Vitaliano Chiarella

Reti Neurali

Stages estivi LNF

16-20 Giugno 2014

Rete Neur(on)ale Artificiale

- La rete neurale artificiale è uno strumento informatico che cerca di imitare il comportamento del cervello umano.

Scopo dello stage

Costruire una rete neurale semplice

Istruirla

Usarla.

L’ Iter

- Apprendere i concetti di rete neurale;
- Definire il percorso e gli strumenti necessari a raggiungere lo scopo
- Per ogni strumento:
  - apprendere i principi essenziali;
  - fare pratica quanto basta per poterli usare;
- Costruire la rete.

Programma

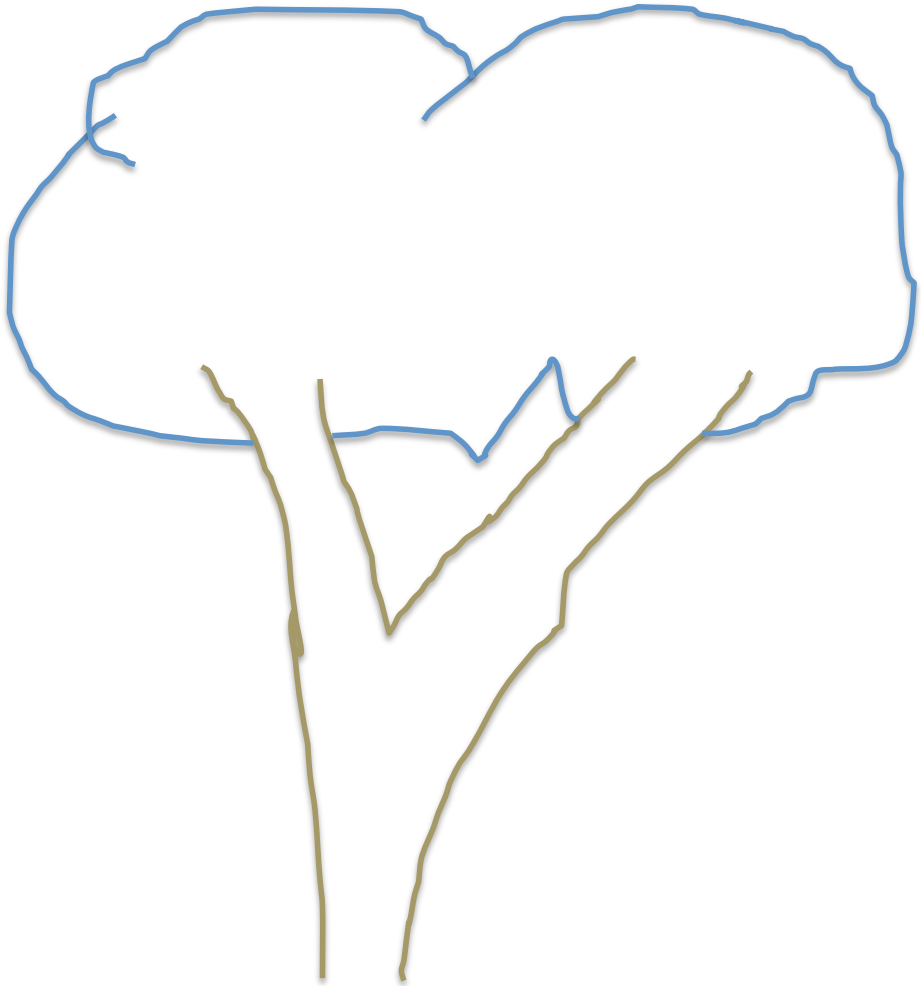
- Introduzione alle reti neurali
- Linux
- Editors in linux: vi, pico, ….
- Linguaggi: C++ (l'essenziale)
- Analisi dati: ROOT
- Costruzione ed uso di una rete neurale
- Reti Neurali gratuite: SNNS

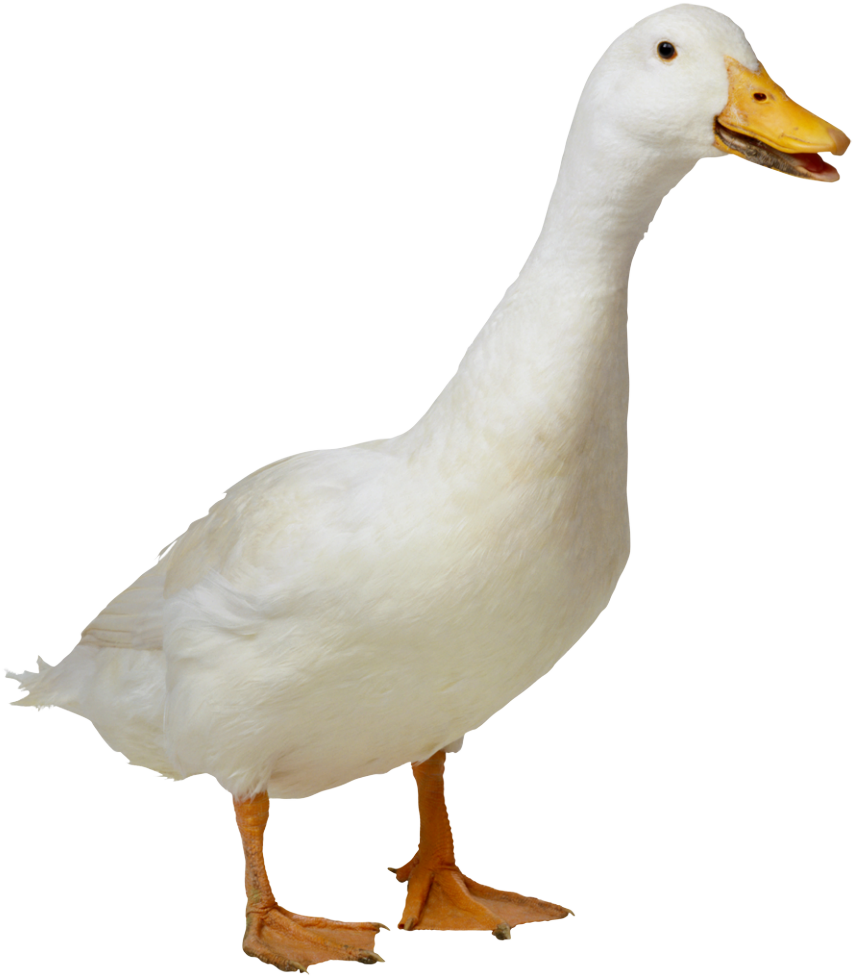
Rete Neur(on)ale Artificiale

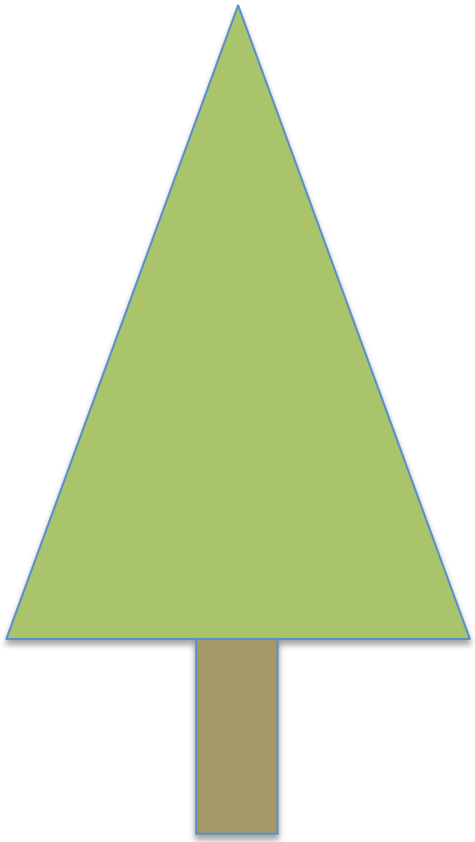
- La rete neurale artificiale è uno strumento informatico che cerca di imitare il comportamento del cervello umano.

