questo punto ci chiediamo per quali valori i coefficienti della e della sono uguali; in tali condizioni, infatti, l'interferenza fra le due risonanze è massima. Per ottenere le condizioni ottimali, si deve imporre

$$\begin{cases} \left| \pi_{0++} \right| = \left| B_{0++} \right| \\ \left| R_{1+-} \right| = 0 \end{cases}$$

Sostituendo per π_{0++} , B_{0++} , R_{1+-} le espressioni (6) e i dati numerici (7), si ottiene un sistema di due equazioni avente per incognite s e t. La sua so-

luzione è

$$\begin{cases} s_0 = 28 \text{ (GeV/c)}^2 \\ t_0 = -0.7 \text{ (GeV/c)}^2 \end{cases}$$

In tali condizioni si ha

$$\left(\frac{d\sigma}{dt dW^2 d\Omega} \right)_{(0, \frac{\pi}{2})} = \text{cost} \left| \eta^x + \xi^x e^{i\varphi_p} \right|^2$$

Indichiamo con x il rapporto f/g ; secondo la formula (5) è

$$x < 0,3$$

Si ha, per la distribuzione di massa

$$\left(\frac{d\sigma}{dt dW^2 d\Omega} \right)_{(0, \frac{\pi}{2})} \simeq \text{cost} \frac{1}{|\mu_\omega|} \left[\frac{1}{|\mu_\omega|} + \frac{2x}{|\mu_\rho|} \cos \Phi \right]$$

$$\Phi = \alpha + \beta - \varphi_p \quad \alpha = \arctg \frac{\Gamma_\omega m_\omega}{W^2 - m_\omega^2} \quad \beta = \arctg \frac{\Gamma_\rho m_\rho}{W^2 - m_\rho^2}$$

E' interessante studiare la suddetta distribuzione dando a x il massimo valore che può avere secondo le tavole di Rosenfeld cioè 0,3, e quindi confrontarla con la Breit-Wigner della pura ω . Come si può vedere dal grafico, la presenza della ρ distorce di pochissimo la Breit-Wigner della ω , rendendola leggermente asimmetrica rispetto al valore medio della massa dell' ω cioè $W = 0,783 \text{ GeV}$.

In conclusione, l'effetto prodotto dalla presenza della ρ sulla distribuzione è di entità inferiore alla risoluzione sperimentale che possiamo raggiungere di fatto, e quindi non possiamo almeno in questo modo, determinare il rate di decadimento del ρ in $\pi^0\gamma$.

RINGRAZIAMENTI. -

Sono grato ai proff. Di Giacomo e Mannelli, della Scuola Normale di Pisa, per i consigli ed i suggerimenti ricevuti.

BIBLIOGRAFIA. -

- (1) - R. H. Dalitz and A. Zichichi, Meson resonances and related electromagnetic phenomena, Bologna (1971), Interference - and references quoted therein.
- (2) - A. Bramon and Y. Srivastava, Phys. Letters 487, 265 (1973).
- (3) - K. Gottfried and J. D. Jackson, Nuovo Cimento 33, 309 (1974).
- (4) - S. Chung, CERN. 71-8 (1971) pag. 41 e seguenti.
- (5) - H. Pilkhun, The Interactions of Hadrons (North Holland Pub. Co., Amsterdam, 1967).
- (6) - G. E. Hite, CERN 68-7, II, (1968) pag. 24.
- (7) - Chalouyska et al., P. D. G. CERN (1974).
- (8) - Holloway, Phys. Rev. D 8, 2814 (1973).

