



Introduzione alla Meccanica Quantistica

Daniilo Babusci

Stage Estivi LNF - Giugno 2012

Probabilità

Le leggi fondamentali della natura sono leggi di probabilità, non leggi di certezza



La **Meccanica Quantistica** è una teoria

- **chiara** e **quantitativa**: le probabilità possono essere calcolate esattamente
- **indefinita** e **indeterminata**: posso conoscere solo la probabilità che accada qualcosa, mai ciò che accadrà

Probabilità

Esempio : eccitazione di un atomo di H

Intervallo di tempo durante il quale l'atomo permane nello stato eccitato prima di emettere un fotone è completamente indeterminato e non calcolabile.

Studio N ($\gg 1$) atomi \rightarrow definisco tempo medio di decadimento: determina la probabilità di decadimento relativa ad un solo atomo (può essere calcolata con precisione arbitrariamente grande aumentando N)

Ripetendo molte volte la misura ottengo sempre la stessa vita media

(Analogia: lancio di una moneta)

Probabilità

Dov' è la novità rispetto al lancio della moneta ??

La probabilità è :

- d'ignoranza nel mondo macroscopico (fisica classica)
- intrinseca alla struttura fondamentale della natura nel mondo microscopico

Non importa con quanta precisione conosco le condizioni iniziali: è (in linea di principio) impossibile prevedere quando decadrà l'atomo di H

Probabilità

La natura probabilistica si manifesta in 2 modi :

1. Casualità degli eventi

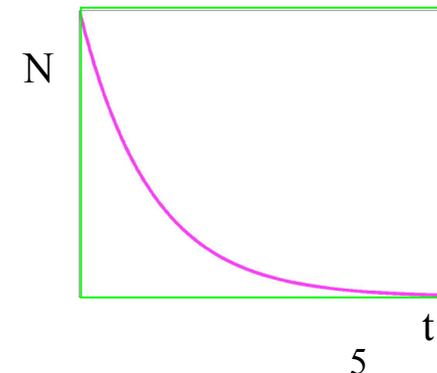
indipendenza degli intervalli di tempo tra eventi →
statistica di Poisson

2. Legge esponenziale di decadimento

andamento temporale del n. di atomi di H eccitati

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$$

τ : vita media del livello eccitato



Probabilità

Solo comportamento temporale ?? NO

1. Probabilità relativa dei modi di decadimento

Esempio: decadimenti più frequenti del mesone K^+

K^+	$\rightarrow \mu^+ \nu_\mu$	(63.43 %)
	$\rightarrow \pi^+ \pi^0$	(21.13 %)
	$\rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-$	(5.58 %)
	$\rightarrow e^+ \nu_e \pi^0$	(4.87 %)
	$\rightarrow \mu^+ \nu_\mu \pi^0$	(3.27 %)
	$\rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^0$	(1.73 %)

Probabilità

2. Probabilità d'urto

urto tra particelle → distribuzione di probabilità per l'angolo di deflessione delle traiettorie → concetto di sezione d'urto

$$\sigma = \frac{N \text{ part. deflesse} / s}{N \text{ part. incidenti} / (\text{cm}^2 \cdot s)}$$

3. Effetto Tunnel

probabilità $\neq 0$ per il superamento di una barriera classicamente impenetrabile (e.g. decadimento α dei nuclei)

Probabilità

- ✓ Non ogni aspetto della natura è probabilistico
(e.g. massa delle particelle stabili è definita in modo preciso)
- ✓ La probabilità di un evento può essere così prossima a 0 (1) che l'evento può considerarsi **impossibile** (certo)
 - effetto tunnel macroscopico : $P \approx 10^{-50}$
 - vita media protone $> 1.6 \times 10^{25}$ anni
- ✓ L'aspetto probabilistico del mondo microscopico è **reale** o nasce da una struttura della materia **più profonda** e ancora misteriosa ?? **Nessuno lo sa**

Annichilazione & Creazione

Chimica del XIX secolo → 2 leggi di conservazione:
massa & energia

T.R. : conversione $m \leftrightarrow E$ → legge di conservazione
della massa-energia

$$E = mc^2$$

M.Q. : struttura matematica per trattare $m \leftrightarrow E$

- particella instabile → decadimento spontaneo
- particella stabile → annichilazione con anti-particella

Annichilazione & Creazione

➤ Processi di decadimento

$$1) \quad n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (\text{decadimento } \beta \text{ dei nuclei})$$

$$2) \quad \pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$$

➤ Processi di annichilazione

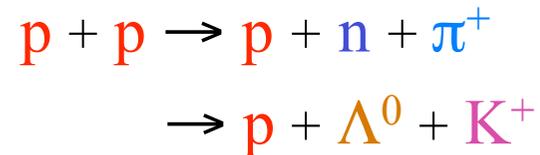
$$3) \quad e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$$

