

Elementi di Statistica

- 1 - Fisica Alte Energie : di cosa si occupa ?
- 2 - Variabili aleatorie e distribuzioni
- 3 - Fit ai dati sperimentali
- 4 - Tre esempi completi

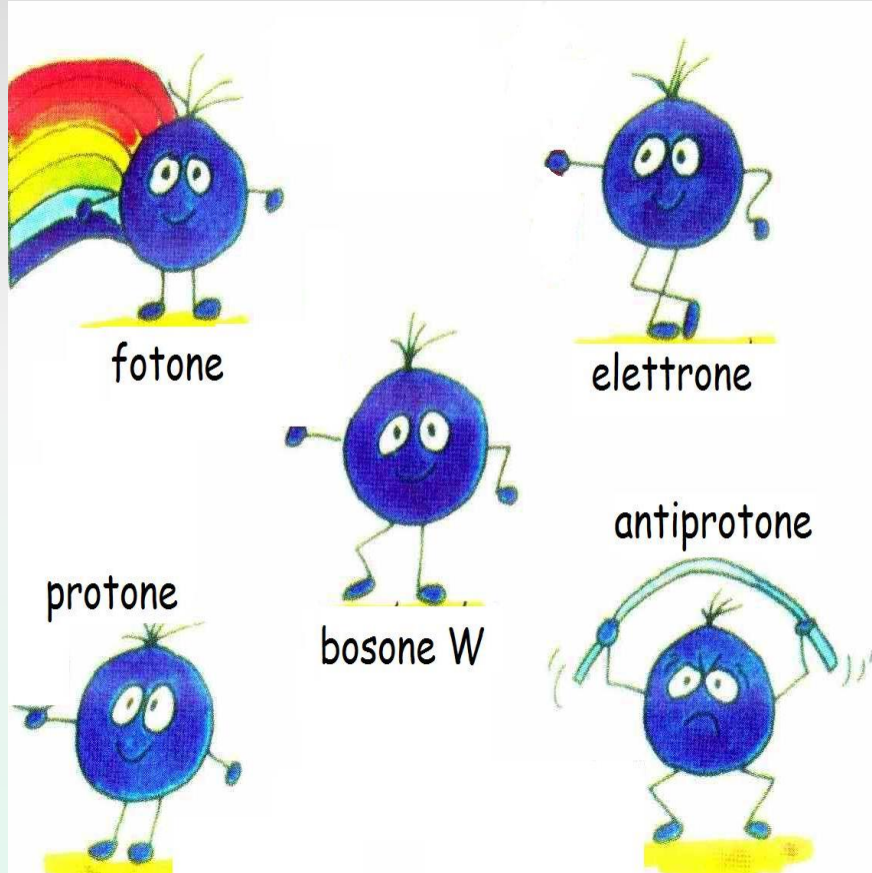
1 - Fisica Alte Energie : di cosa si occupa ?

2 - Variabili aleatorie e distribuzioni

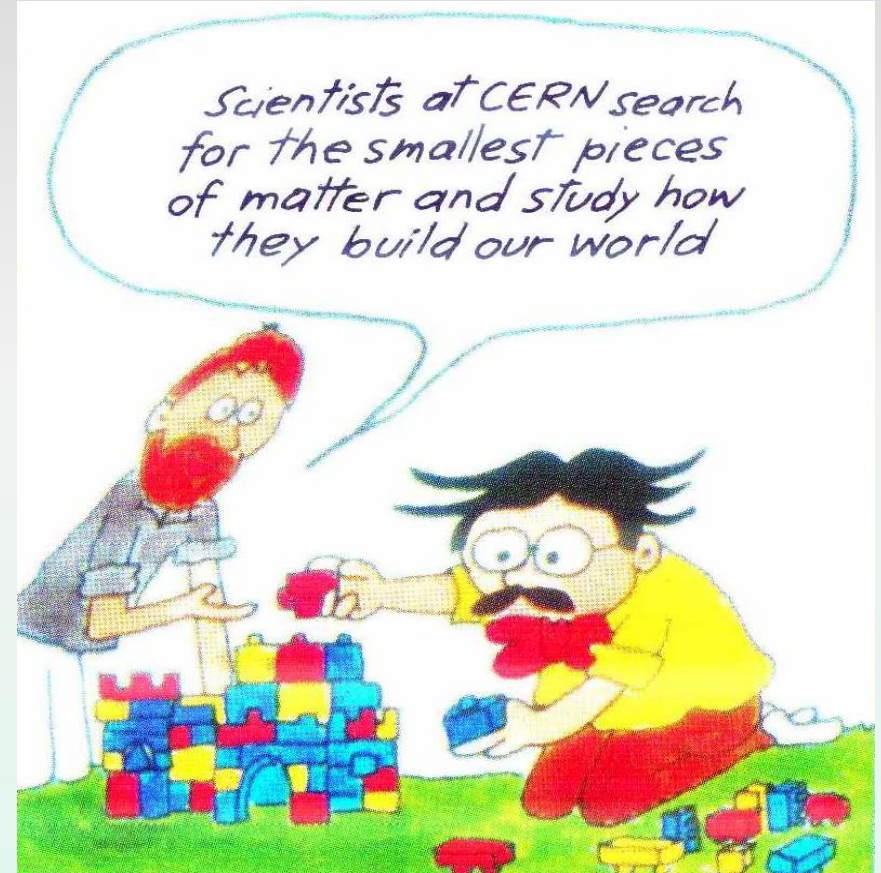
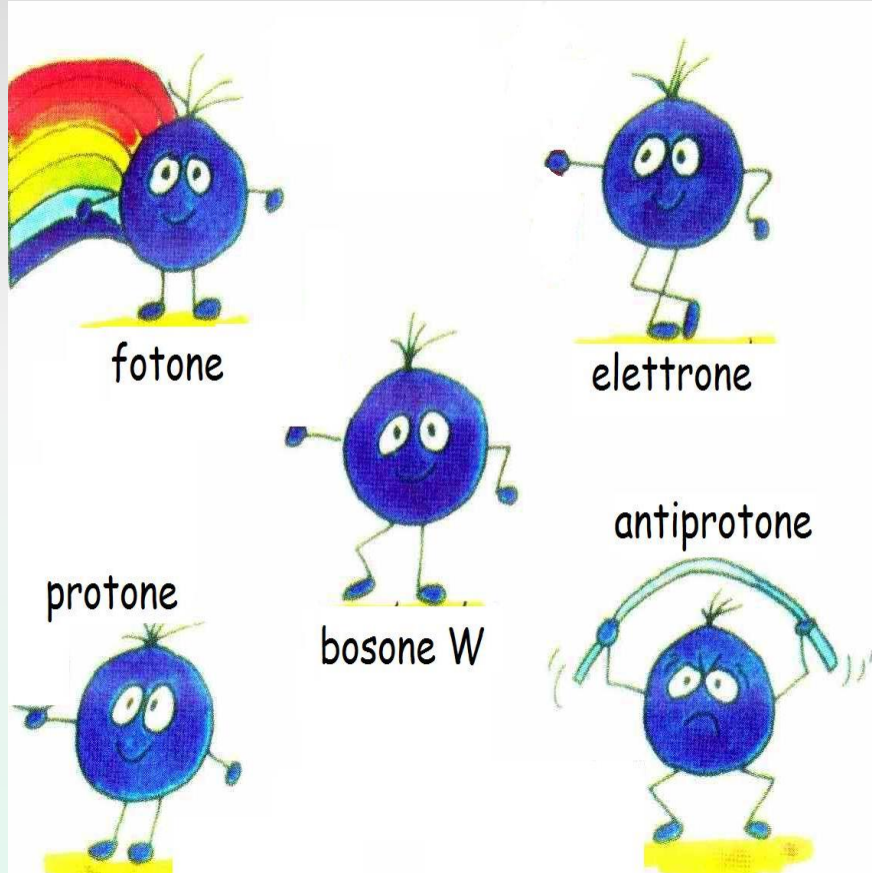
3 - Fit ai dati sperimentali

4 - Tre esempi completi

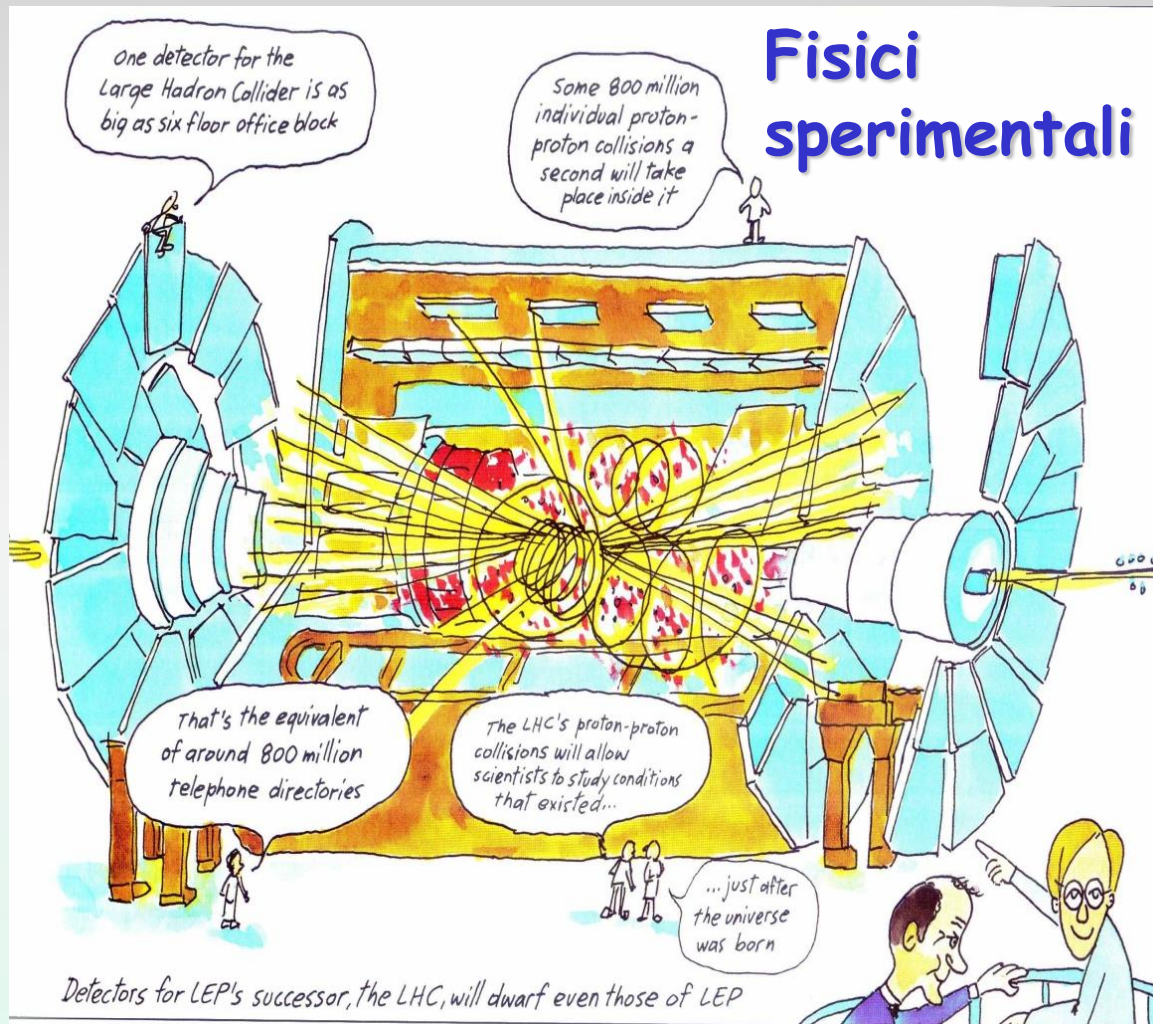
Spiega il complesso mediante il semplice nel mondo dell'infinitamente piccolo.



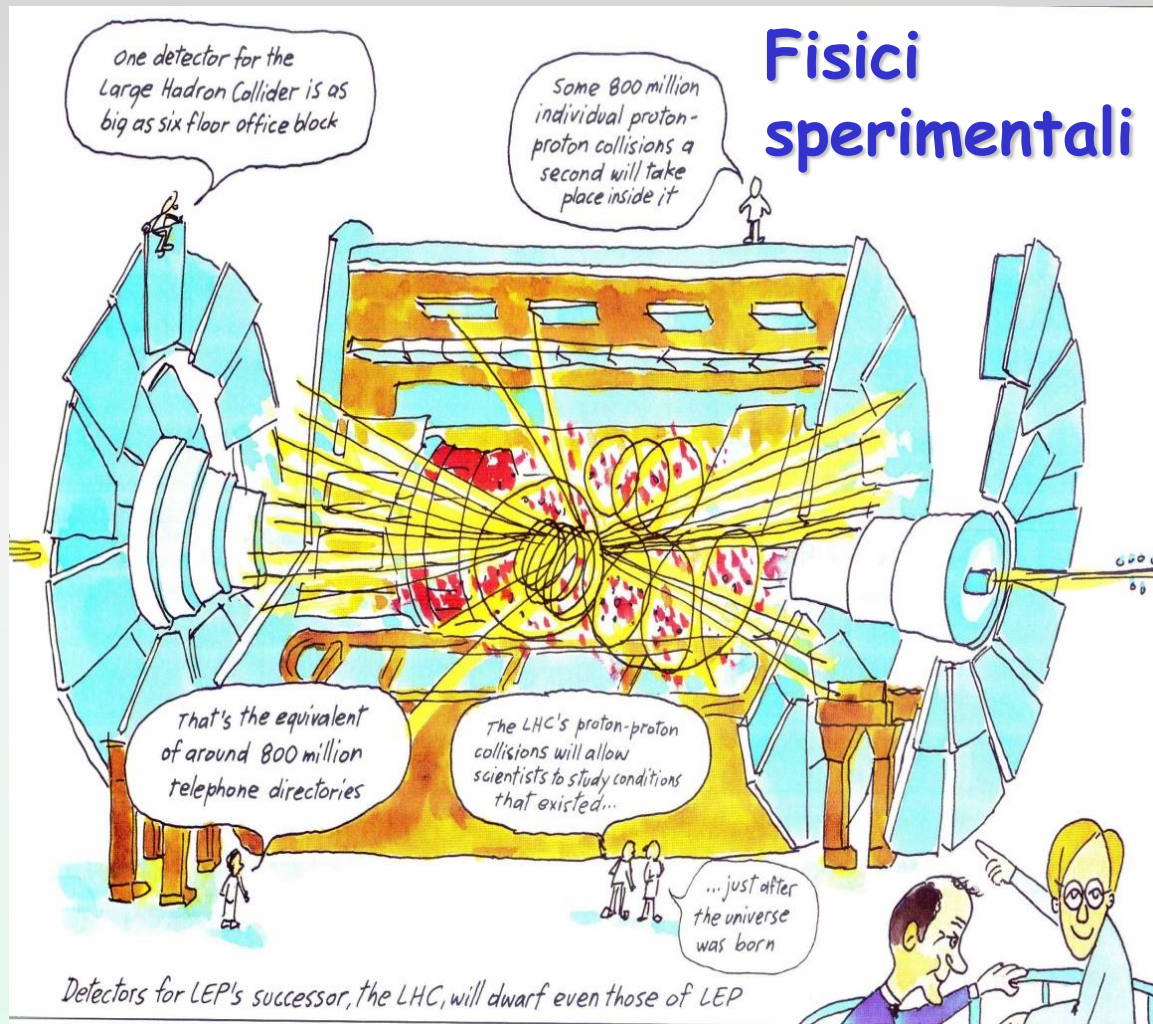
Spiega il complesso mediante il semplice nel mondo dell'infinitamente piccolo.



Si usa ovviamente il metodo scientifico ...



Classica manovra a tenaglia !



