

INFN/AE - 62/1
31.10.1962

G. Bellettini^(x), C. Bemporad^(x), P.L. Braccini^(x), L. Foà^(o), M. Toller⁽⁺⁾: SULLA POSSIBILITA' DI MISURARE LA PROBABILITA' DI DECADIMENTO IN DUE γ DELLA NUOVA PARTICELLA η_0 , MEDIANTE UNA MISURA DEL PROCESSO INVERSO AL DECADIMENTO (EFFETTO PRIMAKOFF).

INTRODUZIONE.

Le più recenti misure sulla nuova particella η_0 hanno mostrato che essa ha spin zero ^{(3,5,7, 8)(x)} e che decade in due γ (2, 5, 6). Anche se questo non è l'unico decadimento permesso ^(1, 2, 3, 4, 7) esso è tuttavia uno dei più probabili, poichè si può stimare per il rapporto $\Gamma_{\gamma\gamma}/\Gamma$ fra la larghezza di decadimento in due γ e quella totale il valore ^(4, 5, 7)

$$(1) \quad \Gamma_{\gamma\gamma}/\Gamma \sim \frac{1}{3}.$$

Questa stima è alquanto incerta, soprattutto perchè è incerta l'importanza ^(5, 9, 10, 11, 12) che riveste, fra i decadimenti neutri, quello

$$\eta_0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0 + \pi^0$$

(x) - I. N. F. N. Sezione di Pisa

(o) - I. N. F. N. Sottosezione di Firenze

(+) - I. N. F. N. Sezione di Roma

(x) - Recentemente il Dr. G. V. Silvestrini ci ha fatto osservare che l'evidenza finora disponibile in favore di questa conclusione, non deve essere considerata definitiva.

Ad ogni modo, mentre si possiede qualche informazione sui branching-ratios fra le larghezze di riga per i vari tipi di decadimento, dal punto di vista sperimentale si può dare al loro valore assoluto solo un limite superiore. Dalla larghezza dei picchi dovuti alla η_0 nelle distribuzioni di masse misurate in camere a bolle si deduce

$$(1') \quad \Gamma \lesssim 7 \text{ MeV}$$

limite che è problematico abbassare con misure di questo tipo, poichè esso è determinato dal potere risolutivo in momento e in angolo delle attuali camere a bolle. Peraltro, poichè la η_0 ha spin zero e decade in due γ , ci si deve aspettare che essa, analogamente al K^0 , possa essere prodotta per via elettromagnetica nella interazione di un γ con il campo elettrostatico nucleare (Effetto Primakoff)⁽¹³⁾. La sezione di urto per questo processo è direttamente proporzionale alla larghezza parziale $\Gamma_{\gamma-\gamma}$, la quale quindi può a priori essere misurata da una misura di questo processo.

Poichè alcuni di noi conducono da tempo presso l'elettrosincrotrone di Frascati un esperimento per rivelare l'effetto Primakoff nella fotoproduzione di K^0 , ci siamo domandati con considerevole interesse quali potevano essere le reali possibilità di una analoga misura applicata all' η_0 . Ci siamo pertanto impegnati in una serie di calcoli che riteniamo utile esporre in questo lavoro, anche se il loro risultato è alquanto pessimistico. Esso indica infatti che ci si può aspettare che una misura dell'effetto Primakoff per la η_0 sia sensibile ad una larghezza di riga di circa un fattore ^{sei} ~~dieci~~ inferiore al limite (1'). Se la larghezza di riga fosse sensibilmente inferiore a $0,4$ MeV, ci si deve invece aspettare che la produzione nucleare, visto l'ordine di grandezza della relativa sezione d'urto misurata in⁽⁶⁾, mascheri quella elettromagnetica. A questo proposito è alquanto disarmante che alcune grossolane previsioni teoriche⁽⁴⁾ prevedano per la larghezza parziale di riga il va

lore

$$(1'') \quad \Gamma_{\gamma-\gamma} \simeq 160 \text{ eV.}$$

Se le cose stanno effettivamente così, un eventuale esperimento non approderebbe ad un effettiva misura della vita media dell' η_0 , ma ad un semplice innalzamento del limite inferiore ~~misurato~~ posto dalle misure in camere a bolle. In ogni caso poi la larghezza totale così determinata risentirebbe di due ordini di incertezza: in primo luogo della cattiva conoscenza dei rapporti fra le probabilità dei diversi tipi di decadimento; in secondo luogo sarebbe basata sulla ammissione che il fattore di forma del vertice $\gamma\eta_0\gamma$, determinato da una misura dell'effetto Primakoff per momenti trasferiti dell'ordine di 200 MeV/c, possa essere assunto eguale a quello che interviene nel decadimento dell' η_0 (dove il momento trasferito è zero).

NOTAZIONI.

Useremo le seguenti notazioni:

$$c = \hbar = 1.$$

\vec{k} = impulso del γ incidente.

\vec{k}_1, \vec{k}_2 impulsi dei due gamma di decadimento della η_0 .

$\vec{p}, \beta, \omega, \mu$ = rispettivamente impulso, velocità, energia, massa della η_0 .

θ = angolo della velocità dell' η_0 con la velocità del γ incidente.

$\vec{q} = \vec{k} - \vec{p}$ = impulso trasferito.

Q^2 = quadrato del modulo del quadriimpulso trasferito:

$$Q^2 = |\vec{k} - \vec{p}|^2 - (k - \omega)^2 = q^2 - (k - \omega)^2$$

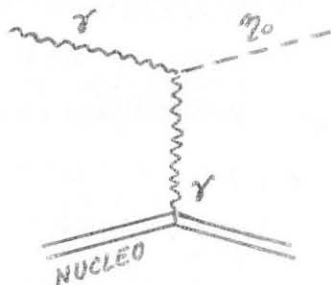
I vettori saranno indicati con una lettera soprasssegnata da una freccia, e i loro moduli con la stessa lettera senza la freccia. Tutte le variabili usate sono nel sistema del laboratorio.

1) CARATTERISTICHE DEL PROCESSO.

Il processo di fotoproduzione coulombiana (effetto Primakoff) dell' η_0



è rappresentato dal seguente grafico



il quale dà luogo (per un nucleo di massa infinita e di carica Ze) alla seguente sezione d'urto:

$$(2) \quad \frac{d\sigma^P}{d\Omega_{\eta_0}} = \frac{8}{137} \frac{|\vec{r}_{\gamma-\eta}|}{\mu^3} Z^2 \frac{\beta^3 \text{sen}^2\theta F^2(Q^2) f^2(Q^2)}{[1 + \beta^2 - 2\beta \cos\theta]^2} =$$

$$= \frac{8}{137} \frac{|\vec{r}_{\gamma-\eta}|}{\mu^3} Z^2 \frac{p^3 k}{Q^4} \text{sen}^2\theta F^2(Q^2) f^2(Q^2).$$

$F^2(Q^2)$ è il quadrato del fattore di forma elettromagnetico del nucleo; $f^2(Q^2)$ è il quadrato del fattore di forma del vertice $\gamma\eta_0\gamma$. Poichè questo non è noto, lo supporremo costante con Q^2 e pertanto uguale ad 1.

Poichè non si ha rinculo sarà $\omega = k$, e quindi

$$(3) \quad Q^2 = q^2 = k^2 [1 + \beta^2 - 2\beta \cos\theta].$$

La (2) ha un andamento caratteristico, perchè è zero in avanti, presenta un massimo a piccoli angoli, dopodichè cala rapidamente (vedi ad esempio la fig. 1).

2) SCELTA DEL NUCLEO BERSAGLIO.

Uno dei problemi che si presentano volendo rivelare il proces

so (2) è la scelta del nucleo più conveniente come bersaglio. Questa scelta dovrà essere fatta tenendo conto sia della necessità di massimizzare la velocità di conteggio, sia della necessità di contenere il rapporto fra eventi cercati ed eventi di fondo. Occupiamoci dapprima di fare una scelta che renda massima la velocità di conteggio.