N.B. – 2 & 3 : conversione completa $m \rightarrow E$

$$- m_{\text{finale}} < m_{\text{iniziale}}$$

Annichilazione & Creazione

➤ Processi d'urto



N.B. – $\sum m_{\text{iniziali}} < \sum m_{\text{finali}}$: il surplus di massa è creato a scapito dell'energia cinetica delle particelle iniziali

Eliminazione legge di conservazione di $m \rightarrow$ particelle stabili non sono indistruttibili: **mondo instabile ??**

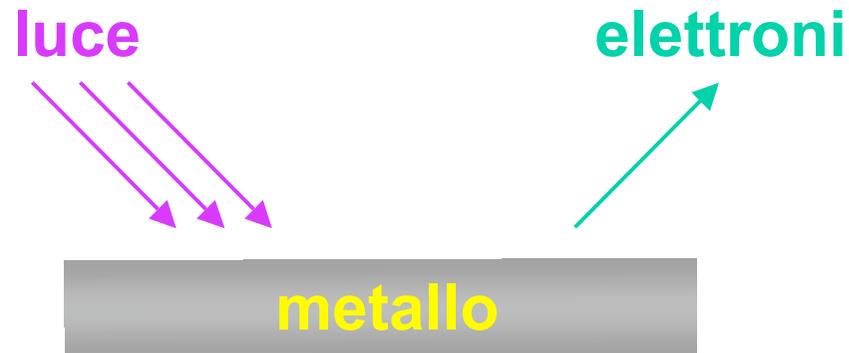
NO

nell'angolo di universo in cui viviamo c'è
molta materia e poca antimateria

Onde & Particelle

Mondo microscopico: onde e particelle appaiono come aspetti differenti della stessa cosa

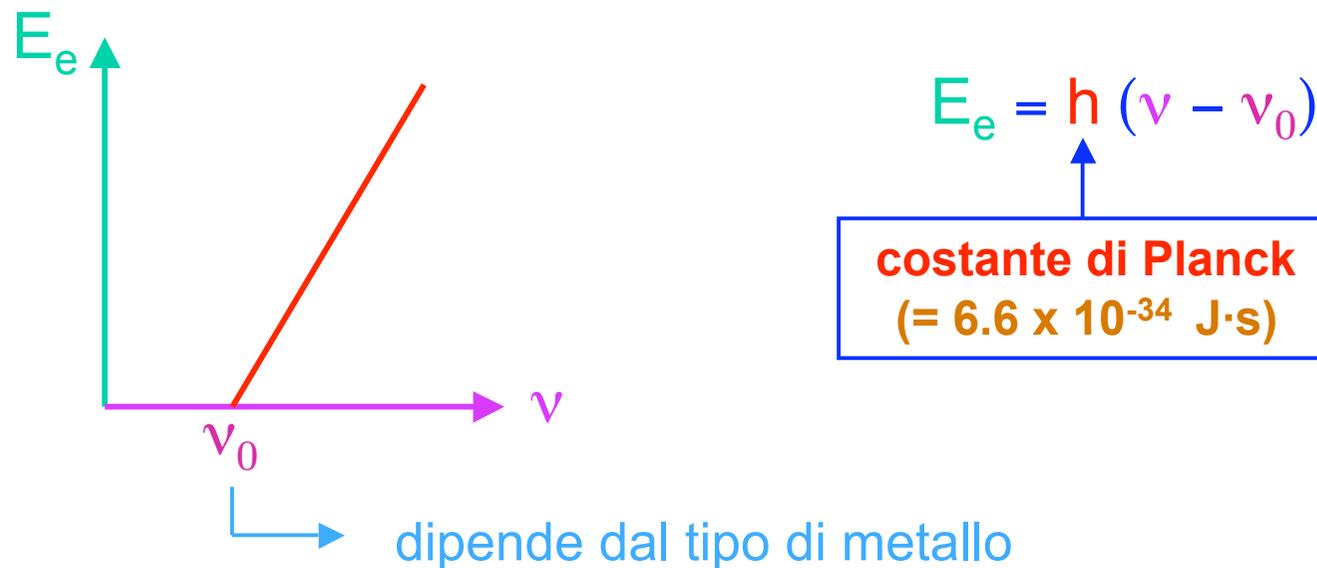
- **Onda come Particella: effetto fotoelettrico**



luce monocromatica → elettroni di energia definita

Onde & Particelle

aumento intensità luminosa → aumento n. di elettroni,
ma **tutti della stessa energia** → contrasto con la teoria
classica dove energia dell'onda cresce con l'intensità