Fisici teorici



piu' son piccoli ...

LHC

$R = 4,3 \text{ km}$



In concreto, cosa si misura nella HEP ?

Parametri fondamentali :

- Branching ratio (BR) :

$$\Phi \rightarrow \begin{array}{cccc} K_S K_L, & K^+ K^-, & \pi^+ \pi^- \pi^0, & \eta \gamma \\ 35\% & 49\% & 15\% & 1\% \end{array}$$

- vita media (τ)
- massa (m)
- costanti di accoppiamento



In concreto, cosa si misura nella HEP ?

Parametri fondamentali :

- Branching ratio (BR) :

$$\Phi \rightarrow \begin{array}{cccc} K_S K_L & K^+ K^- & \pi^+ \pi^- \pi^0 & \eta \gamma \\ 35\% & 49\% & 15\% & 1\% \end{array}$$

- vita media (τ)
- massa (m)
- costanti di accoppiamento



attraverso...



- quantità di moto p ;
- energia E rilasciata nel calorimetro ;
- **angoli** e direzioni delle particelle prodotte ;
- intervalli **temporali** ;
- **efficienza** rivelatore/selezione ;
- **contaminazione** selezione ;
- ecc.

Finiscono prima o poi le misure ?

sperim



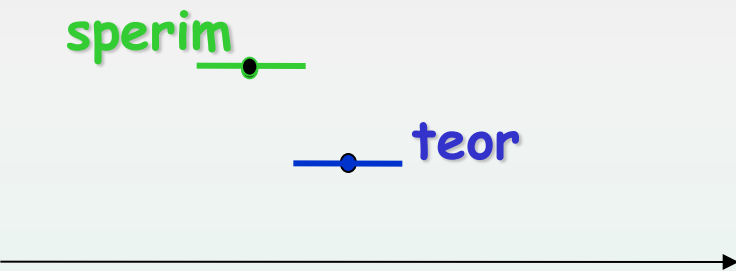
teor



Finiscono prima o poi le misure ?

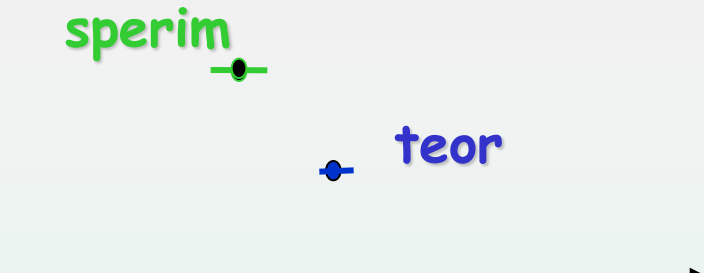
Può aver senso ripetere una stessa misura

sperim



teor

sperim



teor

1 - Fisica Alte Energie : di cosa si occupa ?

2 - Variabili aleatorie e distribuzioni

3 - Fit ai dati sperimentali

4 - Tre esempi completi

Indicatori fondamentali

Valor medio

$$m = \frac{\sum x_i}{N}$$

Deviazione standard

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (m - x_i)^2}{N - 1}}$$

$$x = m \pm \sigma$$

$$e_x = \sigma/m$$

Indicatori fondamentali

Valor medio

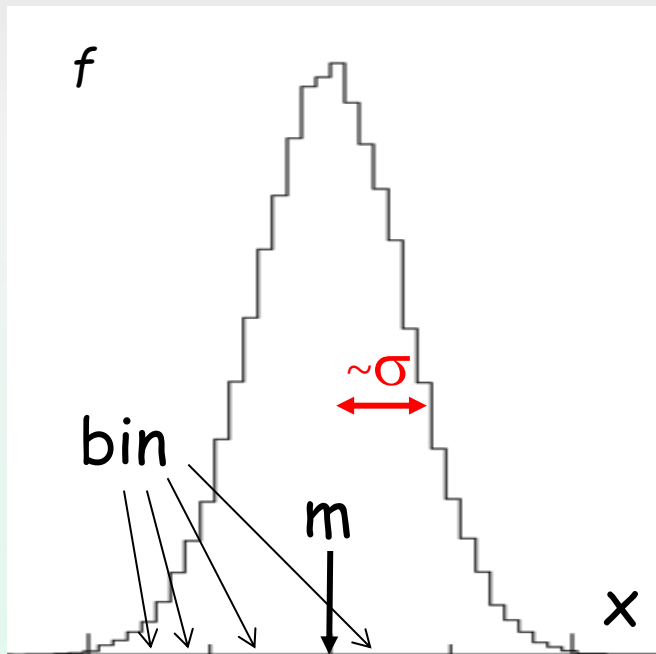
$$m = \frac{\sum x_i}{N}$$

Deviazione standard
RMS

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (m - x_i)^2}{N - 1}}$$

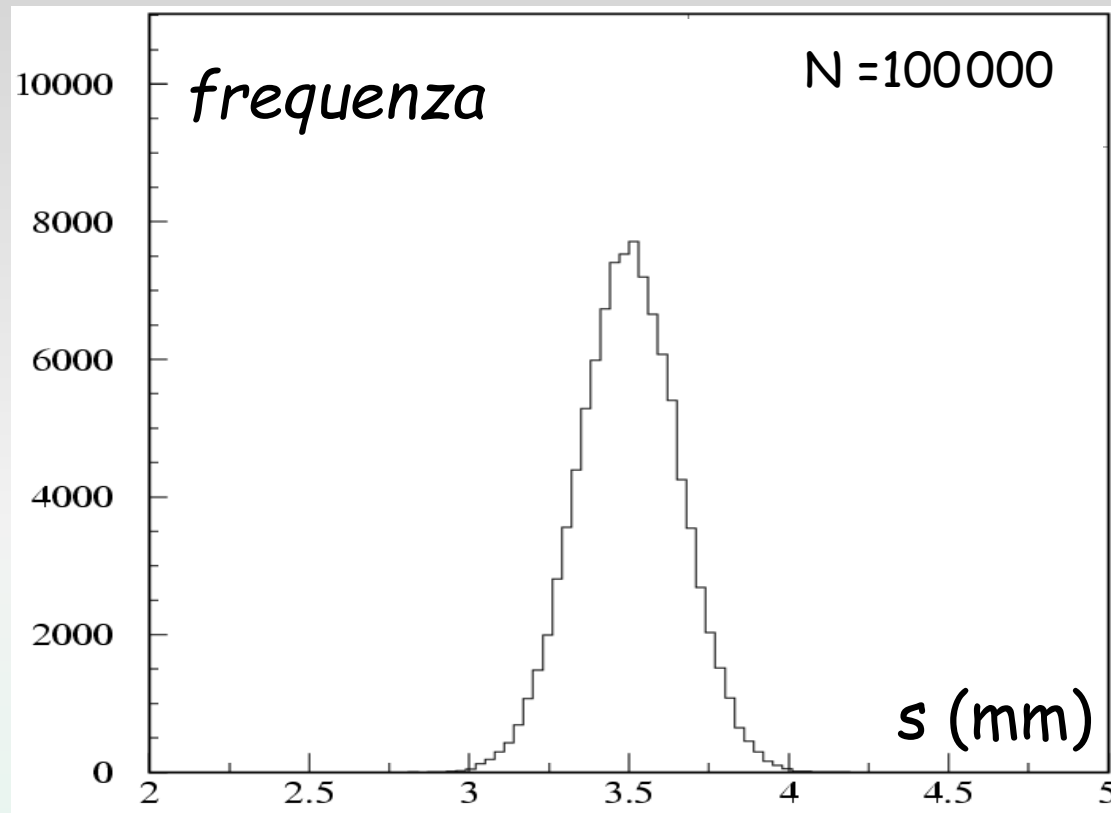
$$x = m \pm \sigma$$

$$e_x = \sigma/m$$



*Istogramma
o
distribuzione*

Esempio - Misura spessore cavo elettrico



$$s = (3.53 \pm 0.21) \text{ mm} \quad \rightarrow \quad e_r = 5,9\%$$

Tipi di variabili aleatorie

VA : gaussiana, x

misura di una grandezza in
presenza di **errori casuali**.



spessore cavo elettrico
massa di una particella
misura di un intervallo di tempo

Tipi di variabili aleatorie

VA : gaussiana, x

misura di una grandezza in presenza di **errori casuali**.



spessore cavo elettrico
massa di una particella
misura di un intervallo di tempo

VA : binomiale, k

numero di **successi** in N prove

$$m = Np ; \sigma = \sqrt{Np(1-p)}$$



risultato lancio di un dado
efficienza rivelatore
decays di una particella in un dato canale

Tipi di variabili aleatorie

VA : gaussiana, x

misura di una grandezza in presenza di **errori casuali**.



spessore cavo elettrico
massa di una particella
misura di un intervallo di tempo

VA : binomiale, k

numero di **successi** in N prove

$$m = Np ; \sigma = \sqrt{Np(1-p)}$$



risultato lancio di un dado
efficienza rivelatore
decays di una particella in un dato canale

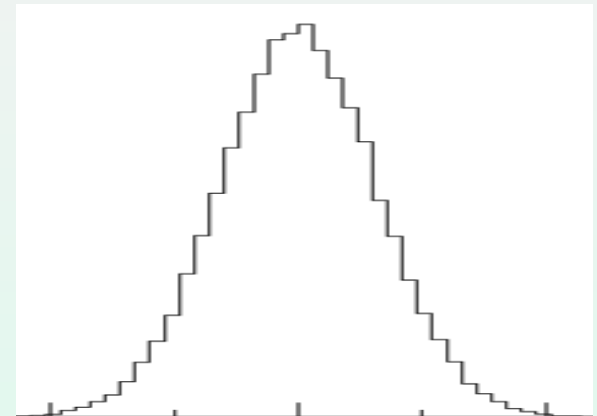
VA : poissoniana

Caso particolare di var.binom.:
- *successo: evento raro*, $p \approx 0$
- numero **infinito** di prove $N \approx \infty$

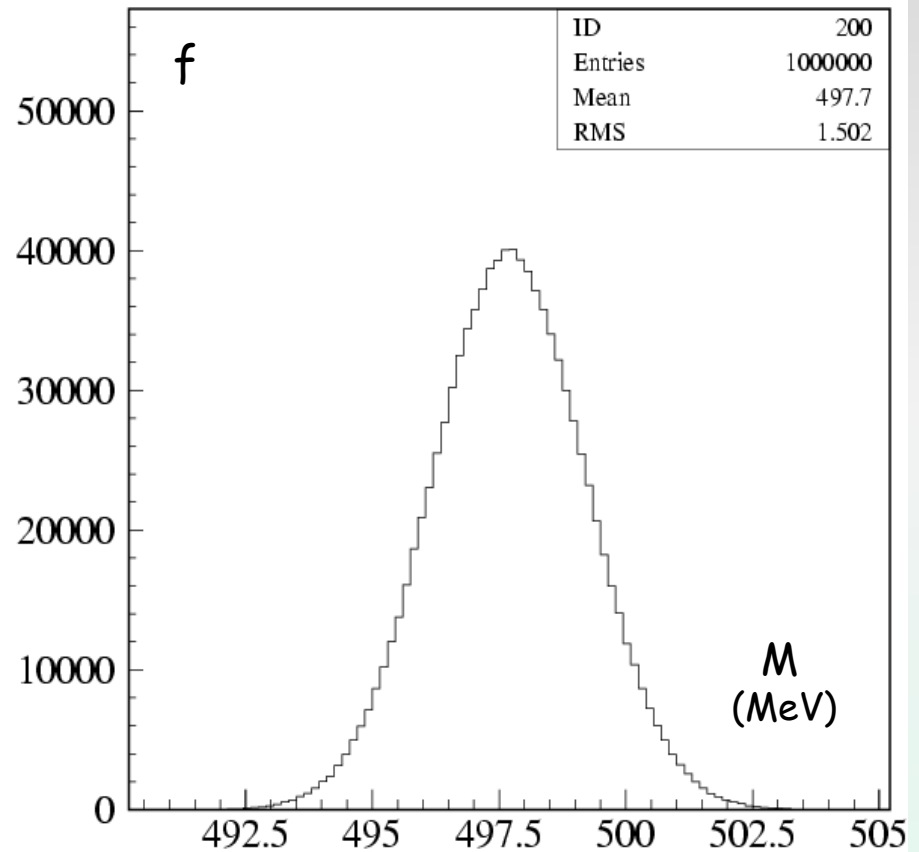
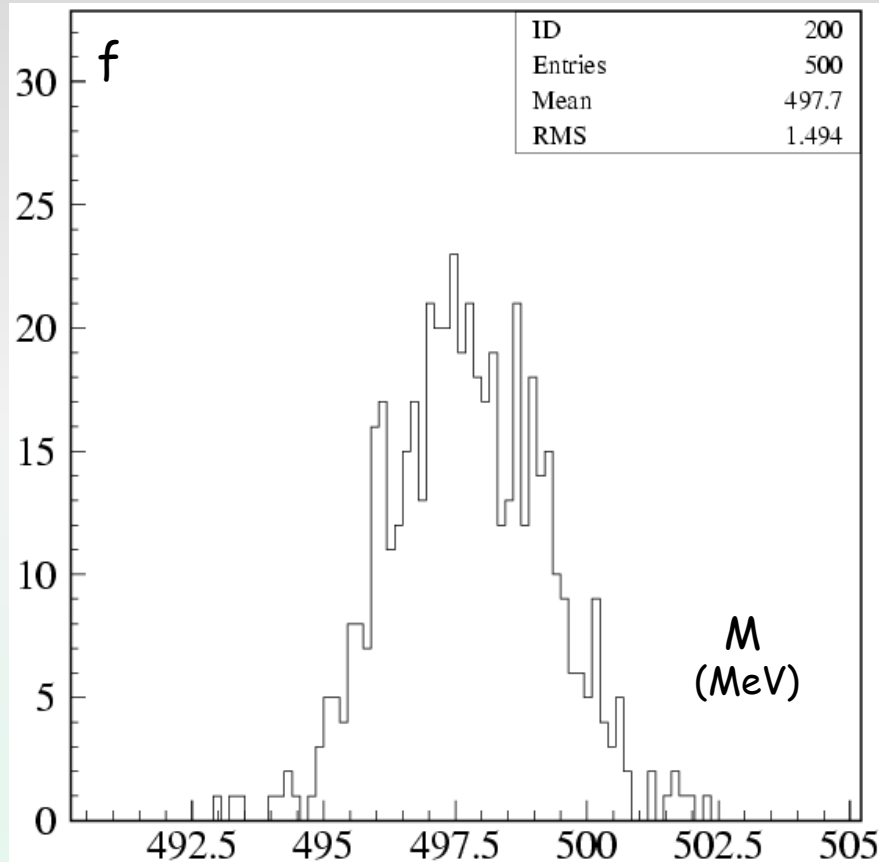
$$m = Np ; \sigma = \sqrt{m}$$

