

A. Baracca, S. Bergia<sup>(x)</sup> e A. Montoto<sup>(o)</sup>: DIFFICOLTA' NELL'ANALISI  
DEI PROCESSI DI PRODUZIONE A BASSA ENERGIA E NELLA TRATTA  
ZIONE "MODEL-INDEPENDENT" DELLE AMPIEZZE A QUASI-DUE-COR  
PI. -

PREMESSA. -

Questa nota, ed una successiva<sup>(1)</sup> che ne è il proseguimento logi  
co, vorrebbero costituire qualcosa di diverso dagli ordinari lavori di  
fisica. Non vogliamo portare nè risultati nuovi nè contributi originali nel  
senso tradizionale. Desideriamo piuttosto fornire degli spunti per una  
riflessione critica sulla metodologia della ricerca e la produzione scien  
tifica in fisica delle alte energie, formulando un esplicito invito alla di  
scussione aperta e spregiudicata.

E' necessario sottolineare che il nostro livello di approfondimen  
to critico è purtroppo ineguale e, nella maggior parte dei casi, assoluta  
mente insufficiente. Questo è il caso soprattutto della seconda nota<sup>(1)</sup>.  
La prima ha, in effetti, un carattere peculiare; una riflessione critica  
sulla ricerca attuale coinvolge infatti, inevitabilmente, noi stessi e la  
nostra produzione e, per questo motivo, non può non cominciare con una  
autocritica. Essa è il filo conduttore delle considerazioni di questa nota  
che riguarda le reazioni a quasi due corpi a bassa energia, di cui ci  
siamo direttamente occupati negli ultimi anni; il livello di approfondimento  
qui è pertanto maggiore di quando esuleremo dal nostro campo specifico.

---

(x) - Istituto di Fisica dell'Università di Modena e Istituto Nazionale di  
Fisica Nucleare, Sezione di Bologna.

(o) - Instituto de Fisica Teòrica - Barcelona.

2.

## 1. - INTRODUZIONE. -

Analizzeremo, in sostanza, il problema della formulazione consistente del concetto di reazione a quasi due corpi. Anche se ci riferiremo in particolare ad un tentativo da noi fatto di ottenere una parametrizzazione delle ampiezze "model independent" e indipendente dalle ampiezze elastiche, sulla base della quale tentare un'analisi globale ed unitarizzata dei dati di produzione singola ad energie attorno al GeV, faremo il possibile per rendere giustizia di tutti i risultati analoghi o equivalenti che prima di noi altri avevano trovato, anche se in parte non ne eravamo a conoscenza.

E' bene dire subito che, se pur tale tentativo ci appariva promettente in vista di risolvere reali problemi cui accenneremo nel § 2, innumerevoli inconvenienti, che costituiranno la sostanza delle riflessioni della Parte II<sup>a</sup>, non solo rendono estremamente problematica la prospettiva di una seria analisi dei dati sperimentali nel senso proposto, ma tendono ad offuscare il concetto stesso di reazione a quasi due corpi.

A scanso di equivoci, precisiamo che termini come "reazione a quasi due corpi" e "modello isobarico" sono nel nostro contesto sinonimi, essendo il secondo nato storicamente come particolarizzazione del primo al caso della produzione dell'isobaro 3,3 a bassa energia<sup>(2)</sup>. Uno dei punti centrali della nostra analisi è appunto se si tratti di un "modello"<sup>(1)</sup> oppure di un concetto fondamentale definibile autoconsistentemente (potremmo forse dire "operativamente": un punto su cui ritorneremo brevemente nella seconda nota<sup>(1)</sup>) e utilizzabile proprio in quanto tale al fine della analisi dei dati sperimentali.

## PARTE I<sup>^</sup>: TENTATIVI DI ANALISI "MODEL-INDEPENDENT" DELLE REAZIONI DI PRODUZIONE A BASSA ENERGIA. -

### 2. - QUADRO PRELIMINARE DELLA PROBLEMATICA. -

E' nostra convinzione che nell'analisi delle reazioni adroniche elastiche e di produzione singola ad energie totali nel centro di massa generale dell'ordine del GeV sussistano vari problemi che non sono affatto chiari e possono non essere irrilevanti.

#### 2.1. - Analisi in onde parziali delle reazioni elastiche:

2.1.1. - Le diverse analisi, in particolare per il caso  $\pi N$  condotte recentemente, sono pervenute ad una descrizione sufficientemente precisa e coerente fino ad energie dell'ordine di qualche GeV in termini di moduli e fasi ( $\eta$  e  $\delta$ ) dipendenti dall'energia totale. Tutta via tali risultati hanno potuto essere raggiunti solo mediante lo

ausilio di vincoli supplementari, determinati dalle relazioni di dispersione, oppure, come minimo, richiedono che moduli e fasi obbediscano a condizioni di continuità che permettano di collegare i risultati ottenuti ad energie diverse e non sempre prossime. Una ricerca di moduli e fasi energia per energia lascia permanere diverse ambiguità. L'ipotesi di continuità desta, d'altra parte, qualche perplessità; tanto più che la stessa ipotesi di lavoro dello allargamento graduale del numero delle onde in gioco al crescere dell'energia, avente basi euristiche in ragionamenti semiclassici, riceve a posteriori una sanzione di consistenza dal quadro sperimentale (distribuzioni angolari, ecc.) di non grande nitidezza. Ritorneremo su questo problema al § 3.

- 2.1.2. - La connessione tra traiettorie approssimativamente circolari nel piano di Argand e risonanze non appare poggiare su basi solidissime. A questo proposito, Masuda<sup>(3)</sup> riferendosi a casi molto semplificati, mostra che una tale traiettoria non garantisce l'esistenza di un polo complesso<sup>[2]</sup>.
- 2.1.3 - Per reazioni adroniche non si sanno calcolare tutti i contributi dovuti alle correzioni radiative anche all'ordine più basso<sup>[3]</sup>. Una valutazione attendibile mostra che esse erano trascurabili fino ad oggi, ma sfortunatamente il loro ordine di grandezza è ora paragonabile alle deviazioni standard delle misure molto precise che sono state compiute al sincrociclotrone del CERN.
- 2.2. - Contributi a quasi due corpi alle reazioni di produzione singola:
- 2.2.1. - Non è facile tener conto sempre degli effetti di interferenza. D'altra parte essi possono essere considerevoli e falsare i risultati dell'analisi. Su questo punto ci soffermeremo in dettaglio nella nota successiva. Per le sole reazioni che ora ci interessano, esistono comunque nella letteratura prove evidenti di effetti di interferenza<sup>(2, 4, 18)</sup>.
- 2.2.2. - Ancor più difficile è tener conto della presenza di fondi, soprattutto se coerenti con i contributi risonanti. Il problema è reso ancor più complesso in generale dalla possibilità di contributi dalla produzione di sistemi "non-risonanti" (si pensi all'effetto A-B-C<sup>(5)</sup>) e dalla vaghezza dello stesso termine "fondo" in questo quadro. L'intero problema verrà riconsiderato al § 8.
- 2.2.3. - Quanto detto finora comporta notevolissime incertezze sulla separazione dei diversi contributi a quasi due corpi.
- 2.2.4. - Effetti di "rescattering" vengono ordinariamente trascurati. Su questo punto ritorneremo al § 9.

4.

2.2.5. - Le analisi dei dati non tengono conto ordinariamente dei legami imposti, dall'unitarietà, con i processi elastici. L'unitarizzazione della matrice  $S$  a più canali è, d'altra parte, un problema alquanto complesso e che, tranne casi particolarmente semplici, non fornisce un'informazione molto più rilevante della semplice conservazione del flusso a partire dal canale iniziale. In pratica quindi il legame con i processi elastici dovrebbe venire imposto fittando contemporaneamente le  $n$  reazioni con gli  $n-1$  parametri lasciati liberi.

L'insieme di questi problemi, a vari livelli di consapevolezza, è stato alla base delle nostre ricerche che, anche se non particolarmente originali, vanno tuttavia viste come tentativi di cimentarsi seriamente con tutte queste difficoltà.

### 3. - IL PROBLEMA DELLA FORMULAZIONE "MODEL INDEPENDENT" DELLE REAZIONI A QUASI DUE CORPI E I NOSTRI CONTRIBUTI. -

L'originaria ipotesi isobarica<sup>(2)</sup> consisteva nell'affermare che il polo dell'isobaro nella massa invariante del sistema  $\pi N$  domina anche le proprietà di analiticità in quella variabile dell'ampiezza di produzione (Fig. 1). In sostanza, il problema era quello di ottenere una definizione delle ampiezze a quasi due corpi "model independent" e indipendente dalle ampiezze elastiche, in modo da poter estrarre informazioni dai dati sperimentali indipendentemente da qualunque ipotesi.

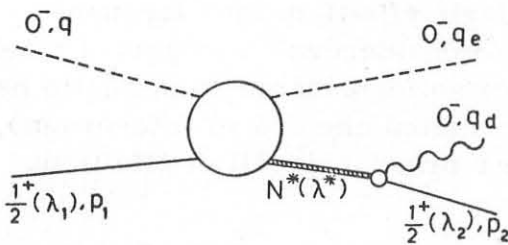


FIG. 1 - Diagramma isobarico per la reazione  $0^- + 1/2^+ \rightarrow 0^- + 3^+/2^+$ .  
 $\swarrow 0^- + 1^+/2^+$ .  
Sono indicati gli impulsi e le elicità  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda^x$  rispettivamente dei nucleoni iniziale e finale dello isobaro.

In particolare, la prospettiva di una formulazione "indipendente dalle ampiezze elastiche" era legata all'assunzione, implicitamente fatta, che la fattorizzazione dell'ampiezza descrivente l'interazione fra due assegnate particelle finali fosse priva di ambiguità.

Ci sembrava importante insistere sui problemi della corretta normalizzazione dell'ampiezza attraverso una giustificazione accettabile dell'ipotesi di fattorizzazione in uno step di produzione e uno di decadimento, e della unitarizzazione dei problemi a molti canali<sup>(6)</sup>. Ci sembrava che un'analisi globale e simultanea dei dati delle reazioni elastiche e di produ

zione singola su questa base potesse avviare a soluzione alcuni dei problemi elencati:

a) Poichè nelle reazioni con tre particelle nello stato finale vi è un numero molto maggiore di distribuzioni indipendenti vi è fondata speranza di ottenere un numero molto limitato di soluzioni dell'analisi in fase: ciò permetterebbe di evitare, o forse addirittura di sottoporre a un test, l'ipotesi della continuità dei moduli e delle fasi.

b) Il problema delle interferenze tra contributi a quasi due corpi sarebbe facilmente trattabile con ampiezze normalizzate.

c) L'analisi delle reazioni a quasi due corpi sarebbe fatta sullo insieme dei dati sperimentali, e non su distribuzioni separate o parziali (come viene fatto, per la maggior parte dei casi, sia nella ricerca sperimentale sulle risonanze, sia nei tests dei modelli fenomenologici, tolto forse il solo modello di Veneziano). Proprio il tentativo di superare questi atteggiamenti abbastanza tipici della ricerca odierna nella fisica delle particelle, che portano in conclusione ad una incertezza abbastanza sistematica sulla significatività di certe conclusioni tratte dai dati sperimentali, ci ha condotto a verificare che alla realizzazione di un programma come quello esposto si oppongono difficoltà oggettive che mettono in forse la prospettiva di realizzarlo.