$h \nu < h \nu_0$: **NO** emissione di elettroni

Onde & Particelle

Einstein (1905)

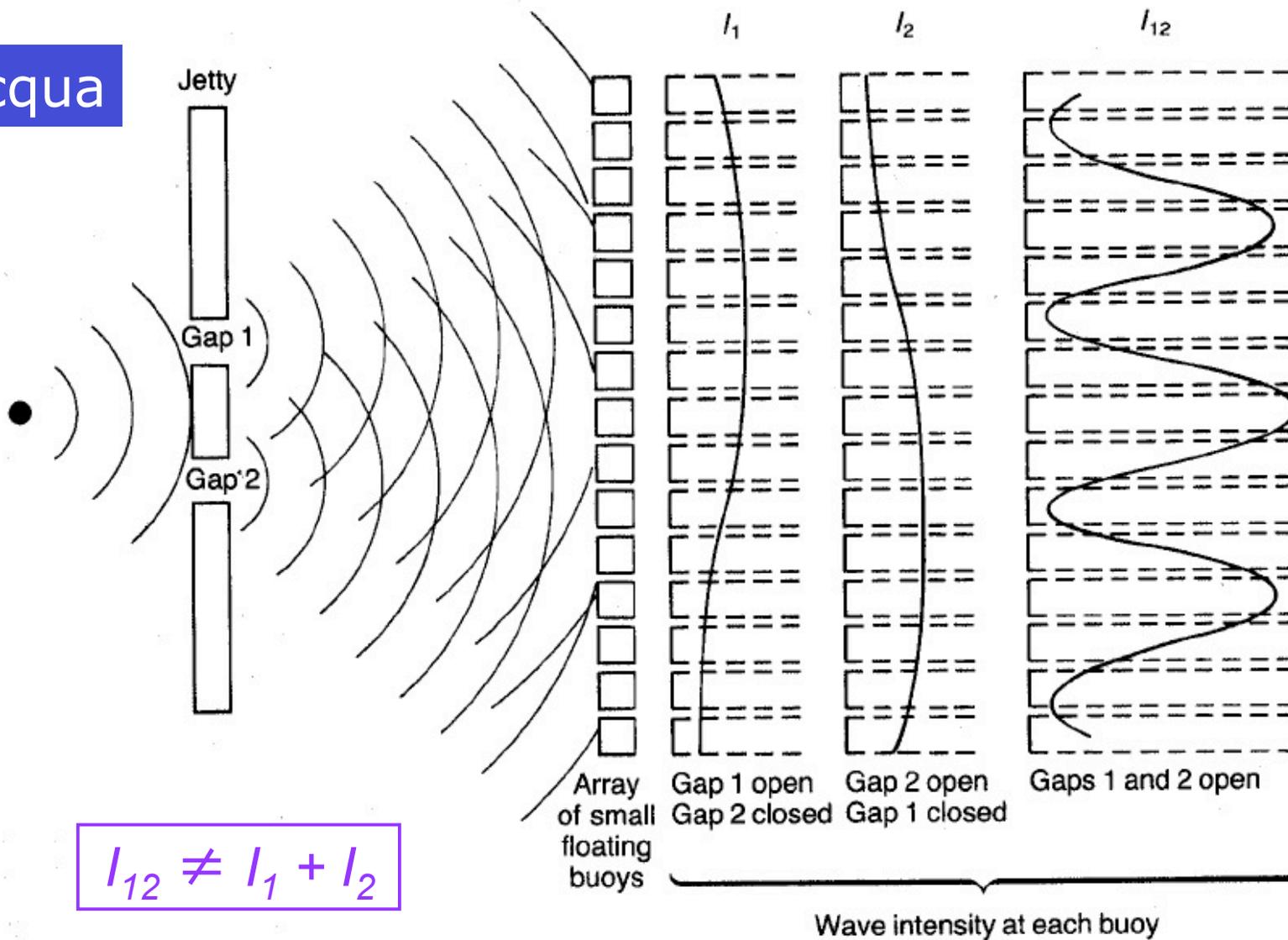
luce composta di quanti (**fotoni**) tutti di energia $h\nu$
→ aumento intensità = aumento n. fotoni →
aumento n. elettroni

➤ **Particella** come **Onda** → **fenomeni d'interferenza**

Davisson & Germer (1927): esperimenti di interferenza e diffrazione con fasci di elettroni

