

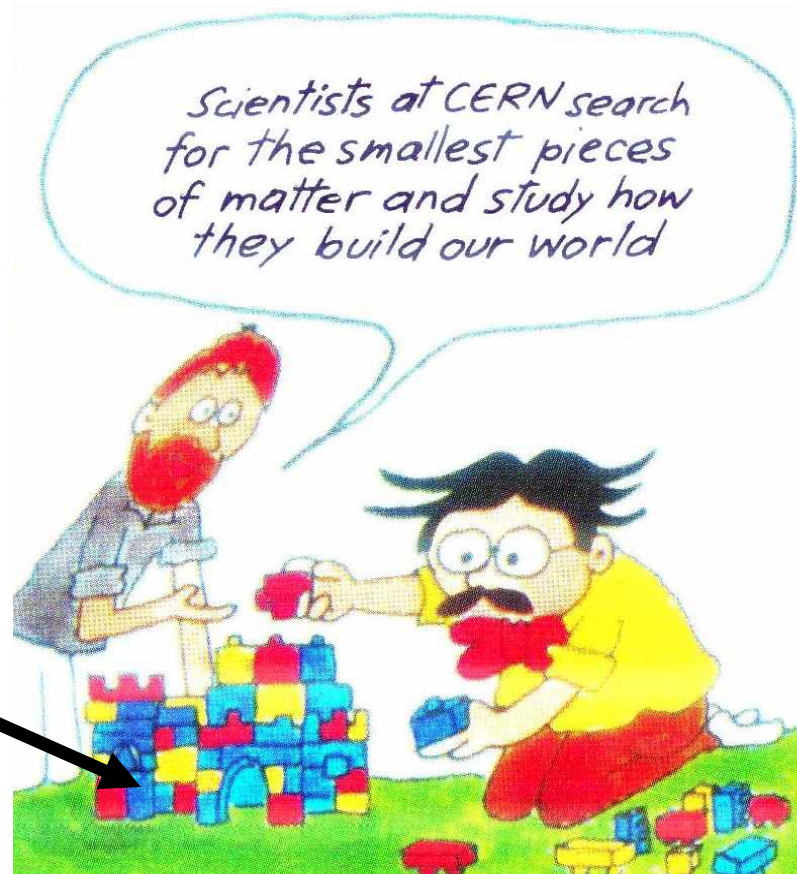
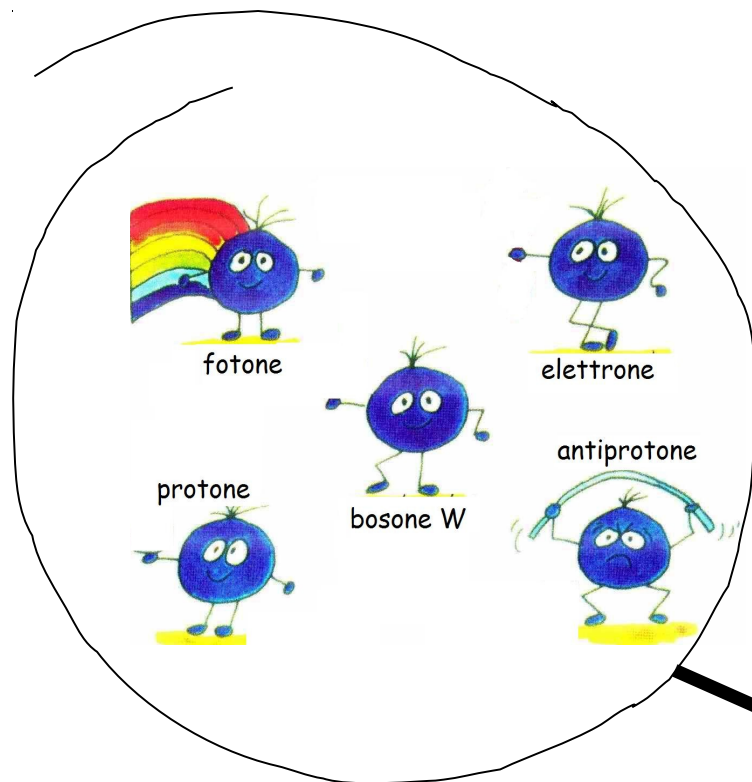
Elementi di Statistica

1

... diamo un senso

... cosa e' la Fisica delle Particelle Elementari ?