Prima di entrare nel merito dei problemi, dobbiamo sintetizzare brevemente il formalismo usato.

Va subito detto con chiarezza che il ruolo particolare attribuito ai nostri lavori<sup>(5)</sup> è dovuto alla maggior familiarità e non ad una particolare originalità degli stessi.

L'ipotesi di fattorizzazione per il processo di Fig. 1 fu introdotto fin dai primi lavori di Lindenbaum e Sternheimer<sup>(2)</sup> per le sezioni di urto<sup>[4]</sup>; la deduzione più rigorosa ci sembra quella data da Jackson<sup>(7)</sup> il quale, fattorizzando lo spazio delle fasi di  $n$  particelle nel prodotto degli spazi delle fasi a  $n-2$  e 2 particelle, giunge all'espressione

$$(1) \quad d\sigma_{\text{PROD}}(W, M) = d\sigma_S(W, M) \left[ \frac{\pi^{-1} M^x \Gamma(M)}{(M^x - M^2)^2 + M^x \Gamma^2(M)} \right] dM^2 = \\ = d\sigma_S(W, M) |g(M)|^2 dM^2$$

dove  $d\sigma_S(M)$  è la sezione d'urto per la produzione di una particella stabile di massa  $M$ ,  $M^x$  e  $\Gamma(M)$  sono la massa di picco e la larghezza della risonanza,  $W$  è l'energia totale nel C.M. Fin dal lavoro di Bergia, Bonisgnori e Stanghellini<sup>(2)</sup> si cercò di introdurre la fattorizzazione al livello



della ampiezza, e noi ci siamo sforzati<sup>(6)</sup> di formulare questo nel modo più consistente possibile, passando da un ipotetico "diagramma scheletro" perturbativo all'ipotesi isobarica con un procedimento che è in sostanza un'estensione del lavoro di Gell-Mann e Zachariasen<sup>(8)</sup>, in modo da conservare i fattori di normalizzazione. In questo passaggio si suppone che l'ampiezza di decadimento sia nota: la sua espressione fu data da Gottfried e Jackson<sup>(9)</sup>; in pratica conviene assumere una Lagrangiana effettiva trattata al 1° ordine perturbativo per l'interazione responsabile del decadimento. Infine, noi abbiamo trovato conveniente usare il formalismo di elicità di Jacob e Wick<sup>(10)</sup>, che fornisce immediatamente lo sviluppo in onde parziali dell'ampiezza di produzione della risonanza. Comunque sia, ci sembra che la fattorizzazione resti sostanzialmente una ipotesi, formulabile più o meno rigorosamente e utilizzabile nell'analisi dei dati se risulta indipendente da altre ipotesi riguardanti i meccanismi di produzione. L'ampiezza invariante per la reazione a quasi due corpi (mesone-nucleone) con produzione e successivo decadimento di una  $N^x$ , per fissare le idee, risulta

$$(2) \quad T_{\lambda_2, \lambda_1}^{(p)}(W, M) = \sum_{\lambda^x} T_{\lambda^x, \lambda_1}^{(p)}(W, M) g(M) T_{\lambda_2, \lambda^x}^{(d)}$$

dove  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda^x$  sono rispettivamente le elicità del nucleone iniziale e finale e della  $N^x$ ,  $M$  è la massa invariante del sistema  $\pi N$  prodotto,  $T^{(p)}$  e  $T^{(d)}$  sono rispettivamente le ampiezze per la produzione e il decadimento della  $N^x$ . La seconda, come si è detto, si suppone nota, mentre la ampiezza di produzione fra stati di elicità è proporzionale alla ampiezza di elicità ed ha perciò il ben noto sviluppo in onde parziali<sup>(10)</sup>

$$(3) \quad T_{\lambda_2, \lambda_1}^{(p)}(W, M; \theta, \phi) = \frac{1}{q} \sum_{J=|\lambda^x|}^{\infty} (J + \frac{1}{2}) T_{\lambda^x, \lambda_1}^{(p)J}(W, M) D_{\lambda_1 \lambda^x}^{J^x}(\phi, \theta, -\phi)$$

dove  $\theta, \phi$  sono gli angoli di produzione della  $N^x$ . Si può poi passare dalla base di elicità alla base  $l, s$  e si ottengono le onde parziali  $T_{l, s}^J$  per la produzione di  $N^x$  con momento angolare orbitale relativo  $l'$  da uno stato iniziale  $\pi N$  con momento angolare orbitale  $l$ : conservando tutti i fattori di normalizzazione (sui quali non ci siamo soffermati), queste onde parziali possono essere poste nella forma  $i \eta e^{2i\delta}$ , con  $\eta \leq 1.0$ .

Il caso di più contributi a quasi due corpi può essere trattato con un formalismo analogo.

Il rigore con cui si affronta il problema dell'interferenza<sup>(2, 6)</sup> in questo contesto può tuttavia essere più apparente che reale, come discuteremo al § 9.

PARTE II<sup>^</sup>: LE DIFFICOLTA' E LE INCONSISTENZE. -

## 4. - PROBLEMI CONNESSI CON L'UNITARIETA' E LA PRESENZA DI FASI ARBITRARIE. -

Per la discussione di una ambiguità tipica, esemplificheremo sul caso di un problema a due canali. Indicheremo con 1 e 2 i due possibili stati finali, di modo che due indici individuano una reazione a due corpi o a quasi-due-corpi (per es. "11" può indicare  $\pi N \rightarrow \pi N$ , "12"  $\pi N \rightarrow \pi N^x$ ). Scrivendo come  $\eta e^{2i\delta}$  gli elementi di matrice S per i processi elastici e come  $\nu$  quelli per i processi anelastici, l'invarianza per "time-reversal" e la condizione d'unitarietà per la matrice S portano, come è noto<sup>(12)</sup>, a due equazioni esprimenti la conservazione del flusso a partire dai canali 1 e 2 scelti come iniziali e, in più, la condizione:

$$(4) \quad \eta_{11} \nu e^{-2i\delta_{11}} + \eta_{22} \nu^x e^{2i\delta_{22}} = 0$$

La soluzione esplicita per questo semplicissimo caso si ottiene immediatamente:

$$(5) \quad \eta_{11} = \eta_{22} = \eta, \quad \nu = i(1 - \eta^2)^{1/2} e^{i(\delta_{11} + \delta_{22})} = i\eta_{12} e^{2i\delta_{12}}$$

Nel caso in cui si possono trascurare le fasi  $\delta_{22}$  (come nella fotoproduzione, identificando con l'indice 2 il canale  $\gamma N$ ), si ha il risultato noto come teorema di Fermi-Watson<sup>(13)</sup>. E' questo un caso molto particolare in cui la fase dell'elemento extradiagonale risulta fissata dalla fase diagonale non nulla.

In generale, osserviamo che le espressioni di tutti gli spettri e distribuzioni dipendono solo da differenze tra le fasi; queste sono quindi definite soltanto a meno di una fase arbitraria.

Possiamo verificare formalmente questo fatto, osservando che la (4) resta invariata operando le sostituzioni (per valori fissi dei numeri quantici conservati J, P, I, W)

$$(6) \quad \begin{aligned} \delta_{11} &\rightarrow \delta_{11} + \delta_0 \\ \delta_{12} &\rightarrow \delta_{12} + \delta_1 \\ \delta_{22} &\rightarrow \delta_{22} - \delta_0 + 2\delta_1 \end{aligned}$$

dove  $\delta_0^{J,P,I}(W)$  e  $\delta_1^{J,P,I}(W)$  sono fasi arbitrarie. In realtà, in base alla osservazione precedente sugli spettri, poichè i risultati fisici dipendono anche da differenze tra fasi con diversi  $J, P, I$ , si hanno due sole fasi arbitrarie  $\delta_0(W)$ ,  $\delta_1(W)$  ad ogni energia.  $\delta_0$  concerne solo le fasi delle onde elastiche e la ambiguità che essa comporta può venire eliminata (almeno in linea di principio), perchè la fase elastica è essenzialmente misurabile: il modulo quadro e la parte immaginaria dell'ampiezza l-esima d'onda parziale, funzioni di  $\eta_1$  e  $\delta_1$ , sono fissate dalle sezioni d'urto elastica e totale in quell'onda; anche l'interferenza con la diffusione coulombiana può essere usata a questo scopo.

Non così per la fase di un elemento non diagonale, essendo la sezione d'urto di reazione indipendente da tale fase. E' nostra opinione che anche l'interferenza con la diffusione "coulombiana" non fornisca in questo caso alcuna informazione, poichè richiederebbe la conoscenza della ampiezza di fotoproduzione off-shell<sup>[5]</sup>. In definitiva, l'ambiguità che la fase arbitraria  $\delta_1$  comporta per l'elemento di matrice di produzione non può venire eliminata in nessun modo attendibile, salvo appunto nel caso citato del teorema di Watson; dalle (5) e (6) si ha infatti che, risolta l'ambiguità per  $\delta_0$ , se la fase  $\delta_{22}$  si può assumere come nulla, la fase  $\delta_{12}$  risulta univocamente fissata da  $\delta_{11}$ .

Altre proposte che sono state avanzate per eliminare l'ambiguità della fase  $\delta_1$  ci sembrano errate o, al più, esempi di "wishful thinking". La prima è stata avanzata da noi<sup>(14)</sup> e consiste nel ritenere valido il teorema di Watson in base al fatto che a valori fissati dell'energia totale nel C.M.  $W$ , un processo del tipo  $\pi N^x \rightarrow \pi N^x$  avviene ad un impulso incidente nel C.M. inferiore a quello dell'urto  $\pi N$ . In realtà questa proposta, al tempo in cui fu avanzata, ignorava proprio l'arbitrarietà delle fasi di produzione!