Onde & Particelle

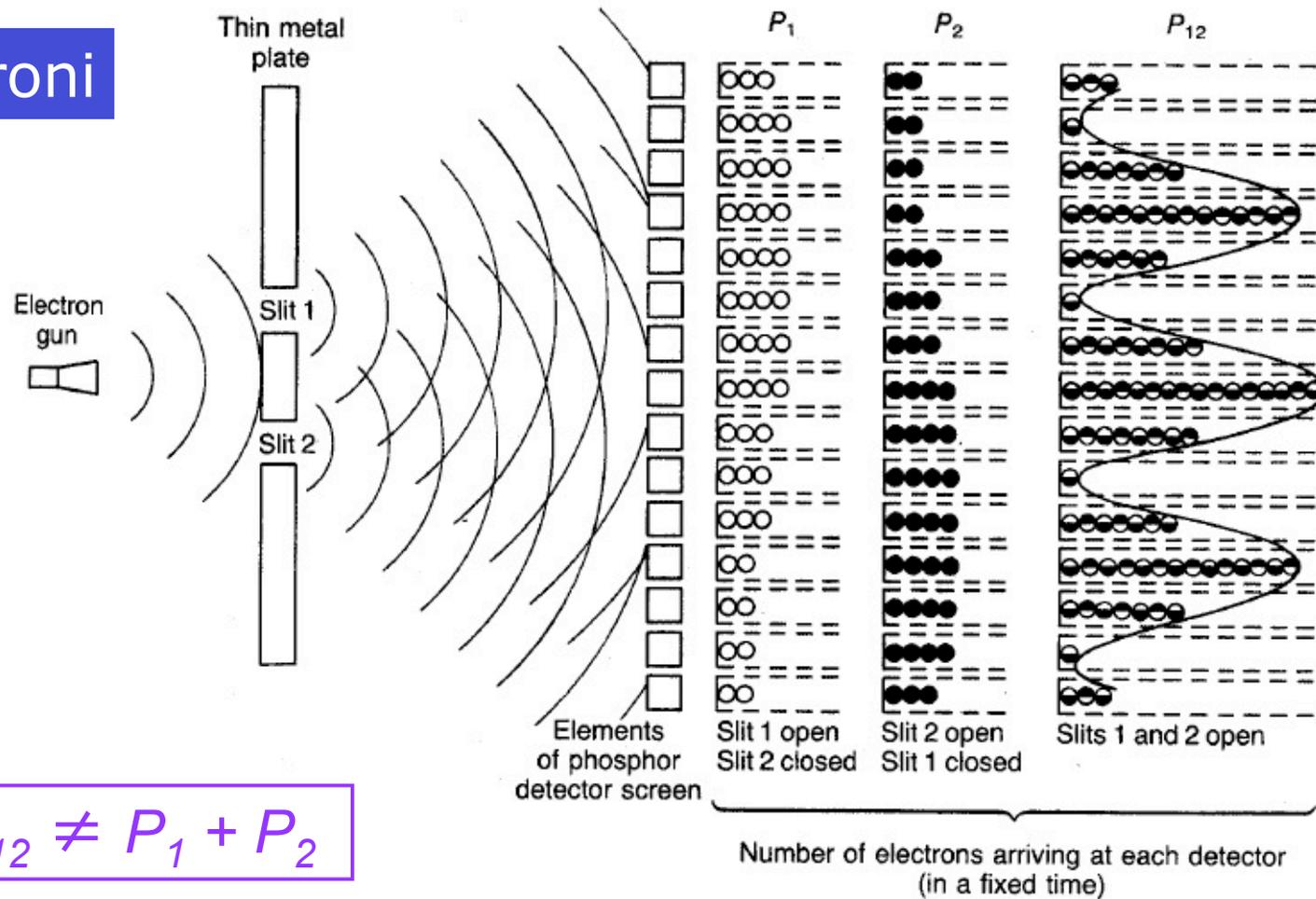
acqua



$$I_{12} \neq I_1 + I_2$$

Onde & Particelle

elettroni



... anche gli elettroni producono una figura d'interferenza (!?)

Onde & Particelle

Particella

- possiede massa
- localizzata in un punto
→ dimensioni finite
- caratterizzata da E

??