A parte fattori non dipendenti dal nucleo bersaglio, la sezione d'urto (2) ha la forma

$$(4) \quad \frac{d\sigma^P}{d\Omega_{20}} \propto Z^2 F^2 [Q^2(\theta)] \cdot \frac{\text{sen}^2\theta}{\left(\frac{1+\beta^2}{2\beta} - \cos\theta\right)^2} = Z^2 \cdot F^2(\theta)g(\theta)$$

dove è stato messo in evidenza che l'angolo θ è l'unica variabile indipendente. Anche se $g(\theta)$, nell'ipotesi che il nucleo bersaglio abbia massa infinita, non dipende dal nucleo bersaglio stesso, questa funzione è stata lasciata nella (4) allo scopo di valutare l'angolo a cui la (4) presenta il massimo. La $g(\theta)$ infatti presenta un massimo molto piccato all'angolo θ_M dato dalla relazione

$$\cos \theta_M = \frac{2\beta}{1+\beta^2}$$

e a quest'angolo si ha, per la (3),

$$Q^2(\theta_M) = k^2 \frac{(1-\beta^2)^2}{1+\beta^2}.$$

Inoltre Q^2 allo zero vale

$$Q^2(0) = k^2(1-\beta)^2.$$

Per $k = 1000$ MeV si ha

$$\beta \simeq 0,835$$

$$Q(0) \simeq 165 \text{ MeV}/c$$

$$Q(\theta_M) \simeq 232 \text{ MeV}/c,$$

cioè Q^2 è una funzione lentamente crescente di θ . Poichè d'altro canto F^2 è per ogni nucleo una funzione decrescente di Q^2 , il massimo della (4) si troverà nella regione $\theta < \theta_M$, e avrà un valore compreso fra

$$Z^2 \cdot F^2(0) \cdot g(\theta_M) \quad \text{e} \quad Z^2 \cdot F^2(\theta_M) \cdot g(\theta_M)$$

Visto che, come si è detto, la funzione $F^2(Q^2)$ non varia drasticamente con θ , il prodotto $Z^2 \cdot F^2(\theta_M) \cdot g(\theta_M)$ fornisce una buona indicazione del valore della (4) attorno al suo massimo.

È importante osservare che il nucleo bersaglio che meglio soddisfa le esigenze di ottenere una massima velocità di conteggio non è necessariamente quello per cui la (4) assume, attorno a θ_M , il valore massimo, ma piuttosto quello per cui si può rendere massimo il prodotto della (4) per il numero di atomi per centimetro quadrato del bersaglio^(x).

Questo numero infatti non può essere reso uguale qualunque sia l'elemento scelto per bersaglio, per via di due limitazioni:

- a) lo spessore del bersaglio deve rimanere piccolo rispetto alle dimensioni dei rivelatori; tipicamente si potrà dire che non deve essere superiore a 10 cm;
- b) poichè sia la particella incidente che i prodotti di decadimento che debbono essere rivelati sono dei γ , esso non potrà corrispondere a più di una piccola frazione, tipicamente 0,2, di una lunghezza di radiazione.

Per una prima stima dal punto di vista della velocità di conteggio il nucleo più conveniente sarà quello per cui è massima la quantità:

$$(5) \quad \frac{\int \rho}{A} \cdot Z^2 \cdot F^2(\theta_M)$$

dove ρ = densità del bersaglio, A = peso atomico dell'elemento bersa-

(x) - Anche la maggiore o minore larghezza del picco ha importanza (v. avanti), ma essa non cambia qualitativamente da nucleo a nucleo.

glio, δ = spessore del bersaglio, che sarà scelto massimo compatibilmente con ciascuna delle condizioni a) e b) suddette. I valori del prodotto (5) sono riportati nella tabella **1**, per alcuni nuclei significativi. Anche la colonna $(\delta \cdot \rho / A) \cdot Z^2 \cdot F^2(0)$ è riportata per confronto; si comprende che un lieve spostamento del massimo della (4) nella regione $\theta < \theta_M$, non può cambiare il risultato della nostra valutazione. La colonna $(\delta \cdot \rho / A) \cdot Z^2 \cdot F^2(\theta_M)$ mostra che i nuclei leggeri sono preferibili a quelli pesanti. Fra gli altri il carbonio appare più vantaggioso: a favore dell'idrogeno liquido però gioca la migliore conoscenza che si ha del suo fattore di forma. Inoltre poichè in idrogeno il picco Primakoff è più largo che negli elementi più pesanti (v. fig. **2**), lo svantaggio suddetto non è rilevante, perchè nella rivelazione può essere usato un dispositivo a minor risoluzione angolare (par. 4). Come abbiamo accennato, è particolarmente importante scegliere come bersaglio un elemento che renda minima la competizione che il fondo fa all'effetto cercato. Poichè esiste la fotoproduzione nucleare di γ_0 in idrogeno^{(6)(x)}, questa è una sicura sorgente di fondo, che, in nuclei complessi dà luogo sia a produzione coerente che a produzione incoerente.

Agli alti momenti trasferiti in gioco si può ammettere che nella fotoproduzione nucleare incoerente tutti i nucleoni agiscano indipendentemente, per cui la sezione d'urto può essere valutata, come ordine di grandezza, con la formula

$$\frac{d\sigma^{inc.}}{d\Omega \gamma_0} \approx A \frac{d\sigma^{nucleare}}{d\Omega \gamma_0}$$

dove $d\sigma^{nucleare}/d\Omega \gamma_0$ è la sezione d'urto nucleare⁽⁶⁾. Si può valutare che la fotoproduzione nucleare coerente nella regione dei piccoli angoli dia (per tutti i nuclei) un fondo inferiore alla precedente. Infatti si può

(x) - Le γ_0 rivelate in ⁽⁶⁾ non possono essere dovute ad effetto Primakoff, perchè a quell'angolo (circa 110° nel S. C. M.) questo effetto è trascurabile.

scrivere:

$$\frac{d\sigma^{\text{coer.}}}{d\Omega\eta_0} \simeq A^2 \cdot F^2(Q^2) \cdot \frac{d\sigma^{\text{nucleare, n. s. f.}}}{d\Omega\eta_0}$$

dove $d\sigma^{\text{nucleare, n. s. f.}}/d\Omega\eta_0$ è la sezione d'urto per fotoproduzione nucleare su nucleone, dovuta alla sola ampiezza di non spin-flip.

Come si può dedurre facilmente dalla tabella 1, $A^2 F^2$ è al più dell'ordine di A ; dal suo canto $d\sigma^{\text{nucleare, n. s. f.}}/d\Omega\eta_0$ contiene nella regione angolare in avanti il fattore $\sin^2\theta$, per cui in questa regione angolare essa è presumibilmente molto minore della $d\sigma^{\text{nucleare}}/d\Omega\eta_0$ complessiva.

Le considerazioni ora esposte ci permettono di concludere che il fattore di merito che deve decidere della scelta del nucleo bersaglio per quanto riguarda il rapporto

$$d\sigma^{\text{elettromagnetica}}/d\sigma^{\text{nucleare}}$$

è

$$\frac{Z^2 \cdot F^2(\theta_M)}{A} .$$

Questo fattore di merito, come risulta dalla Tabella 1, favorisce l'idrogeno ed il carbonio. Pertanto noi discuteremo nel seguito l'esperimento per questi due possibili bersagli, abbandonando le altre alternative.

3) SEZIONI D'URTO IN CARBONIO ED IDROGENO.

La sezione d'urto differenziale contro carbonio (nel laboratorio) può essere calcolata direttamente dalla (2), poichè il nucleo bersaglio è in questo caso abbastanza pesante perchè se ne possa trascurare il rinculo. Il fattore di forma $F(Q^2)$ è riportato ad esempio in (14). Questa sezione d'urto è graficata per due valori di k , significativi per l'elettrosin crotrone di Frascati, in fig. 1.

La sezione d'urto contro protone (nel laboratorio) deve invece essere calcolata tenendo conto del rinculo sul bersaglio. Anche il contributo del momento magnetico del protone, diventa importante. Abbiamo calcolato questa sezione d'urto, la quale risulta

$$(6) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega\eta_0} = \frac{8}{137} \frac{\sqrt{\gamma-\gamma}}{\mu^3} \frac{p^3 k}{Q^4} \left\{ \left[1 + (g-1)^2 \frac{Q^2}{4M^2} \right] \sin^2\theta + g^2 \frac{Q^2}{2M} \cdot \left(\frac{\omega}{p} - \cos\theta \right)^2 \right\} \frac{F^2(Q^2)}{\left(\frac{k+M}{M} - \frac{\omega k}{Mp} \cos\theta \right)}$$

Nella (6), M è la massa del protone, $g = 2,79$ è il suo momento magnetico espresso in magnetoni nucleari. Questa sezione d'urto è graficata ancora per due valori di k, in fig. 2. Si noti l'importanza del termine di momento magnetico, che in particolare è il solo responsabile della produzione in avanti.