Altri autori<sup>(15)</sup>, che pure concordano sul fatto che in generale le ampiezze d'onda parziale in produzione sono indeterminate per la fase  $\delta_1$ , ritengono tuttavia che tale indeterminazione possa essere eliminata nel caso che in un'onda sia presente una risonanza anelastica (Fig. 2); in tal caso infatti gli elementi di matrice  $T$  relativi ai processi elastici ed anelastici in quell'onda avrebbero entrambi una forma alla Breit-Wigner e quindi fasi fissate in modo univoco. A noi anche questo procedimento pare arbitrario per due ragioni:

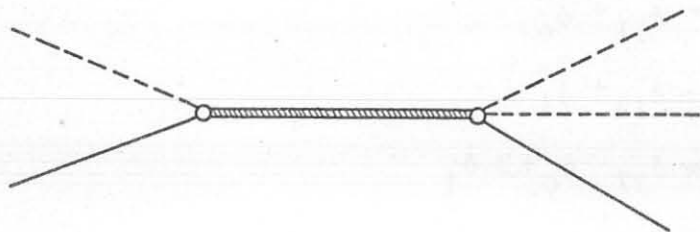


FIG. 2 - Formazione di una risonanza che decade in un canale inelastico.



a)  $\delta_1$  dipende dall'energia  $e$ , se anche alla risonanza essa fosse determinata, il suo valore potrebbe essere completamente diverso altrove.

b) Si deve osservare che mentre sen'altro si può scrivere:

$$T_{11} = \frac{\eta_{11}(W) e^{2i\delta_{11}(W)} - 1}{2i} \sim \frac{\Gamma_e/2}{W_R - W - i\Gamma/2}$$

in prossimità della risonanza, posto che sarà comunque  $\delta_{12} = 1/2(\delta_{11} + \delta_{22})$  secondo la (5), anche se si dimentica la fase  $\delta_1$ , sarà

$$T_{12} = \frac{\nu}{2i} = \frac{(1 - \eta_{11}^2)^{1/2}}{2} e^{i\delta_{11}} e^{i\delta_{22}} \sim \frac{\sqrt{\Gamma_e \Gamma_r/2}}{W_R - W - i\Gamma/2} e^{i\delta_{22}}$$

L'onda di produzione è quindi una Breit-Wigner ruotata di un angolo arbitrario nel piano complesso.

La sola conclusione sensata di questo problema delle arbitrarietà delle fasi, ci sembra essere che le fasi delle onde di produzione hanno dubbio significato fisico.

Ciò pone in discussione, ovviamente, il significato stesso del formalismo di onde parziali per le reazioni a quasi due corpi proposto nelle ref. (2, 5), e tutti gli sviluppi che ne sono seguiti. Questo ci sembra un primo punto fermo rilevante.

##### 5. - CONTRIBUTO DI RISONANZE LONTANE. -

Vi sono risonanze il cui picco è così lontano dalla energia a cui avviene la reazione da far pensare che il contributo che l'estremità della loro coda (Fig. 3) potrebbe dare sia trascurabile. Questo fatto non sempre è vero; ed anzi il termine di interferenza tra le ampiezze a quasi due corpi per una risonanza lontana e per una dominante può modificare in modo sostanziale i risultati. Il gruppo di Saclay<sup>(16)</sup> sta studiando le reazioni di produzione singola nell'urto  $\pi^-p$ . Il contributo dell' $N^x$  è fuor di dubbio, ma da solo non spiega il rapporto delle sezioni d'urto  $\sigma(n\pi^+\pi^-)/\sigma(p\pi^-\pi^0)$  e si è quindi introdotto il contributo di una risonanza  $\pi-\pi$  con  $I=J=0$ , nota come  $\sigma$ . Con questi contributi non si riesce però a riprodurre lo spettro di massa  $\pi^-\pi^0$  a cui la  $\sigma$  non contribuisce (Fig. 4). La risonanza  $\rho$  è ancora molto lontana dalla regione di massa accessibile a queste energie, come è mostrato nella stessa Fig. 4, e tuttavia la sua introduzione porta modificazioni sostanziali e un ottimo accordo qualitativo con

gli spettri sperimentali<sup>(17)</sup> (v. Fig. 4). Considerazioni analoghe valgono per le reazioni KN, dove il ruolo della  $\rho$  è giocato dal  $K^X$  (che peraltro è più vicino alla zona fisica)<sup>(18)</sup>.

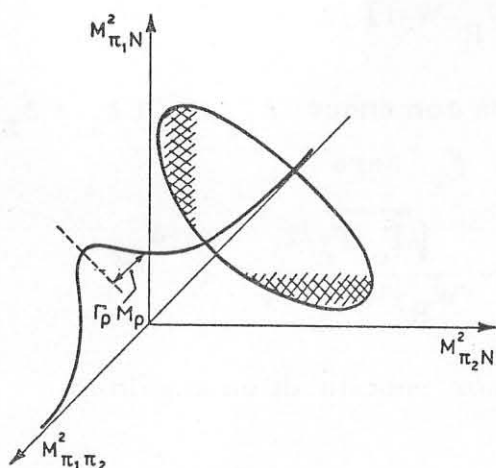


FIG. 3 - Rappresentazione schematica della situazione che si presenta nel caso di una risonanza lontana.

Questo fatto rende, a nostro avviso, estremamente problematica l'analisi dei dati sperimentali basata sulla separazione dei diversi contributi a quasi due corpi, perchè non si sa bene a priori quali contributi prendere in considerazione dal momento che innumerevoli risonanze lontane possono modificare considerevolmente i risultati; tanto più che l'ampiezza relativa alla produzione della risonanza lontana risulta in alcuni casi inaspettatamente grande<sup>(18)</sup> (come preciseremo negli al § 5). L'assunzione che le strisce delle risonanze all'interno del diagramma di Dalitz rappresentino eventi puri a quasi due corpi e siano i contributi dominanti andrebbe quindi presa con estrema cautela.

A proposito del contributo di risonanze lontane non ci sembra fuor di luogo aprire una breve parentesi su una questione che vi è connessa, anche se indirettamente. Si tratta della filosofia delle singolarità vicine. Pochi dubitano ormai che le caratteristiche più grossolane dello andamento dei fattori di forma isovettoriali del nucleone (Fig. 5) sia dovuto al polo della  $\rho$  nella regione non fisica per valori positivi di  $t$ : e tuttavia va notato che questo polo dista all'incirca  $28 m_\pi^2$ . A riprova dell'uso pragmatico che viene fatto delle "spiegazioni" teoriche si può però ricordare a questo punto che tutti sono ugualmente d'accordo sul fatto che il polo del  $\pi$ , che dista solo di  $m_\pi^2$  dalla regione fisica, non è sufficiente a spiegare il picco in avanti delle sezioni d'urto di produzione (periferalismo: Fig. 6).

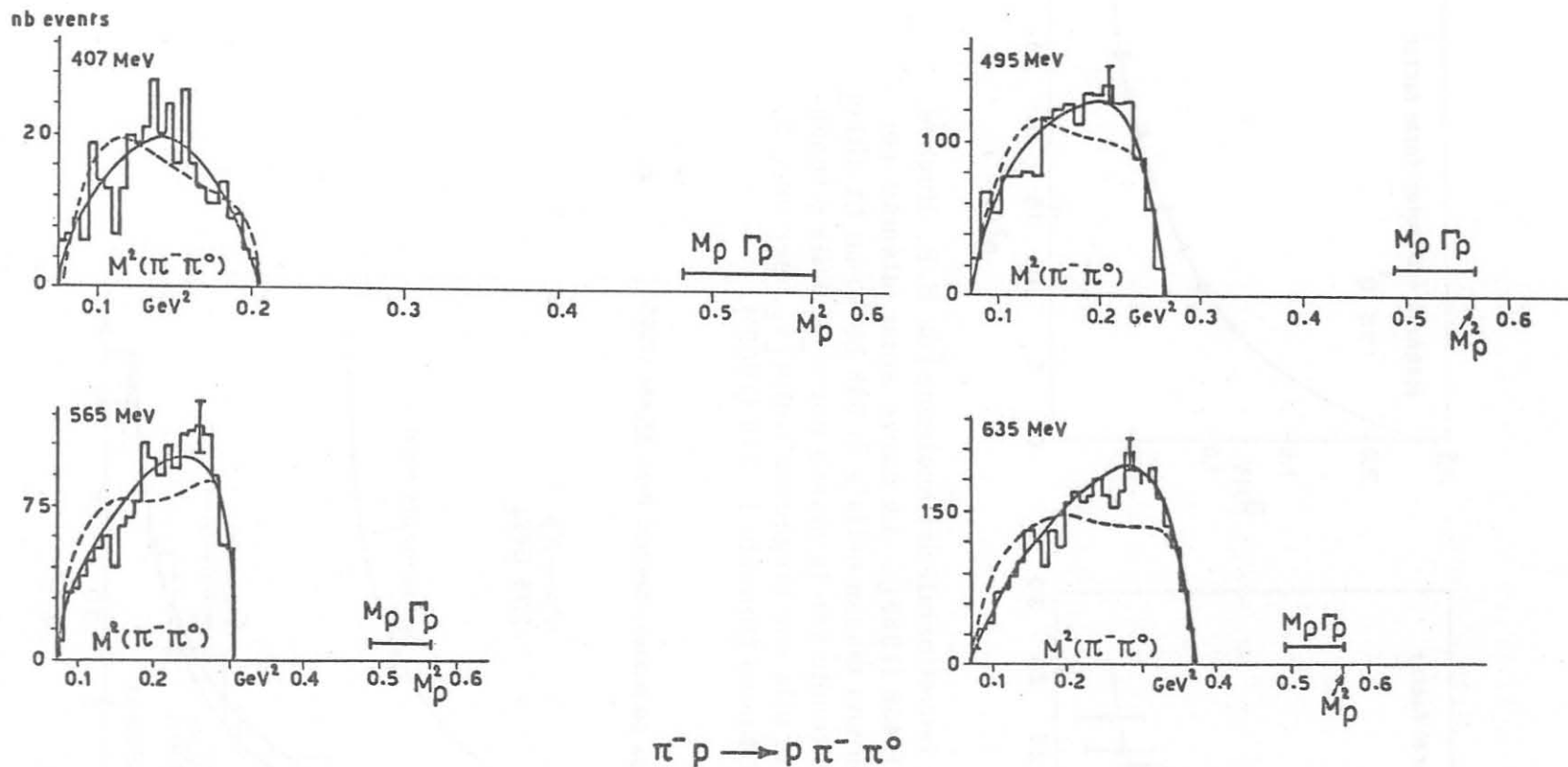


FIG. 4 - Spettri di massa  $\pi^- \pi^0$  per diversi valori dell'energia cinetica incidente ricostruiti dall'analisi in onde parziali della reazione ( $\pi^- p \rightarrow p \pi^- \pi^0$ ): la linea tratteggiata corrisponde al contributo della sola  $N^X$  (dalla referenza (16)), quella continua ai contributi di  $N^X + \rho$  (risultati preliminari<sup>(17)</sup>). Abbiamo indicato la posizione a cui si troverebbe il picco della  $\rho$  e riportato un segmento che indica approssimativamente la quantità  $M_\rho \Gamma_\rho$ .