Onda

- priva di massa
- diffusa nello spazio →
dimensioni mal definite
- caratterizzata da:
{ampiezza A , lunghezza
d'onda λ , frequenza ν }

Similitudine: trasporto d'energia tra 2 punti

(anche se le particelle lo possono fare con velocità diverse a seconda della loro energia)

Onde & Particelle

de Broglie: ad ogni particella di massa m ed impulso p ($= mv$) corrisponde un' onda con

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

i. $m = 80 \text{ kg}$ con velocità $v = 5 \text{ km/h}$ ($\cong 1.4 \text{ m/s}$)

$$\lambda \cong 6 \times 10^{-36} \text{ m} \quad \rightarrow \text{particella}$$

ii. elettrone nell'atomo di H: $v \cong 3 \times 10^6 \text{ m/s}$

$$\lambda \cong 2.4 \times 10^{-10} \text{ m} \quad \approx \text{dimensioni atomo} \\ \rightarrow \text{onda}$$

Onde & Particelle

h piccola \rightarrow aspetto ondulatorio emerge soltanto nel mondo microscopico, i.e. quando λ della particella è dell'ordine di grandezza delle dimensioni del sistema fisico

N.B. T.R. : massa \leftrightarrow energia $E = m c^2$
M.Q. : particella \leftrightarrow onda $\lambda = h/p$

2 costanti fondamentali della natura : c grande ed h piccola (relativamente alla scala umana) \rightarrow abbiamo dovuto aspettare il XX secolo per la formulazione delle 2 teorie:

tecnologia

Onde & Particelle

Natura ondulatoria → non localizzabilità:

la posizione di una particella non può essere nota con una accuratezza maggiore della sua lunghezza d'onda



infinite conseguenze: e.g. dimensioni dell'atomo di H

N.B. - ha ancora senso parlare di particelle ?? **SI**

“nascita” e “morte” sono eventi corpuscolari: accadono improvvisamente in un definito punto dello spazio-tempo. È la “vita” delle particelle ad essere ondulatoria

Onde & Particelle

Con che tipo di onde abbiamo a che fare ??

Esempio : atomo di H

e^- distribuito in una regione di estensione λ : come posso rivelarlo ?? Invio e^+ di alta energia contro l'atomo: annichilazione $e^+ e^- \rightarrow \gamma \gamma$. Determino posizione e^- dallo studio delle traiettorie dei 2 fotoni

Come e' possibile ?? Ho localizzato l'elettrone

La soluzione del paradosso è nell'aspetto probabilistico del mondo microscopico

Onde & Particelle

prima dell'annichilazione l'elettrone va interpretato come un'onda di probabilità, i.e. non come un'onda acustica o elettromagnetica, ma come un'onda d'informazione:

ampiezza dell'onda elevata (modesta) = grande (piccola)
probabilità di trovare l'elettrone in un certa posizione
all'interno dell'atomo di H

Ripetendo l'esperimento su un gran numero di atomi di H i risultati non saranno gli stessi: in qualche caso l'elettrone risulterà vicino al protone, in qualche altro lontano: quasi sempre entro 10^{-8} cm da questo.

Principio d'Indeterminazione

Onda di probabilità → distribuzione di probabilità relativa alla posizione dell'elettrone → concetto di **funzione d'onda** $\psi(x)$ dell'elettrone:

$$\text{Probabilità che l'elettrone si trovi nell'intervallo } (x, x+dx) = |\psi(x)|^2 dx$$

Non localizzabilità implica una relazione tra le accuratezze con cui è possibile determinare **posizione** ed **impulso** di una particella descritta dal **Principio d'Indeterminazione**

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{2\pi} \quad (\text{Heisenberg})$$

\swarrow
 $= \hbar$

Principio d'Indeterminazione

P. d'I. → impossibile conoscere contemporaneamente e con precisione arbitraria **posizione** & **velocità** di una particella: $\Delta x \rightarrow 0 \Rightarrow \Delta p \rightarrow \infty$

i.e.

L'atto di misura perturba sempre ed in modo definitivo lo stato di un sistema: l'osservatore è parte del sistema complessivo

o in modo + raffinato e + rigoroso

Allo stato di un sistema non corrispondono posizione e velocità definite: questi concetti classici non possono coesistere nel mondo microscopico