La conoscenza più dettagliata delle sezioni d'urto in carbonio ed idrogeno permette di raffinare il confronto fra questi due nuclei bersaglio, che era stato fatto qualitativamente con l'ausilio della tabella 1. Dal punto di vista della velocità di conteggio prenderemo ovviamente come fattore di merito (al posto della (5)) l'espressione

$$\frac{\mathcal{F}\mathcal{F}}{A} \cdot \left(\frac{d\sigma^P}{d\Omega\eta_0} \right)_{\max} 3.76$$

per uno spessore di 10 cm di H₂ liquido e di ~~10/10~~ cm di C rispettivamente (come in tabella 1). Si trova, confrontando le sezioni d'urto per k=1000 MeV:

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma-\gamma}} \frac{\mathcal{F}\mathcal{F}}{A} \cdot \left(\frac{d\sigma^P}{d\Omega\eta_0} \right)_{\max} \simeq 0,49 \cdot 10^{-36} \text{ eV}^{-1} \text{ in idrogeno } (\sqrt{\gamma-\gamma} \text{ in eV}).$$

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma-\gamma}} \frac{\mathcal{F}\mathcal{F}}{A} \cdot \left(\frac{d\sigma^P}{d\Omega\eta_0} \right)_{\max} \simeq 2,47 \cdot 10^{-36} \text{ eV}^{-1} \text{ in carbonio } (\sqrt{\gamma-\gamma} \text{ in eV}).$$

Dal punto di vista del rapporto tra produzione coulombiana e nucleare di η_0 il confronto, nello spirito della tabella 1, deve essere fatto tra:

$$\frac{Z^2}{A} F^2 (8^\circ) \quad \text{in idrogeno}$$

e

$$\frac{Z^2}{A} F^2 (6^\circ) \quad \text{in carbonio,}$$

perchè le due sezioni d'urto sono massime (per $k = 1000$ MeV) rispettivamente per $\theta \simeq 8^\circ$ e $\theta \simeq 6^\circ$. Si trova

$$\frac{Z^2}{A} F^2 (8^\circ) \simeq 0,75 \quad \text{in idrogeno}$$

e

$$\frac{Z^2}{A} F^2 (6^\circ) \simeq 0,446 \quad \text{in carbonio,}$$

con una differenza lieve, anche se significativa, a favore dell'idrogeno. Come si vede questi risultati concordano con le valutazioni già fatte.

Come conclusione per quanto riguarda la scelta del nucleo bersaglio, ci sembra che l'idrogeno liquido sia alquanto da preferire rispetto al carbonio, sia per la possibilità di una più pulita interpretazione dei risultati, sia perchè ci si deve aspettare una minor competizione da parte della produzione nucleare. In idrogeno inoltre una misura che non approdasse alla rivelazione dell'effetto Primakoff fornirebbe pur sempre un interessante punto nella distribuzione angolare per la produzione nucleare. La efficienza di rivelazione, infine, può essere resa di poco inferiore che in C: infatti il picco in idrogeno è assai più largo (fig. 1 e 2), e può essere esaminato con dispositivi a minore risoluzione angolare e quindi a maggiore efficienza di rivelazione.

4) DISCUSSIONE DI UN POSSIBILE METODO DI RIVELAZIONE.

Fra tutti i modi di decadimento dell' γ_0 finora noti, il modo $\gamma - \gamma$ appare quello da sfruttare per la rivelazione del processo di produzione, sia per il suo elevato branching-ratio, sia perchè è minore il

numero di particelle nello stato finale, per cui è più facile la ricostruzione del processo. Noi abbiamo studiato in dettaglio, anche se in maniera approssimata, il caso in cui vengano rivelati i due γ di decadimento dell' η_0 . In idrogeno appare possibile sfruttare anche il protone di rinculo, in quanto nella regione del picco questo ha una energia dello ordine di 30 MeV (per $k \simeq 1000$ MeV), e questa cresce rapidamente per angoli di produzione maggiori. Le difficoltà appaiono comunque rilevanti, mentre d'altro canto la rivelazione di entrambi i γ di decadimento dell' η_0 rende possibili le misure ad angoli comunque piccoli e per qualunque scelta del nucleo bersaglio.

Il numero di η_0 prodotte da γ di energia entro l'intervallo dk , entro l'angolo solido $d\Omega$, è, per una dose di irraggiamento Q (in quanti equivalenti):

$$(7) \quad dN_{\eta_0}^P = \frac{d\sigma^P}{d\Omega_{\eta_0}} \cdot d\Omega_{\eta_0} \cdot N_t \cdot \frac{Q}{k} \theta(k_{\max} - k) dk$$

dove N_t è il numero di nuclei per cm^2 del bersaglio, e $\theta(x)$ è la funzione scalino:

$$\theta(x) = 1 \text{ per } x > 0$$

$$\theta(x) = 0 \text{ per } x < 0.$$

Fissato l'impulso (e l'energia) della η_0 la probabilità che gli impulsi dei due γ di decadimento abbiamo estremi compresi nei volumetti di d^3k_1 , d^3k_2 dello spazio delle fasi è

$$(8) \quad dw = \frac{1}{\hbar} \frac{d^3k_1}{k_1} \frac{d^3k_2}{k_2} \int^3 (\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{p}) \delta(k_1 + k_2 - \omega)$$

Dalla (7), con un ovvio artificio, si può scrivere la seguente formula per il numero delle η_0 prodotte che decadono in due γ :

$$(9) \quad \frac{\sqrt{s-s}}{\Gamma} dN_{\eta_0} = \frac{\sqrt{s-s}}{\Gamma} \cdot N_t \cdot Q \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega_{\eta_0}} \cdot \frac{dk}{dp} \frac{\theta(k_{\max} - k)}{kp^2} d^3p = A(\vec{p}) d^3p$$

Combinando la (8) con la (9) si ottiene il numero di coppie di γ , di decadimento delle η_0 , che hanno impulsi compresi entro d^3k_1, d^3k_2 (si noti che la formula contiene il contributo di tutto il fascio di bremsstrahlung):

$$d^4N_{\gamma\gamma} = \frac{1}{\pi} \frac{d^3k_1}{k_1} \frac{d^3k_2}{k_2} \int \delta^3(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{p}) \delta(k_1 + k_2 - \sqrt{p^2 + \mu^2}) A(\vec{p}) d^3p =$$

$$(10)$$

$$= \frac{1}{\pi} k_1 dk_1 d\Omega_1 k_2 dk_2 d\Omega_2 \cdot A(\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \delta(k_1 + k_2 - \sqrt{|\vec{k}_1 + \vec{k}_2|^2 + \mu^2})$$

Converrà scegliere delle nuove variabili al posto di k_1 e k_2 : ossia p , e l'angolo α fra la direzione di emissione dell' η_0 e la bisettrice dell'angolo φ fra i suoi γ di decadimento. Con riferimento alla fig. 3, sono evidenti le seguenti formule

$$k_1 = p \frac{\text{sen}(\frac{\varphi}{2} + \alpha)}{\text{sen } \varphi} \quad (\text{ } = \text{angolo fra i rivelatori})$$

$$(11)$$

$$k_2 = p \frac{\text{sen}(\frac{\varphi}{2} - \alpha)}{\text{sen } \varphi}$$

Lo jacobiano della trasformazione è quindi :

$$\left| \frac{\partial(k_1, k_2)}{\partial(p, \alpha)} \right| = \frac{p}{\text{sen } \varphi}$$

per cui nella trasformazione si deve porre

$$dk_1 dk_2 = \frac{p}{\text{sen } \varphi} dp d\alpha.$$

~~Scrivendo l'argomento della δ tramite α si ha dalla (11) Si ha inoltre~~

$$(12) \quad k_1 + k_2 = p \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi/2}.$$

(11)(12)

Dalla (10) si ottiene pertanto, integrando sulla nuova variabile α :

$$\begin{aligned}
 d^3 N_{\gamma-\gamma} &= \frac{1}{\pi} k_1 k_2 \frac{p}{\sin \varphi} dp d\Omega_1 d\Omega_2 \int_{-\varphi/2}^{+\varphi/2} A(p, \alpha) \delta \left(p \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi/2} - \omega \right) d\alpha = \\
 (13) \quad &= \frac{1}{\pi} \frac{\mu^2 p}{2 \sin \varphi (1 - \cos \varphi)} dp d\Omega_1 d\Omega_2 \int_{-\varphi/2}^{+\varphi/2} A(p, \alpha) \delta \left(p \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi/2} - \omega \right) d\alpha
 \end{aligned}$$

dove nell'ultimo passaggio si è fatto uso della relazione

$$(14) \quad k_1 k_2 = \frac{\mu^2}{2(1 - \cos \varphi)}$$

relazione che si ricava ancora da una ispezione della fig. 3. Eseguendo l'integrale in α si ottiene

$$(15) \quad d^3 N_{\gamma-\gamma} = \frac{\mu^2}{8\pi \sin^3 \frac{\varphi}{2}} \frac{[A(p_1 - \alpha_0) + A(p_1 + \alpha_0)]}{\sin \alpha_0} dp d\Omega_1 d\Omega_2 .$$

Si ha evidentemente

$$(16) \quad \cos \alpha_0 = \frac{\omega}{p} \cos \frac{\varphi}{2} = \cos \frac{\varphi}{2} / \beta , \text{ e quindi } \sin \alpha_0 = \frac{1}{\beta} \sqrt{\beta^2 - \cos^2 \frac{\varphi}{2}} .$$

Scriveremo pertanto la (15) alla maniera seguente

$$(17) \quad d^3 N_{\gamma-\gamma} = \frac{\mu^2}{8\pi \sin^3 \varphi/2} [A(p_1 - \alpha_0) + A(p_1 + \alpha_0)] d\Omega_1 d\Omega_2 \frac{dp}{\sqrt{1 - \beta^{-2} \cos^2 \frac{\varphi}{2}}}$$

Questa è una formula esatta. Per procedere oltre è ora però necessario fare delle approssimazioni. Precisamente, supporremo che $A(\vec{p})$ dipenda poco da \vec{p} nell'intervallo di energia che ci interessa^(*).