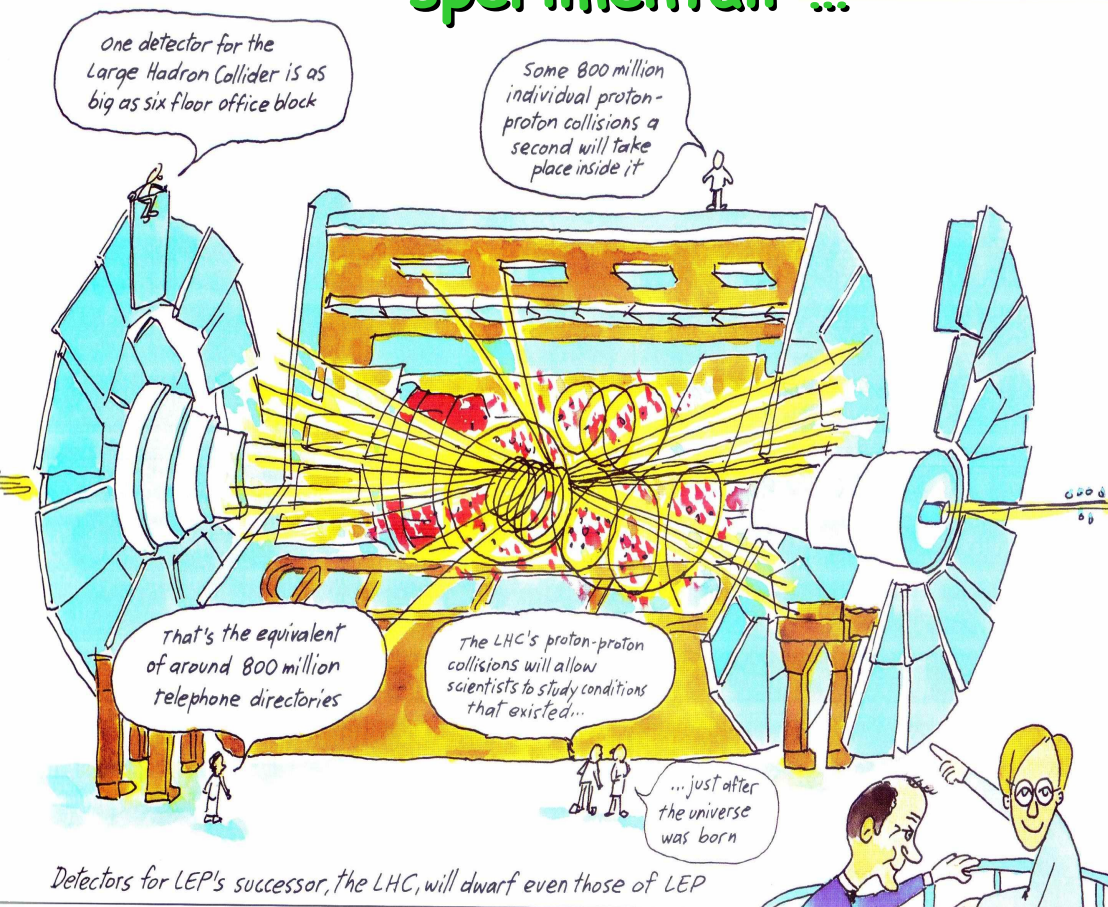
Spiega il complesso
mediante il semplice
nel mondo dell'infinitamente piccolo ...