Principio d'Indeterminazione



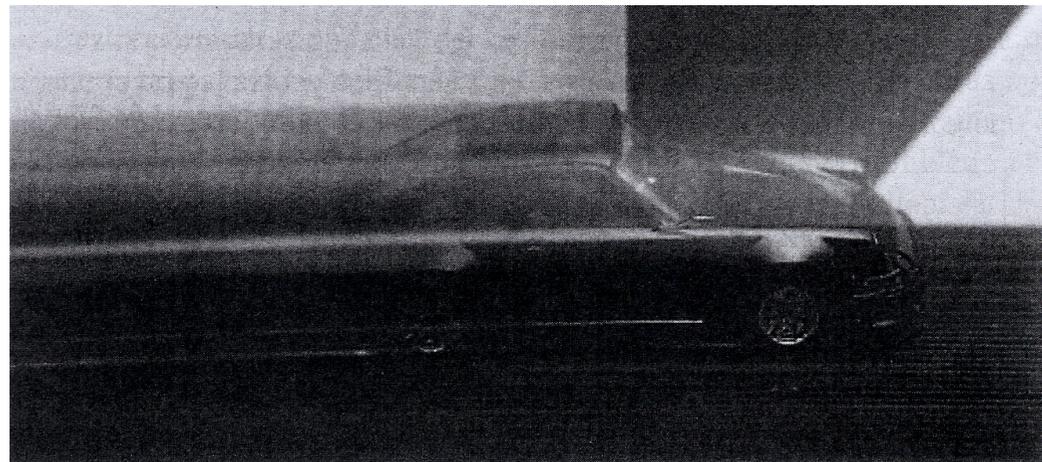
Piccolo tempo
d'esposizione



forma SI - velocità NO

Grande tempo
d'esposizione

forma NO - velocità SI



Principio d'Indeterminazione

Relazione d'indeterminazione anche tra le variabili
fisiche **energia** e **tempo**

$$\Delta p = m \Delta v$$

$$\Delta x = v \Delta t$$



$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

conoscenza accurata dell'istante in cui avviene
un evento (Δt piccolo) \rightarrow conoscenza
imprecisa della sua energia (ΔE piccolo)

Conclusioni

- L'aspetto probabilistico sembra essere l'essenza ultima delle leggi fondamentali della natura
- La fusione dei concetti di onda e particella richiedono l'abbandono di alcune idee classiche:
 - Onda: rinuncia all'idea di un mezzo materiale che vibra e fornisce supporto alla propagazione
 - Particella: rinuncia all'idea della localizzabilità

➔ onda - particella \equiv **campo quantistico**

Concetto di Campo

Fusione **M.Q. - T.R.** : (per motivi puramente matematici)
possibile solo se tutte le particelle sono **campi quantistici**



Concetto Moderno di **Campo**

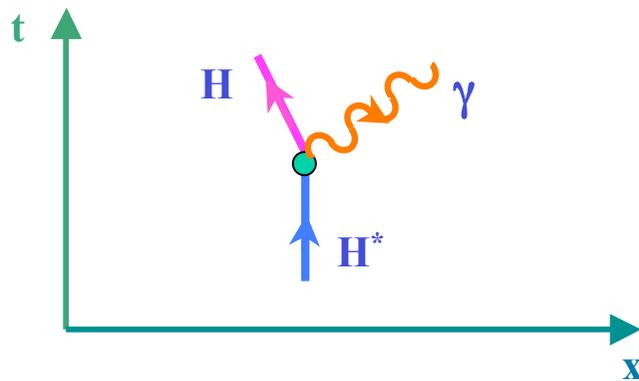
Entità fisica che si propaga sotto forma di **onda**
attraverso lo spazio trasportando **E** e **p** (ed altre
quantità fisiche misurabili)

Entra/esce dall'esistenza **istantaneamente** in un
punto definito dello **spazio-tempo**

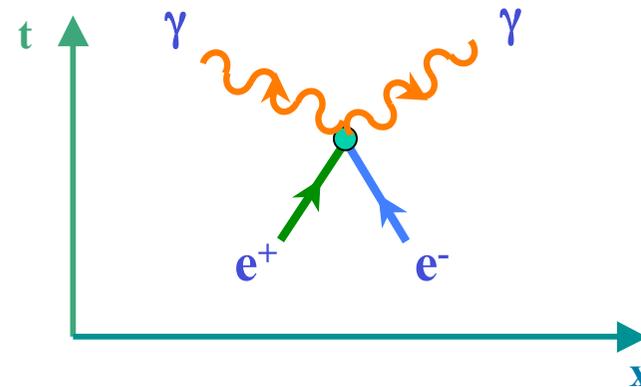
Ad esso risulta associata una **massa ben precisa**
il campo **e-** può essere creato con **E** (o **p**) qualsiasi, ma ha
sempre **$mc^2 = 511 \text{ keV}$**

Interazioni tra Campi

Processi tra particelle: diagrammi di Feynman



diseccitazione atomo H

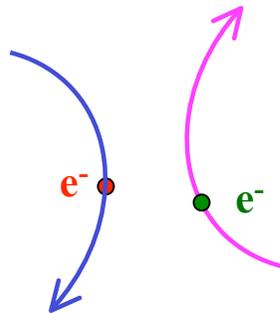


$e^+ e^- \rightarrow \gamma \gamma$

- ✓ Inclinazione linea d'universo rispetto asse **t**
= **velocità della particella**
- ✓ **Vertice** • \equiv particella cessa di esistere e nello stesso punto dello spaziotempo ne nascono altre