Pertanto potremo scrivere la seguente formula per il numero di conteggi di due rivelatori infinitesimi:

(*) - Vedremo in seguito che questa ipotesi è largamente giustificata.

$$(18) \quad d^2N_{\gamma-\gamma} = \frac{\mu^2}{4\pi \operatorname{sen}^3 \frac{\psi}{2}} \overline{A(\vec{p})} d\Omega_1 d\Omega_2 \int_{P_{\min}}^{P_{\max}} \frac{dp}{\sqrt{1 - \beta^{-2} \cos^2 \frac{\psi}{2}}} .$$

Il massimo impulso della η_0 è quello che corrisponde alla cima dello spettro di bs. Nei calcoli numerici penseremo sempre alla cima dello spettro a 1050 MeV, per cui sarà in idrogeno^(x)

$$(19) \quad P_{\max} \simeq 877 \text{ MeV}/c .$$

Il minimo impulso delle η_0 è quello che corrisponde a un decadimento simmetrico, ossia si ottiene dalla (16) ponendo $\alpha = 0$:

$$(20) \quad P_{\min} = \mu \operatorname{cotg} \frac{\psi}{2}$$

L'integrale della (18) si esegue in termini finiti ottenendo:

$$(21) \quad \begin{aligned} d^2N_{\gamma-\gamma} &= \frac{\mu^2}{4\pi \operatorname{sen}^3 \frac{\psi}{2}} \overline{A(p)} d\Omega_1 d\Omega_2 \frac{\sqrt{P_{\max}^2 - \mu^2 \operatorname{cotg}^2 \frac{\psi}{2}}}{\operatorname{sen} \frac{\psi}{2}} = \\ &= \frac{\mu^3 \overline{A}}{4\pi} f(\psi) d\Omega_1 d\Omega_2 . \end{aligned}$$

Prendendo P_{\max} dalla (19), la $f(\psi)$ risulta:

$$(22) \quad f(\psi) = \frac{1}{\operatorname{sen}^4 \frac{\psi}{2}} \sqrt{2,55 - \operatorname{cotg}^2 \frac{\psi}{2}} .$$

Questa funzione è graficata in fig. 4. Essa fornisce il contributo delle η_0 che decadono con un qualunque angolo di asimmetria al di sotto del valore massimo α_{\max} , tale che

$$(23) \quad \cos \alpha_{\max} = \frac{\cos \frac{\psi}{2}}{\beta_{\max}} .$$

(x) - Ringraziamo il Dr. V. Silvestrini che ci ha gentilmente fornito la cinematica della fotoproduzione di η_0 in idrogeno.

Può essere interessante, in sede di esame dei dati, ed è importante, come vedremo avanti, per contenere la risoluzione angolare del dispositivo), selezionare η_0 che sono decadute con angoli α contenuti in intervalli più piccoli dell'intervallo $0 - \alpha_{\max}$. Questo è possibile perchè per ogni evento il valore effettivo di α si può determinare se si conoscono le energie dei due γ di decadimento:

$$(24) \quad \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} = \frac{\text{tg } \alpha}{\text{tg } \varphi/2}$$

La regione di α entro cui sono accettate le η_0 si può pertanto restringere prendendo una limitazione del tipo

$$(25) \quad \left| \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right| \leq \rho$$

Se si fa questo, la velocità di conteggio si ottiene dalla (21) sostituendo alla $f(\varphi)$ la funzione $g_\rho(\varphi)$ così definita:

$$(26) \quad g_\rho(\varphi) = \min \left\{ f(\varphi), r_\rho(\varphi) \right\}, \text{ dove } r_\rho(\varphi) = \sqrt{\frac{\rho^2}{1 - \rho^2 \text{sen}^2 \varphi/2}}$$

Ovviamente, la funzione $r_\rho(\varphi)$ è la stessa $f(\varphi)$, data dalla (21), dove p_{\max} è stato ricavato in funzione di ρ dalle (23), (24), (25). La funzione $g_\rho(\varphi)$ è riportata, per vari valori del parametro ρ , nella stessa fig. 4.

L'effettivo numero dei conteggi si ottiene dalla (21) integrando sulle dimensioni finite dei rivelatori. Per fissare le idee riferiamoci ad una ovvia disposizione sperimentale, come quella riportata in fig. 7. Sarà dunque

$$(27) \quad N_{\gamma-\gamma} = \frac{\mu^3 \bar{A}}{4 \bar{\kappa}} \int_{\Omega_1} d\Omega_1 \int_{\Omega_2} d\Omega_2 f(\varphi).$$

Effettuando l'integrazione sulle variabili angolari diverse da φ si ottiene

$$(28) \quad N_{\gamma-\gamma} = \frac{\mu^3 \bar{A}}{4 \bar{\kappa}} \Omega_1 \Omega_2 \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} f(\varphi) h(\varphi) d\varphi$$

dove la funzione peso $h(\varphi)$ è normalizzata

$$(29) \quad \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} h(\varphi) d\varphi = 1 .$$

Nel caso di due contatori rettangolari posti a distanza grande rispetto alle loro dimensioni (vedi fig. 7) la $h(\varphi)$ ha forma triangolare come in fig. 5.

5) DIMENSIONI DEI CONTATORI.

Con riferimento alla fig. 7, ci proponiamo di valutare le dimensioni della regione angolare entro cui sono emesse le γ_0 che possono essere rivelate da C_1 e C_2 . Prenderemo come indice di queste dimensioni i valori quadratici medi degli angoli x, y . Supporremo gli angoli $x, y, \phi, \theta, \theta', \theta''$, tanto piccoli da poterli confondere con i loro seni^(*); indicheremo con il simbolo Δf lo scarto quadratico medio della grandezza f . Si trova, indicando con φ_1, φ_2 gli angoli dei due τ di decadimento rispetto all'asse del rispettivo rivelatore:

$$(30) \quad \overline{x^2} \approx \left(\frac{\varphi_{1,x} + \varphi_{2,x}}{2} \right)^2 + \overline{\alpha^2} = \frac{1}{4} \left(2 \frac{\phi^2}{12} \right) + \overline{\alpha^2} = \frac{\phi^2}{24} + \overline{\alpha^2}$$

$$(31) \quad y^2 = \left(\frac{1}{\cos \varphi/2} \frac{\varphi_{1,y} + \varphi_{2,y}}{2} \right)^2 = \frac{\theta^2}{24 \cos^2 \varphi/2} .$$

D'altro canto si ha

$$(32) \quad \overline{\alpha^2} \approx \frac{\alpha_{\max}^2}{3} + (\Delta\alpha)^2^{(+)}$$

(*) - Questa ipotesi è solo in prima approssimazione giustificata per il caso pratico da noi discusso.