- Perché imitarlo?

- Un esperimento per iniziare ….







3785+

6214=

?

Abbiamo visto …

- Abbiamo visto una serie di immagini;
- Nonostante la velocità abbiamo riconosciuto il contenuto;
- In una delle immagini c'erano dei numeri…
- o meglio …

… abbiamo visto …

- In una slide c'era un'operazione aritmetica;
- Qualcuno di noi ha calcolato il risultato?

Era così facile!

Cervello ⟺ Computer

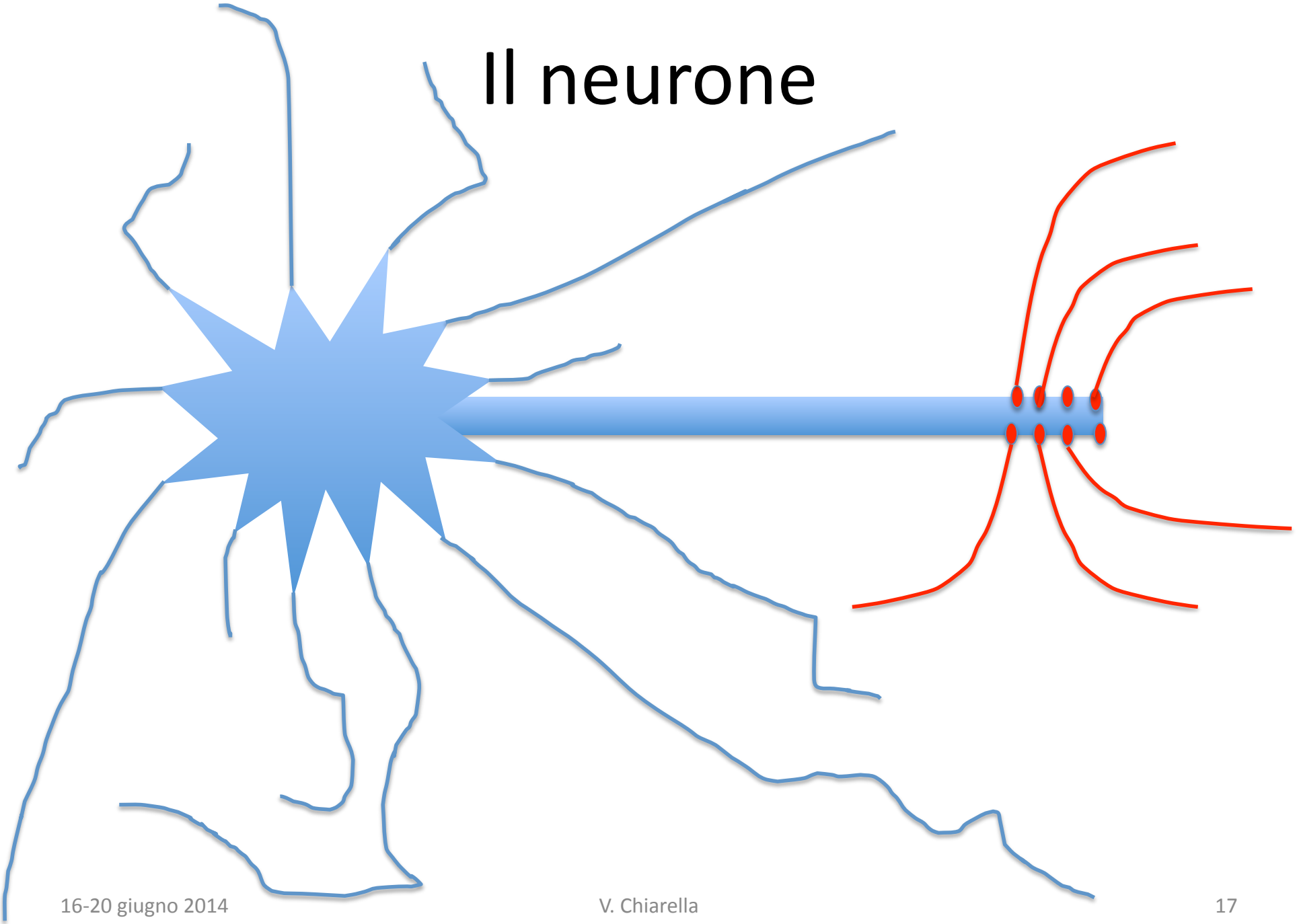
- Il cervello è lento nel fare calcoli e veloce nel riconoscimento immagini;
- Il computer è veloce nel fare calcoli e lento nel riconoscimento immagini;
- Il computer “riconosce” solo ciò che è descritto nei dettagli;
- Il cervello “riconosce” anche ciò che “somiglia” vagamente;

Commento:

- Se abbiamo bisogno di calcoli precisi e veloci usiamo il computer;
- Se dobbiamo lavorare su concetti e somiglianze, meglio il cervello;
- In un certo senso:
- Il computer “ragiona”
- Il cervello “intuisce”

- Non potremmo imitare il cervello?

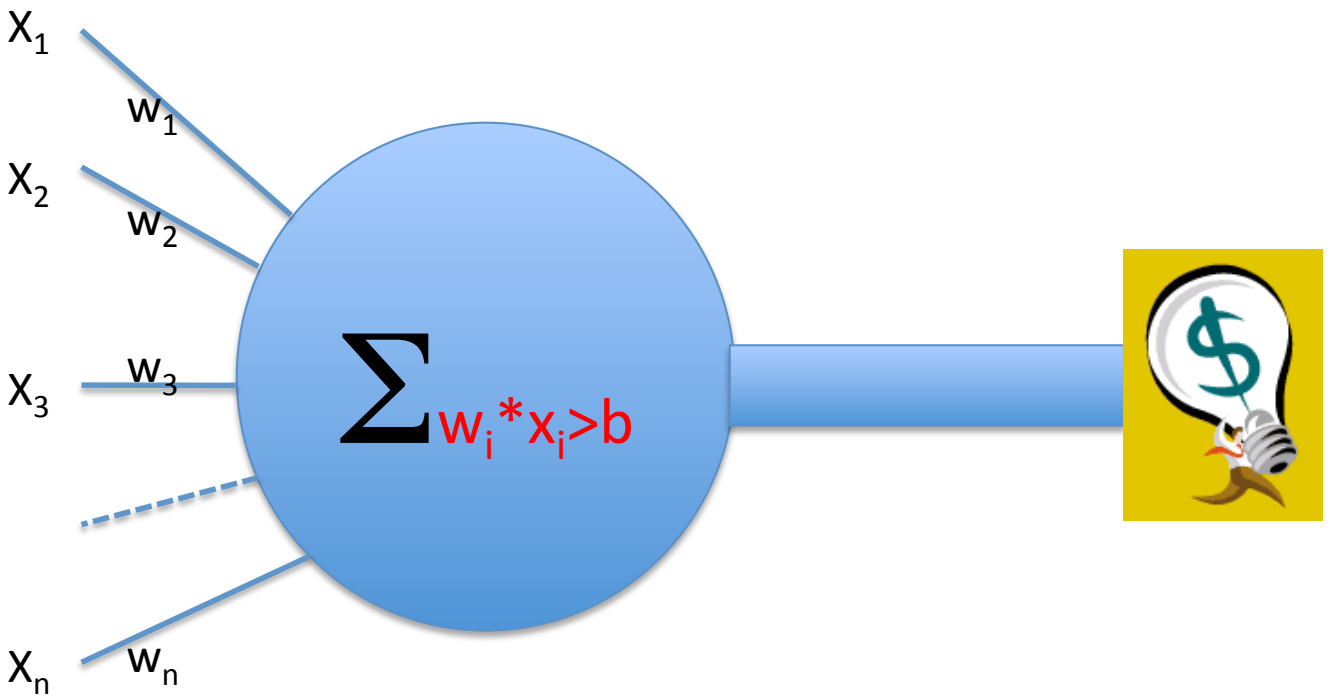
Il neurone



Il neurone

- Il neurone riceve stimoli da altri neuroni ed emette o meno un segnale di risposta disponibile a tutti i neuroni collegati al suo "assone"

Il neurone artificiale (informatico)



Il neurone artificiale ….