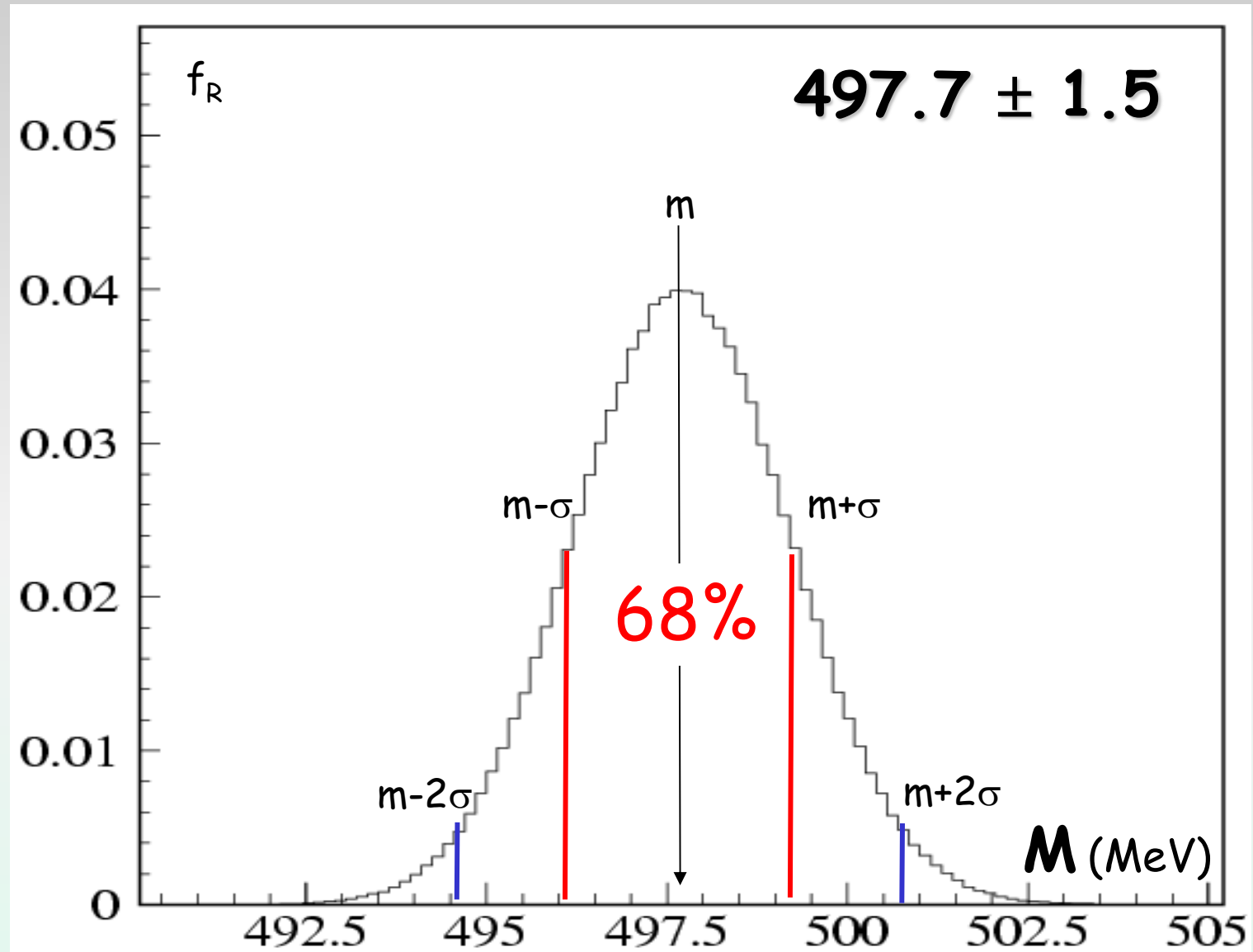


nascite al giorno
decays in 5s sostanza radioattiva
di eventi in un "bin" di un istogramma

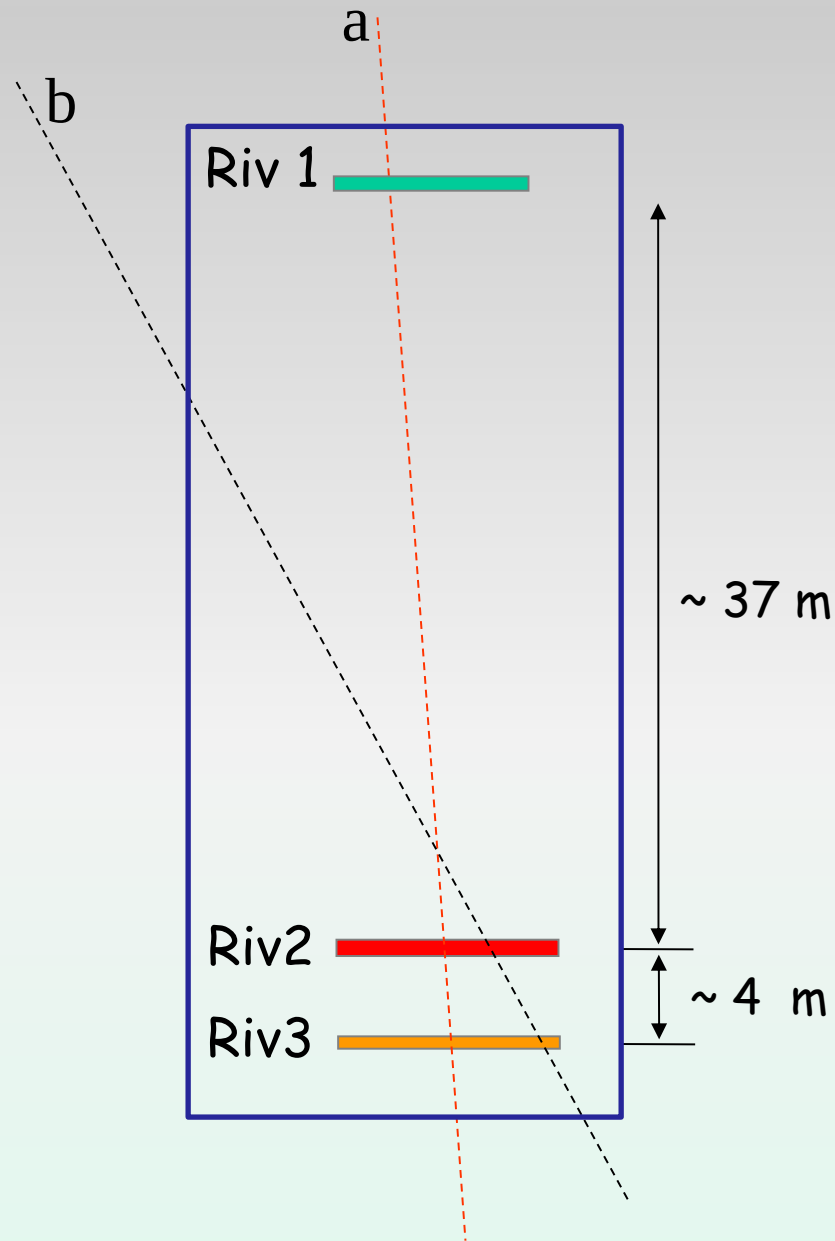
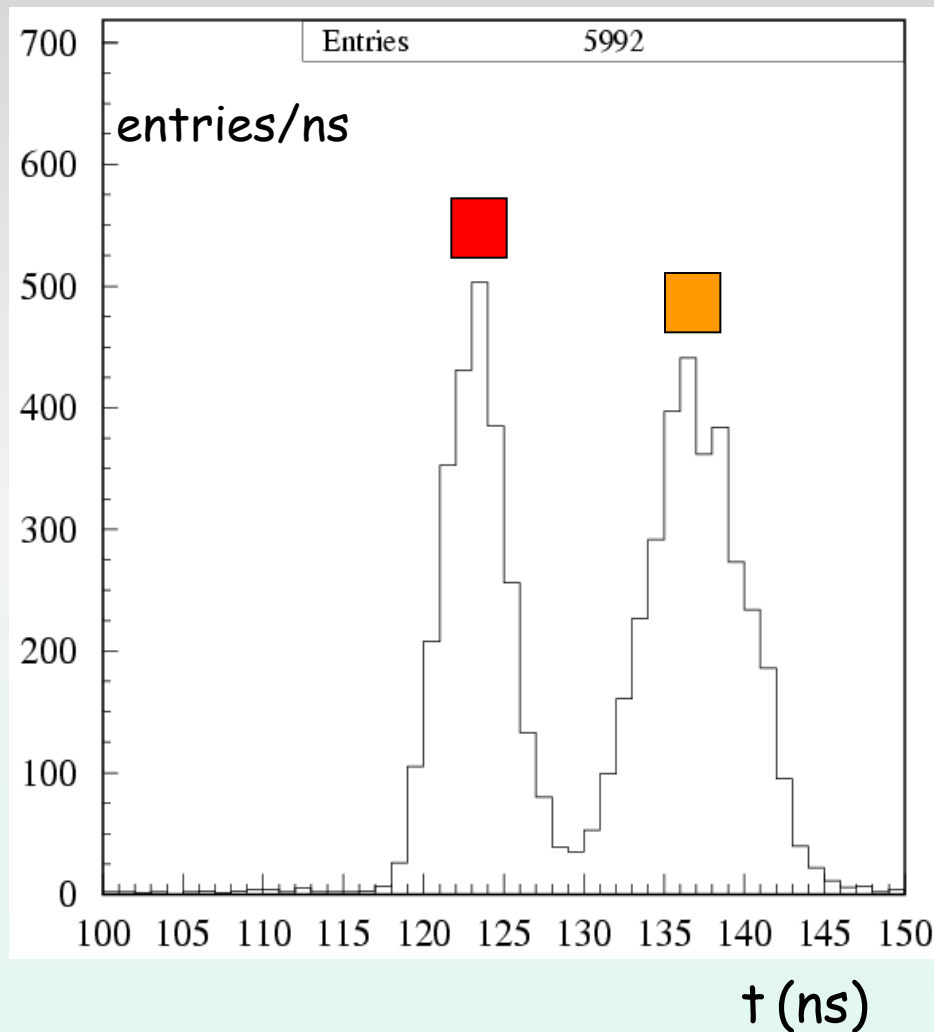


Esempio 1 di VA gaussiana : massa di una particella





Esempio 2 di VA gaussiana : Misura intervallo temporale



Esempio di VA binomiale :

I conteggi

$$Z_0 \rightarrow ee, \mu\mu, \tau\tau, qq$$

- Osservati $N=1000$ decadimenti Z_0
- Osservati $K=34$ eventi $Z_0 \rightarrow ee$ (BR=3,4%)



Esempio di VA binomiale : I conteggi

$$Z_0 \rightarrow ee, \mu\mu, \tau\tau, qq$$



- Osservati $N=1000$ decadimenti Z_0
- Osservati $K=34$ eventi $Z_0 \rightarrow ee$ (BR=3,4%)

$$\sigma = \sqrt{Np(1-p)} = \sqrt{1000 \times 0,034 \times (1-0,034)} = 6 \approx \sqrt{k}$$

Esempio di VA binomiale : I conteggi

$$Z_0 \rightarrow ee, \mu\mu, \tau\tau, qq$$



- Osservati $N=1000$ decadimenti Z_0
- Osservati $K=34$ eventi $Z_0 \rightarrow ee$ (BR=3,4%)

$$\sigma = \sqrt{Np(1-p)} = \sqrt{1000 \times 0,034 \times (1-0,034)} = 6 \approx \sqrt{k}$$

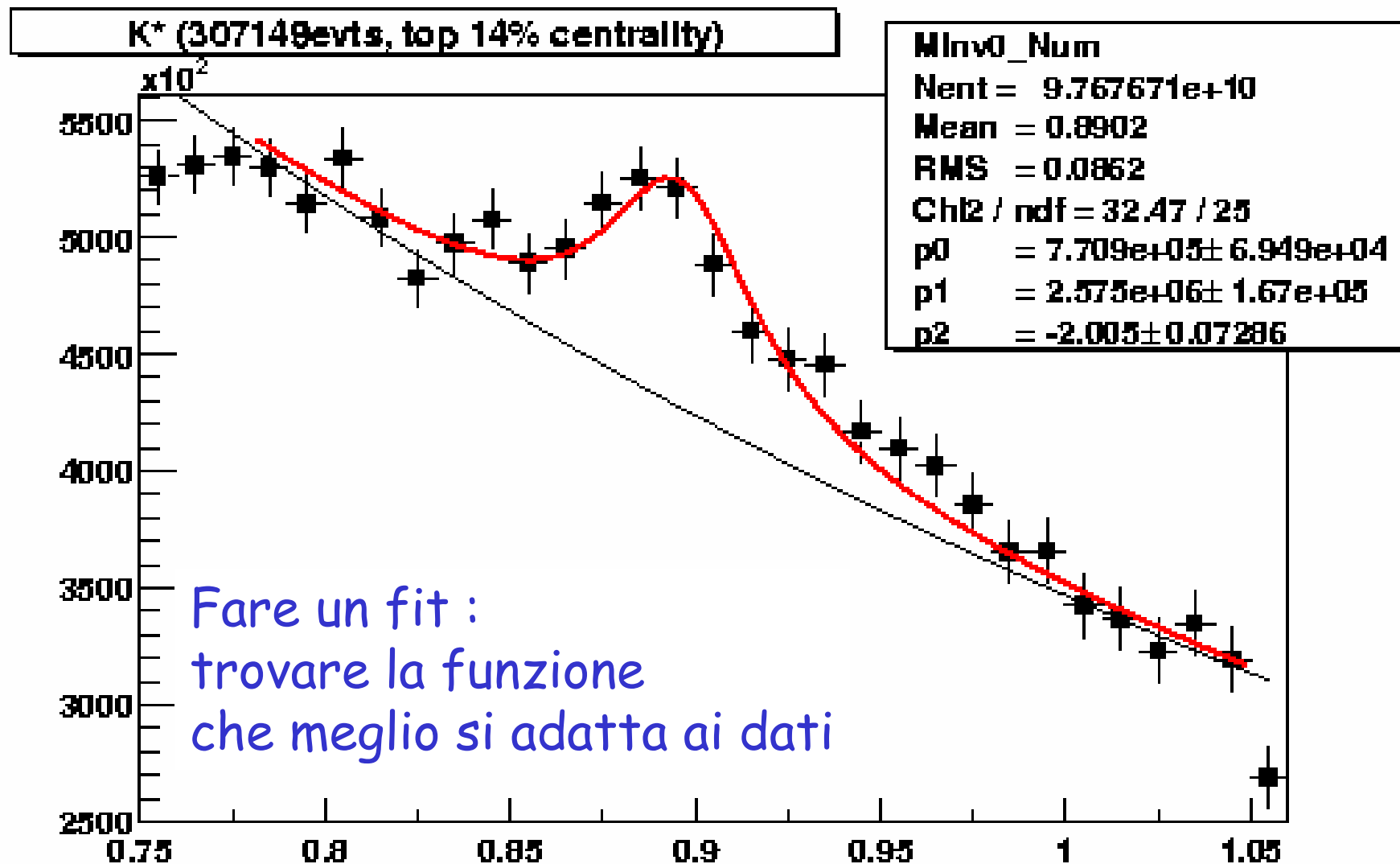
osservaz. precisione

$$\frac{\sigma}{m} = \frac{\sqrt{Np(1-p)}}{pN} \approx \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{N}}}$$