(+) - Nella (32) il termine $\alpha_{\max}^2/3$ deriva dall'aver supposto uniforme la distribuzione degli α fra 0 e α_{\max} : lo scarto $\Delta\alpha$ è quello provocato dall'errore con cui sperimentalmente si misura α .

con

$$(33) \quad (\Delta\alpha)^2 = \alpha^2 \left(\frac{\Delta\psi}{\text{sen}\psi} \right)^2 + \left[\frac{2k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2} \right]^2 \left\{ \left(\frac{\Delta k_1}{k_1} \right)^2 + \left(\frac{\Delta k_2}{k_2} \right)^2 \right\} \text{tg}^2 \frac{\psi}{2} \approx$$

$$\approx \frac{\alpha^2}{\text{sen}^2 \psi} (\Delta\psi)^2 + \frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{\psi}{2} \left(\frac{\Delta k_{1,2}}{k_{1,2}} \right)^2.$$

$$(34) \quad (\Delta\psi)^2 \approx \overline{(\psi_{1,x} - \psi_{2,x})^2} = \frac{\phi^2}{6}$$

Dalle (32), (33), (34), trascurando un termine molto piccolo, si ha

$$(35) \quad \overline{\alpha^2} \approx \frac{\alpha_{\text{max}}^2}{3} + \frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{\psi}{2} \left(\frac{\Delta k_{1,2}}{k_{1,2}} \right)^2$$

per cui la (30) diventa

$$(36) \quad \overline{x^2} = \frac{\phi^2}{24} + \frac{\alpha_{\text{max}}^2}{3} + \frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{\psi}{2} \left(\frac{\Delta k_{1,2}}{k_{1,2}} \right)^2$$

E' importante anche valutare con quale precisione si può misurare la massa della η_0 . Poichè dalla (14) si ha

$$(37) \quad \mu = 2 \sqrt{k_1 k_2} \text{ sen } \psi / 2$$

lo scarto quadratico medio sulla misura di μ soddisfa alla reazione

$$(38) \quad \left(\frac{\Delta\mu}{\mu} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta k_{1,2}}{k_{1,2}} \right)^2 + \frac{1}{4} \text{cotg}^2 \frac{\psi}{2} (\Delta\psi)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta k_{1,2}}{k_{1,2}} \right)^2 + \frac{\phi^2}{24} \text{cotg}^2 \frac{\psi}{2}.$$

Le formule (31), (36), (38) sono quelle che bisogna tener presente nella scelta delle dimensioni dei rivelatori $C_1 C_2$. Supporremo che la risoluzione in energia dei rivelatori sia

$$\frac{\Delta k_{1,2}}{k_{1,2}} \approx 10\%^{(x)}.$$

(x) - Si noti che questa corrisponde ad una curva di risoluzione con larghezza a mezza altezza del 23,5%.

Vista la fig. 4 prenderemo inoltre

$$(39) \quad \psi = 74^\circ \text{ e porremo } \phi = 10^\circ;$$

con questi valori la risoluzione in massa $\Delta\mu/\mu$ risulta dalla (38) del 1'8,5%. Questo ordine di grandezza appare sufficiente per identificare la particella^(x). E' ovvio che si deve limitare la rivelazione delle η_0 alla regione angolare in cui la $d\sigma/d\Omega_{\eta_0}$ ha valori vicini al suo massimo, in modo che sia più probabile che essa predomini sul fondo. Questo comporta una differente limitazione per ϕ e Θ a seconda che si pensi di eseguire l'esperimento in C o in H. Poichè, come vedremo, il limite essenziale alla rivelazione del fenomeno viene dalla concorrenza della produzione nucleare di η_0 , e questa è più forte in C (paragrafo 2), ci occuperemo dell'idrogeno.

La $d\sigma/d\Omega_{\eta_0}$ in idrogeno rimane dello stesso ordine di grandezza fra 0° e 14° : pertanto converrà centrare il dispositivo attorno allo 0, e scegliere Θ , ϕ in modo che

$$\overline{\theta^2} = \overline{x^2} + \overline{y^2} \simeq (0,245)^2 \quad (0,245 \text{ rad} = 14^\circ),$$

realizzando in questo modo un compromesso fra l'esigenza di avere buone intensità e un alto rapporto eventi Primakoff/fondo. Scegliendo

$$(40) \quad \overline{x^2} = \overline{y^2} \quad \text{e ponendo ancora } \phi = 10^\circ$$

si deducono dalle (31), (36), (39) le relazioni:

$$(41) \quad \alpha_{\max} = 16^\circ$$

$$(42) \quad \Theta = 50^\circ$$

(x) - Ovviamente questa conclusione dipende dalla ipotesi che i fondi di coincidenza γ - γ , sia dovuta a decadimenti di π^0 che accidentali, non siano troppo forti. Questa ipotesi appare ragionevole, vista la regione in angolo ad energia, in cui sono emessi i γ utili.

La condizione (41) appare accettabile, in quanto corrisponde a porre

$$(43) \quad \rho \simeq 0,38$$

ossia a scegliere una curva $g_y(\varphi)$ (v. fig. 4) che permette una efficienza di rivelazione vicina al massimo possibile. Viceversa considerazioni pratiche (ingombro dei contatori) consigliano di limitare ulteriormente l'angolo θ al di sotto del valore (42), scegliendo ad esempio

$$\theta = 25^\circ$$

La (39) in questo caso fornisce

$$\sqrt{\theta^2} \simeq 11,8^\circ.$$

La risoluzione angolare è quindi dell'ordine di grandezza desiderato. Risulta con le condizioni (39), (43):

$$(44) \quad \frac{\Omega_1 \Omega_2}{4\pi} \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} g_y(\varphi) h(\varphi) d\varphi = \frac{6,45 \cdot 10^{-3}}{4\pi} \int_{64^\circ}^{84^\circ} g_{0,38}(\varphi) h(\varphi) d\varphi \simeq$$

$$\simeq \frac{6,45 \cdot 10^{-3}}{4\pi} \cdot 4,95 = 2,54 \cdot 10^{-3}.$$

L'integrale è stato valutato numericamente. (Con riferimento alla fig. 4, 5, 6). Inoltre dalla (9) si ha:

$$(45) \quad \mu^3 \bar{A} = \mu^3 \frac{\sqrt{z-\gamma}}{r} \cdot Q \cdot N_t \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega d\eta_0} \frac{dk}{dp} \frac{\theta(k_{\max}-k)}{kp^2}.$$

Entro la regione angolare che ci interessa possiamo porre con una approssimazione non peggiore del 10%^(x)

$$(46) \quad \frac{dk}{dp} \simeq \frac{d\omega}{dp} = \frac{p}{\omega} = \beta.$$

(x) - $k \neq \omega$ poichè in idrogeno si ha rinculo.

omagnetica predomi

conteggio del solo
 esperimento in as
 che la produzione
 to con la disposi-
 e, oltre che alla
 di η_0 in avanti,
 attuale limite su $r^{(x)}$
 che considerazioni
 glio però si può
 produzione coulom
 il fattore 2 al suo va

to il limite inferio
 ndosi
 ec, r in eV).

BIBLIOGRAFIA.

- (1) - A. Pevsner, et al.: Phys. Rev. Lett. 7, 421 (1961)
- (2) - L. Bastien, et al.: Phys. Rev. Lett. 8, 114 (1962)
- (3) - D.D. Carmony, A.H. Rosenfeld, R.T. Van de Walle: Phys. Rev. Lett. 8, 117 (1962)
- (4) - L.M. Brawn, P. Singer: Phys. Rev. Lett. 8, 460 (1962)
- (5) - M. Chrétien et al.: Phys. Rev. Lett. 9, 127 (1962)
- (6) - C. Mencuccini, R. Querzoli, G. Salvini, V. Silvestrini: Laboratori Nazionali di Frascati, Rapporto LNF-62/62.
- (7) - C. Alff et al.: Phys. Rev. Lett. 9, 322 (1962)
Phys. Rev. Lett. 9, 325 (1962)
- (8) - T. Tookig et al.: International Conference for high Energy Physics, CERN - 1962.
- (9) - M.A. Baqi Bèg, P. de Celles: Phys. Rev. Lett. 8, 46 (1962)
- (10) - G. Barton, S. P. Rosen: Phys. Rev. Lett. 8, 414 (1962)
- (11) - M.A.B. Bèg: Phys. Rev. Lett. 9, 67 (1962)
- (12) - K.C. Wali, Phys. Rev. Lett. 9, 120 (1962)
- (13) - Vedi ad es. C. Chiuderi, G. Morpurgo: Nuovo Cim. 19, 497 (1961), e bibliografia ivi citata.
- (14) - Herman and Hofstädter: High Energy Electron Scattering Tables, (Stanford University Press, 1960).