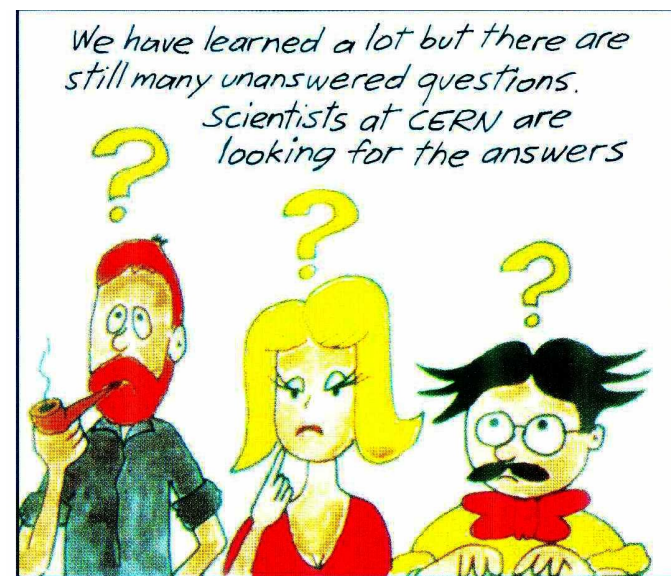
all'attacco !!! ...

... applicando la ben nota manovra a tenaglia :
il metodo scientifico

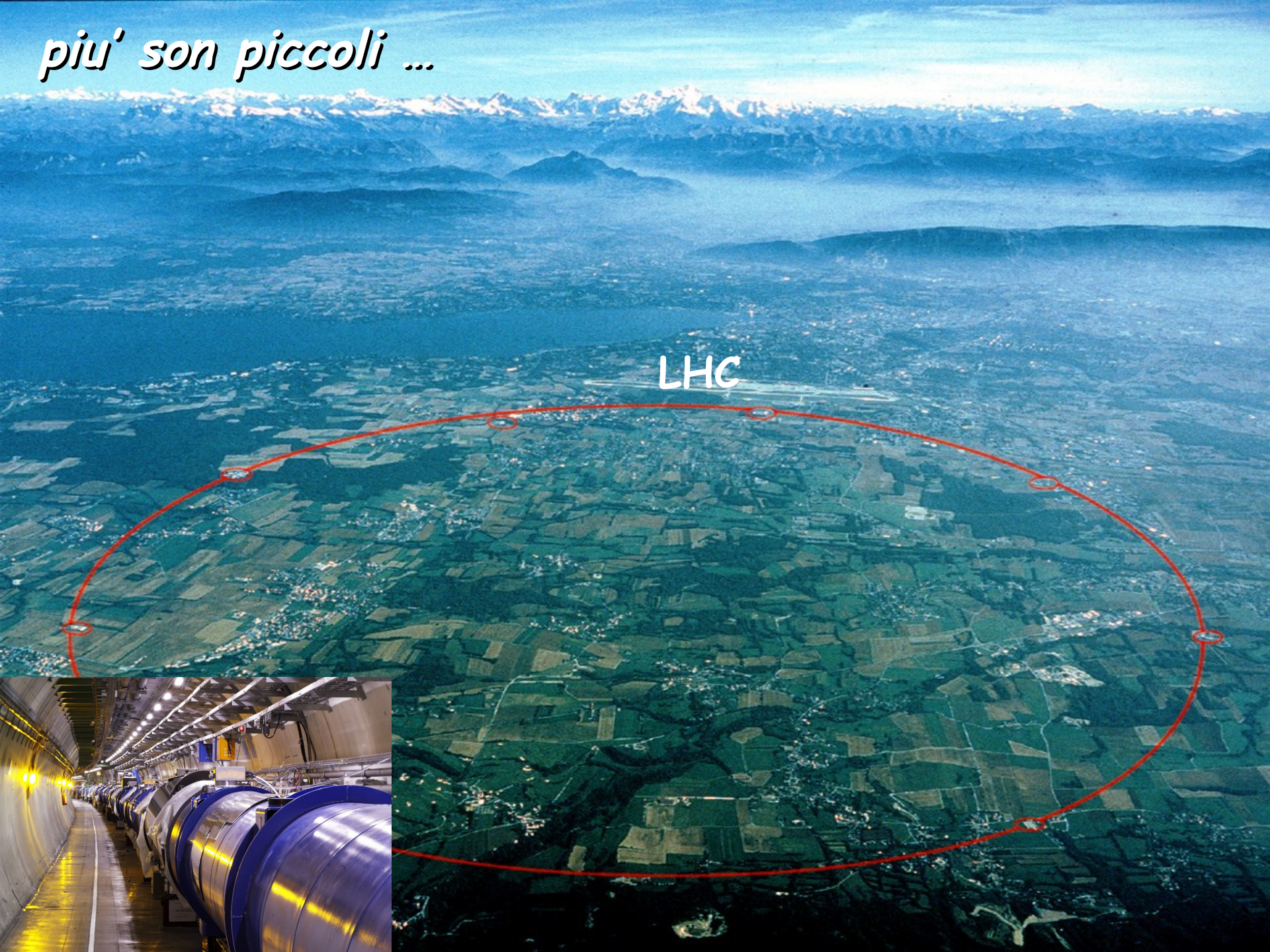
sperimentali ...