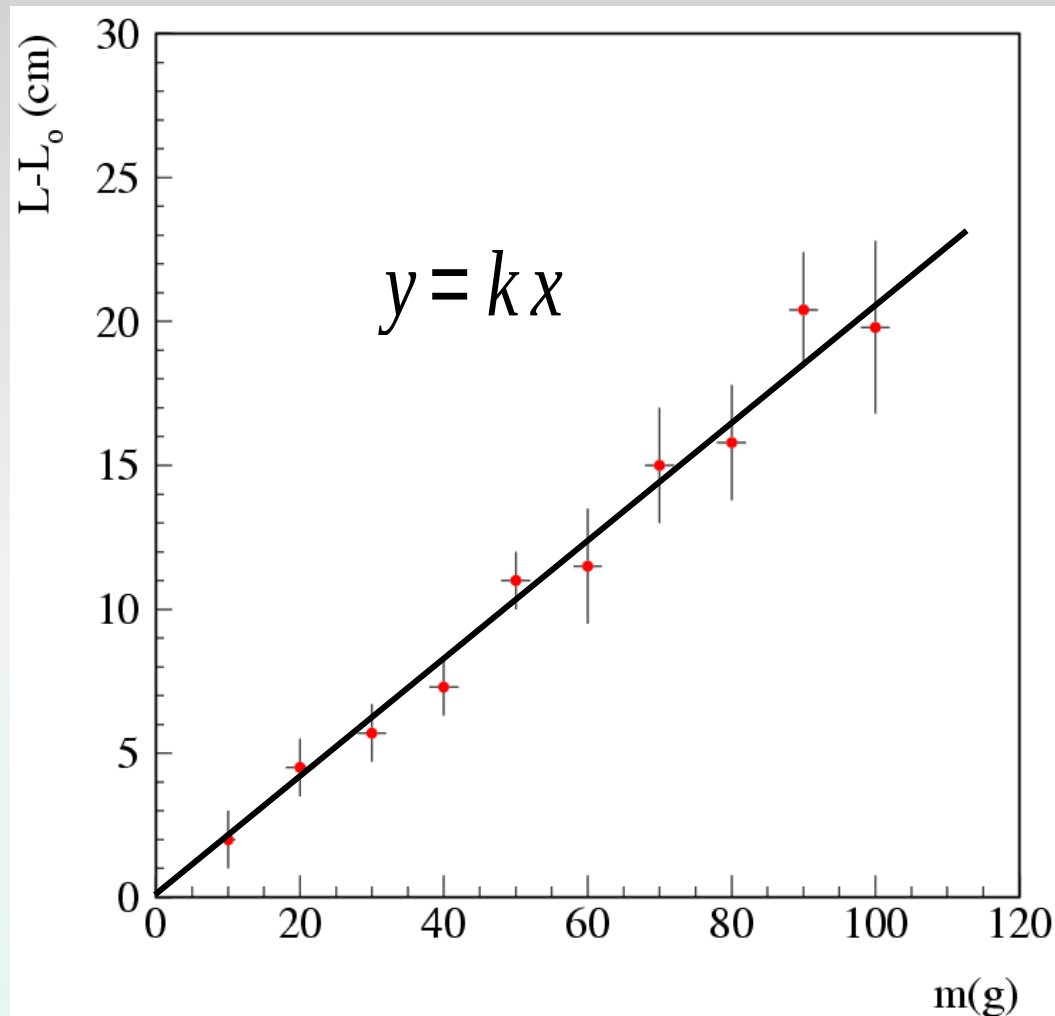
$N = 50$	$\sim 10\%$
$N = 10^3$	$\sim 2.4\%$
$N = 10^6$	$\sim 0.08\%$

- 1 - Fisica Alte Energie : di cosa si occupa ?
- 2 - Variabili aleatorie e distribuzioni
- 3 - Fit ai dati sperimentali
- 4 - Tre esempi completi

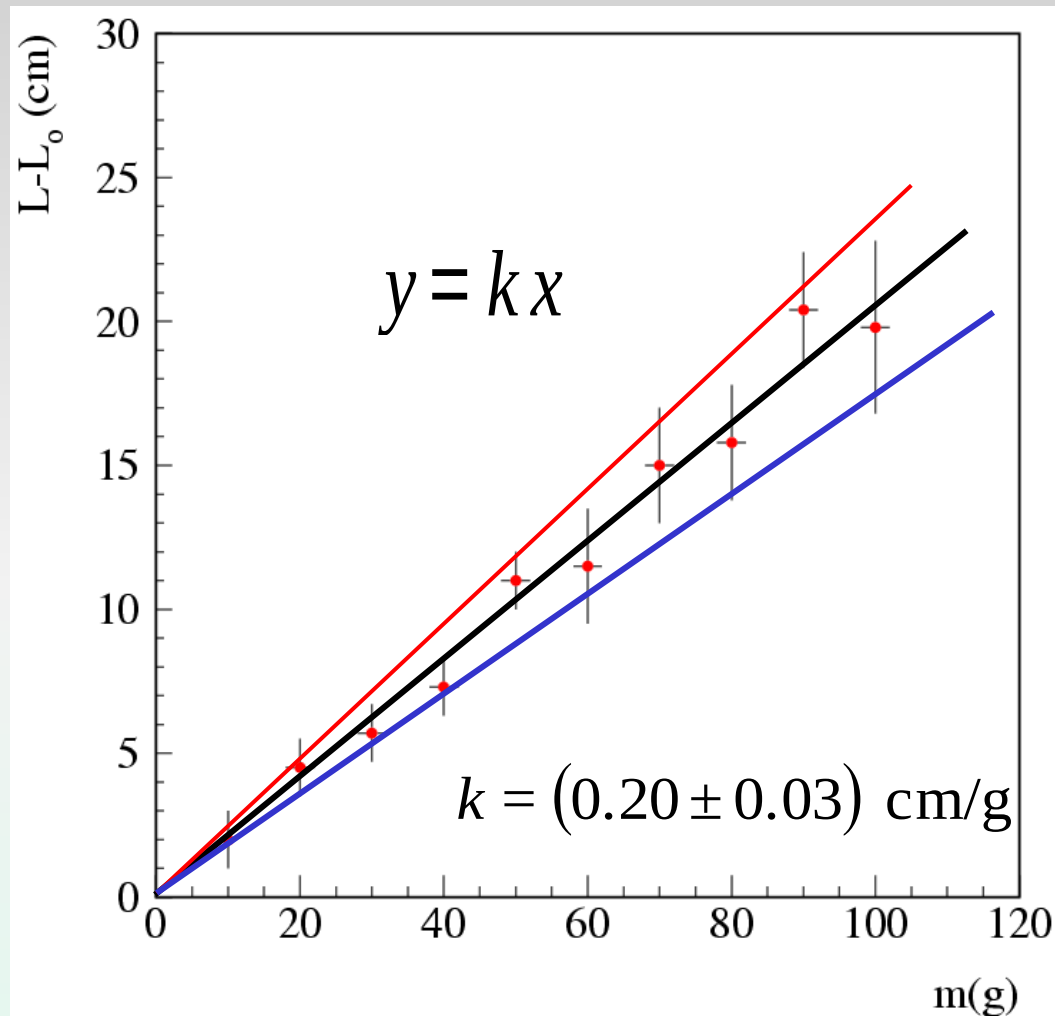
*relazione matematica=legge fisica=grafico :
i valori sperimentali si adattano ad esso ?*



Allungamento di una molla (I)

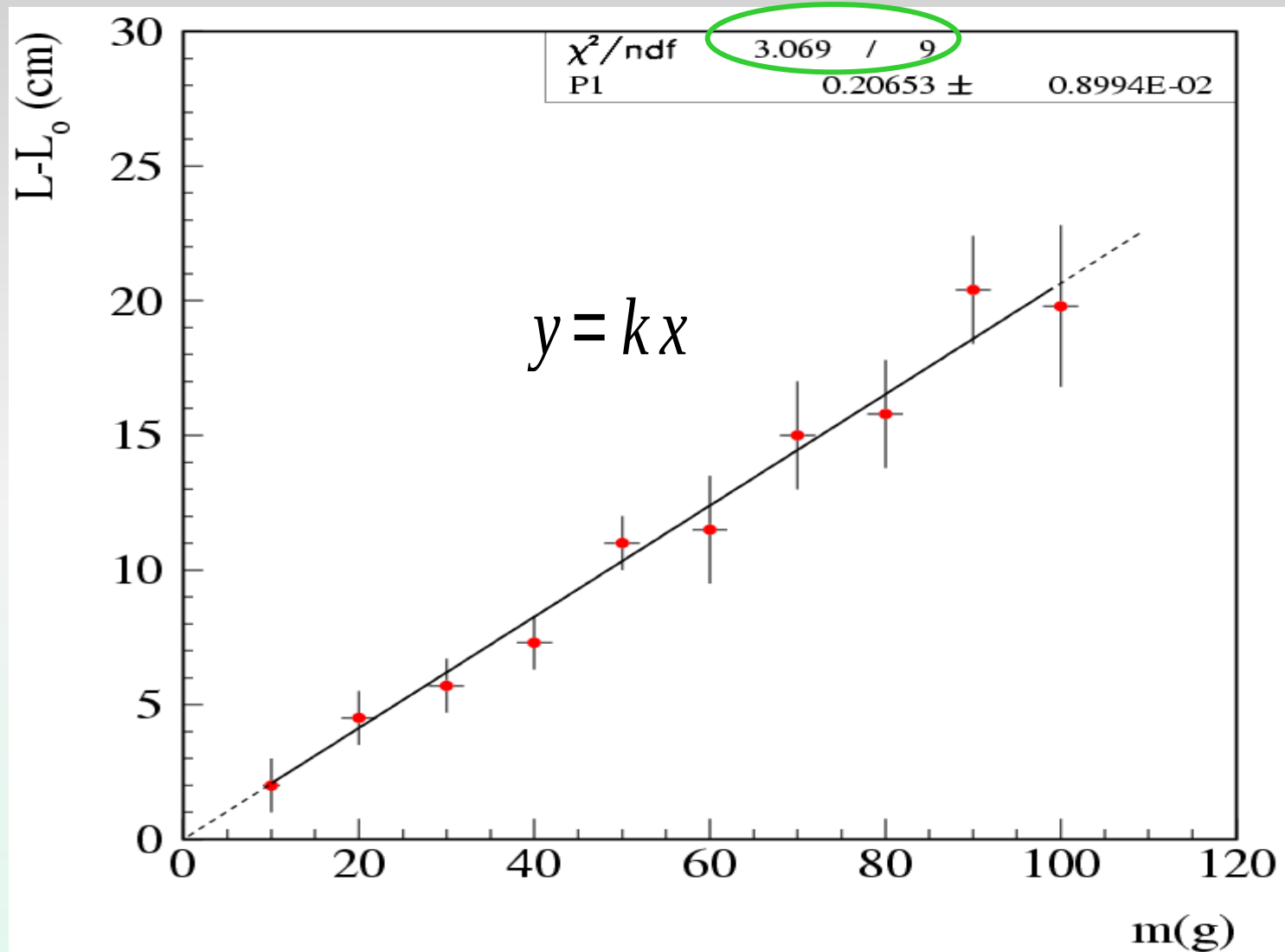


Allungamento di una molla (I)

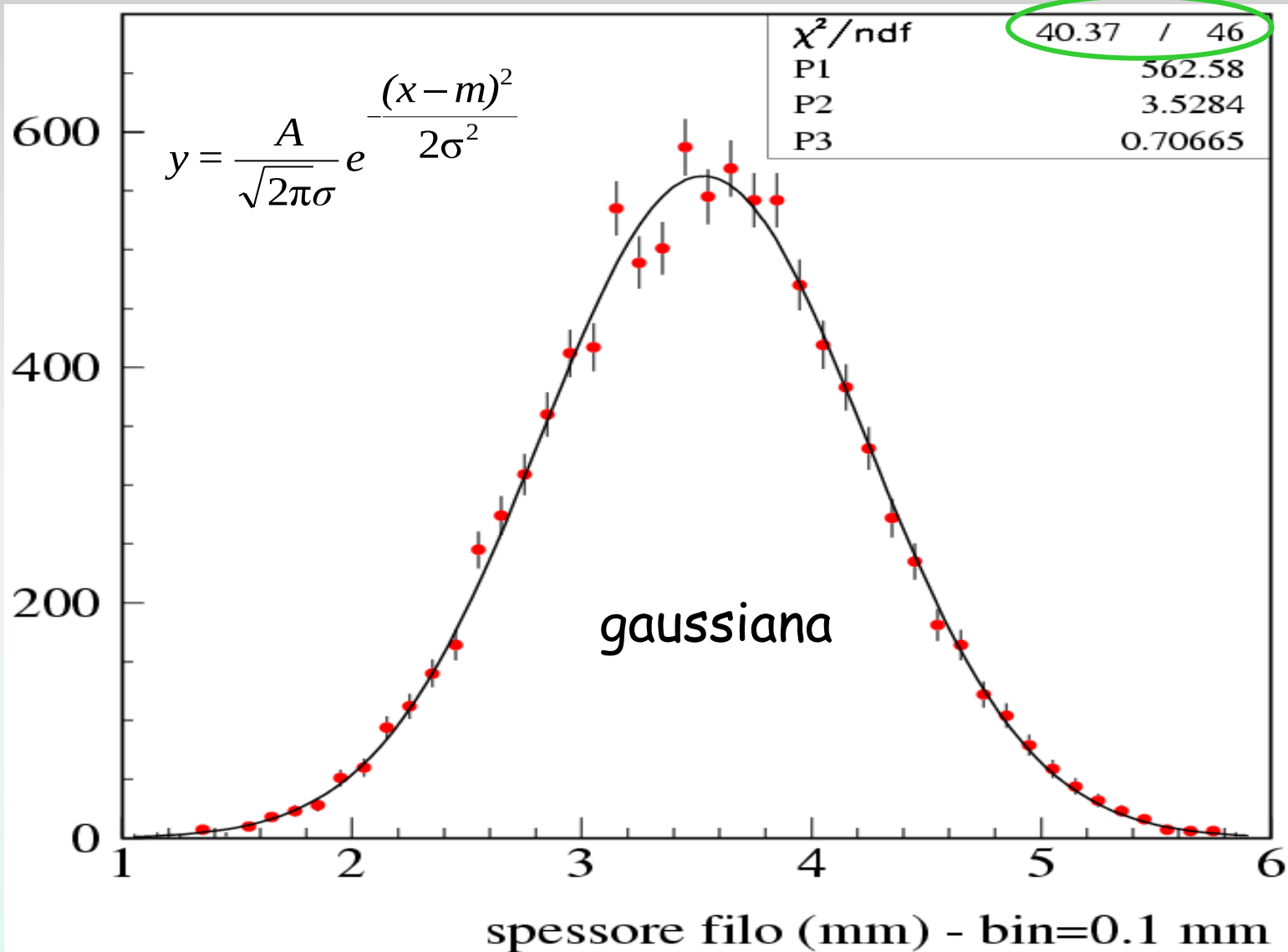


Ma esistono vari
programmini ...
PAW
ROOT

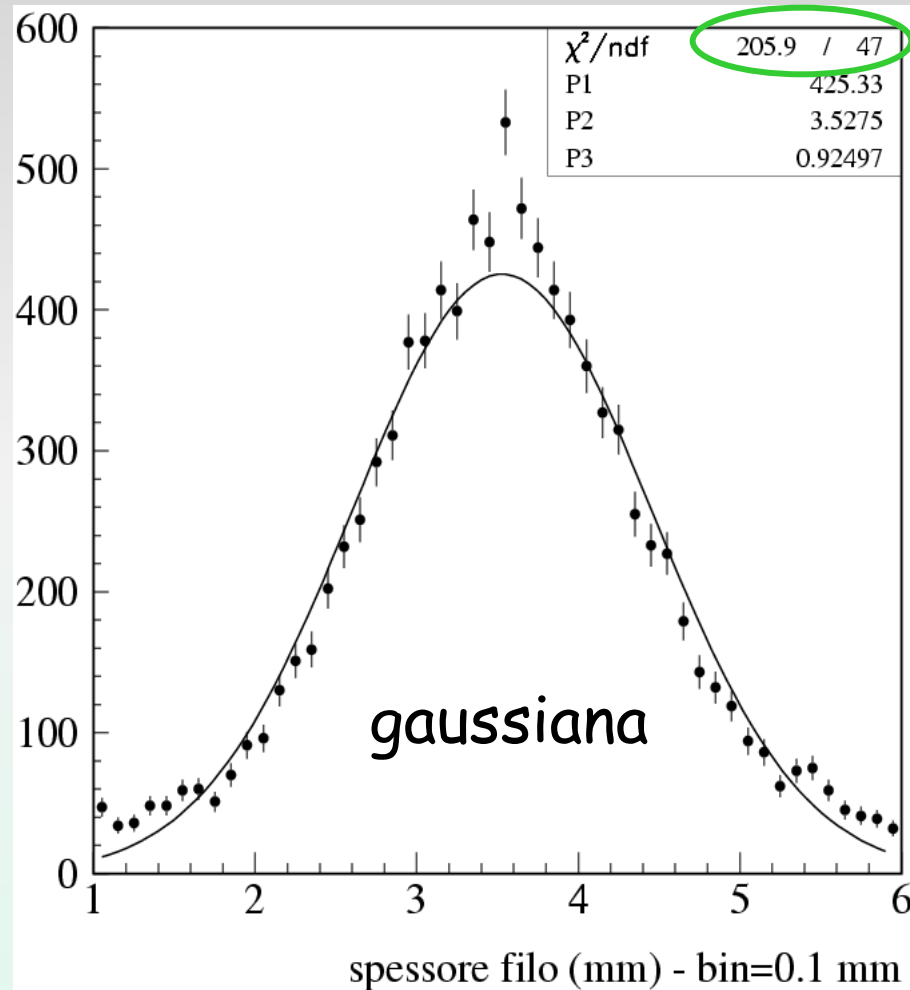
Allungamento di una molla (II)