- Il neurone artificiale (informatico) è un oggetto che riceve dati (numeri) sui suoi ingressi(x_i), li "pesa" (li moltiplica per il corrispondente w_i) e se la somma supera la soglia "b" rilascia un valore sulla sua uscita "Y" dato dalla sua funzione di trasferimento "f"; simbolicamente:

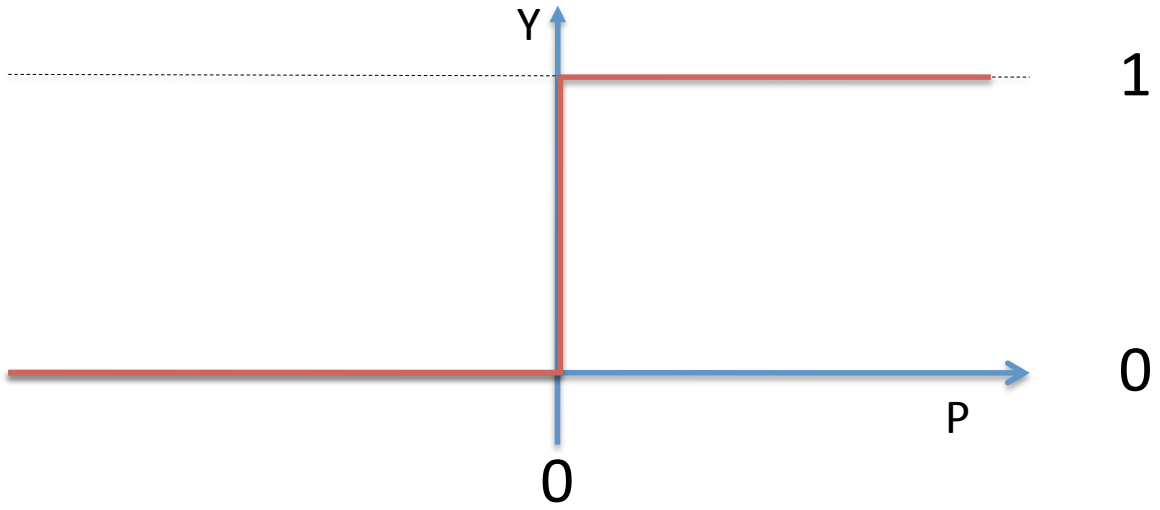
$$y = f(\Sigma\, w_i * x_i - b)$$

Il neurone artificiale ….

- La funzione di trasferimento è quella che caratterizza le prestazioni della rete.
- La più semplice è la funzione a gradino:
- F(x)=0 per x<0 o x=0
- F(x)=1 per x>0

La funzione a Gradino

- Y=f(x)= 1 per x>0;
- Y=f(x)= 0 per x<0 oppure x=0



Il neurone artificiale …

- Esempio:
- 1 neurone con 2 ingressi, ciascuno con peso 1 e soglia (b) uguale a 10:
- $y=f(x_1*1+x_2*1-10)$ ➔ f(x)=funzione gradino;