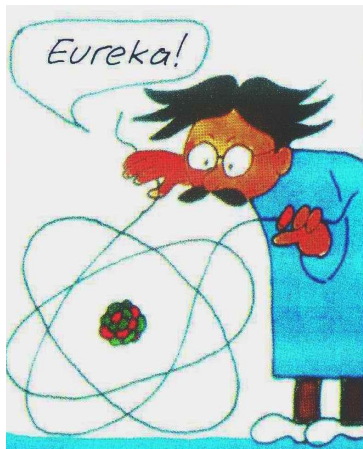
... teorici



piu' son piccoli ...



... cosa si misura nella HEP ?



Parametri fondamentali

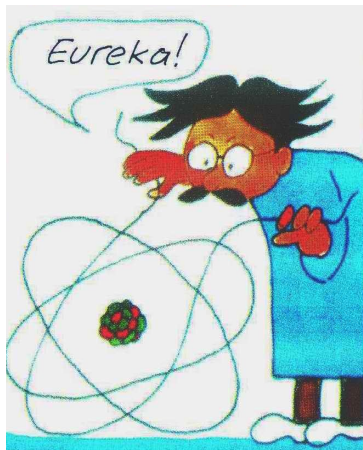
- Branching ratio (BR)
- vita media (τ)
- massa (m)
- costanti di accoppiamento
-

$$K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-, \pi^0\pi^0$$

attraverso...

- quantita' di moto $\vec{q}$;
- energia E rilasciata nel calorimetro ;
- angoli e direzioni delle particelle prodotte ;
- intervalli temporali ;
- efficienza del rivelatore ;
- contaminazione in un campione ;
- ecc.

... cosa si misura nella HEP ?



Parametri fondamentali

- Branching ratio (BR)
- vita media (τ)
- massa (m)
- costanti di accoppiamento
-