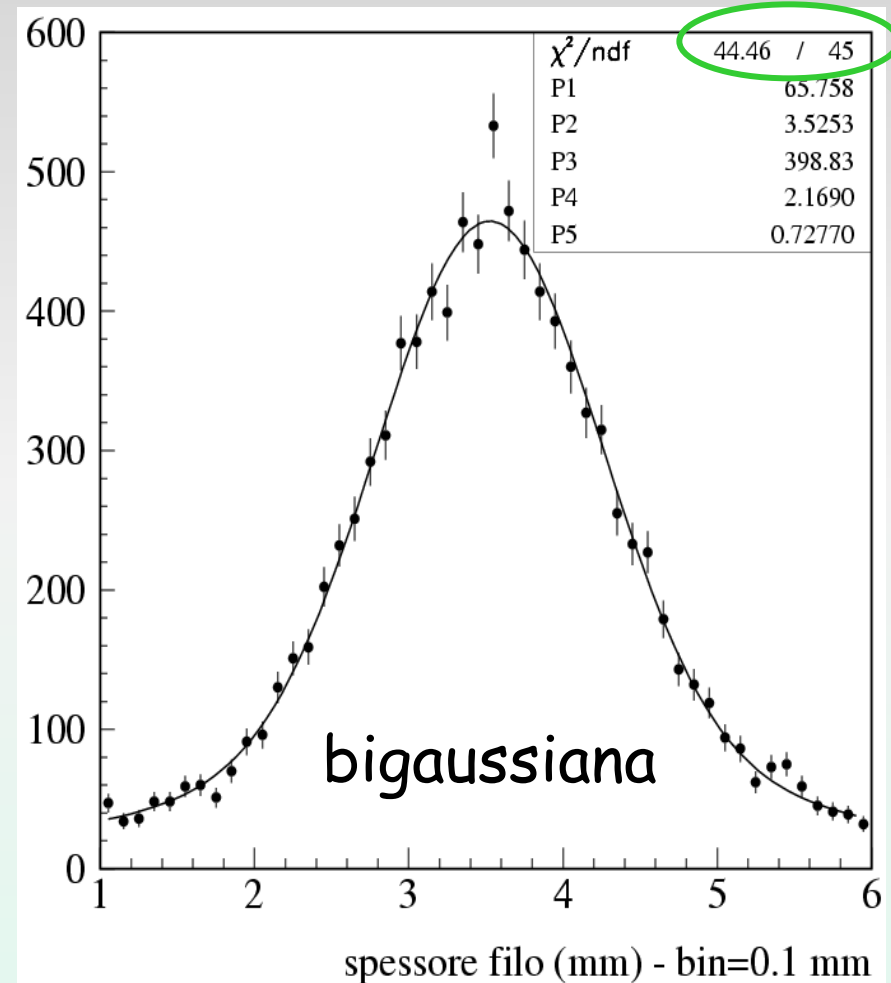
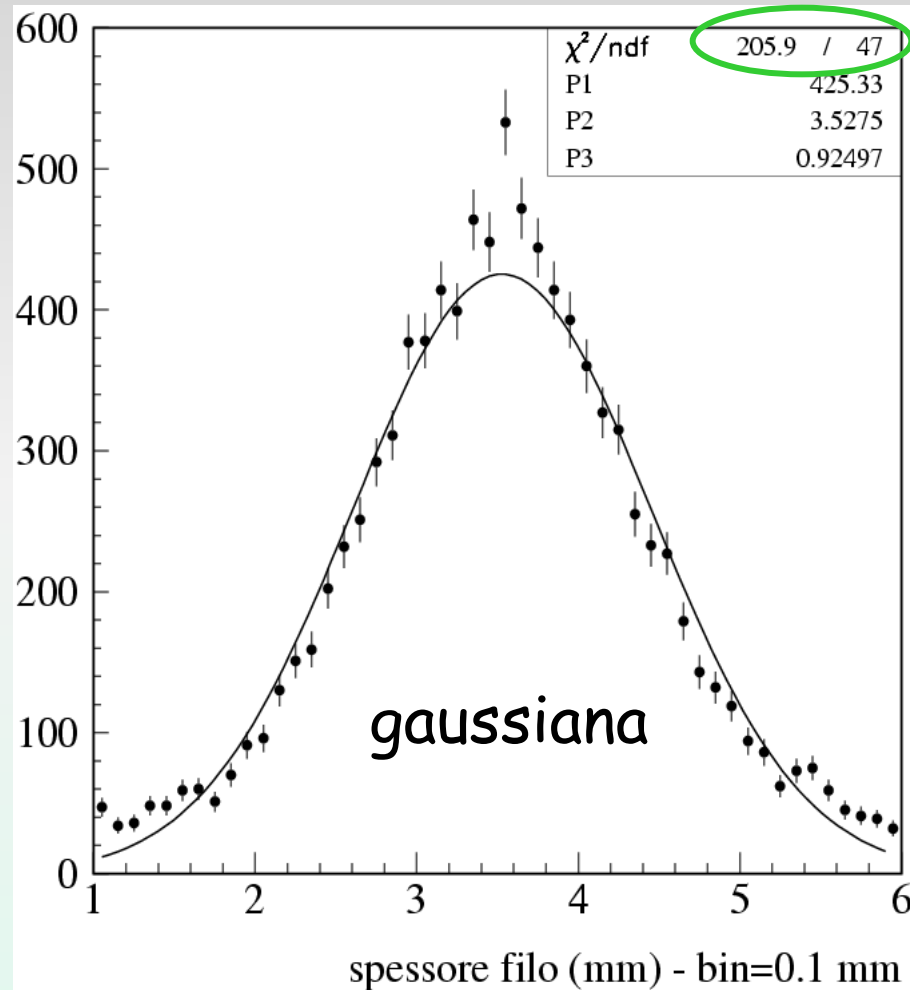
Spessore di un cavo elettrico (I)



Spessore di un cavo elettrico (II)

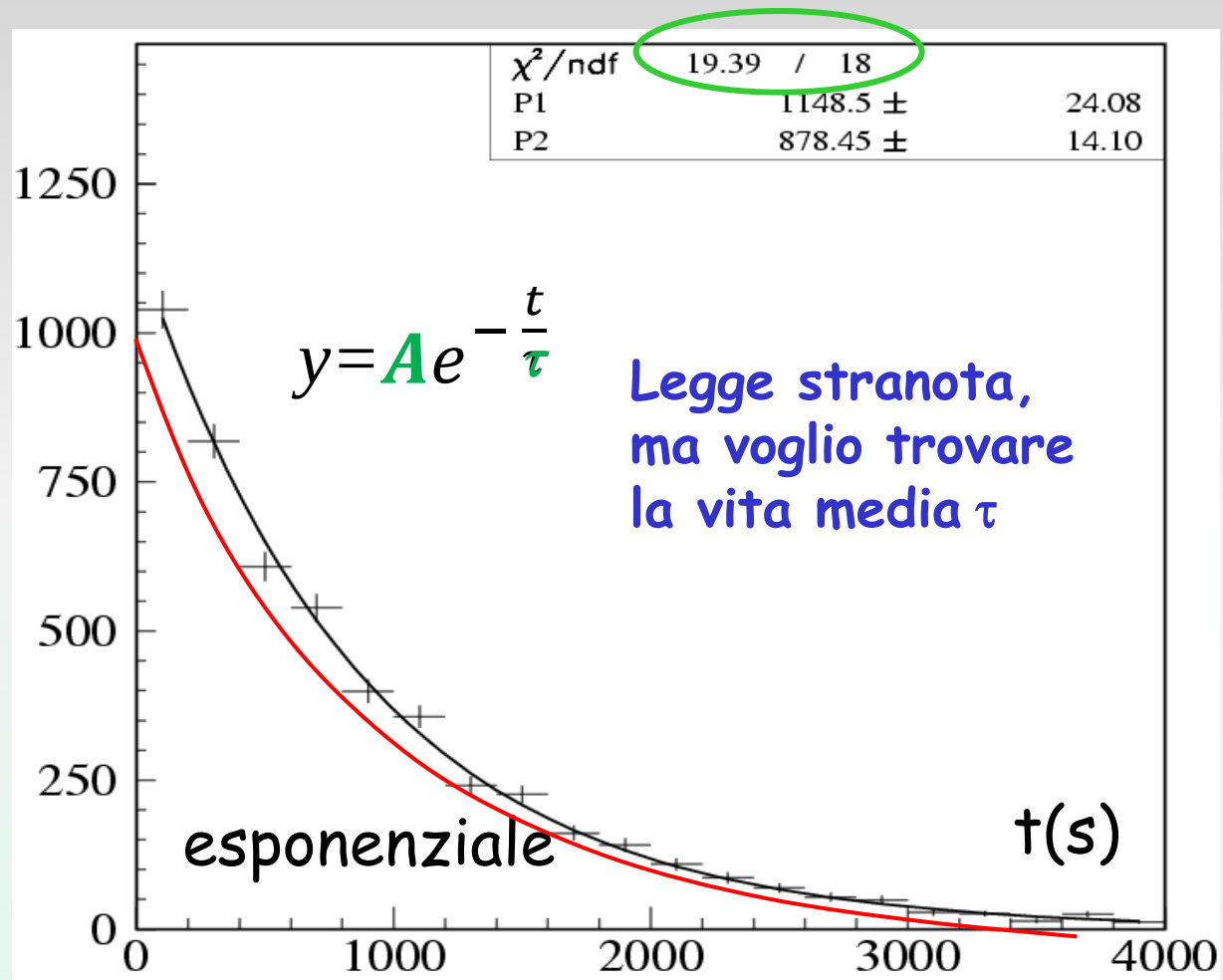


Spessore di un cavo elettrico (II)



Un fit non e' fatto
sempre per verificare
l'adattamento, ma per
trovare qualche
parametro ...

Misura vita media

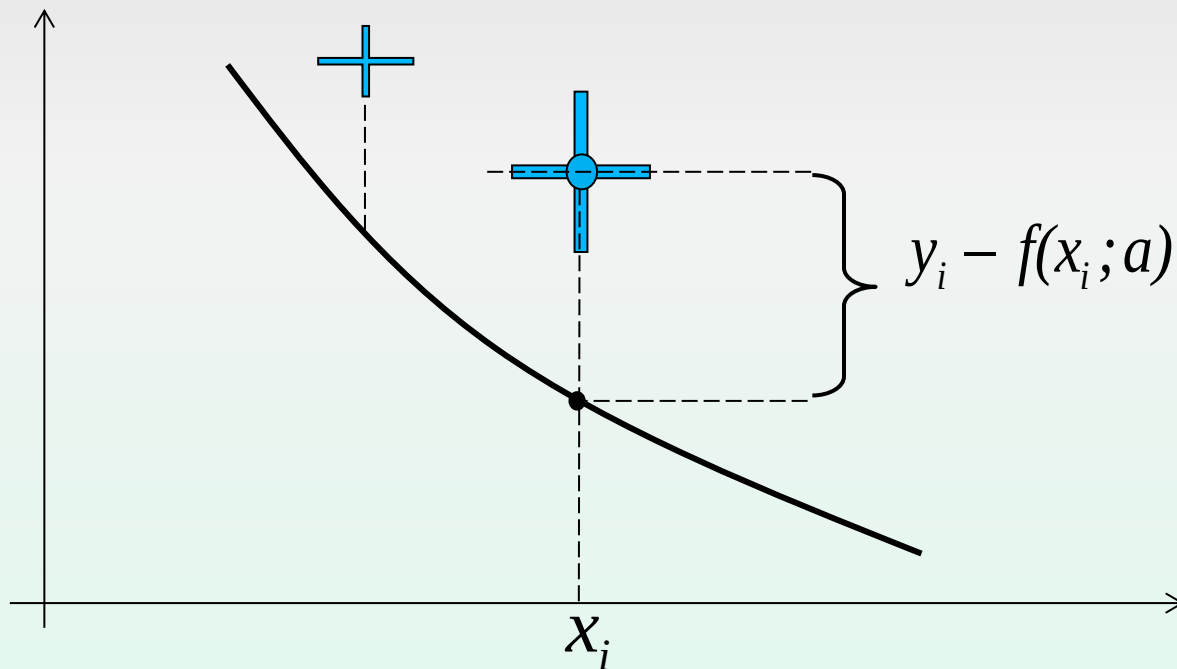


Quale e' il criterio per dire che un fit e' OK ?

- Se il fenomeno in studio e' ben noto, la funzione $y = f(x;a)$ è nota. Lo scopo del *fit* e' allora determinare il **valore del parametro** che corrisponde al **miglior adattamento della curva ai dati sperimentali** .

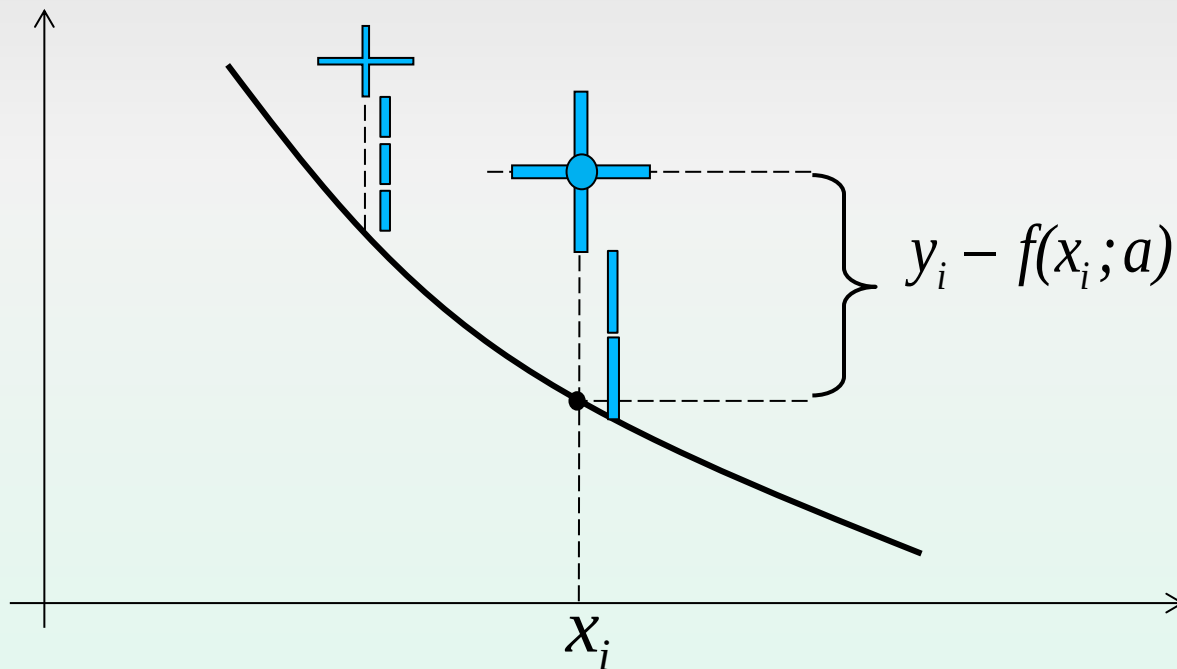
Quale e' il criterio per dire che un fit e' OK ?