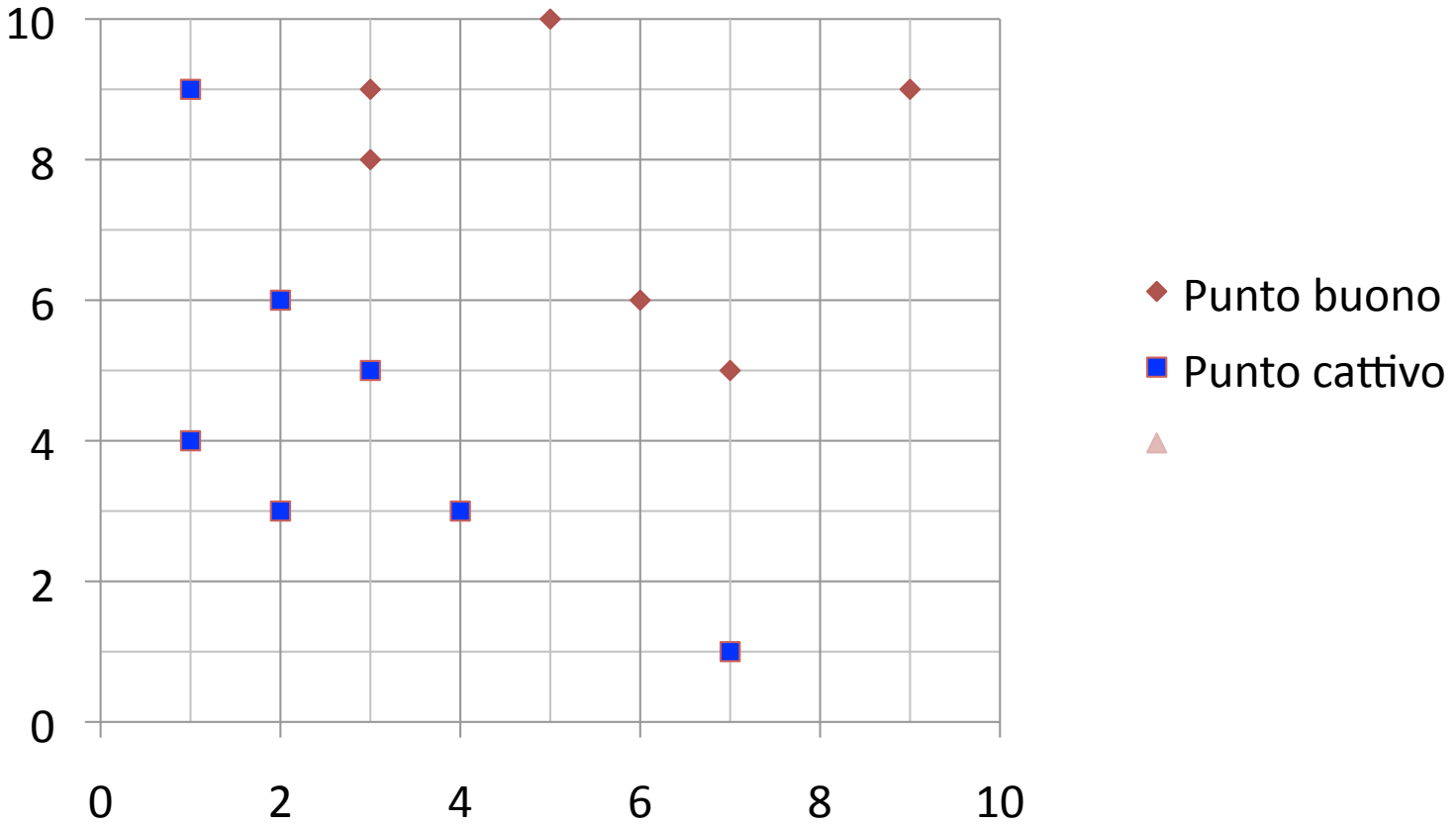
$y=1$ se $x_1+x_2>10$

$y=0$ nel caso opposto

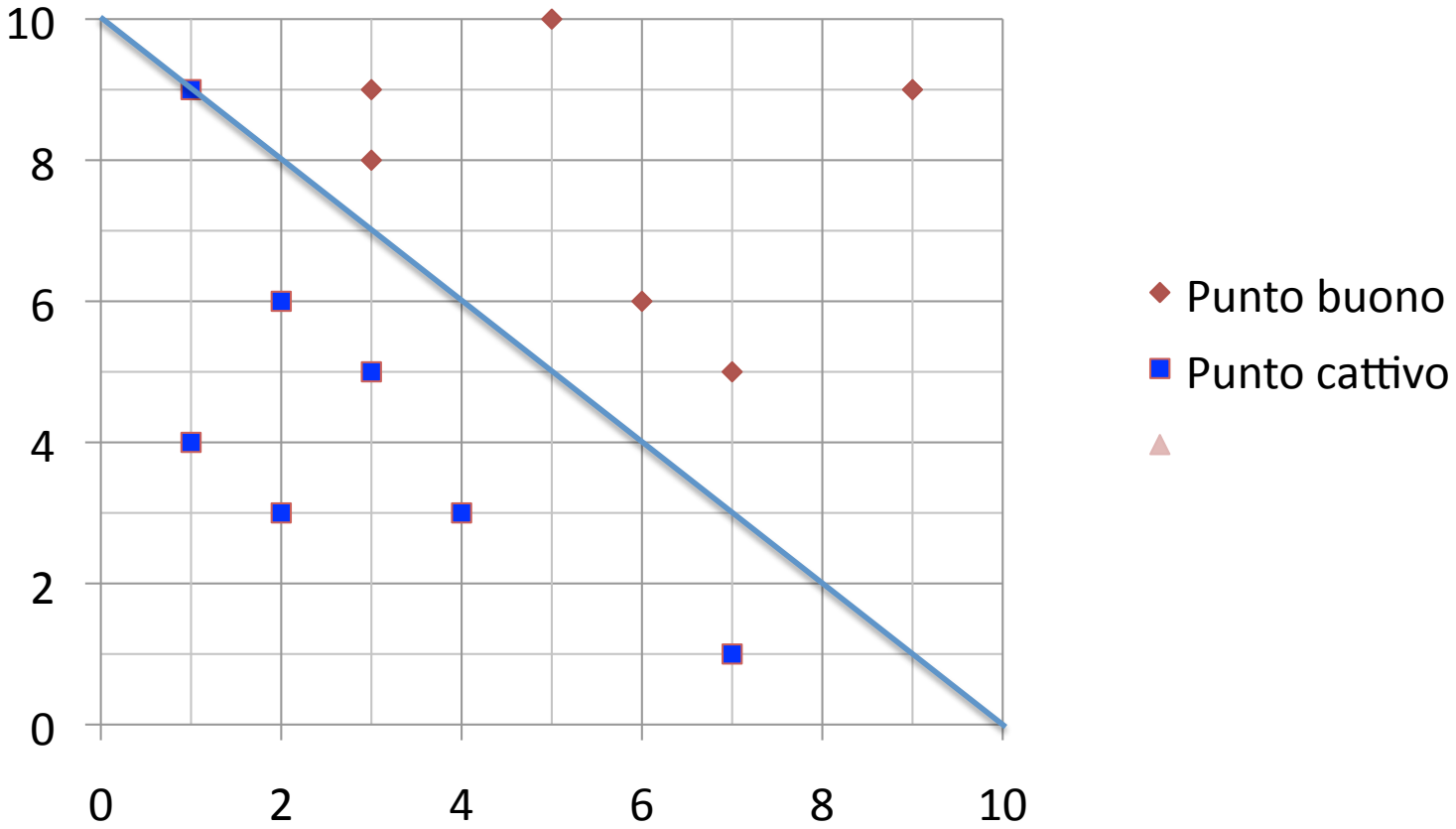
Il neurone artificiale: esercizio

- Esercizio:
- Scegliere delle coppie di numeri (x_1,x_2) e graficarle su un piano cartesiano x_1,x_2
  - in colore rosso se il "neurone" vale 1
  - colore blu se il neurone vale 0

Il neurone artificiale ...



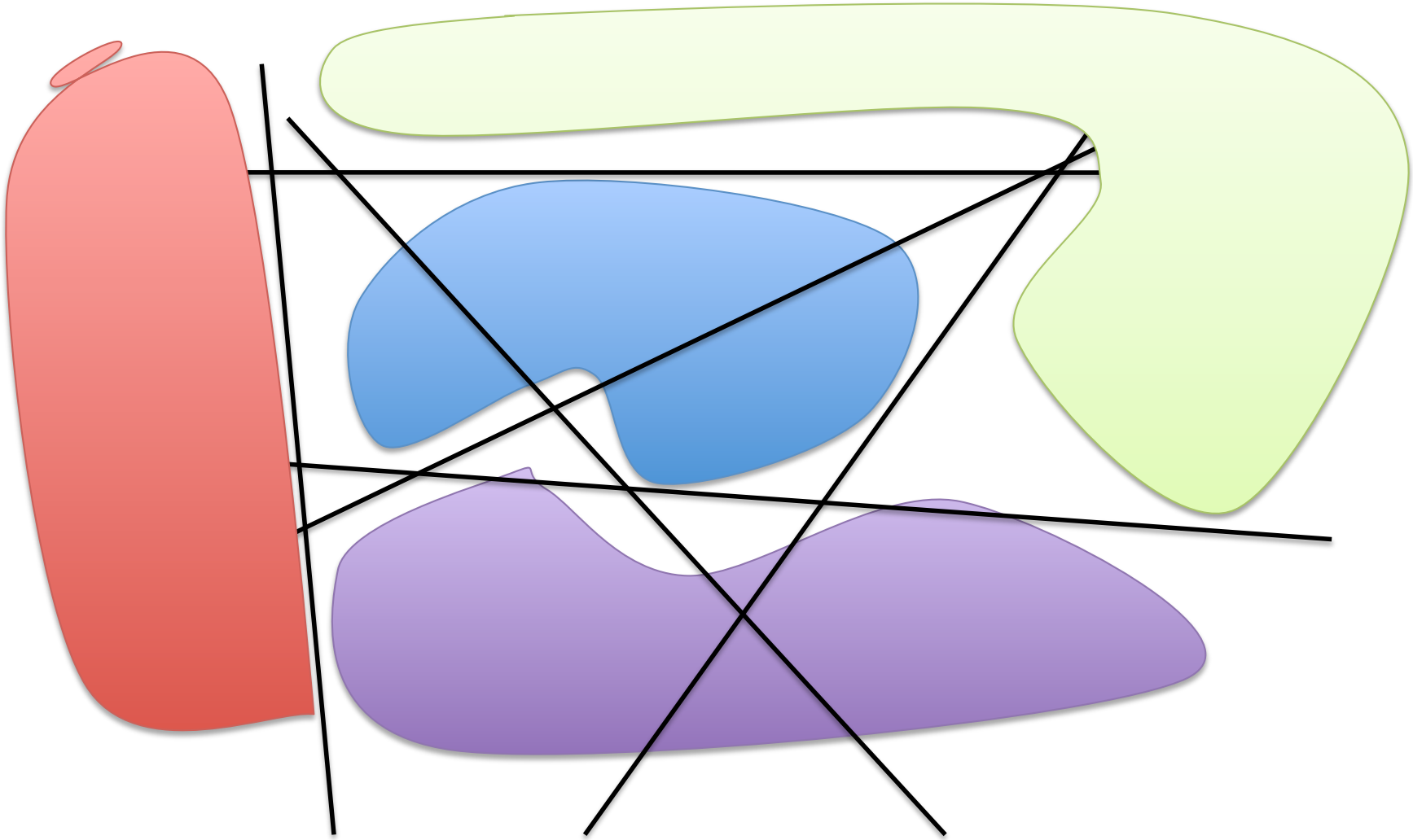
Il neurone artificiale ...