$$K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-, \pi^0\pi^0$$

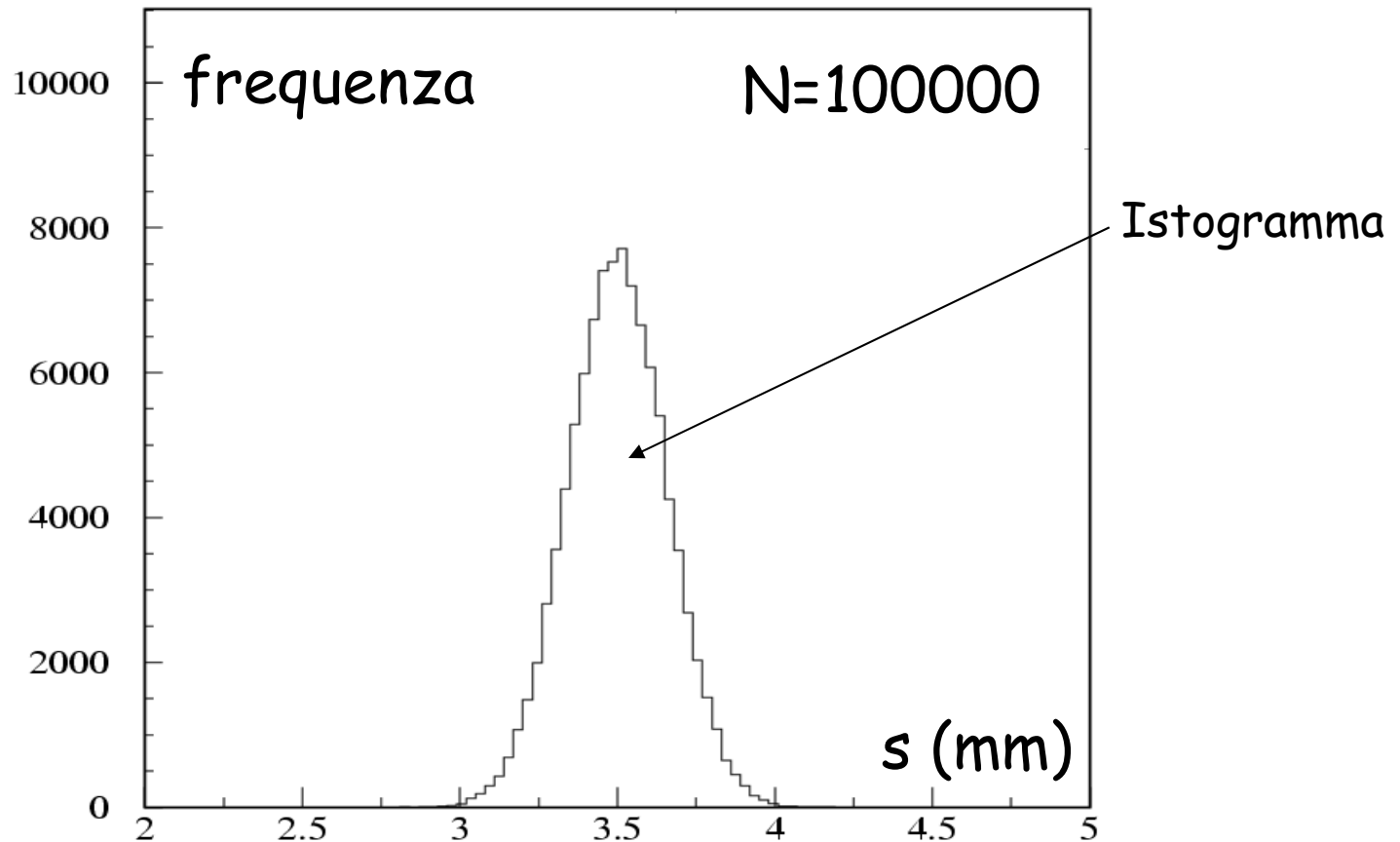
attraverso...

- quantita' di moto $\vec{q}$;
- energia E rilasciata nel calorimetro ;
- angoli e direzioni delle particelle prodotte ;
- intervalli temporali ;
- efficienza del rivelatore ;
- contaminazione in un campione ;
- ecc.

New physics ! ! !