- Se il fenomeno in studio e' ben noto, la funzione $y = f(x;a)$ è nota. Lo scopo del *fit* e' allora determinare il **valore del parametro** che corrisponde al **miglior adattamento della curva ai dati sperimentali**.



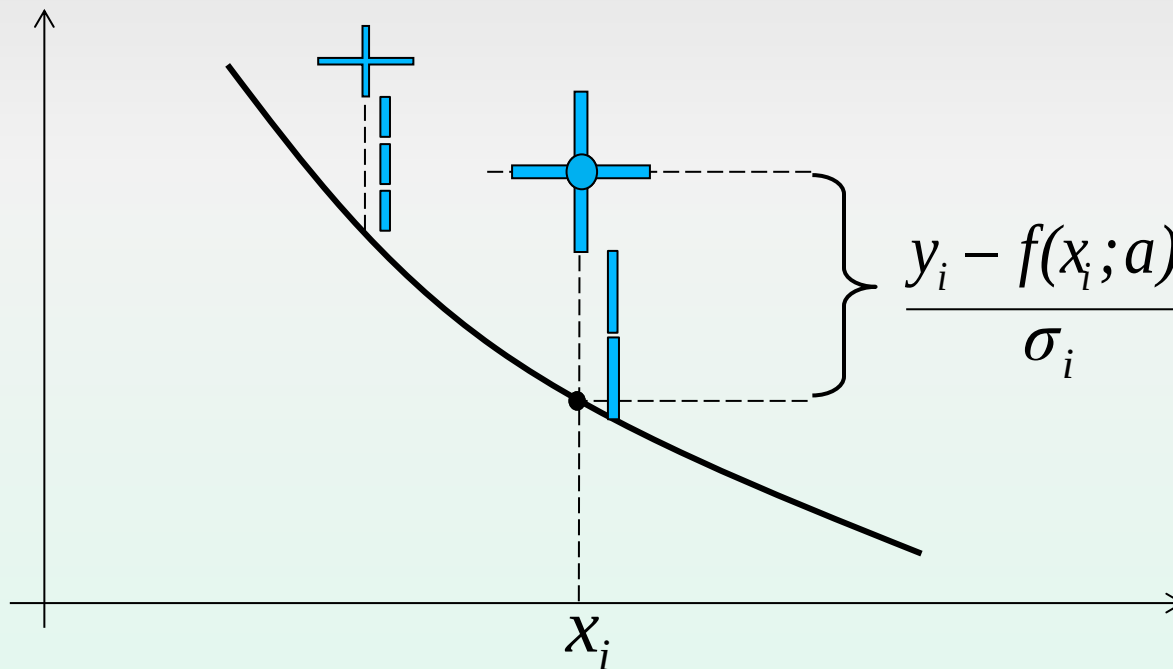
Quale e' il criterio per dire che un fit e' OK ?

- Se il fenomeno in studio e' ben noto, la funzione $y = f(x;a)$ è nota. Lo scopo del *fit* e' allora determinare il **valore del parametro** che corrisponde al **miglior adattamento della curva ai dati sperimentali**.



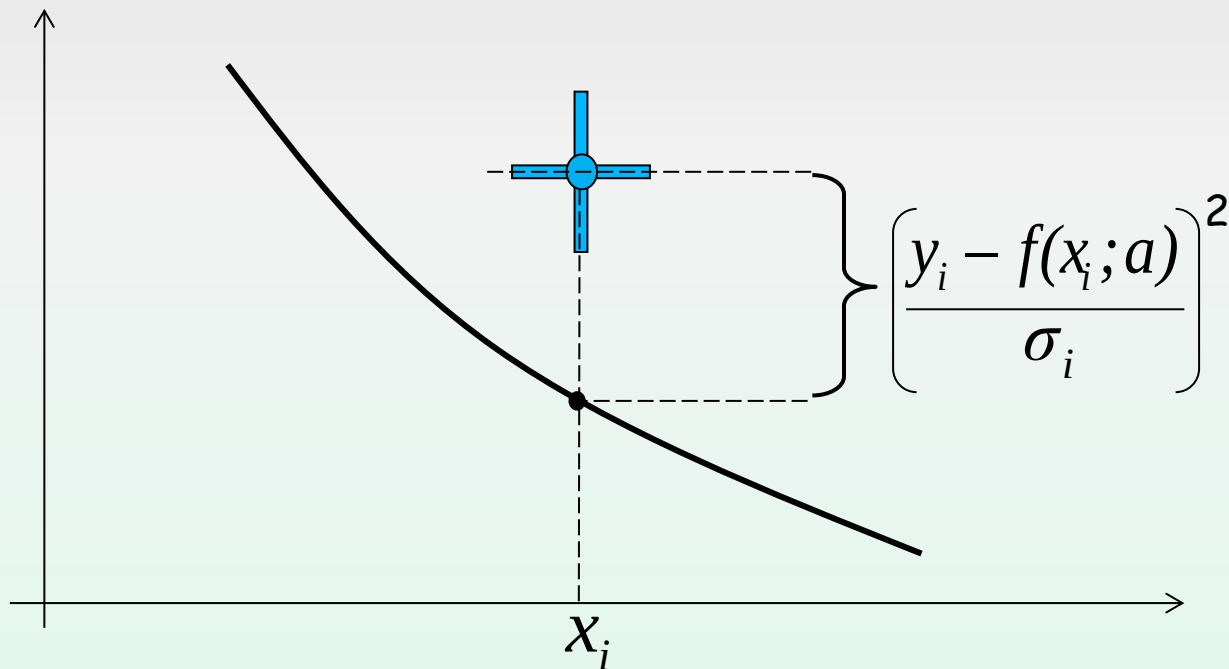
Quale e' il criterio per dire che un fit e' OK ?

- Se il fenomeno in studio e' ben noto, la funzione $y = f(x;a)$ è nota. Lo scopo del *fit* e' allora determinare il **valore del parametro** che corrisponde al **miglior adattamento della curva ai dati sperimentali**.



Quale e' il criterio per dire che un fit e' OK ?

- Se il fenomeno in studio e' ben noto, la funzione $y = f(x;a)$ è nota. Lo scopo del *fit* e' allora determinare il **valore del parametro** che corrisponde al **miglior adattamento della curva ai dati sperimentali**.



Quale e' il criterio per dire che un fit e' OK ?

- Se il fenomeno in studio e' ben noto, la funzione $y = f(x;a)$ è nota. Lo scopo del *fit* e' allora determinare il **valore del parametro** che corrisponde al **miglior adattamento della curva ai dati sperimentali**.

The diagram shows the chi-squared test formula with three annotations:

- A box labeled "valore sperimentale" (green text) with an arrow pointing to the y_i term, which is circled in green.
- A box labeled "valore teorico" (blue text) with an arrow pointing to the $f(x_i; a)$ term, which is circled in blue.
- A box labeled "# parametri" (black text) with an arrow pointing to the p in the expression $N-p = ndf$.

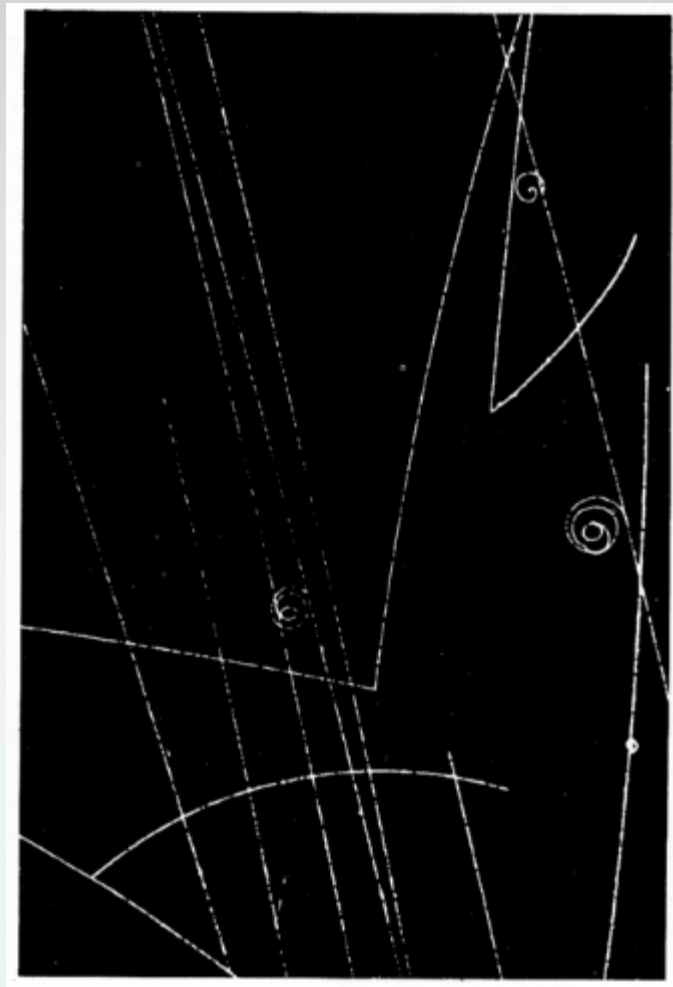
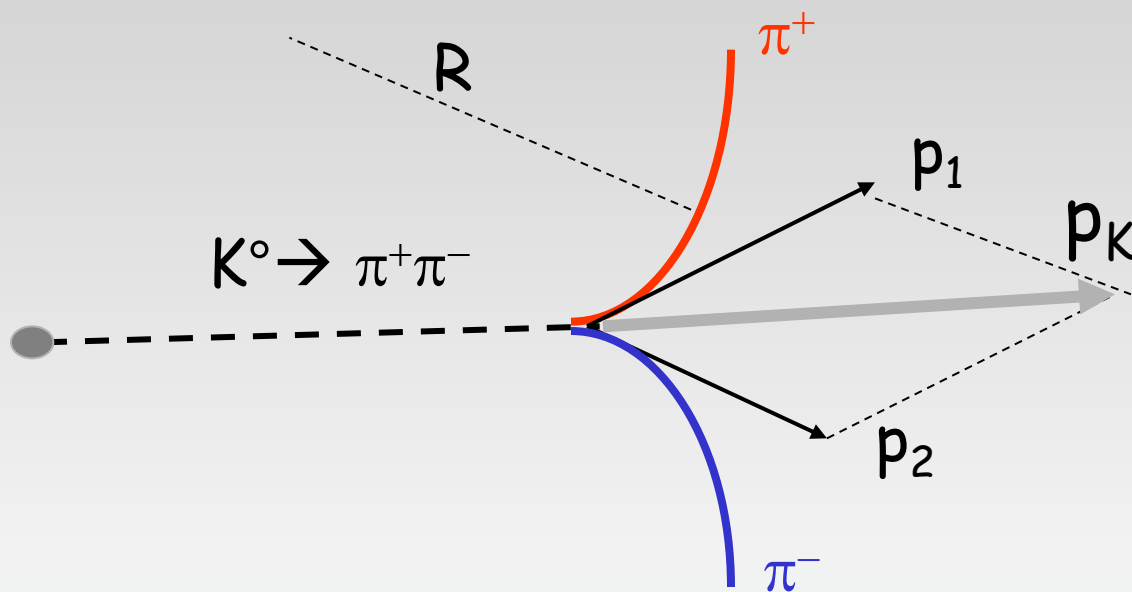
$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - f(x_i; a)}{\sigma_i} \right)^2 \approx N - p = ndf$$

Test del χ^2

- 1 - Fisica Alte Energie : di cosa si occupa ?
- 2 - Variabili aleatorie e distribuzioni
- 3 - Fit ai dati sperimentali
- 4 - Tre esempi completi

Esempio 1 (misura massa K^0)