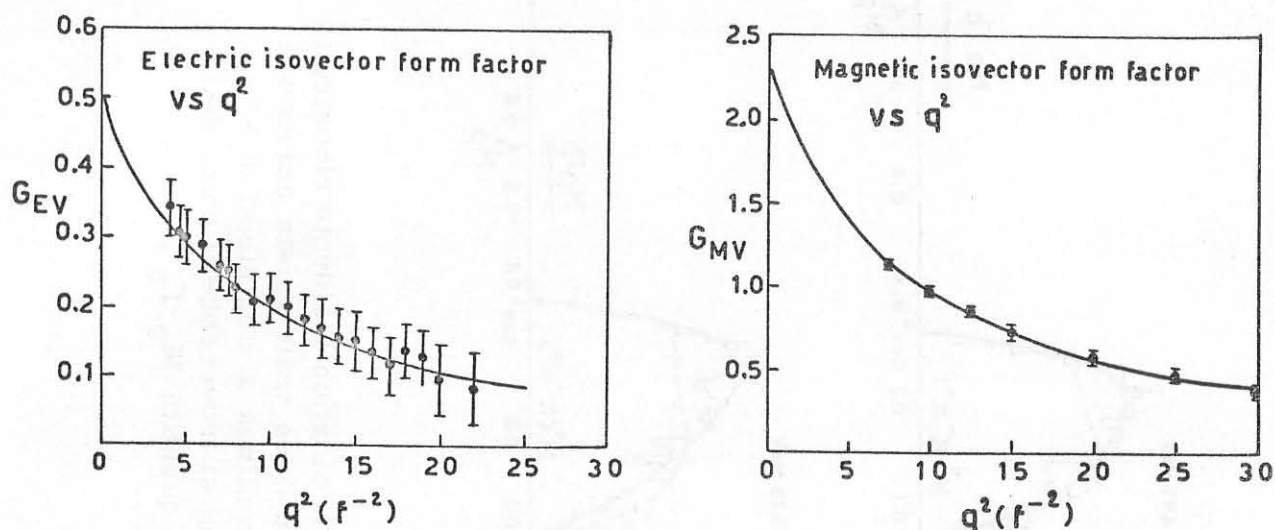


FIG. 5 - Fattori di forma isovettoriali del nucleone [da E. B. Hughes et al., Phys. Rev. 139, B458 (1965)]. Le curve sono ottenute per una formula polare con una massa della  $\rho$  di 548 MeV; un fit altrettanto buono può essere ottenuto con la massa corretta della  $\rho$  tenendo conto dell'effetto dovuto alla sua larghezza finita [v., per es., S. Bergia et al., Lettere al Nuovo Cimento 1, 279 (1969)].

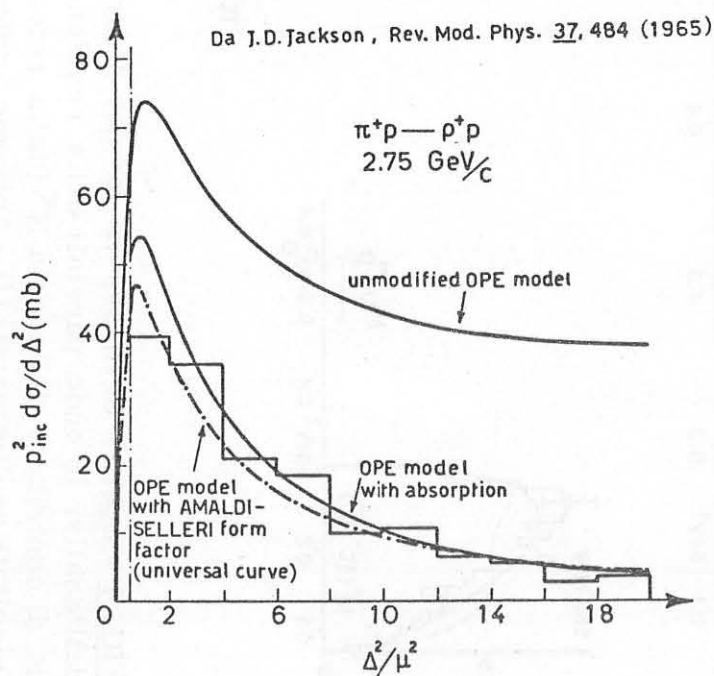


FIG. 6 - Predizioni di modelli periferici.

C'è un'ulteriore osservazione da fare a proposito del contributo di risonanze lontane ed è che esse vengono trattate con una formula di Breit-Wigner a distanze così lontane dall'energia di risonanza. Con ciò giungiamo ad occuparci della formula di Breit-Wigner, a cui dedichiamo il paragrafo successivo.

## 6. - PROBLEMI CONNESSI CON LA FORMULA DI BREIT-WIGNER. -

Incominciamo con il dire che può esservi addirittura un problema a monte, e cioè la fattorizzazione dell'ampiezza che può non avere la solida base che si vorrebbe: riprenderemo comunque questo problema al § 9. Anche supponendo che questo problema non sussista, c'è da chiedersi tuttavia fino a che punto sia giustificato l'uso della Breit-Wigner introdotta originariamente per le sezioni d'urto elastiche come "parallelo" del propagatore perturbativo sulla base della (5).

In sostanza, la Breit-Wigner traduce l'ipotesi isobarica della presenza di un polo complesso in  $M^2$ , ma esclude la presenza di singolarità più complicate (§ 9) e modula in un modo ben definito lo spettro di massa in  $dM^2$ .

Questa modulazione però non è priva di importanza agli effetti dei risultati che si ottengono. Bland annota nella sua tesi<sup>(19)</sup>: "Other authors have calculated cross sections near threshold using a zero-width  $N^x$ . This leads to much higher cross sections than when the  $N^x$  Breit-Wigner is taken into account. To illustrate this we have calculated the cross section in the zero-width approximation... The M1 cross section is increased by a factor of 6 at 860 MeV/c, and by a factor of 2 at 960 MeV/c. Using the zero-width approximation can thus lead to quite erroneous estimates of the coupling constants". E' nostra convinzione che grosse modificazioni, anche se meno drammatiche, possano essere causate anche dalla dipendenza della larghezza dalla massa (già Jackson<sup>(7)</sup> attribuì a ciò il ben noto fatto che la massa di picco della risonanza appare diversa in produzione rispetto alle reazioni elastiche), come discuteremo più approfonditamente nel paragrafo seguente.

Per quanto riguarda la modulazione data dalla Breit-Wigner è noto inoltre<sup>(19)</sup> che le "code" troppo lunghe causano spesso degli inconvenienti. In realtà la formula si ottiene con uno sviluppo al 1° ordine di  $\cotg \delta(M)$  vicino alla massa alla quale  $\delta(M)$  risuona, e pertanto il suo uso per valori lontani non è necessariamente corretto. Ciò getta molte ombre anche sulle considerazioni del paragrafo precedente e sulla trattazione di risonanze lontane.

Ci sembra che il problema sia difficilmente risolvibile non disponendo di una teoria delle particelle instabili.



7. - DIPENDENZA DELL'AMPIEZZA DI PRODUZIONE E DELLA LARGHEZZA DELLA RISONANZA DALLA MASSA DEL SISTEMA PRODOTTTO. - (Barriere Centrifughe).

Ci sembra che le prove a favore di queste dipendenze siano abbastanza nette. Si può citare<sup>(7)</sup> lo spostamento dei picchi delle risonanze nei processi di produzione rispetto a quelli di formazione. Il problema è discusso anche nella ref. (19). Noi poi abbiamo eseguito un calcolo, che prova fra l'altro l'inconsistenza del nostro lavoro della ref. (14). Se si calcola lo spettro di massa  $p\pi^+$  nella reazione  $K^+p \rightarrow K^0\pi^+p$  a 785 MeV/c tenendo conto dei contributi della  $N^*$  e di un rescattering  $\pi N$  non risonante in onda S relativa (contributi che erano sufficienti a spiegare le altre distribuzioni) si trova un netto disaccordo con i dati sperimentali se si trascurano le suddette dipendenze da M (Fig. 7).

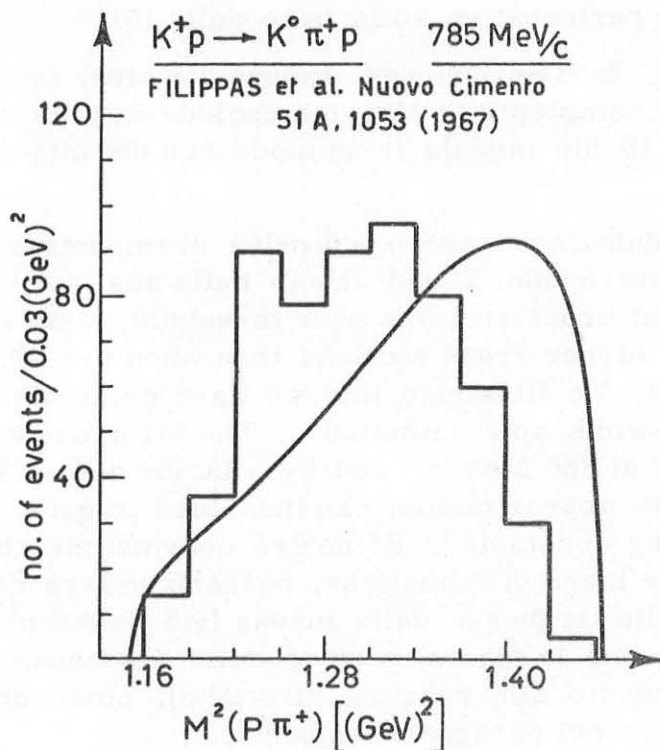


FIG. 7

Il punto importante è ora, però, che le dipendenze suddette creano, a nostro avviso, un problema gravissimo. Tali dipendenze sono infatti assolutamente sconosciute su un piano generale. Di solito viene allora apportata una semplificazione basata sul ragionamento che, poichè il decadimento avviene in un'onda parziale fissata e per la produzione si adotta un formalismo di onde parziali, saranno presenti delle barriere centrifughe.

E' bene rendersi conto fin da ora degli effetti qualitativi delle barriere centrifughe, per esempio sugli spettri di massa. Se pensiamo, per fissare le idee, a termini della forma  $p^1$  o  $p^{2l+1}$  ( $l$  = momento angolare orbitale) si ha che [6]:

a) In produzione  $p$ , impulso della risonanza prodotta nel C.M. generale, è grande per piccoli valori di  $M^2$  e viceversa e perciò deforma lo spettro di massa in questo senso.

b) In decadimento  $p$  è l'impulso di uno dei prodotti finali nel sistema a riposo della risonanza e perciò è piccolo per grandi valori di  $M$  e viceversa. Poichè compare al denominatore della Breit-Wigner, esso sposta perciò il picco a valori più piccoli di  $M^x$ ; quindi il picco è spostato negli esperimenti di produzione rispetto a quelli di formazione<sup>(7)</sup>.