*una cosiddetta
misura 'semplice' ...*

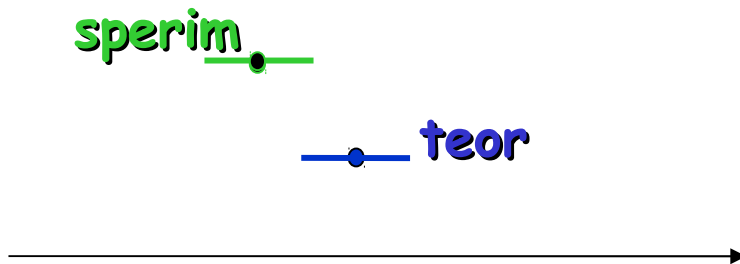
Misura spessore cavo elettrico



- Errori casuali
- Errori sistematici

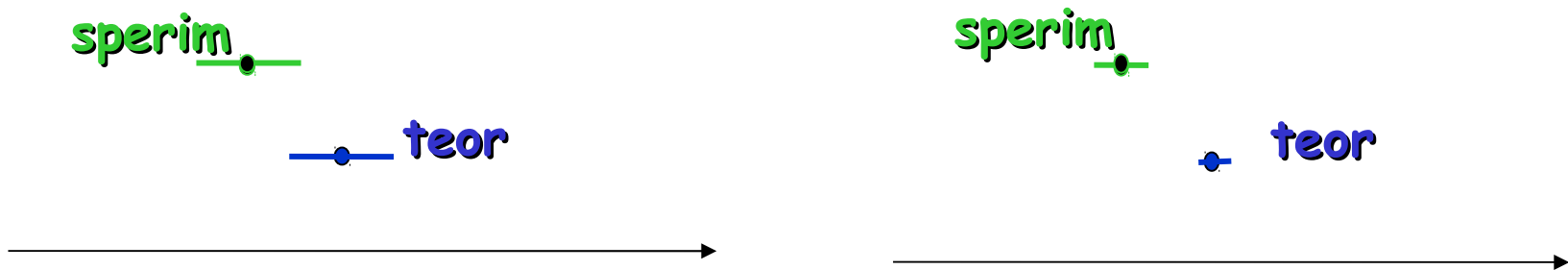
*il risultato di una
operazione di misura ...* **e' una variabile aleatoria !**

- Le incertezze (sperimentali e/o teoriche) possono essere diminuite ;



*il risultato di una
operazione di misura ...* **e' una variabile aleatoria !**

- Le incertezze (sperimentali e/o teoriche) possono essere diminuite ;
- La situazione puo' cambiare nel tempo...



2

Variabile aleatorie e funzioni di distribuzione

Indicatori fondamentali

Valor medio

$$m = \frac{\sum x_i}{N}$$

Deviazione standard

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (m - x_i)^2}{N - 1}}$$

$$x = m \pm \sigma$$

$$e_x = \sigma/m$$

Indicatori fondamentali

Valor medio

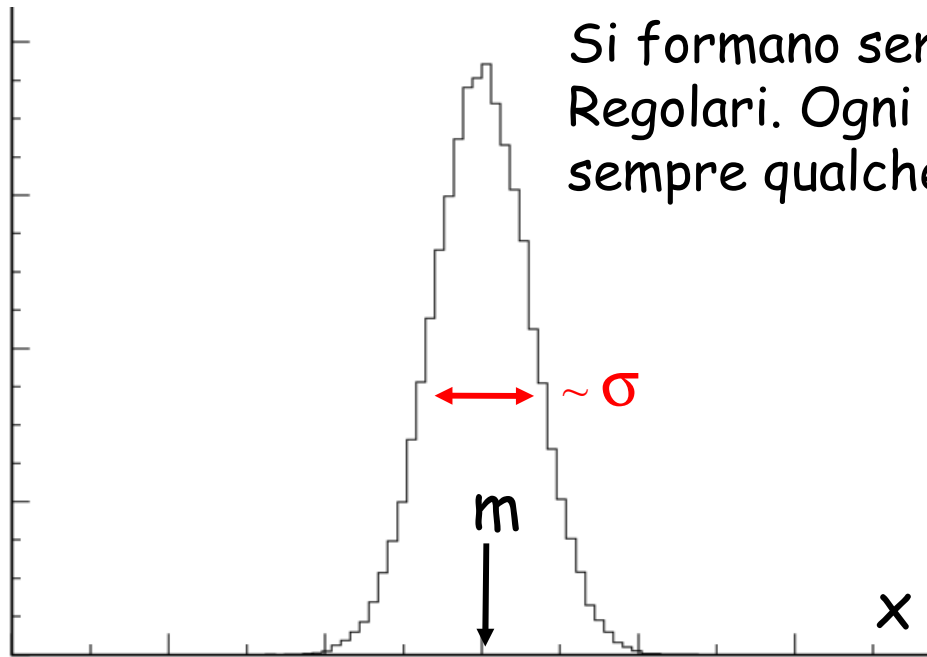
$$m = \frac{\sum x_i}{N}$$

Deviazione standard

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (m - x_i)^2}{N - 1}}$$

$$x = m \pm \sigma$$

$$e_x = \sigma / m$$



Si formano sempre istogrammi
Regolari. Ogni istogramma segue
sempre qualche *funzione di distribuzione*