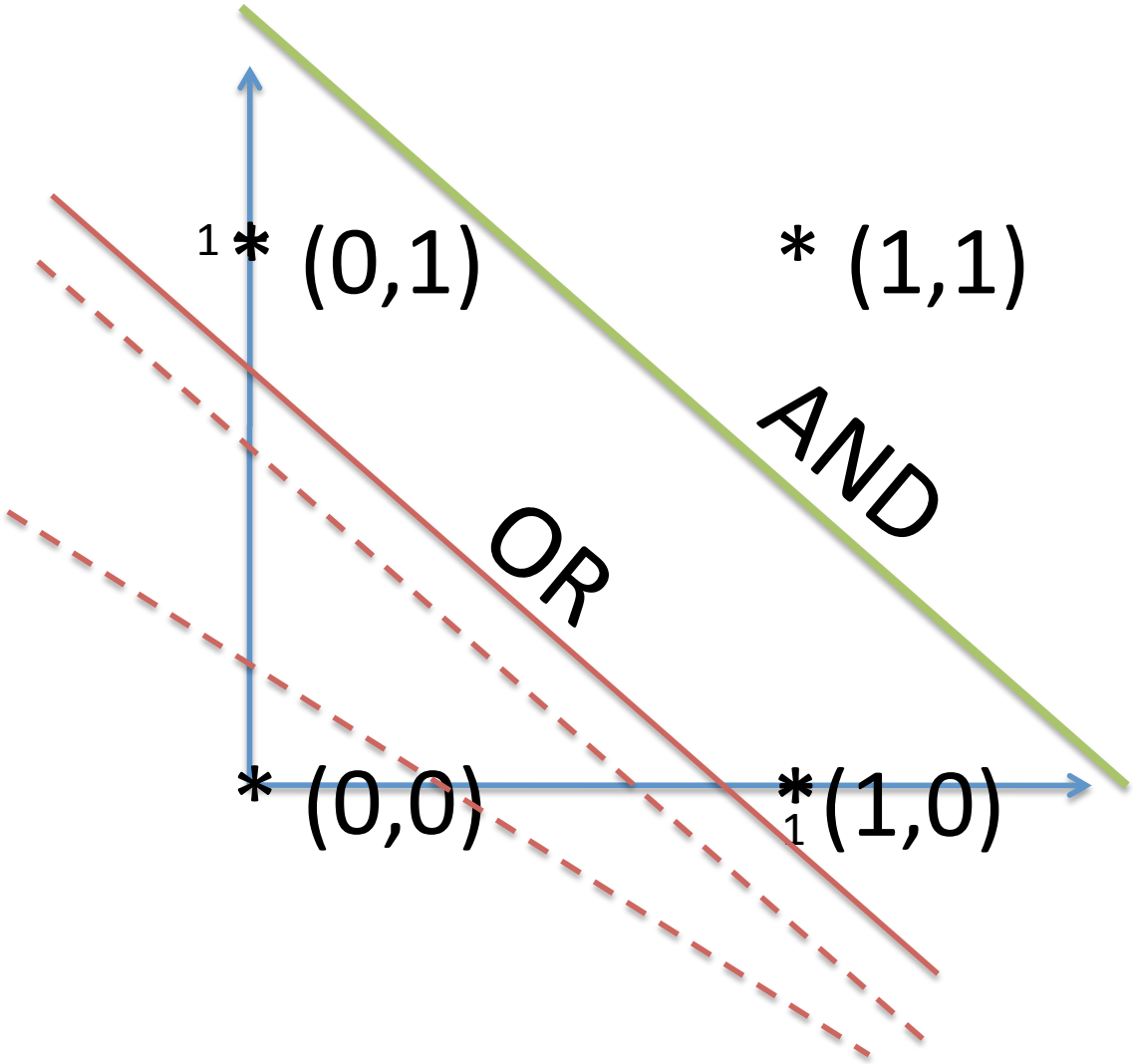
Domini

- Il neurone separa i dati con un “(iper)piano” in due zone (domini).
- Più neuroni possono separare un dominio in modo adeguato

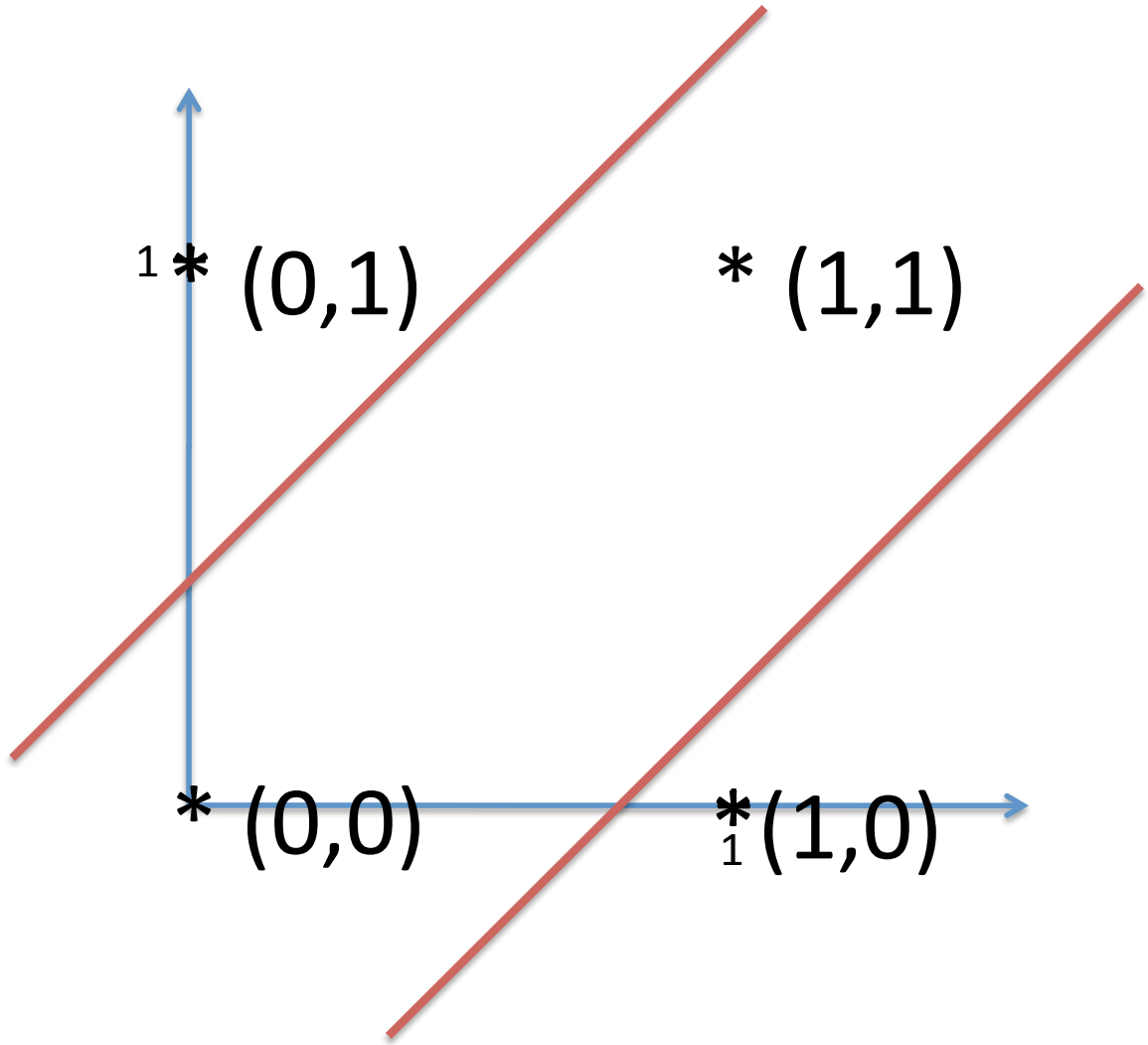
Domini



Funzioni Logiche



XOR (OR esclusivo)