Già il ridurre il problema generale a quello delle barriere centrifughe è non solo una restrizione e una schematizzazione, ma ripropone i dubbi espressi al § 4 sul significato fisico delle onde parziali, per cui può essere per lo meno insoddisfacente legare ad esse il problema che stiamo esaminando. Ma è ancor più grave il fatto che anche questa schematizzazione non risolve il problema di dare una formulazione "model-independent" di questo problema. L'espressione di una barriera centrifuga dipende infatti in modo sostanziale dal tipo di forze responsabili della interazione. E' un fatto ovvio, ma ci si può rendere conto della "drammaticità" di questa dipendenza facendo ricorso ad alcuni tipi di forze che si sanno trattare. E' naturalmente più agevole da trattare il problema della ampiezza a due corpi del decadimento. Riferendoci a questo, è immediato verificare come la dipendenza della larghezza dalla massa sia radicalmente diversa nelle due ipotesi semplicistiche: (a) che l'interazione sia schematizzabile mediante una buca di potenziale quadrata con raggio finito<sup>(21)</sup>, o (b) sia trattata attraverso una lagrangiana fenomenologica al 1° ordine perturbativo<sup>(7)</sup> (nella quale, a dire il vero, la presenza di fattori di forma muterebbe ancora, e in modo radicale, il risultato: anche se non possiamo concordare con la ref. (7) sul fatto che essi possano spiegare la differenza tra (a) e (b), giacchè si tratta di due trattazioni fisiche radicalmente diverse). Per non distogliere l'attenzione dal filo del nostro ragionamento, raccogliamo in Appendice le trattazioni delle "barriere centrifughe" e alcune incongruenze che in esse rileviamo per quanto riguarda sia  $\Gamma(M)$  che  $T^{(p)}(M)$ . Il secondo problema è ovviamente di un ordine superiore di complessità. In esso ci si può basare ancora su schematizzazioni con buche di potenziale (che ci sembrano palesemente inconsistenti) o su meccanismi di produzione noti, come il periferalismo, scambio di  $\rho$ <sup>(19)</sup>, come esposto nell'Appendice. Vogliamo osservare ancora che il problema può essere ulteriormente complicato se sono presenti interazioni nello stato finale sotto forma di "rescattering" (tratteremo questo problema al paragrafo seguente) o più in generale di assorbimento. Va

anzi notato che l'effetto dell'assorbimento sembra in un certo senso opposto a quello delle barriere centrifughe, in quanto il primo è grande nelle basse onde parziali, mentre il secondo ostacola la produzione nelle onde parziali elevate.

Comunque sia, la conclusione rilevante è che tutto ciò mette in questione, a nostro parere, la possibilità stessa di una formulazione alle ampiezze a quasi due corpi "model-independent" e indipendente dalle ampiezze elastiche. E mette in questione, di conseguenza, l'attendibilità dei risultati che si ottengono mediante la loro applicazione all'analisi dei dati sperimentali; e ciò, si noti, anche a prescindere dalle incertezze nella conoscenza e trattazione dei fondi cui accenneremo al paragrafo successivo, e dal problema (non molto diverso) di tener conto di tutti i contributi che possono essere rilevanti quando ci si aspetterebbe il contrario (§ 5).

Se l'influenza delle barriere centrifughe in produzione sui risultati dell'analisi è ovvia, vorremmo invece osservare come sia importante anche l'espressione di  $\Gamma(M)$ . A prima vista, si potrebbe pensare che, una volta riprodotta con una espressione opportuna di  $\Gamma(M)$  la sezione di urto elastica (v. Appendice e Fig. 9), poichè il "sistema risonante" si suppone essere lo stesso in formazione e in produzione (è l'ipotesi isobarica), si possa stare tranquilli per quanto riguarda il secondo processo. In realtà Jackson<sup>(7)</sup> mostra come lo spostamento dei picchi nelle sezioni d'urto nella produzione rispetto alla formazione dipenda particolarmente da  $\Gamma(M)$ , per cui non c'è da meravigliarsi, a nostro avviso, che due espressioni di  $\Gamma(M)$  che riproducono altrettanto bene la Breit-Wigner elastica diano differenze apprezzabili per la produzione. A ciò va aggiunto il fatto che anche in formazione il picco appare spostato rispetto all'energia risonante, come è discusso in Fig. 9 e in Appendice. Quindi, anche il meccanismo elastico dovrebbe essere noto per dare un senso compiuto al concetto di reazione a quasi due corpi.

### 8. - IL PROBLEMA DEI "FONDI". -

Anche questo problema appare tutt'altro che marginale, giacchè coinvolge processi che non si sanno trattare, ma che possono ugualmente essere molto importanti.

Un primo problema sorge infatti, a nostro avviso, addirittura quando si cerca di definire cosa sia un fondo. Se per fondo si intende tutto ciò che si trova in un diagramma di Dalitz al di fuori delle (o, cosa più complessa, "mescolato" con le) "strisce" delle risonanze, allora

sono da considerarsi fondi anche gli effetti delle risonanze lontane accennati al § 5, o effetti da rescattering, lunghezze di diffusione, effetti tipo A-B-C, ecc.

Se questo è il caso, tutte le parametrizzazioni dei fondi mediante ampiezze costanti e incoerenti (somme incoerenti di Breit-Wigner e puro spazio delle fasi a livello dei quadrati delle ampiezze) sono non solo ingiustificate, ma addirittura completamente errate. E in ogni caso non vi è alcuna ragione di escludere effetti "coerenti" del tipo suddetto, la cui possibile rilevanza è stata provata (§ 5).

In taluni casi poi si presenta un'alternativa di questo tipo: se si assume la presenza di un fondo coerente, si possono spiegare i dati con la risonanza (o le risonanze) che sicuramente contribuiscono, più la coda di una risonanza lontana con un'ampiezza di produzione avente andamento regolare fino ed oltre la soglia  $W_R$  per la produzione della massa di picco; se si vuole invece spiegare tutto senza il fondo coerente, si ripresenta il fenomeno cui accennammo al § 5, e cioè si ottiene una ampiezza per la produzione della coda della risonanza lontana che è troppo grande ad energie inferiori a  $W_R$  e diviene ragionevole ad energie superiori<sup>(18)</sup>.

Ma anche nel caso in cui si restringa il significato della parola fondo a genuini stati finali a tre particelle, non vi sono ragioni molto più forti per ritenere approssimativamente corrette parametrizzazioni del tipo accennato. In effetti, come del resto è intuitivo, a seconda di come si tratta il fondo, potrebbero variare i parametri della risonanza che si cerca di individuare<sup>(22)</sup> (anche se non mutano le distribuzioni angolari dei decadimenti). Non è fuor di luogo rilevare che effetti analoghi possono riscontrarsi negli esperimenti di formazione analizzando i diagrammi di Argand<sup>(23)</sup>.

Nel "Review of Particle Properties"<sup>(23)</sup> si afferma che: "Values of  $M$  and  $\Gamma$  are extracted from data via models, and we cannot average these values if the models are dissimilar.... Masses and widths of most of these states are dependent on the model, as well as on the data used by the different groups that performed these analyses...". E in altra parte (data cards per il  $K^x(890)$ ) si afferma: "1) Interference between the resonant amplitude and background can in general shift the peak in the mass spectrum by some fraction of  $\Gamma/2$ . 2) The two charges of  $K^x$  have different topologies; this introduces differences in the measuring and fitting of the events, which can also produce mass shifts... Nobody has published a mass difference exploiting this fact". Gli stessi autori infine così concludono: "...we have seen that because of the energy dependence of  $\Gamma$  even the amplitude  $T$  for a resonance does not have a full-width at half-maximum equal to  $\Gamma$  (but it does peak at or near  $M$ ). Then kinematic



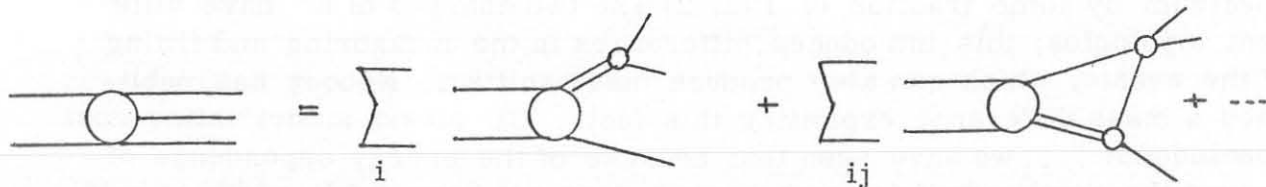
factors enter into the cross section for formation or production, and displace the observed peak away from  $M''$ . Ciò è discusso in maggior dettaglio nell'appendice e in Fig. 9. Per quanto riguarda in particolare la  $\varrho$  si è da più parti affermato che misure di  $|F_{\pi}(t)|^2$  con i colliding beams permetterebbero di superare completamente questo tipo di problemi. In realtà, l'estrazione dei parametri della  $\varrho$  da questi dati non è diretta, ma presuppone, ancora una volta, un "modello" in termini del quale descrivere l'esperimento come discuteremo più in dettaglio nella nota successiva<sup>(1)</sup>.

In generale ci sembra si possa concludere che per trattare un fondo si deve conoscere l'ampiezza a tre corpi completa. Parametizzazioni euristiche possono causare drastiche modificazioni dei risultati. Non solo. L'incapacità di riconoscere, definire, trattare univocamente un fondo comporta incertezze fondamentali ed ineliminabili nell'interpretazione dei dati. Un picco o una distribuzione angolare che si portano a supporto dell'esistenza di un nuovo stato risonante, possono essere perfettamente interpretabili come effetti di fondi, o comunque di contributi non risonanti. Valga come esempio il già citato effetto A. B. C.<sup>(4)</sup>. Possiamo portare un altro esempio dal nostro lavoro specifico. Nella reazione  $K^+p \rightarrow K^0 \pi^+ p$  a 785 MeV/c una sostanziale deformazione della distribuzione di decadimento del sistema  $\pi^+ p$  rispetto a quella che ci si aspetterebbe se la produzione di  $N^x$  fosse il processo dominante può essere interpretata almeno in due modi completamente diversi<sup>(3)</sup>.

Noi siamo convinti che spiegazioni alternative in termini di fondi con opportune fasi e dipendenze dall'energia siano possibili a proposito di moltissime "evidenze di nuove risonanze" che vengono ogni giorno avanzate. Riprenderemo questo punto e in generale il problema dei fondi in un contesto più generale nella nota successiva<sup>(1)</sup>. Anche il problema che esamineremo al paragrafo seguente può essere, tutto sommato, un aspetto del problema dei fondi.

## 9. - IMPORTANZA DEI DIAGRAMMI DI RESCATTERING. -

In una serie di lavori<sup>(25)</sup>, l'ipotesi isobarica è fatta derivare dalla possibilità di uno sviluppo dell'ampiezza due corpi  $\rightarrow$  tre corpi della forma:



nel caso in cui l'ampiezza a due particelle sia dominata da risonanze.



Tale sviluppo, se viene tagliato al primo ordine, dà il modello isobarico. Il termine successivo ha il significato di un rescattering da un canale isobarico su di un altro.

Aitchison<sup>(26)</sup> ha potuto concludere che i termini di rescattering sono per solito piccoli, tranne a basse energie. (Questa situazione, peraltro, è quella che ci interessa maggiormente).

Il problema dei termini di rescattering è stato affrontato anche da Smadja<sup>(27)</sup> nell'ambito di una trattazione dei processi di produzione singola in teoria di matrice  $S$  giungendo alla conclusione che non è consistente il trascurarli nelle regioni del diagramma di Dalitz in cui è importante la interferenza tra due contributi a quasi due corpi. La ragione intuitiva di questo fatto sta nella struttura stessa del diagramma di rescattering, che comporta un prodotto rettangolare di due ampiezze a due corpi.