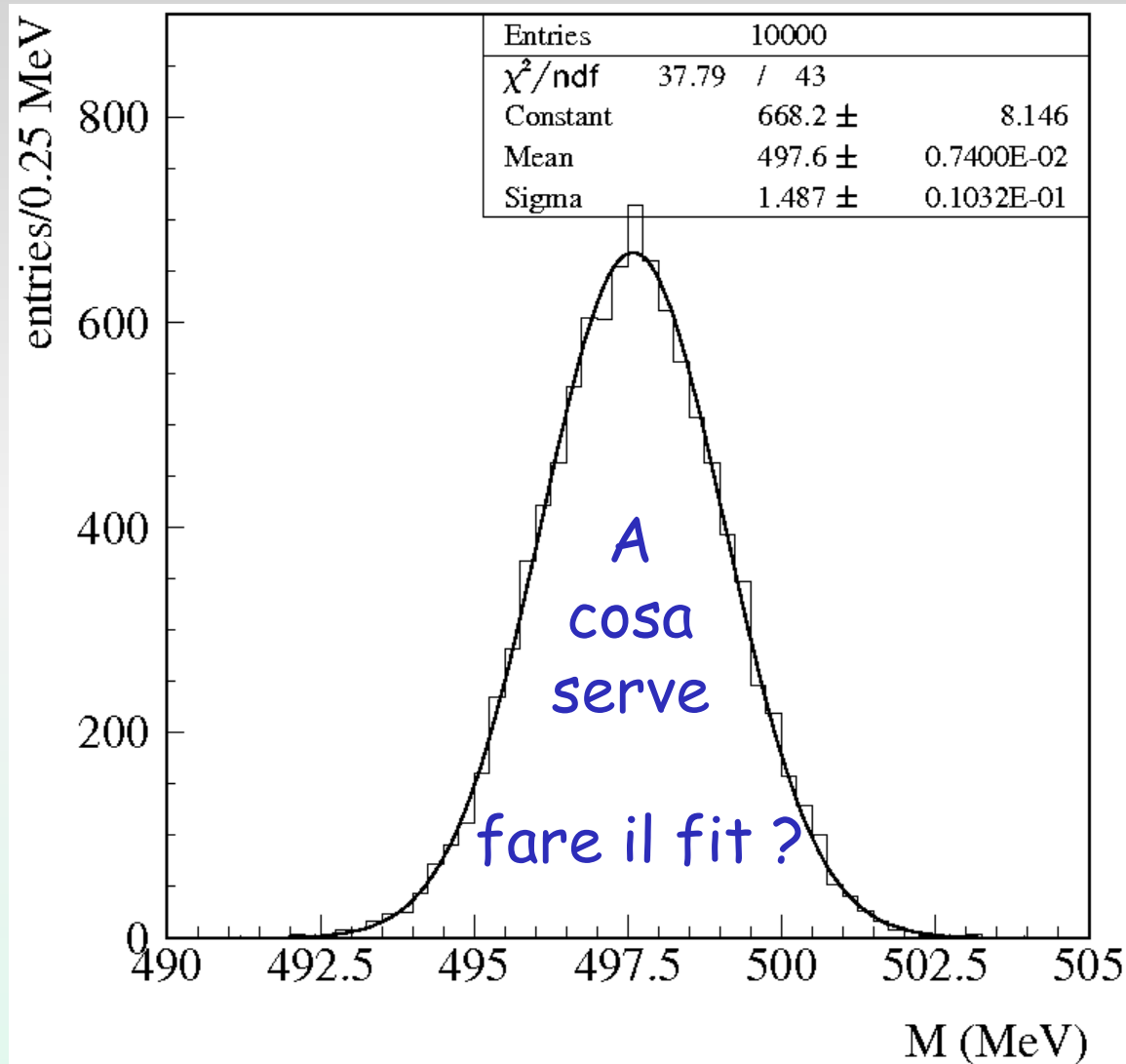
$$E^2 = p^2 + m^2$$



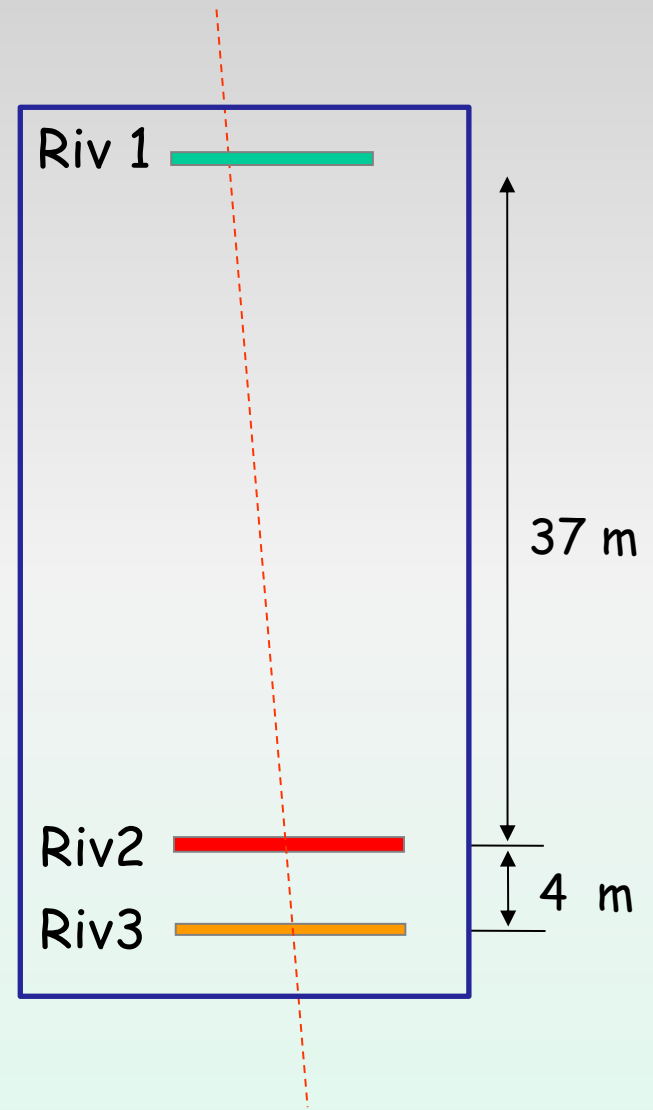
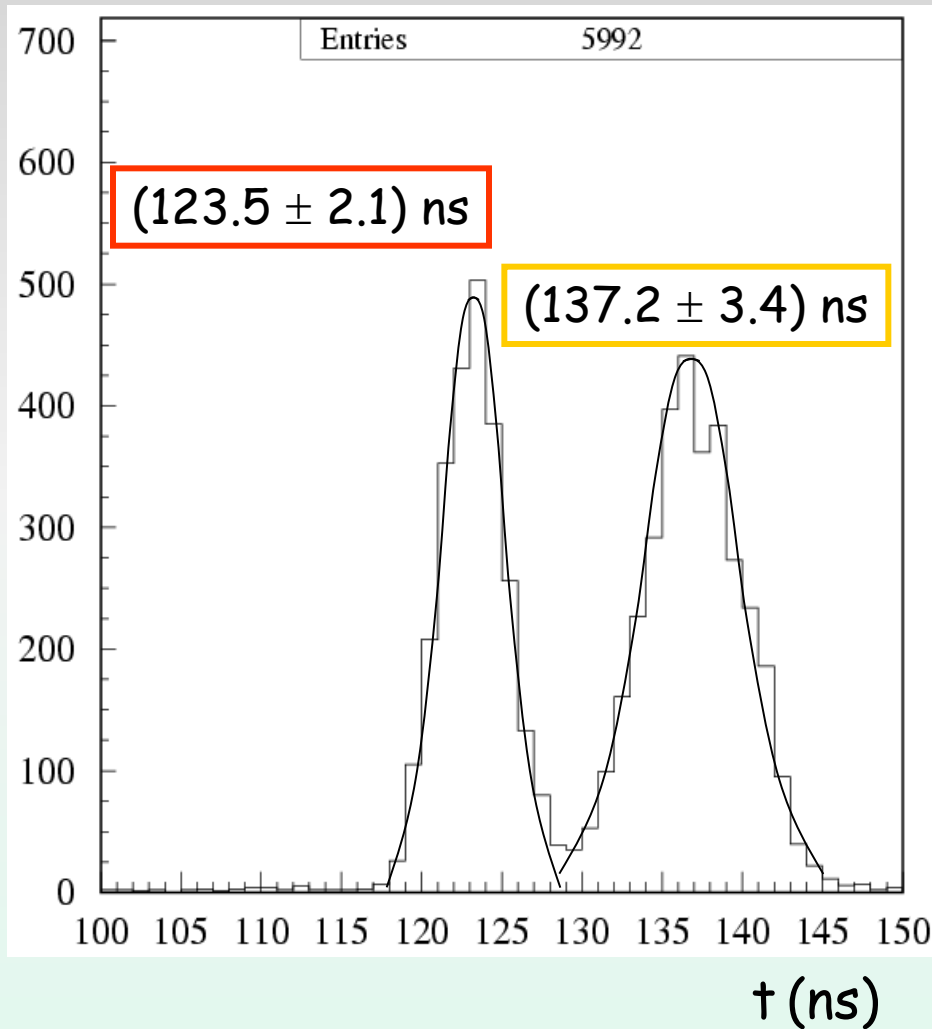
$$m_K^2 = E_K^2 - p_K^2 = (E_1 + E_2)^2 - p_{12}^2$$

$$p_{12}^2 = (p_{1x} + p_{2x})^2 + (p_{1y} + p_{2y})^2 + (p_{1z} + p_{2z})^2$$

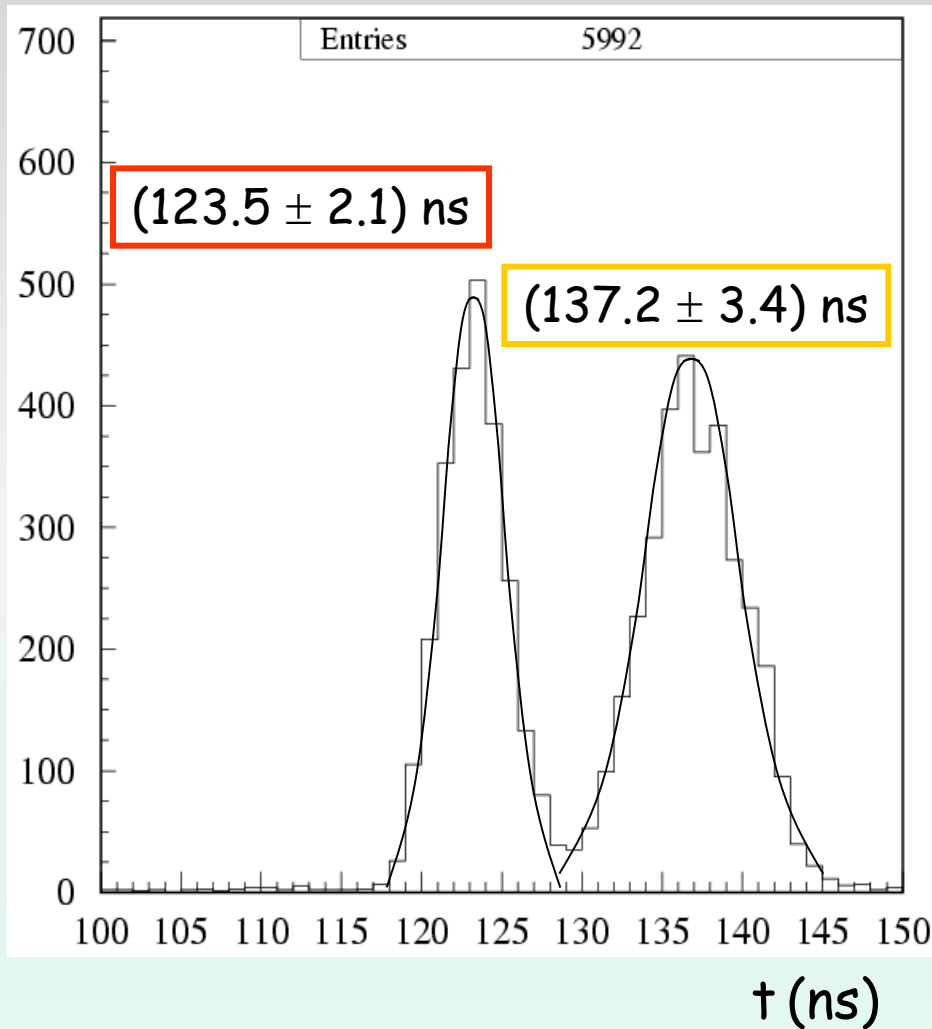
Esempio 1 (misura massa K^0)



Esempio 2 (velocità raggi cosmici)

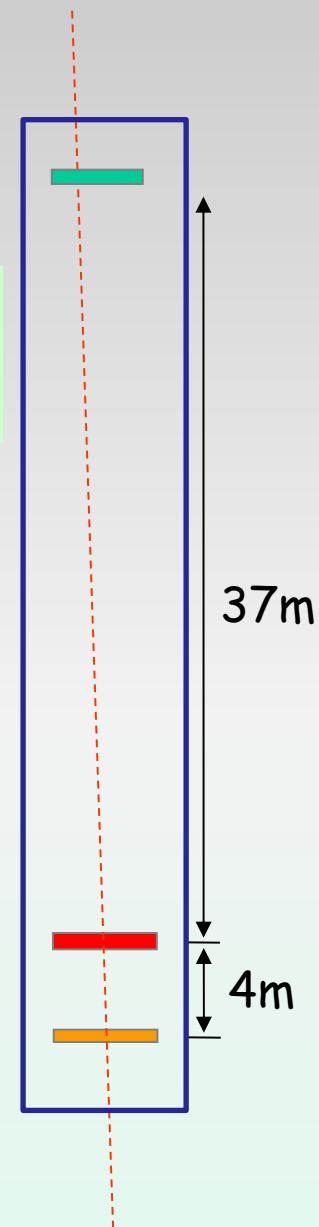


Esempio 2 (velocità raggi cosmici)

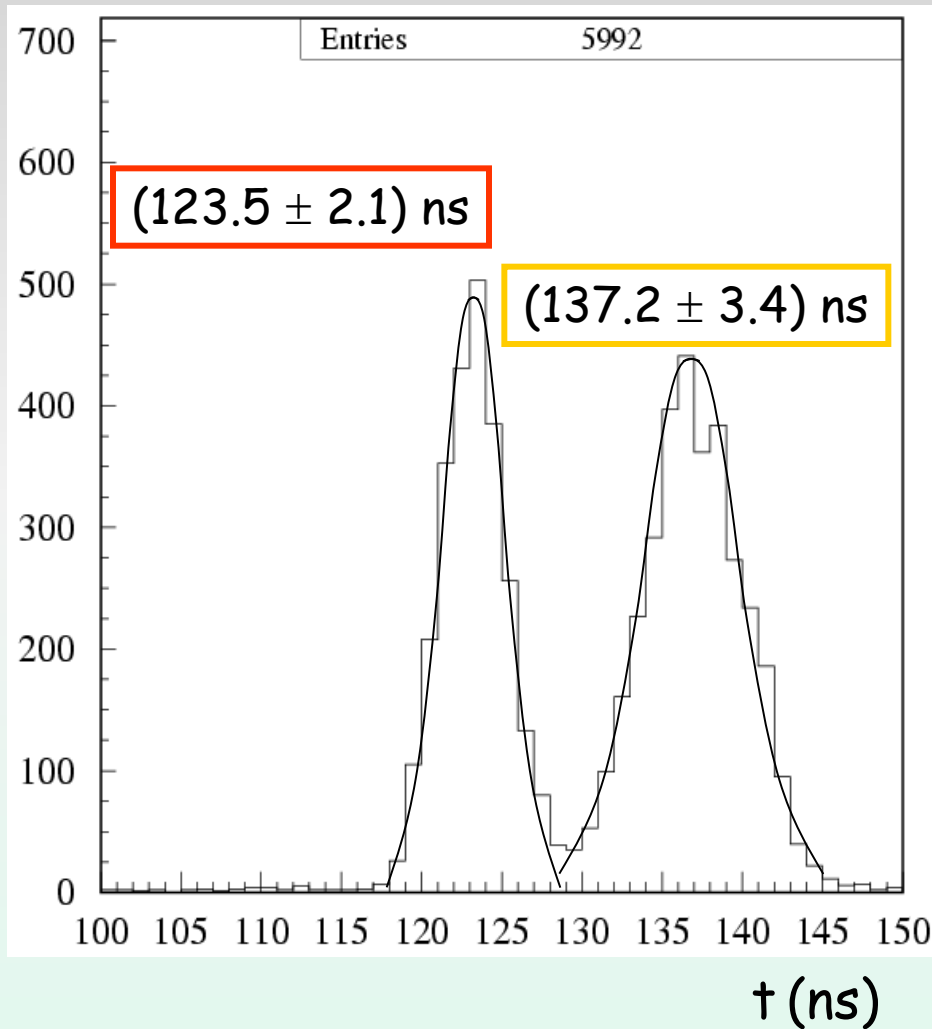


$$t_{12} = \bar{t}_2 - \bar{t}_1 = 13.7 \text{ ns}$$

$$\Delta t_{12} = \Delta t_1 \oplus \Delta t_2 = 4.0 \text{ ns}$$



Esempio 2 (velocità raggi cosmici)



$$t_{12} = \bar{t}_2 - \bar{t}_1 = 13.7 \text{ ns}$$

$$\Delta t_{12} = \Delta t_1 \oplus \Delta t_2 = 4.0 \text{ ns}$$

$$v = \frac{s}{t_{12}} = \frac{4 \text{ m}}{13.7 \times 10^{-9} \text{ s}} = 2.92 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = v \left(\frac{\Delta s}{s} \oplus \frac{\Delta t_{12}}{t_{12}} \right) = 0.83 \times 10^8 \text{ m/s}$$

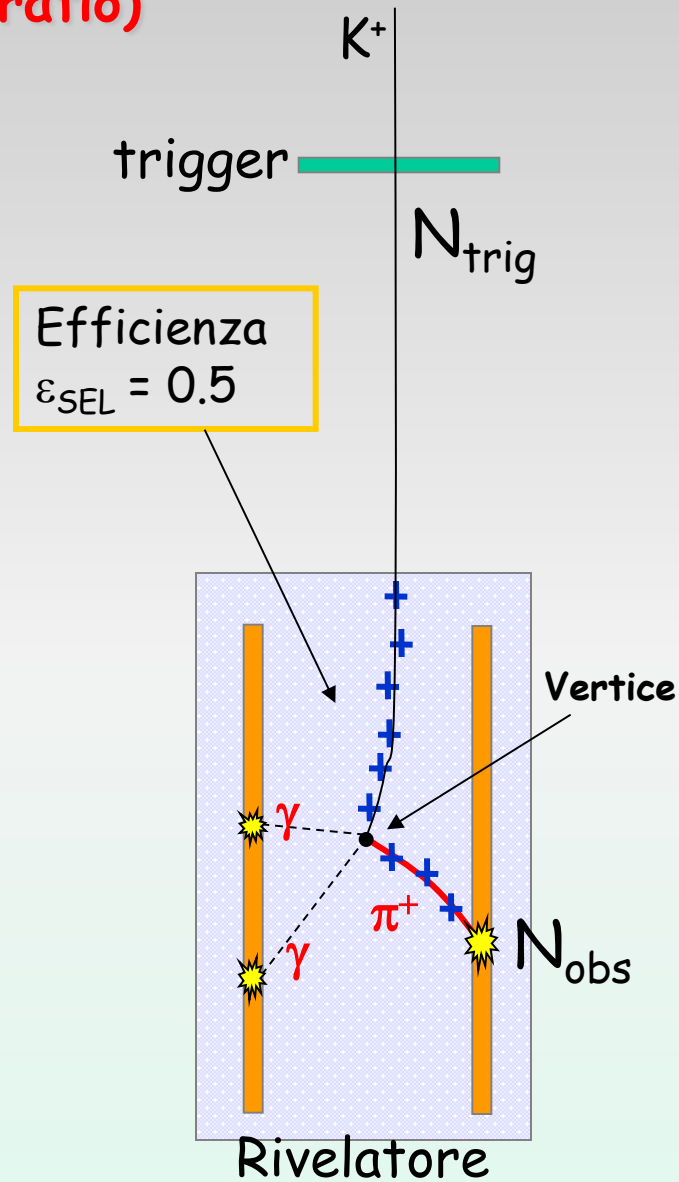
$\sim 2\%$ $\sim 30\%$

$$v = (2.92 \pm 0.83) \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\tau \approx 10^{-8} \text{ s}$$