XOR

Apprendimento

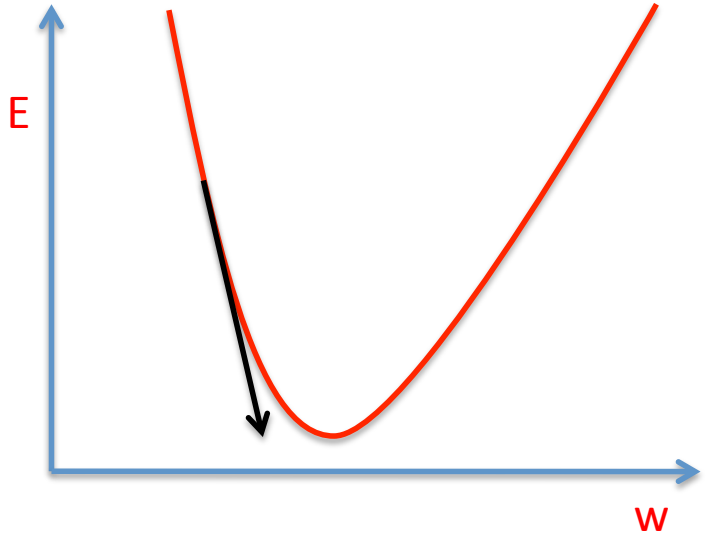
- Distinguere il “corretto” dall’ ”errato”;
- Riconoscere l’ ”errore”
- Correggere l’ ”errore”

Funzione Errore

- L'errore è la differenza tra valore dell'uscita (Y) e valore desiderato (D)
- $E=(Y-D)$
- Normalmente si cerca di valutare un errore medio. Per evitare che errori di segno opposto si annullino a vicenda si usa il quadrato dell'errore e si sommano i vari quadrati
- $E=\Sigma_i(Y_i-D_i)^2/n$ ➔ $\Sigma_i(Y_i-D_i)^2$
- Possiamo ignorare "n"

Minimizzare l'errore

- Si riduce l'errore cambiando i pesi w_{ij} in modo da spostarsi lungo la funzione di errore in direzione del minimo



Verso il minimo …

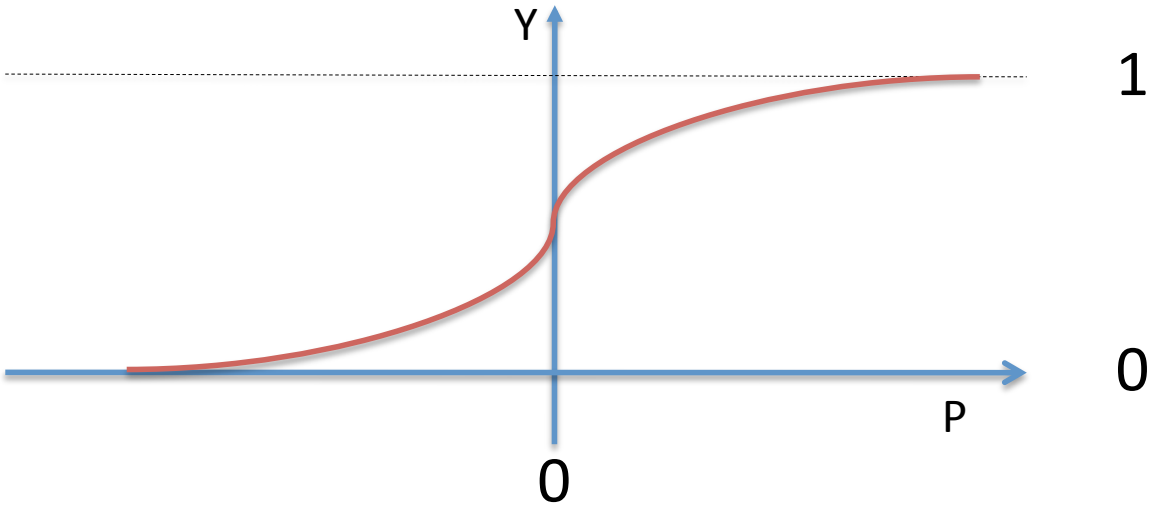
- $-dE/dw * dw$
- Con un'opportuna funzione (la sigmoide):

$$Y=f(P)= 1./(1+e^{-P})$$

- $\Delta w_{ji}=-\eta*(Y_j-D_j)Y_j(1-Y_j)X_i$
- $w_{ji} \leftarrow w_{ji}+\Delta w_{ji}$