Questa conclusione non pare in disaccordo con quella di Aitchison, se consideriamo che appare fisicamente plausibile che le interferenze diventino via via meno importanti al crescere dell'energia.

Dal nostro punto di vista preme sottolineare che, alla luce di quanto precede, non appare aver molto senso il tener conto dell'interferenza tra diversi canali a due corpi se non si considerano contemporaneamente diagrammi di rescattering, e ciò rende illusori i tentativi di formulare con maggiore rigore il concetto di ampiezza a quasi due corpi per trattare proprio i problemi di interferenza e getta infine altre ombre sulle usuali procedure di separazione dei diversi contributi risonanti e lo studio delle loro proprietà.

## 10. - CONCLUSIONI. -

Ci sembra opportuno sintetizzare le conclusioni più rilevanti cui siamo giunti in questa nota.

L'ambiguità sostanziale della fase  $\delta_{12}$  rende problematico il significato fisico di uno sviluppo in onde parziali delle ampiezze inelastiche.

La fattorizzazione dell'ampiezza a quasi-due-corpi negli "steps" di produzione e decadimento rimane una ipotesi e non sono chiari il significato e la correttezza della Breit-Wigner che vi compare, alla luce sia del significato che essa ha solitamente nelle reazioni elastiche, sia degli inconvenienti che essa comporta.

L'effetto di risonanze lontane e, più in generale, il gravissimo problema dei "fondi" e l'andamento abbastanza assurdo che a volte ne segue per le ampiezze di produzione sollevano molti dubbi sul significa

to delle ordinarie procedure basate sulla separazione dei diversi contributi a quasi-due-corpi. Tanto più che la speranza di poter trattare correttamente, tramite ampiezze normalizzate e unitarizzate, le regioni in cui sono più importanti le interferenze può risultare illusoria nei casi in cui i termini di "rescattering" non siano trascurabili.

Ma in linea di principio l'inconveniente più grave, per quanto riguarda le ampiezze a quasi due corpi almeno ad energie non molto alte, è l'impossibilità di darne una formulazione consistente indipendente sia dai meccanismi stessi di produzione che dalle ampiezze elastiche. E' comunque assodato che i valori dei parametri degli stati risonanti che si estraggono dai dati sperimentali dipendono dal modello e dal metodo di analisi.

Alcuni aspetti più generali verranno ripresi nel lavoro successivo<sup>(1)</sup>

#### RINGRAZIAMENTI. -

E' impossibile ringraziare in questa sede tutti i colleghi con i quali abbiamo avuto più volte modo di discutere vari aspetti del presente lavoro; molti di essi sono menzionati a proposito degli argomenti specifici nei quali il loro aiuto è stato determinante. Un particolare ringraziamento vogliamo comunque qui rivolgere a M. Colocci, che ha esaminato accuratamente il manoscritto fornendoci utili suggerimenti, e alla sig.na S. Bragaglia, per la abilità con cui ha interpretato i nostri manoscritti pressocchè illeggibili.

## APPENDICE - BARRIERE CENTRIFUGHE. -

Vogliamo qui portare qualche considerazione dettagliata sul problema delle barriere centrifughe, come aspetti particolari della dipendenza e della larghezza della risonanza  $\Gamma$  e dell'ampiezza di produzione  $T^{(p)}$  dalla massa  $M$  del sistema prodotto. Affronteremo separatamente i due problemi in ordine di difficoltà crescente.

A. - LARGHEZZA DELLA RISONANZA  $\Gamma(M)$ . -

Vogliamo insistere principalmente su due aspetti del problema. Il più rilevante è che per il calcolo della barriera centrifuga ci si deve necessariamente basare su un modello specifico per l'interazione responsabile della diffusione o del decadimento della risonanza e i risultati che si ottengono dipendono drasticamente dal modello scelto. Secondariamente ci preme sottolineare le approssimazioni che anche gli ordinari calcoli modellistici coinvolgono.

Ci limiteremo a descrivere sommariamente due trattazioni.

## A.1. - Fattore di trasmissione attraverso una barriera. -

Le formule più usate<sup>(28)</sup> si basano sulla schematizzazione della interazione mediante una buca di potenziale quadrata e sul calcolo del fattore di trasmissione. Il calcolo è tratto dalla vecchia trattazione delle reazioni nucleari mediante la formazione di un nucleo composto (l'analogo quindi, nelle reazioni tra particelle elementari, alla "formazione" di uno stato risonante) presentata nel libro di Blatt e Weisskopf<sup>(21)</sup>. In questa trattazione sono essenziali quattro ipotesi:

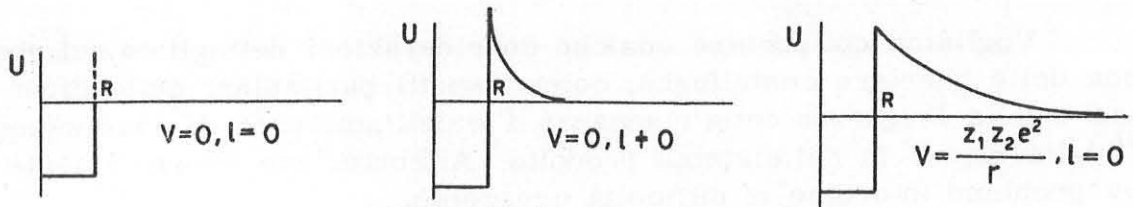
- 1 - il potenziale interno è una buca quadrata di raggio finito  $R$ ;
- 2 - le particelle non hanno spin;
- 3 - le particelle sono neutre;
- 4 - l'energia è molto bassa.

Esse entrano nella derivazione nell'ordine seguente. La prima specifica il potenziale interno.

Se indichiamo con  $V(r)$  il potenziale esterno, una particella incidente con momento angolare orbitale  $l$  sperimenta, nel caso di particelle senza spin, un potenziale effettivo:

$$(a.1) \quad U_1(r) = V(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2Mr^2} \quad \text{per } r > R$$

Questo potenziale è mostrato per alcuni casi nella Fig. 8. Si calcola il fattore di trasmissione per una particella incidente da  $r = +\infty$  nel caso



(Da Blatt e Weisskopf, ref. (21) )

FIG. 8

unidimensionale. Se  $V(r)$  è il potenziale Coulombiano non si riesce a trovare una soluzione esatta: essa deve venire tabulata (e la tabulazione è difficile, perchè la soluzione dipende da due parametri). Si suppone allora che le particelle siano neutre. Usando queste tre prime ipotesi il coefficiente di trasmissione risulta:

$$(a.2) \quad T_1 = \frac{4kK B_1(x)}{K^2 + [2kK + k^2 B_1'(x)] B_1(x)}$$

dove  $k = \sqrt{2ME}/\hbar$ ,  $K = \sqrt{2M(E+V_0)}/\hbar$ ,  $V_0$  è la profondità della buca e le funzioni  $B_1$  e  $B_1'$  dipendono da  $x = kR$  e sono tabulate nel libro di Blatt e Weisskopf. Per esempio, per  $l=1$  è:

$$(a.3) \quad B_1(x) = \frac{x^2}{1+x^2}, \quad B_1'(x) = \frac{1}{x} + \left(1 - \frac{1}{x}\right)^2$$

Vale la pena sottolineare che in questa schematizzazione la  $N_{33}^x$  (1236) e la  $Q(750)$  differiscono solo per la profondità e il raggio della buca.

Ma anche la (a.2) è troppo complessa per le applicazioni. Si osserva allora che per energie molto basse  $k \ll K$  essa si riduce a:

$$(a.4) \quad T_1 = \frac{4k}{K} B_1(x)$$

Con tutte queste ipotesi, la larghezza di una risonanza neutra, senza spin, di massa piccola e di momento angolare orbitale  $l$ , nel caso in cui l'interazione tra le particelle incidenti sia un potenziale avente la forma di buca quadrata, ha l'espressione

$$(a.5) \quad \Gamma^{(1)} = \Gamma_R^{(1)} kR B_1(kR)$$

dove  $\Gamma_R^{(1)}$  è una costante.

Benchè questa formula sia stata ottenuta nell'ipotesi che l'energia sia molto bassa, non si esita tuttavia ad apportarvi delle correzioni relativistiche riscrivendola nella forma<sup>(29)</sup>:

$$(a.6) \quad \Gamma^{(1)} = \Gamma_R^{(1)} k_R B_1(k_R) \frac{2E_R}{(E_R + E)}$$

che viene ordinariamente usata nelle analisi in fase<sup>(30)</sup>.

A parte le ovvie critiche che si possono muovere a questo modo di procedere, vorremmo rilevare che l'ipotesi di energia molto bassa, senza la quale si dovrebbe usare la (a.2) invece della (a.4), è inadeguata per gli stati risonanti che si conoscono; la produzione della risonanza con la massa di picco richiede infatti un'energia totale al centro di massa superiore alla soglia per i fenomeni di produzione, il che conferma il carattere relativistico del problema (per la  $N_{33}^x$ :  $M_R \approx 1236$  MeV,  $m_M + 2m_\pi = 1218$  MeV; per la  $\rho(750)$ :  $M_R \approx 765$  MeV;  $m_{4\pi} = 560$  MeV). Va sottolineato anche che l'uso della (a.6) nelle applicazioni pratiche è tutto altro che limpido.  $\Gamma_R^{(1)}$  è a priori un parametro, che però può essere calcolato in linea di principio tramite la larghezza totale. Il tutto però è complicato dal fatto che il raggio di interazione  $R$  è un parametro assolutamente incognito, da cui i risultati dipendono fortemente (Fig. 9) e da cui dipende anche  $\Gamma_R^{(1)}$ . Altre complicazioni sorgono se la risonanza è inelastica; si può consultare la ref. (28), che conclude l'esposizione come segue: "The conclusion we can reach looking at Figure 9 is that the form of the resonant amplitude at an energy  $E \neq E_R$  depends on many factors (one being the radius of interaction) and it has to be used with caution in analyzing the experimental data..... In addition the energy dependence of  $\Gamma$ , Eq. (a.6), might not be valid".