Interazioni tra Campi

Fisica Classica

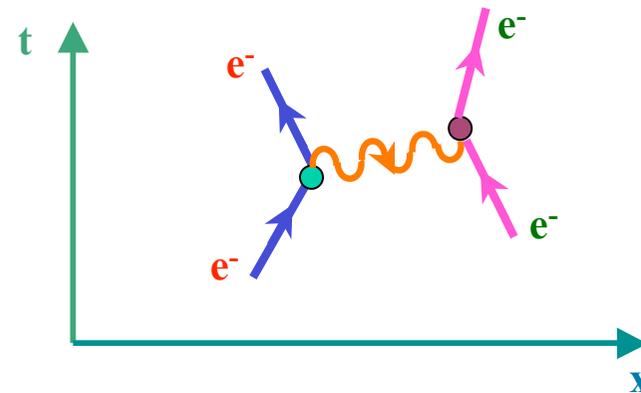


elettroni si avvicinano →
mutua repulsione →
rallentati e deviati



Azione a distanza

Fisica Quantistica



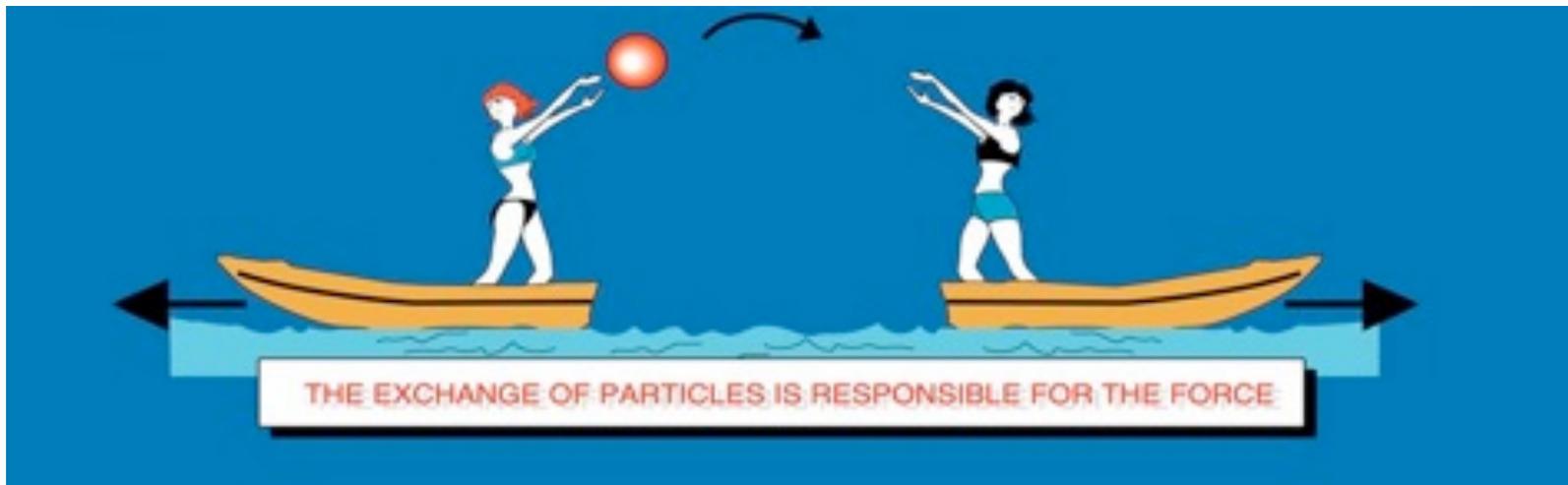
● e^- emette γ → cambia velocità
● e^- assorbe γ → cambia velocità



Interazione = scambio del γ

Interazioni tra Campi

Attenzione alle metafore non completamente corrette del processo d'interazione tra campi



(fonte: sito Educational del CERN; ripresa nel testo di fisica per licei di U. Amaldi)

... concetti della Fisica Quantistica non sempre descrivibili con esempi tratti dalla vita quotidiana

Particelle Virtuali

interazione base **non è tra i 2 e⁻**, ma tra ciascuno di essi ed il $\gamma \rightarrow$ sostituisco azione a distanza con l'idea di **interazione locale** tra l'elettrone il **fotone**



ruolo chiave dei **vertici**

Problema: nei vertici è impossibile conservare allo stesso tempo **energia** ed **impulso*** \rightarrow il **fotone** in volo tra i vertici non può essere una particella reale

*conservazione simultanea di **E** e **p**

$$\Rightarrow \cos \Theta_{ey} > 1 !!$$



particelle virtuali

Particelle Virtuali

cos'è una particella virtuale ??