La funzione Sigmoide

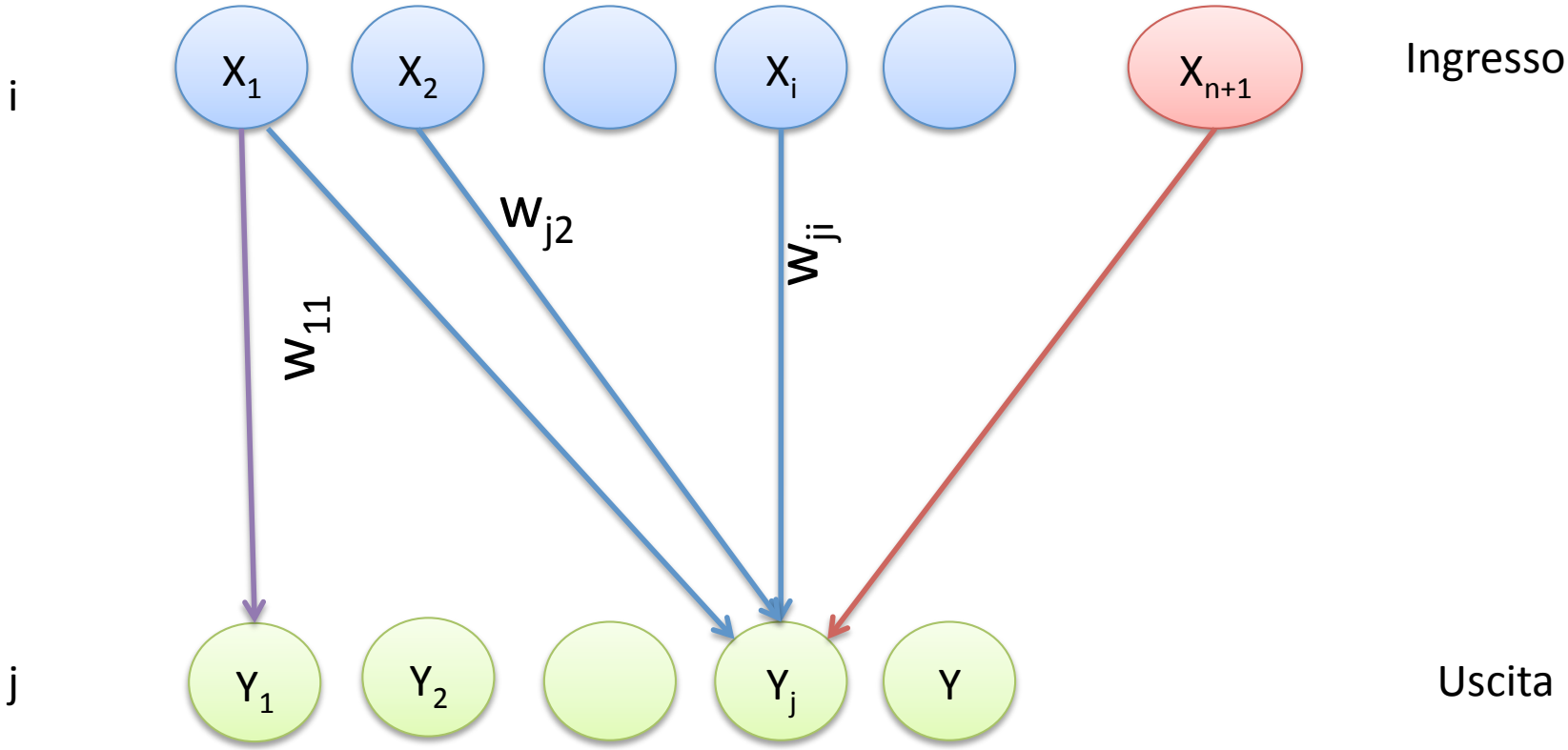
- $Y=f(P)= 1./(1+e^{-P})$



Perché la Sigmoide?

- La funzione a gradino non è né continua né derivabile. Dovremmo usare quindi un metodo diverso per "correggere" l'errore (o meglio i pesi w_{ji}). La Sigmoide è simile alla funzione a gradino. In più è continua e derivabile.
- η = coefficiente di apprendimento (a nostra scelta).
- P= Potenziale del neurone ($\Sigma\ w_i * x_i - b$)

RETE MULTISTRATO (MLP)



Neurone Soglia

- I valori in ingresso possono essere considerati come uscite di uno strato di neuroni di ingresso;
- Aggiungendo un neurone extra (X_{n+1}) allo strato di ingresso, sempre acceso ($X_{n+1}=1$) si può porre la soglia $b=w_{j,n+1}*X_{n+1}$
- $P>0$ diventa: $P=\sum_i w_i*x_i>0$ per i da 1 a n+1
- La soglia viene quindi trattata come qualsiasi altro peso. Soggetta cioè agli stessi algoritmi.

Multistrato...apprendimento

- $E= \Sigma_j(Y_j-D_j)^2$
- $\Delta w_{ji} = -dE/dw_{ji} * dw_{ji}$
- $dE/dw= dE/dY * dY/dP * dP/dw$
- $dY/dP= f'(P)$
- $dE/dw_{ji}=2(Y_j-D_j)\, f'(P_j)X_i$ (1)
- η => coefficiente di apprendimento
- $\Delta w_{ji}=-\eta*(Y_j-D_j)\, f'(Pj)\, X_i$
- $w_{ji}=w_{ji}+\Delta w_{ji}$

Multistrato...apprendimento

- Ponendo: $\delta_j=(Y_j-D_j)\ f'(P_j)$
- ➔ $\Delta w_{ji}=-\eta*\delta_j*X_i$

Multistrato...apprendimento

- funzione di Trasferimento: Sigmoide:

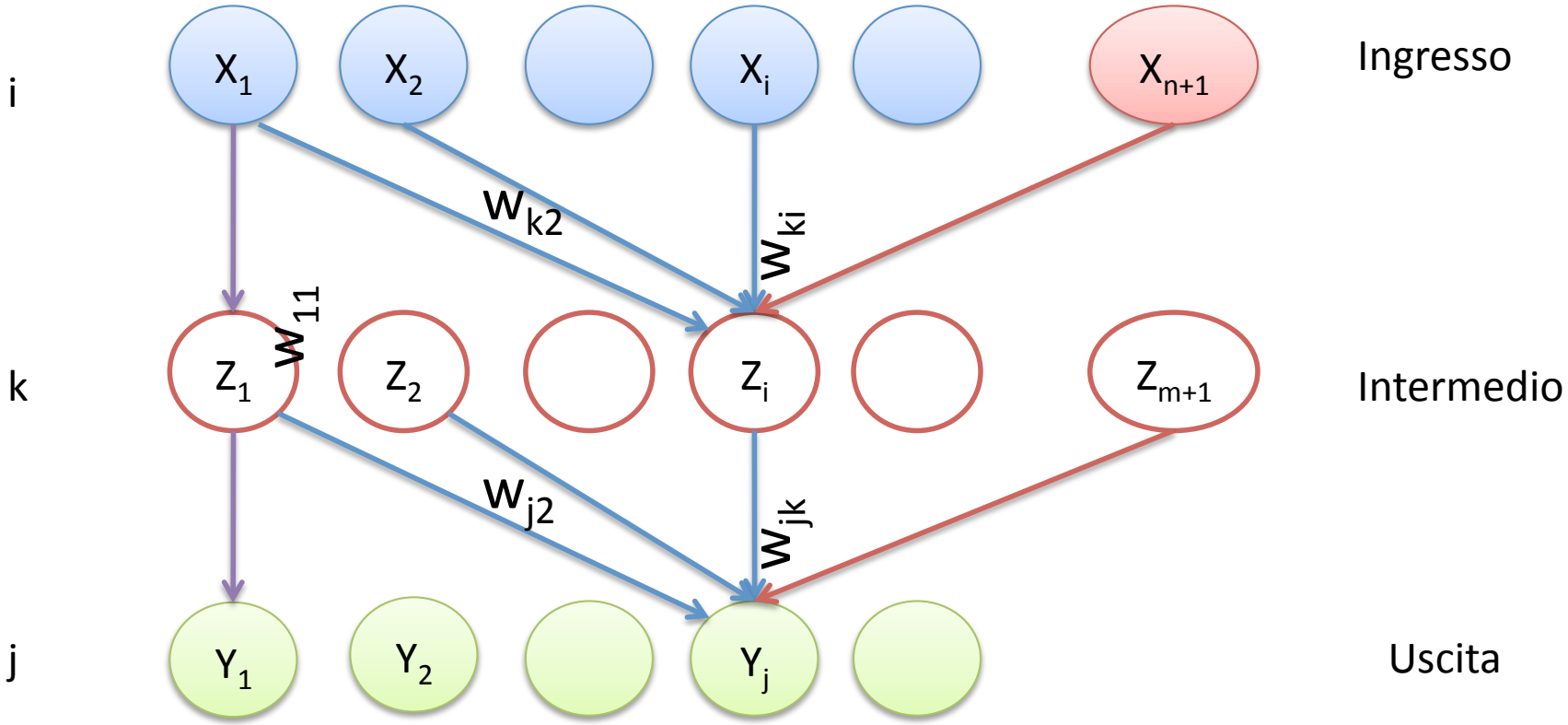
$$Y=f(P)= 1./(1+e^{-P})$$

- $dY/dP= d[1./(1+e^{-P})]/dP=[1./(1+e^{-P})]^2*e^{-P}$

$$\frac{1+e^{-P}}{(1+e^{-P})^2} - \frac{1}{(1+e^{-P})^2} \rightarrow Y-Y^2 \rightarrow Y(1-Y)$$

- $\Delta w_{ji}=-\eta*(Y_j-D_j)Y_j(1-Y_j)X_i$
- $W_{ji}=w_{ji}+\Delta w_{ji}$

MLP con 1 strato intermedio



… MLP 1 strato intermedio …

- Lo strato intermedio si comporta verso lo strato in UCITA come lo strato di INGRESSO del caso precedente. Basta sostituire X con Z:

- $\Delta w_{jk} = -\eta * (Y_j - D_j) Y_j (1 - Y_j) Z_k$

- NB: k = indice dello strato intermedio;

  j = indice dello strato in USCITA

… MLP 1 strato intermedio …

- Potremmo usare le stesse formule anche per i pesi tra strato Intermedio e strato di Ingresso se conoscessimo l'errore sullo strato Intermedio. Purtroppo non ci è noto.
- Conosciamo però la funzione di errore che comunque dipende dai pesi tra strato di Ingresso e strato Intermedio.