g. 2, in fig. 8. Le due curve
nte al valore massimo e
ometri scelta e con k_{max}
vede che effettivamente,
on vi è una forte dipenden
za di rivelazione è rile-
nendo presente l'andamen
no valutare

$$1 \cdot 10^{-37} \int_{\gamma-\gamma}^{\gamma} \text{cm}^2 (\int_{\gamma-\gamma}^{\gamma} \text{in eV})$$

rnell x 1 ora), $N_t=4, 15 \cdot 10^{25}$

venti $(\int_{\gamma-\gamma}^{\gamma} \text{in eV})$

d. Ω_{γ}^* misurata in (6)
laboratorio, nella regio-

$$\approx 3,84 \cdot 2,5 \cdot 10^{-32} \text{ cm}^2/\text{ste}$$

e aspettare

TABELLA I

PARAMETRI DI ALCUNI ELEMENTI, IMPORTANTI PER LA SCELTA DEL MIGLIOR BERSAGLIO

NUCLEO	densità ρ (gr/cm ³)	lunghezza di radiaz. X_0 (cm)	spessore max del bers. d (cm)	$F^2(\theta_M)$	$F^2(0)$	$\frac{\delta P}{A} Z^2 F^2(\theta_M)$ (cm ⁻²)	$\frac{\delta P}{A} Z^2 F^2(0)$ (cm ⁻²)	$\frac{Z^2}{A} F^2(\theta_M)$	$\frac{Z^2}{A} F^2(0)$
H_1^1 liquido	0.07	829	10 (geom)	0.75	0.85	0.527	0.594	0.25	0.283
Li_4^2	0.534	145	10 (geom)	0.050	0.180	0.4	1.43	0.025	0.09
C_{12}^6	2.25	18.8	3.76 (rad)	0.053	0.240	1.3	6	0.16	0.72
Ca_{40}^{20}	1.54	11.35	2.27 (rad)	~0.006	~0.017	~0.21	~0.6	~0.06	~0.17
Pb_{208}^{82}	11.48	0.51	0.1 (rad)	~0.0007	~0.0070	~0.026	~0.26	~0.023	~0.23

NOTA: accanto ai valori degli spessori d è riportata fra parentesi la limitazione "geometria" o "radiazione" che impedisce di prendere valori maggiori. I numeri riportati con il segno ~ davanti sono fortemente incerti a causa della difficoltà nella scelta dei fattori di forma. Questi inoltre nella zona di momenti trasferiti che interessa oscillano.

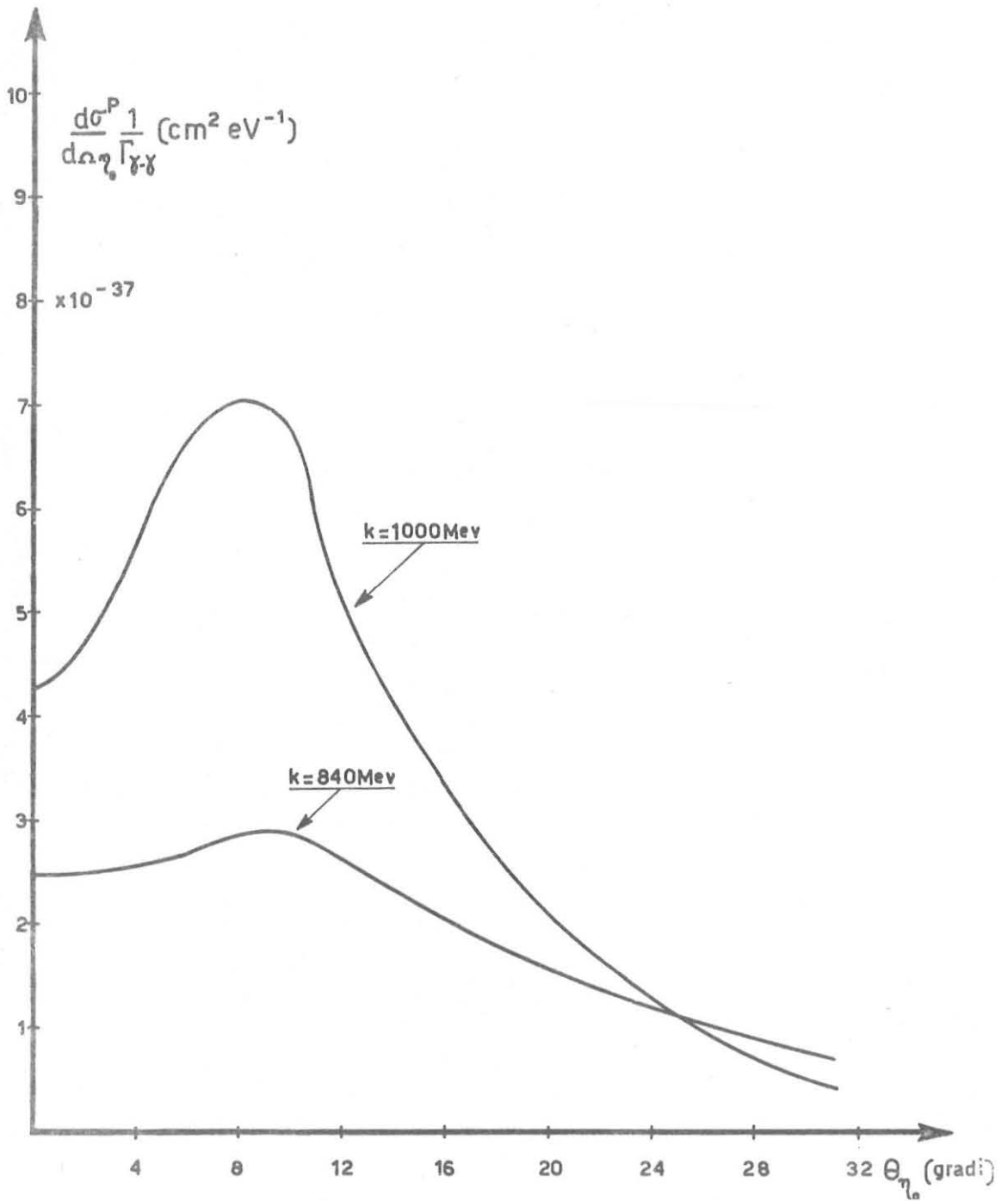


FIG. 2 - SEZIONE D'URTO PER PRODUZIONE COULOMBIANA DI η_0 SU C_{12}^6 , CALCOLATA DALLA (2).