#### A.2. - Calcolo perturbativo all'ordine più basso. -

Si tratta essenzialmente dell'uso di una lagrangiana effettiva trattata al primo ordine perturbativo per l'interazione responsabile del decadimento. Jackson<sup>(7)</sup> riporta le seguenti espressioni:

$$(a.7) \quad \Gamma(M) = \Gamma_R \left( \frac{q}{q_R} \right)^{2l+1} \frac{\varrho(M)}{\varrho(M_R)}$$

dove:



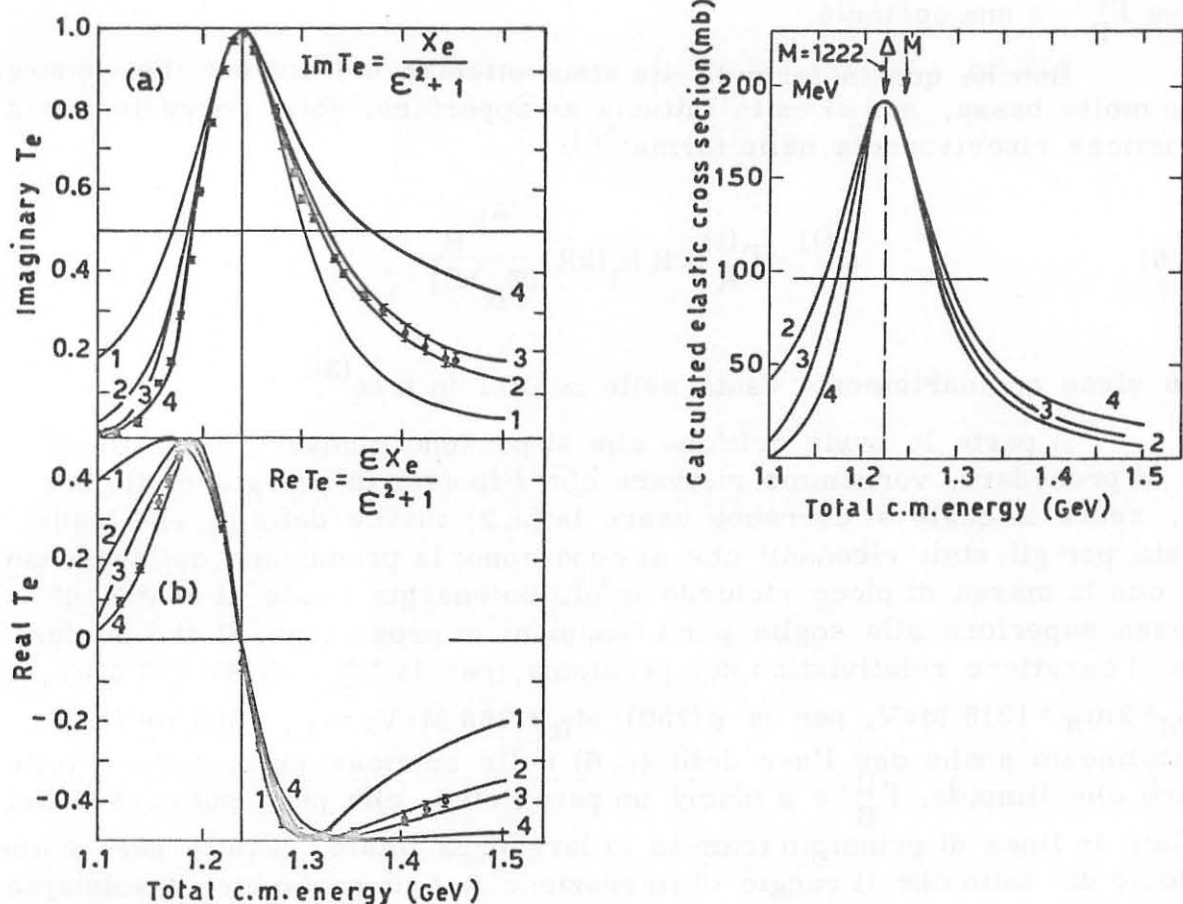


FIG. 9 - [da A. Barbaro-Galtieri, ref. (28)]. (a) Ampiezza per  $\Delta(1236)$  con una larghezza  $\Gamma_R = 126$  MeV ed elasticità uguale all'unità. (a) Parte immaginaria di  $T_e$ . (b) Parte reale di  $T_e$ . I punti sperimentali sono presi da: J.M. McKinley, Rev. Mod. Phys. **35**, 788 (1963); P. Bareyre et al., Phys. Letters **18**, 342 (1965) e Phys. Rev. **165**, 1730 (1968). Le curve sono state calcolate come segue: 1. Breit-Wigner (BW) con nessuna dipendenza di  $\Gamma$  dall'energia; 2. BW con soltanto un fattore di spazio delle fasi  $q/q_R$  per  $\Gamma$ ; 3. BW con  $\Gamma$  dipendente dall'energia secondo la (A. 6) e con  $r = (98.7 \text{ MeV}/c)^{-1}$ ; 4. Lo stesso di 3. con  $r = (280 \text{ MeV}/c)^{-1}$ . I valori delle larghezze apparenti sono:  $\Gamma_{a1} = 126$  MeV,  $\Gamma_{a2} = 130$  MeV,  $\Gamma_{a3} = 134$  MeV e  $\Gamma_{a4} = 175$  MeV. ( $\beta$ ) Sezione d'urto elastica per la formazione di  $\Delta(1236)$  calcolata usando le ampiezze di Fig. (a). La curva 1 è stata omessa perchè i suoi valori per masse basse sono troppo grandi e in contraddizione con gli esperimenti. Lo spostamento del picco rispetto alla massa della risonanza dipende da due fatti: andamento del fattore  $4\pi k^2$  in  $\sigma$  e larghezza della risonanza. Il confronto con la figura (a) mostra che la posizione relativa delle curve è cambiata. Le larghezze apparenti sono:  $\Gamma_{a2} = 123$  MeV,  $\Gamma_{a3} = 111$  MeV, e  $\Gamma_{a4} = 100$  MeV.

$$(a.8) \quad \text{per } N_{33}^x: \quad \varrho(M) = \frac{(M+m_N)^2 - m^2}{M^2}$$

$$(a.9) \quad \text{per } \varrho: \quad \varrho(M) = \frac{1}{M}$$

Jackson riporta altre espressioni, e anche delle espressioni empiriche, aventi forme analitiche simili a quelle calcolate in (A.1). Le precedenti espressioni sono molto diverse per  $N_{33}^x$  e per  $\varrho$  e differiscono molto dalle (a.3), (a.6); la presenza di fattori di forma incogniti può modificare drasticamente questi risultati (anche se abbiamo già espresso nel testo il nostro dissenso con la conclusione ingiustificata di Jackson che "such a factor can be thought of as accounting for the difference between the theoretical and the empirical expressions for  $\varrho(M)$ ", giacchè si tratta di tipi di interazione radicalmente diversi).

#### B. - AMPIEZZA DI PRODUZIONE $T^{(p)}(M)$ . -

In questo caso il problema è ovviamente ancora più complesso. Viene spesso usata nella letteratura (v. per es. J.M. Namyslowsky et al. e B. Deler et al.)<sup>(2)</sup> un fattore di barriera centrifuga  $p^L$ , dove  $p$  è l'impulso della risonanza nel C.M. generale e  $L'$  è il momento angolare orbitale finale<sup>[7]</sup>. Un tale fattore può tuttavia essere errato<sup>(31)</sup>: in una schematizzazione di potenziale come quella riportata sopra in (A.1), il parametro significativo è  $pR$  anzichè  $p$ ; il fattore di penetrazione non può superare il valore 1, poichè è direttamente legato alla probabilità di entrare nel volume di interazione ed inoltre, per un dato  $L'$ , la barriera non deve ostacolare l'uscita delle particelle aventi energia superiore all'altezza della barriera al bordo  $R$  (Fig. 8). Si deve anche sottolineare il fatto che non vi sono ragioni per pensare che considerazioni derivanti da un semplice modello di potenziale siano valide per processi di produzione.

Se ci si basa su un modello periferico con scambio di si ottiene la seguente espressione<sup>(19)</sup> per la barriera al livello della sezione di urto

$$(a.10) \quad \left( \frac{p^2}{p^2 + \frac{1}{2} m^2} \right)^{L'}$$

L'effetto della barriera può essere molto forte, come è mostrato in Fig. 10.

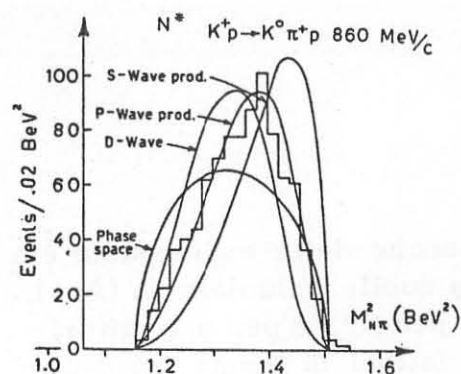


FIG. 10 - Distribuzione sperimentale su  $M^2_{N\pi}$  nella reazione  $K^+ p \rightarrow K^0 \pi^+ p$  a 860 MeV/c e predizioni per pura produzione di  $N^*$  nelle onde s, p e d con fattore di barriera del tipo (a. 10) (da R. W. Bland, tesi, ref. (7)).

#### REFERENCES. -

- (1) - A. Baracca e S. Bergia, Considerazioni critiche sulle scelte e sul metodo della ricerca attuale in fisica delle alte energie, in corso di pubblicazione.
  - (2) - Per non appesantire qui il discorso con una rassegna storica, che d'altra parte è reperibile ad as. nei nostri lavori citati nel seguito, facciamo giustizia globalmente di quei lavori che costituirono i pro dromi e gli sviluppi più originali del "modello isobarico" e della idea di "reazione a quasi due corpi":
    - S. Lindenbaum and R. Sternheimer, Phys. Rev. 105, 1874 (1957); 106, 1107 (1957); 109, 1723 (1958); e 123, 333 (1961);
    - S. Bergia, F. Bonsignori and A. Stanghellini, Nuovo Cimento 16, 1073 (1960);
    - M. Olsson and C. Yodh, Phys. Rev. Letters 10, 353 (1963); Phys. Rev. 145, 1309, 1327 (1966);
    - P.G. Thurnauer, Phys. Rev. Letters 14, 985 (1965).
 Importanti contributi sono contenuti nei lavori (3), (6), (5), (11), (19) che citiamo a parte perchè contengono aspetti su cui ci soffermiamo nel corso della nostra esposizione.
- I seguenti lavori infine, contengono praticamente tutti gli sviluppi e i risultati rilevanti, tranne la normalizzazione delle ampiezze e la condizione di unitarietà:
- B. Deler and G. Valladas, Nuovo Cimento 45, 559 (1966); P. Chava- non, B. Deler, G. Smadja, G. Valladas, Nuovo Cimento 63A, 1035 (1969);
  - J.M. Namyslowski, M.S.K. Razmi and R.G. Roberts, Phys. Rev. 157, 1328 (1967);
  - D. Morgan, Phys. Rev. 166, 1731 (1968);

- J. Bijtebier, Bulletin de la Classe des Sciences, Academie Royale de Belgique, 5e Serie, Tome LV (1969-5);
- D. Morgan, Proc. XI Cracow School of Theoretical Phys. Institute of Nuclear Phys. Cracow, Report N. 763/PH, Vol. II; Acta Physica Polonica, in corso di pubblicazione.

Tutti i lavori, poi, che hanno trattato i meccanismi di produzione (periferalismo, reggeologia, quarks, ecc.) sono da considerare come sviluppi della medesima idea; di essi ci occuperemo per qualche aspetto nella nota successiva, dal momento che abbiamo precisato che al centro del nostro interesse si trova per ora la possibilità di una formulazione "model independent" del problema a bassa energia.