… MLP 1 strato intermedio …

- $E= \Sigma_j (Y_j - D_j)^2$
- $\Delta w_{ki} = -dE/dw_{ki} * dw_{ki}$
- $dE/dw_{ki} = dE/dZ_k * dZ_k/dP_k * dP_k/dw_{ki} =$
- $= dE/dZ_k * f'(P_k) * X_i$ (2)
- Confrontando (2) con (1) si osserva che

$$dE/dZ \leftrightarrow (Y-D)$$

- dE/dZ_k gioca il ruolo di errore dello strato Z

… MLP 1 strato intermedio …

- Quanto vale dE/dZ_k ?
- $dE/dZ_k = \Sigma_j (dE/dY_j * dY_j/dP_j * dP_j/dZ_k) =$
- $= \Sigma_j (Y_j-D_j)f'(P_j)w_{jk}$
- L'errore sullo strato Z si ottiene dall'errore sullo strato successivo (retropropagazione dell'errore).
- Ponendo $\delta_j=(Y_j-D_j)\ f'(P_j)$
- ➔ $\Delta w_{ki}=-\eta*f'(P_k)(\Sigma_j\delta_j*w_{jk})X_i$

… MLP 1 strato intermedio …

- Ponendo $\delta_k = f'(P_k)(\Sigma_j \delta_j * w_{jk})$
- si ha: $\Delta w_{ki} = -\eta * \delta_k * X_i$

  che è molto simile alla formula

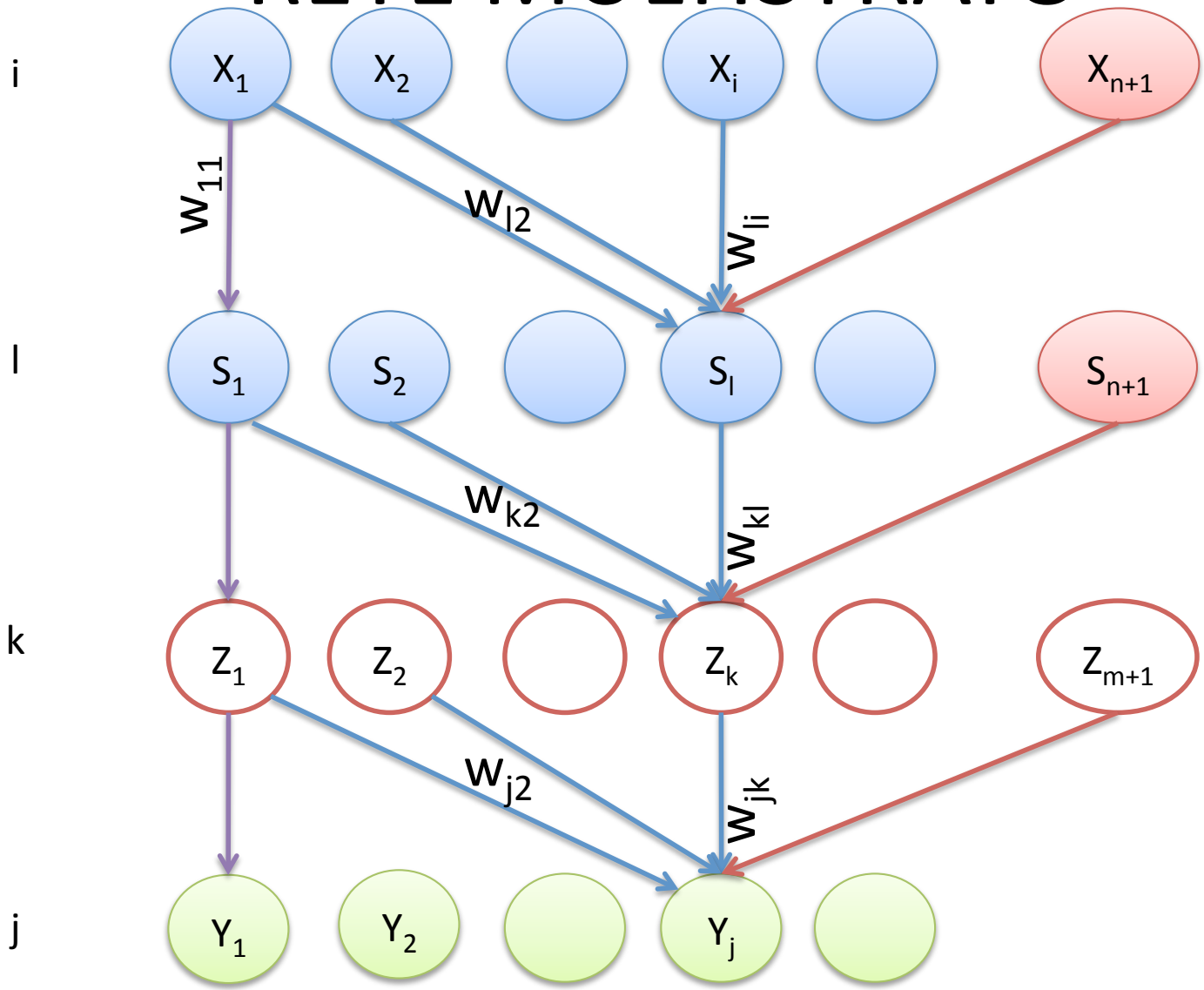
$$\Delta w_{ji} = -\eta * \delta_j * X_i$$

  del caso con un solo strato in ingresso ed uno in uscita.

… MLP 1 strato intermedio

- L'aggiornamento dei pesi avviene quindi come al solito:
- $w_{jk} \leftarrow w_{jk} + \Delta w_{jk}$
- $w_{ki} \leftarrow w_{ki} + \Delta w_{ki}$

RETE MULTISTRATO



MLP con più strati intermedi …

- L'estensione a più strati intermedi è semplice.
- Basta essere ricorsivi.
- Esempio strato S:
  - Per i pesi tra S e Z basta sostituire S a X;
  - Per i pesi tra X e S si sostituisce S a Z. Ovviamente i δ vanno calcolati opportunamente in funzione dello strato successivo:
  - $\delta_l = f'(P_l)(\Sigma_k \delta_k * w_{kl})$ l=indice dello strato S

NOTE:

- Il corso è dedicato agli studenti delle Scuole Secondarie di Secondo Grado pertanto si sono operate delle semplificazioni e delle approssimazioni per rendere il tutto più comprensibile.
- Ad esempio si è usato il simbolo di derivata dE/dw_{ji} anziché quello delle derivate parziali $\partial E/\partial w_{ji}$.
- Le costanti numeriche sono state trascurate perché assorbite da η.