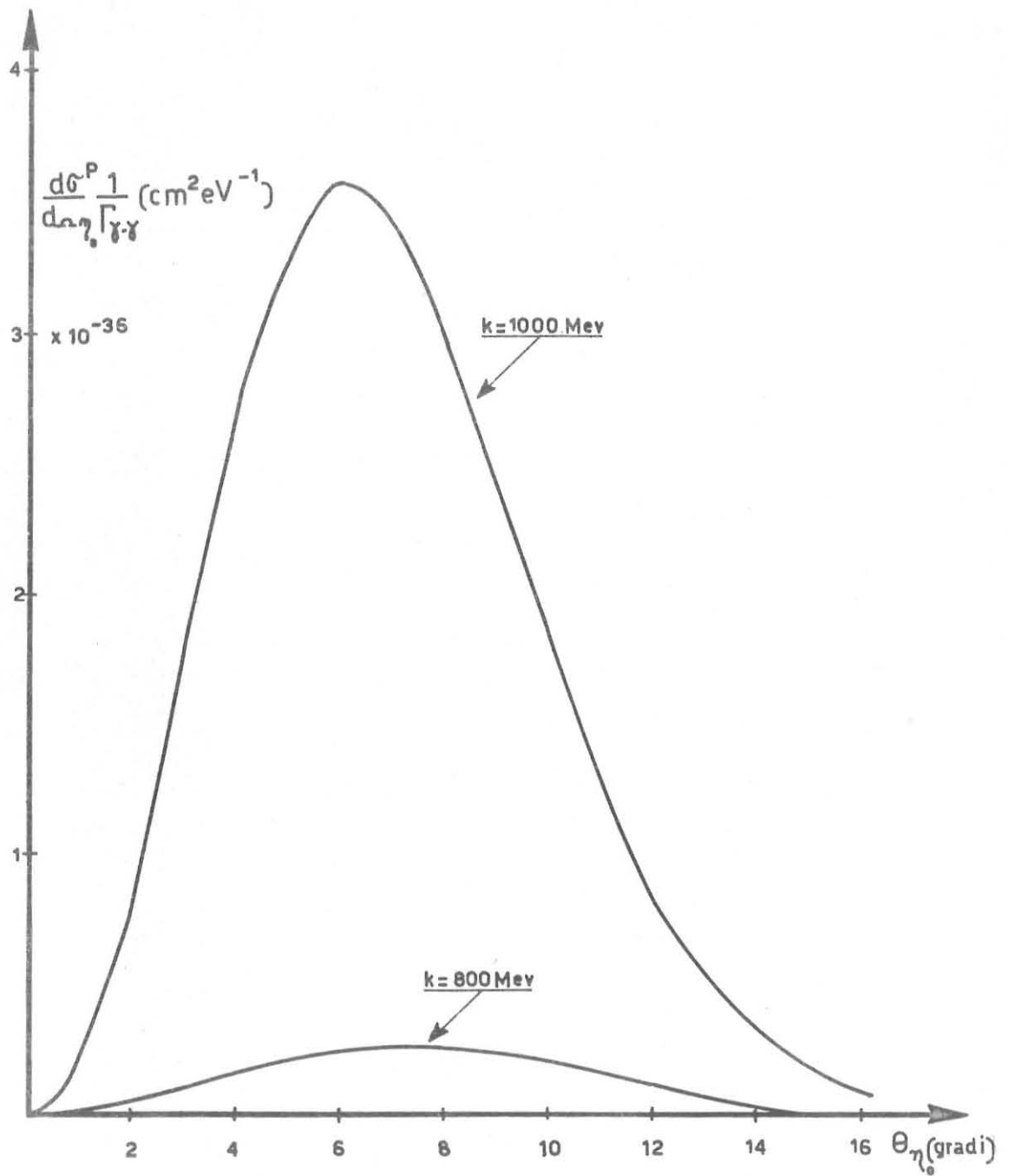


FIG. 4 - SEZIONE D'URTO (NEL LABORATORIO) PER PRODUZIONE COU LOMBIANA DI η_0 SU PROTONE, CALCOLATA DALLA (6).

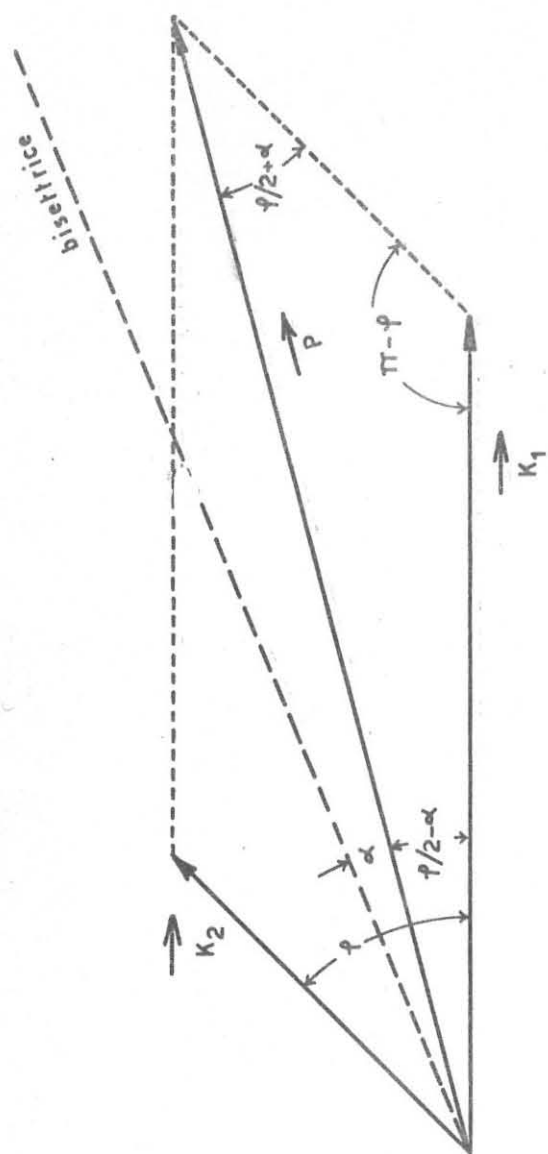


FIG. 3 - DIAGRAMMA DEI MOMENTI, NEL DECADIMENTO DELL' η_0 .

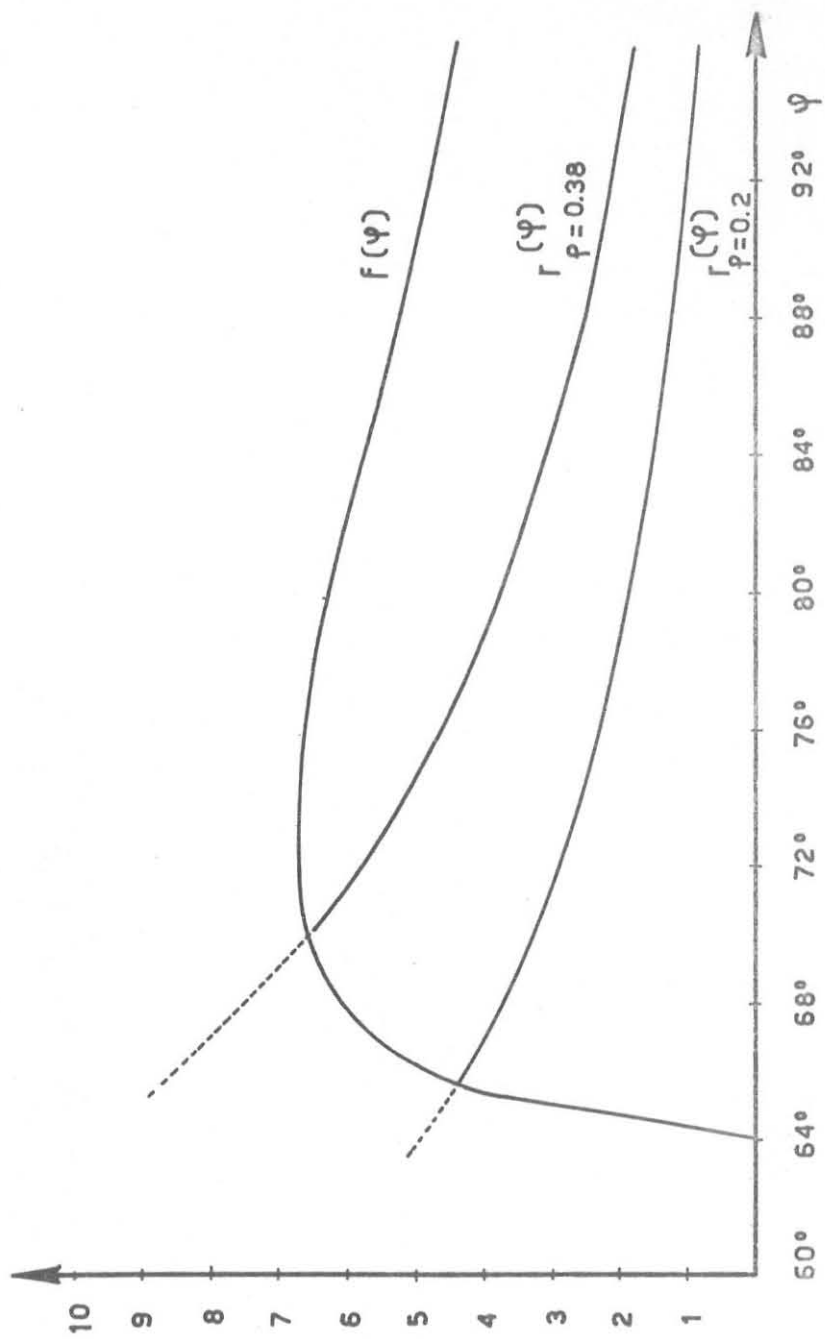


FIG. 4 - FUNZIONI DI EFFICIENZA, $f(\psi)$ E $r_g(\psi)$.