$\Delta E \Delta t \geq \hbar$ → indulgenza nella legge di conservazione di E

è consentita una violazione di entità ΔE della legge di conservazione dell'energia, purché duri per un tempo

$$\Delta t \leq \frac{\hbar}{\Delta E}$$

Esempio : $\Delta E = 1 \text{ MeV}$

$$\hbar = 7 \times 10^{-22} \text{ MeV s}$$



$$\Delta t = 7 \times 10^{-22} \text{ s}$$

spazio percorso dal fotone in Δt : $c \Delta t \approx 2 \times 10^{-13} \text{ m}$

Particelle Virtuali



Immagine moderna delle interazioni

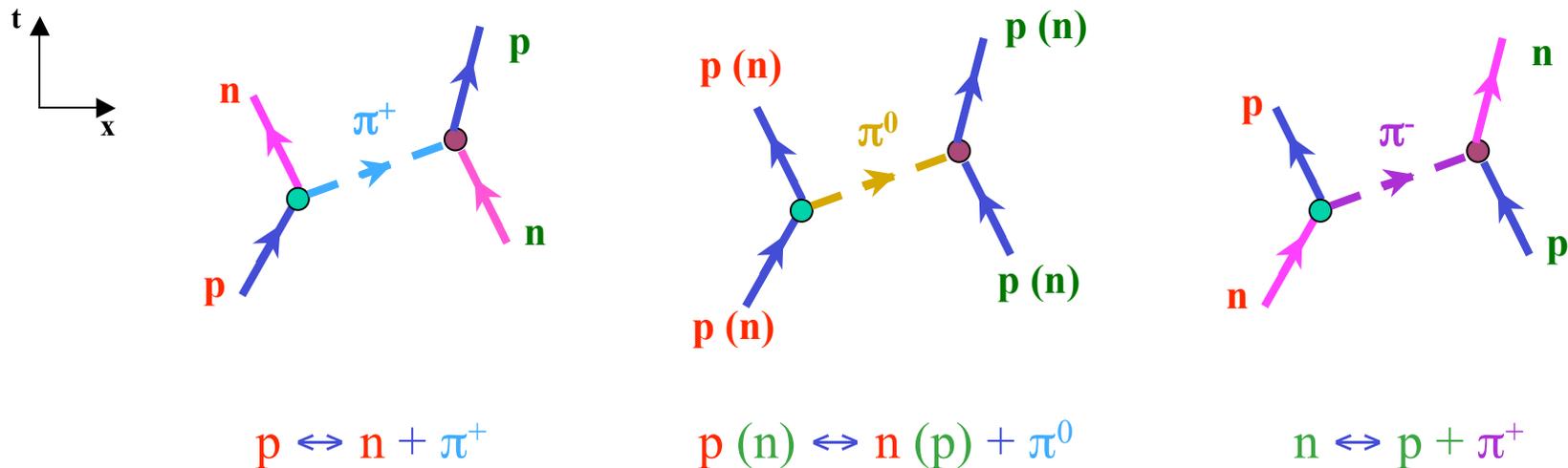
e^- libero non è inerte: continuamente emette e riassorbe (entro il Δt consentito dal P.d'I.) dei γ virtuali che percorrono distanze tanto maggiori quanto minore è la loro energia, ma che non sono reali (quindi rivelabili)

Ogni elettrone è circondato da una nuvola fotonica

2 elettroni che si avvicinano: scambio dei fotoni delle rispettive nuvole → repulsione

Particelle Virtuali

Esempio : interazione nucleare (Yukawa)



$m_\pi = 140 \text{ MeV} \rightarrow$ durata violazione energia nei vertici $< 5 \times 10^{-24} \text{ s} \rightarrow$ raggio nuvola pionica minore di : $c \Delta t = 1.5 \times 10^{-13} \text{ cm}$

Raggio d'Azione

N.B. - interazione e.m. completamente diversa: $m_\gamma = 0$
→ \mathbf{E}_γ può anche essere nulla → nuvola fotonica
può estendersi fino a distanza infinita



come conseguenza del P.d'I. il raggio d'azione di una
interazione è tanto maggiore quanto più piccola è la
massa della particella scambiata

$$R \approx \frac{1}{m c^2}$$