Esempio 3 (branching ratio)

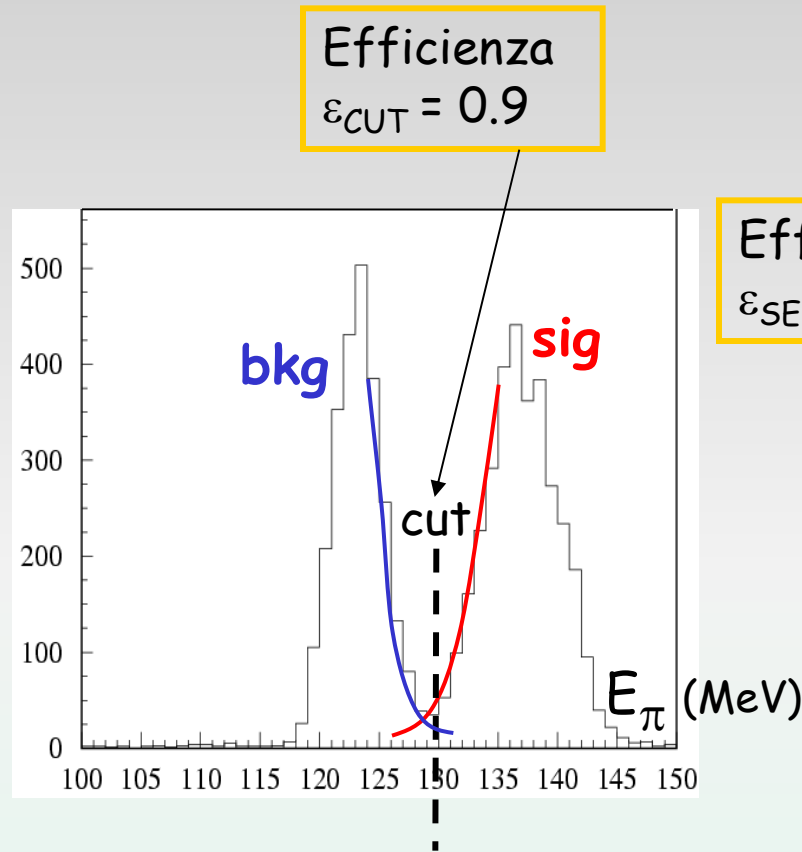
$$K^+ \rightarrow \begin{cases} \pi^+ \pi^- \pi^+ \\ \pi^+ \pi^0 \pi^0 \\ \pi^0 \pi^+ \\ \pi^0 \mu^+ \nu_\mu \\ \pi^0 e^+ \nu_e \\ \mu^+ \nu_\mu \end{cases}$$



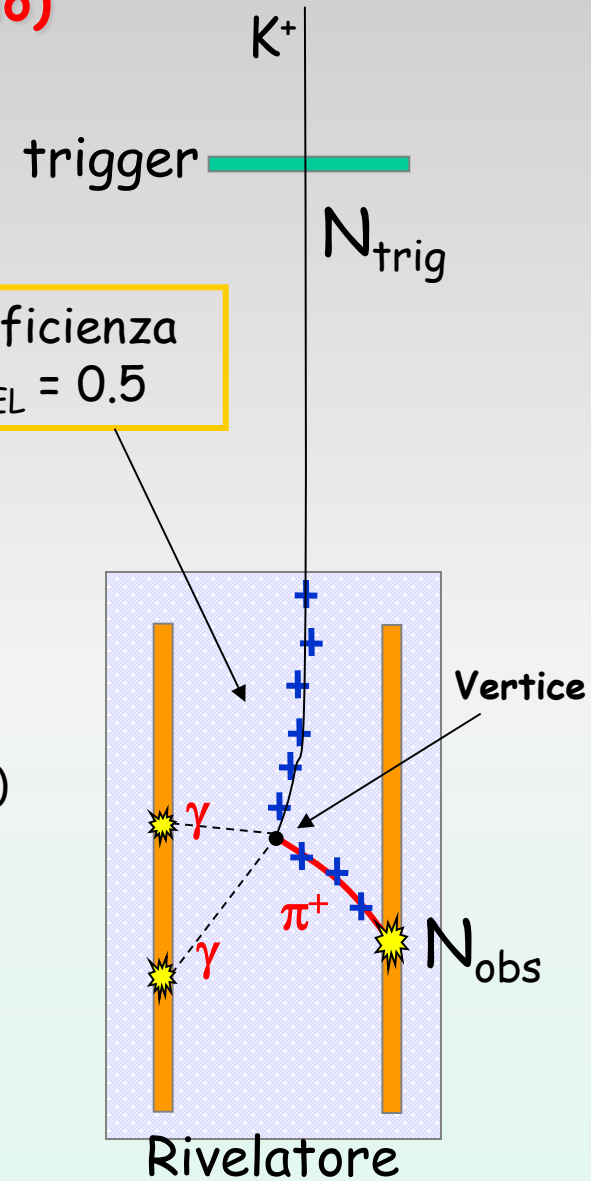
Esempio 3 (branching ratio)

$$K^+ \rightarrow \begin{cases} \pi^+ \pi^- \pi^+ \\ \pi^+ \pi^0 \pi^0 \\ \pi^0 \pi^+ \\ \pi^0 \mu^+ \nu_\mu \\ \pi^0 e^+ \nu_e \\ \mu^+ \nu_\mu \end{cases}$$

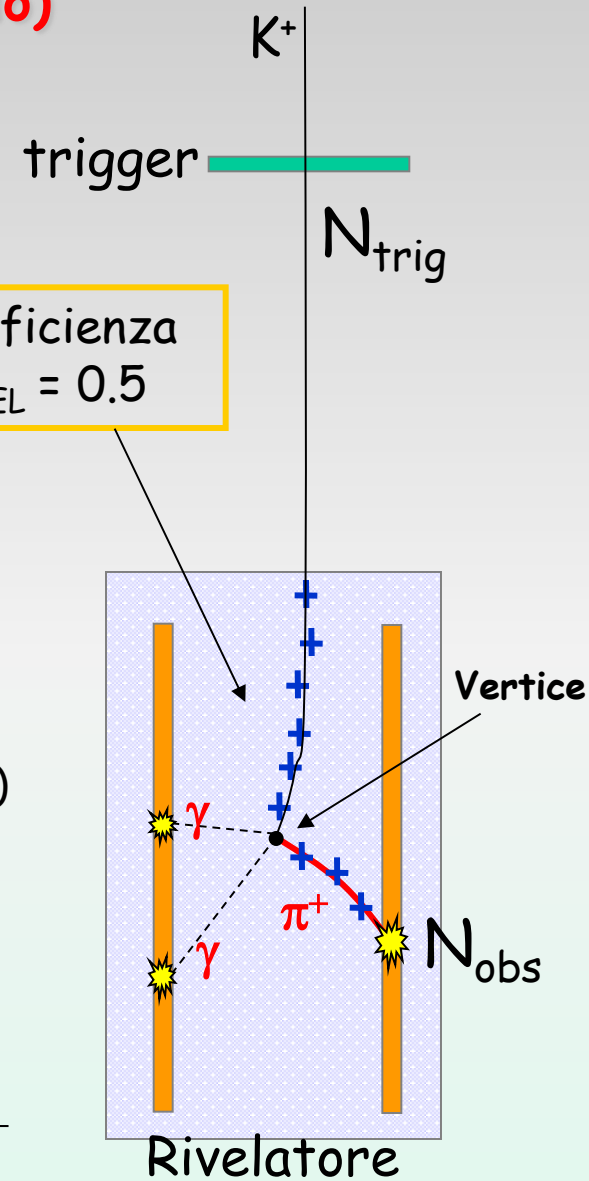
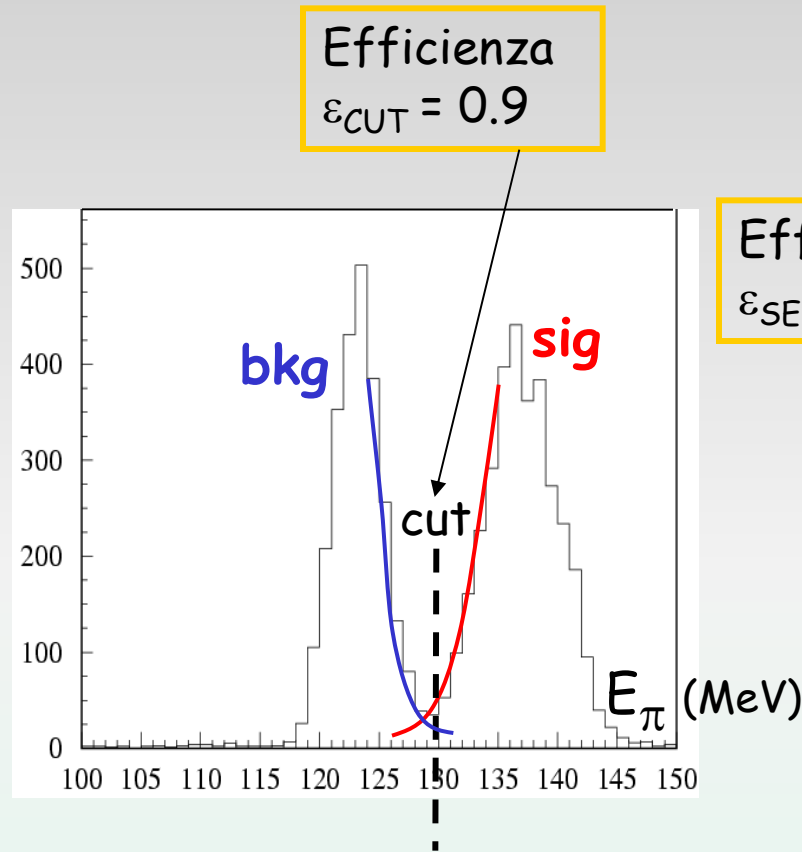
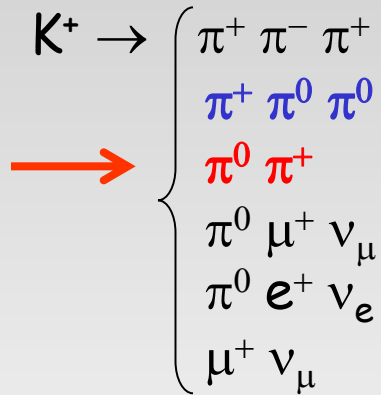
→



Efficienza
 $\varepsilon_{\text{SEL}} = 0.5$



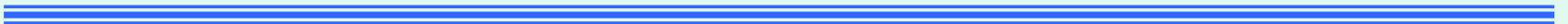
Esempio 3 (branching ratio)



$$BR(K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^+) = \frac{N_{SIG}}{N_{trig}} = \frac{\epsilon_{SEL} \epsilon_{CUT}}{N_{trig}} = \frac{(N_{OBS} - N_{BKG})}{N_{trig} \cdot \epsilon_{SEL} \cdot \epsilon_{CUT}}$$

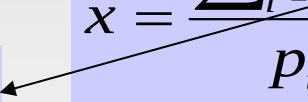
Combinare insieme le misure

- Perché combinare insieme più misure ?
- Da più misure indipendenti di una stessa grandezza, come si ricava il valore più attendibile ?



Combinare insieme le misure

- Perché combinare insieme più misure ?
- Da più misure indipendenti di una stessa grandezza, come si ricava il valore più attendibile ?

$$\bar{x} = \frac{\sum_i p_i \cdot x_i}{p_{tot}}$$
$$\frac{1}{\sigma_i^2}$$


A black arrow points from the p_i term in the numerator of the weighted average formula to the $1/\sigma_i^2$ term, indicating that p_i is proportional to $1/\sigma_i^2$.

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{1}{\sqrt{p_{tot}}}$$

Combinare insieme le misure

- Perché combinare insieme più misure ?
- Da più misure indipendenti di una stessa grandezza, come si ricava il valore più attendibile ?

$$\bar{x} = \frac{\sum_i p_i \cdot x_i}{p_{tot}}$$

$\frac{1}{\sigma_i^2}$ ←

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{1}{\sqrt{p_{tot}}}$$

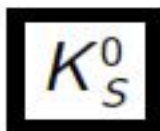
$$x_1 = (0.49 \pm 0.03) \rightarrow p_1 = 1111$$

$$x_2 = (0.47 \pm 0.01) \rightarrow p_2 = 10000$$

$$\bar{x} = \frac{1111 \times 0.49 + 10000 \times 0.47}{11111} = 0.472$$

$$\sigma(\bar{x}) = \frac{1}{\sqrt{11111}} = 0.009$$

$$x = (0.472 \pm 0.009)$$



$$I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-)$$

K_S^0 MEAN LIFE

For earlier measurements, beginning with BOLDT 58B, see our 1986 edition, Physics Letters **170B** 130 (1986).

OUR FIT is described in the note on "CP violation in K_L decays" in the K_L^0 Particle Listings. The result labeled "OUR FIT Assuming CPT" ["OUR FIT Not assuming CPT"] includes all measurements except those with the comment "Not assuming CPT" ["Assuming CPT"]. Measurements with neither comment do not assume CPT and enter both fits.

VALUE (10^{-10} s)	EVTS	DOCUMENT ID	TECN	COMMENT
0.8954 ± 0.0004 OUR FIT	Error includes scale factor of 1.1. Assuming CPT			
0.89564 ± 0.00033 OUR FIT	Not assuming CPT			
0.89589 ± 0.00070		^{1,2} ABOUZAID	11 KTEV	Not assuming CPT
0.89623 ± 0.00047		^{1,3} ABOUZAID	11 KTEV	Assuming CPT
0.89562 ± 0.00029 ± 0.00043	20M	⁴ AMBROSINO	11 KLOE	Not assuming CPT
0.89598 ± 0.00048 ± 0.00051	16M	LAI	02C NA48	
0.8971 ± 0.0021		BERTANZA	97 NA31	
0.8941 ± 0.0014 ± 0.0009		SCHWINGEN...	95 E773	Assuming CPT
0.8929 ± 0.0016		GIBBONS	93 E731	Assuming CPT
• • • We do not use the following data for averages, fits, limits, etc. • • •				
0.8965 ± 0.0007		⁵ ALAVI-HARATI03	KTEV	Assuming CPT
0.8958 ± 0.0013		⁶ ALAVI-HARATI03	KTEV	Not assuming CPT
0.8920 ± 0.0044	214k	GROSSMAN	87 SPEC	
0.905 ± 0.007		⁷ ARONSON	82B SPEC	
0.881 ± 0.009	26k	ARONSON	76 SPEC	

1 - Fisica Alte Energie : di cosa si occupa ?

2 - Variabili aleatorie e distribuzioni

3 - Fit ai dati sperimentali

4 - Tre esempi completi

FINE