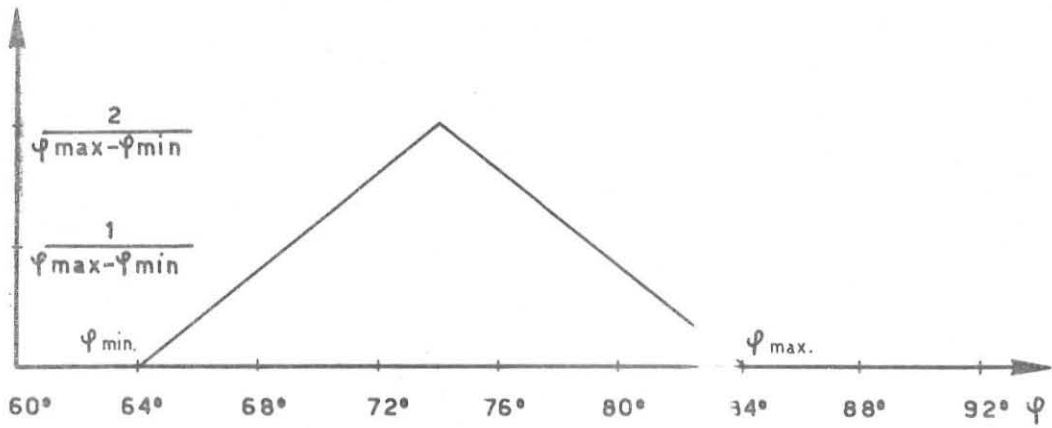


FIG. 5 - FUNZIONE PESO $h(\psi)$, PER DUE CON...ORI COME IN FIG. 7
(CONSIDERATI DI PICCOLE DIMENSIO

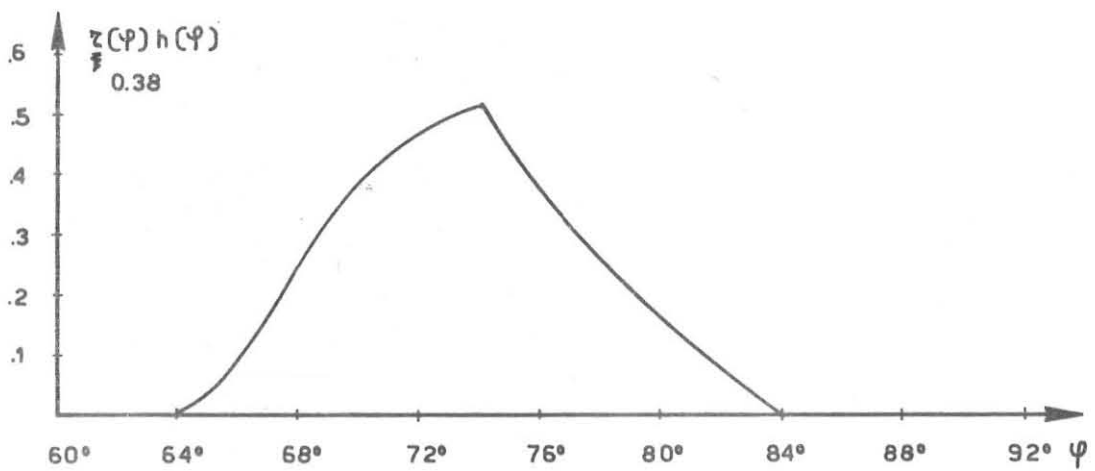
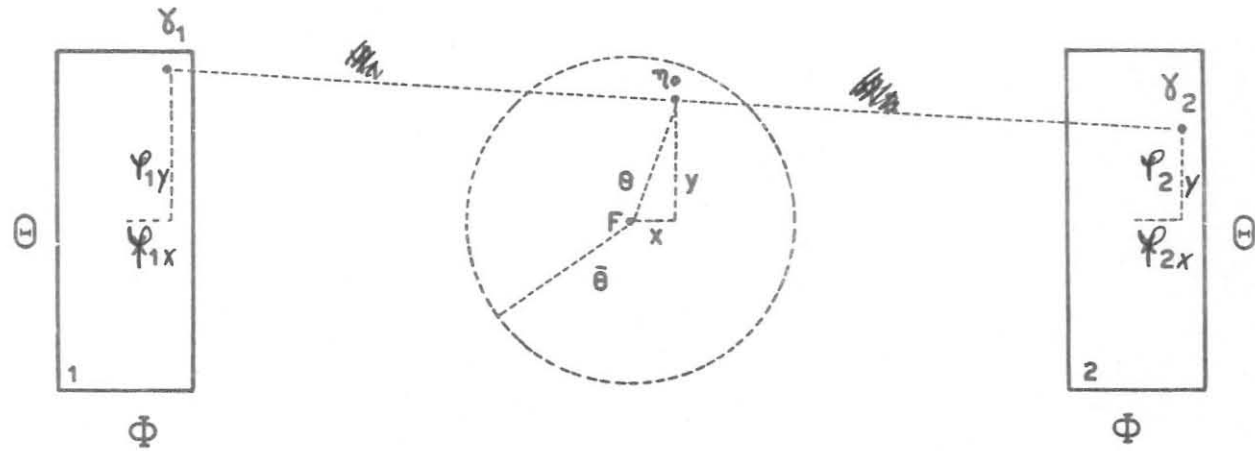


FIG. 6 - EFFICIENZA PESATA $r_{0,38}(\psi)h(\psi)$, DA INTEGRARSI PER OT...
TENERE LA VELOCITA DI CONTEGGIO.



F = direzione del fascio; $\eta_0, \gamma_1, \gamma_2$ = direzioni dell' η_0 e dei due γ di decadimento;
 $\bar{\theta}$ = valore quadratico medio dell'angolo θ degli η_0 rivelati.

FIG. 7 - VISTA FRONTALE (RIPORTATA SU UN PIANO) DEL SISTEMA DI RIVELAZIONE DISCUSO NEL TESTO, CON ILLUSTRAZIONE DEGLI ANGOLI INTRODOTTI NEL PARAGRAFO 5.

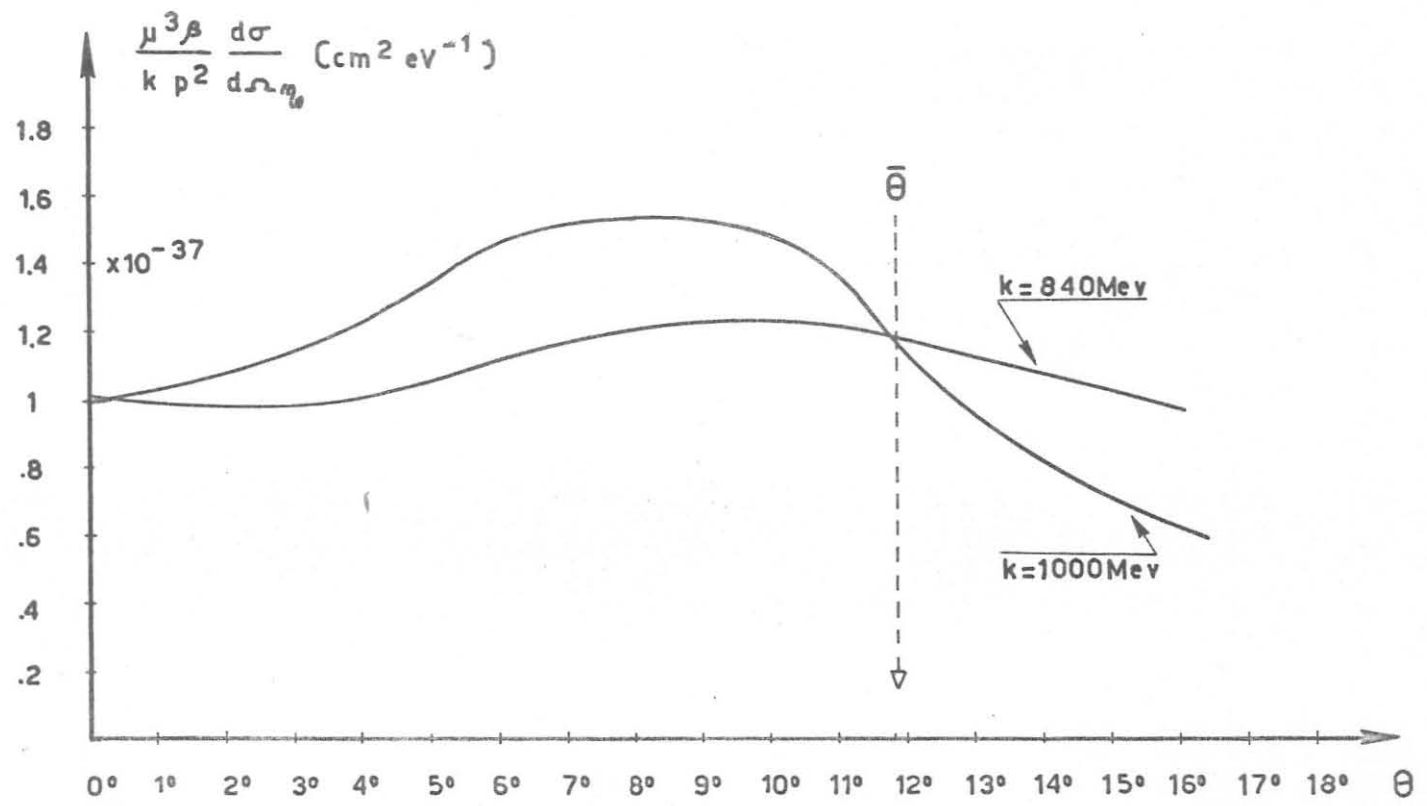


FIG. 8 - LA FUNZIONE $\frac{\mu^3 \beta}{k p^2} \frac{d\sigma}{d\Omega \eta_0}$ ($\propto A(\vec{p})$), PER I VALORI ESTREMI (APPROSSIMATIVAMENTE) DELL'INTERVALLO UTILE DEGLI IMPULSI DELLE η_0 .