- (3) - N. Masuda, Phys. Rev. 1D, 2565 (1970).
  - (4) - R. W. Bland, M. G. Bowler, J. L. Brown, G. Goldhaber, S. Goldhaber, J. A. Kadyk and G. H. Trilling, Phys. Rev. Letters 17, 939 (1966);
  - J. MacNaughton, W. R. Butler, D. G. Coyne, C. Fu and G. H. Trilling, Interference effects, in the process  $\pi^+p \rightarrow \rho^+p$ , UCRL-20833 (1971);
  - T. A. Filippas, V. P. Henri, B. Jongejans, M. Krammer, J. M. Perrean, S. Focardi, A. Minguzzi-Ranzi, L. Monari, G. Saltini, P. Serra, E. Barrelet, E. Huffer and F. Muller, Nuovo Cimento 51A, 1053 (1967);
- In questo lavoro si mostra una radicale deformazione della distribuzione nell'angolo di decadimento  $\beta^x$  del sistema  $\pi^+p$  nella reazione  $K^+p \rightarrow K^0 \pi^+p$  a 785 MeV/c; essa presenta un termine lineare dominante in contrasto con la distribuzione  $a + b \cos^2 \beta^x$  corrispondente all'isobaro 3,3. Gli autori hanno proposto l'ipotesi di un'interferenza tra produzione di  $N^x$  e produzione di mesone K(725); noi abbiamo proposto l'interferenza tra l' $N^x$  e un'interazione non risonante  $\pi^+p$  in onda S relativa in un lavoro che criticheremo nel seguito<sup>(14)</sup>.
- (5) - A. Abashian, N. Booth and K. Crowe, Phys. Rev. 122, 2309 (1964);
  - M. Jacob, G. Mahoux and R. Omnès, Nuovo Cimento 23, 838 (1962).
  - (6) - A. Baracca and S. Bergia, Fortschr. Phys. 19, 159 (1971);
  - A. Baracca, S. Bergia, A. Bramon, V. De Santis, J. Gomis, A. Montoto and V. Monzoni, Spectra and distributions in a unitarized model of quasi-two-body contributions to single pion production by mesons, Fortschr., Phys. in corso di pubblicazione.
  - (7) - J. D. Jackson, Nuovo Cimento 34, 1644 (1964).
  - (8) - M. Gell-Mann and F. Zachariasen, Phys. Rev. 124, 953 (1961).
  - (9) - K. Gottfried and J. D. Jackson, Nuovo Cimento 33, 309 (1964).
  - (10) - M. Jacob and G. C. Wick, Ann. Phys. 7, 404 (1959).
  - (11) - Abbiamo tratto questo metodo esplicitamente da: J. T. Donohue, Thesis, University of Illinois (1967).
  - (12) - Si può vedere, ad es., R. H. Dalitz, Strange Particles and Strong Interactions (Oxford University Press, 1962), pag. 67.
  - (13) - K. Watson, Phys. Rev. 85, 852 (1952).
  - (14) - A. Baracca and S. Bergia, Nuovo Cimento 64A, 305 (1969).
  - (15) - C. Lovelace and F. Wagner, Nuclear Phys. B25, 411 (1971);
  - P. Granet, Tesi, Orsay, Rapporto CEA-R-4068 (1970), pag. 83.

- (16) - M. De Beer, B. Deler, J. Dolbeau, M. Veneu, N. T. Diem, G. Smadja and G. Valladas, Nuclear Phys. B12, 599 e 617 (1969).
- (17) - Comunicazione privata dagli autori della referenza precedente. Il nuovo lavoro è in fase avanzata di realizzazione.
- (18) - P. Guidoni, comunicazione privata.
- (19) - R. W. Bland et al., Nuclear Phys. B13, 595 (1969 e B18, 537 (1970));  
- R. W. Bland, Tesi, Università di California, UCRL-18131 (1968).
- (20) - Si veda ad esempio: S. R. Deans and D. T. Jacobs, Particles and Nuclei 1, 446 (1971).
- (21) - J. M. Blatt and V. F. Weisskopf, Theoretical Nuclear Phys., (Wiley 1952).
- (22) - Si veda ad esempio: R. Armenteros et al., Phys. Letters 28B, 521 (1969).
- (23) - "Review of Particle Properties", Rev. Mod. Phys. 43, (Aprile 1971).
- (24) - R. Levi Setti, in Proc. Intern. Conf. on Elementary Particles, Lund (1969), pag. 358;
- (25) - L. D. Faddeev, Zhur. Eksp. i Teoret. Fiz. 39, 1459 (1960): AERE Translation 1002 (Harwell 1964);  
- M. Froissart and R. Omnès, Physique des Hautes Energies, Les Houches (1965), pag. 177 (Gordon and Breach, 1965);  
- C. Lovelace, Phys. Rev. 135B, 1225 (1964);  
- D. Z. Freedman, C. Lovelace and J. M. Namyslowski, Nuovo Cimento 53, 258 (1966);  
- D. H. Saxon, J. H. Mulvey and W. Chinowski,  $\pi^-$ -p reactions at 456, 505 and 552 MeV/c, Oxford University preprint, 3/70 (1970).
- (26) - I. J. R. Aitchison, Nuovo Cimento 51A, 249, 272 (1967);  
Phys. Rev. 133B, 1257 (1964).
- (27) - G. Smadja, Tesi, Orsay (1969).
- (28) - A. Barbaro-Galtieri, Baryon Resonances, in Advances in Particle Phys., (Ed. Cool. and Marshak) (Wiley, 1968), vol. 2.
- (29) - W. M. Layson, Nuovo Cimento 27, 724 (1963).
- (30) - Si veda ad esempio: A. Donnachie, in Particles interaction at high energy (Oliver-Boyd), pag. 339.
- (31) - T. Reignier, Comunicazione privata.

NOTE. -

- [1] : Ci scusiamo per l'uso non rigoroso che qui e nel seguito faremo di termini come "modello", "modellistico", ecc. Siamo consci, anche se non competenti, delle profonde trasformazioni che si sono storicamente verificate circa il significato e lo stesso uso metodologico dei "modelli" nella fisica. Pensiamo tuttavia che,



appellandoci al buon senso del lettore, l'uso anche approssimativo dei termini non nuoccia nel presente contesto alla comprensione della sostanza delle nostre considerazioni. Non rigorosa è pure la distinzione tra i termini "teoria" e "modello", per cui valgono le stesse considerazioni.

- [2] : Questo ci è suggerito dal lavoro di N. Masuda<sup>(3)</sup>, il quale mostra che in casi molto semplificati un cerchio di Argand non garantisce l'esistenza di un polo complesso. A solo titolo di esempio, nel caso

$$\frac{\Gamma_{el}}{\Gamma} > 0.5, \quad \delta(W_R) = \frac{\pi}{2}, \quad \left. \frac{d\delta(W)}{dW} \right|_{W=W_R} > 0$$

si può scrivere per  $W \simeq W_R$

$$\delta(W) = a(W - W_R) + \frac{\pi}{2}, \quad \eta(W) = b(W - W_R)^2 + c$$

con  $a > 0$ ,  $0.0 \leq c \leq 1.0$ ,  $0.0 \leq \eta \leq 1.0$ .

Le sezioni d'urto totale e elastica possono presentare un picco, un avvallamento, oppure essere piatte nei seguenti casi:

|                            | Picco                     | Piatta                    | Avvallamento              |
|----------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| $K^2 \sigma_{J1}^{TOT}(W)$ | $b < 2 a^2 c$             | $b = 2 a^2 c$             | $b > 2 a^2 c$             |
| $K^2 \sigma_{J1}^{EL}(W)$  | $b < \frac{2 a^2 c}{1+c}$ | $b = \frac{2 a^2 c}{1+c}$ | $b > \frac{2 a^2 c}{1+c}$ |

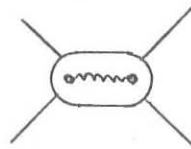
Ovviamente  $\frac{2 a^2}{1+c} < 2 a^2 c$ .

In connessione a ciò, un ulteriore aspetto da tener presente è l'osservazione riportata dal "Particle Data Group"<sup>(23)</sup> a proposito del diagramma di Argand dell'onda  $P_{13}$ : "there is disagreement between the various analyses as to the speed of the amplitude, i. e., as to whether it has a Breit-Wigner type of behaviour. In addition, the errors on the amplitudes are still large...".

- [3] : Non si sanno calcolare correzioni all'ordine più basso del tipo



oppure



Ringraziamo il Prof. J. Reigner per discussioni sull'argomento.

- [4] : Osserviamo che questa ipotesi di fattorizzazione delle ampiezze a quasi-due-corpi negli "steps" di produzione e di decadimento, non è nella sostanza molto diversa da quella che si usa normalmente in un canale diverso in approcci duali o di bootstrap. L'aspetto che qui ci interessa maggiormente è tuttavia costituito dalle tecniche di analisi e interpretazione dei dati sperimentali.
- [5] : Misure di polarizzazione sono utili per eliminare altri tipi di ambiguità; ma, tanto nel canale elastico che in produzione, non sono in grado di eliminare l'ambiguità costituita da una fase arbitraria uguale per tutte le onde, poichè sia la polarizzazione che gli elementi della matrice densità dipendono esclusivamente da differenze di fase.
- [6] : Vorremmo rilevare, per inciso, come il tener conto delle barriere centrifughe elimini un inconveniente che avevamo incontrato nei nostri lavori della ref. (6). La presenza di un fattore cinematico variabile  $M/p p_2^x$  (dove  $p$  è l'impulso dell' $N^x$  nel centro di massa generale e  $p_2^x$  è l'impulso del nucleone di decadimento nel sistema di riposo dell'isobaro) eliminava un fattore inverso derivante dallo spazio delle fasi e portava come conseguenza delle espressioni per gli spettri di massa invariante che non si annullavano agli estremi dell'intervallo di massa disponibile. Mentre sottovalutavamo il fatto che la soluzione "ad hoc" che proponemmo a suo tempo era assolutamente insoddisfacente e inconsistente, rileviamo ora come i fattori di barriera (che noi allora avevamo trascurato) reintroducano il comportamento corretto agli estremi dello spettro. Va detto che l'inconsistenza delle nostre vecchie formule è tanto più chiara se si osserva che esse coinvolgevano già di per sè, nella trattazione del decadimento, la larghezza di una risonanza in corrispondenza ad una massa variabile. Per usare fenomenologicamente tali formule era perciò comunque necessario esprimere tale larghezza tramite la larghezza corrispondente alla massa di picco della risonanza, e perciò introdurre una espressione per  $\Gamma(M)$  e quindi i corrispondenti fattori di barriera. Il problema riguardante la trattazione della produzione resta in ogni modo molto più complesso.
- [7] : La presenza di un tale fattore può essere compresa intuitivamente se si pensa che nel canale elastico, nel caso senza spin, comparirebbe in soglia un fattore  $p^{2l}$ , giacchè

$$\frac{T_1}{p} = \frac{e^{i\delta_1} \sin \delta_1}{p} \sim \frac{\delta_1}{p} \sim \frac{p^{2l+1}}{p}$$