Tipi di variabili aleatorie (I)

VA : gaussiana

Misura di una grandezza 'ben definita', in presenza di **errori casuali**.



spessore cavo elettrico

massa di una particella

misura di un intervallo di tempo

Tipi di variabili aleatorie (I)

VA : gaussiana

Misura di una grandezza 'ben definita', in presenza di **errori casuali**.



spessore cavo elettrico

massa di una particella

misura di un intervallo di tempo

VA : binomiale

Il numero di **successi** in N prove e' una variabile aleatoria, e ovviamente:

$0 \leq k \leq N$.



risultato lancio di un dado

efficienza rivelatore

canale di decadimento per una particella

Tipi di variabili aleatorie (I)

VA : gaussiana

Misura di una grandezza 'ben definita', in presenza di **errori casuali**.



spessore cavo elettrico
massa di una particella
misura di un intervallo di tempo

VA : binomiale

Il numero di **successi** in N prove e' una variabile aleatoria, e ovviamente:
 $0 \leq k \leq N$.



risultato lancio di un dado
efficienza rivelatore
canale di decadimento per una particella

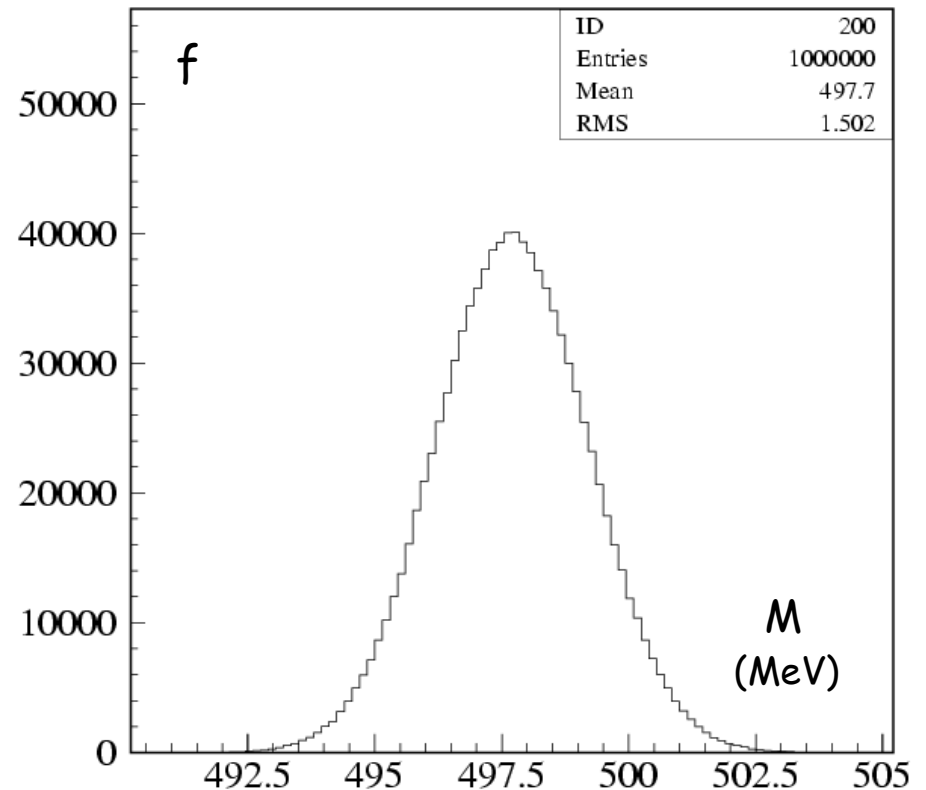
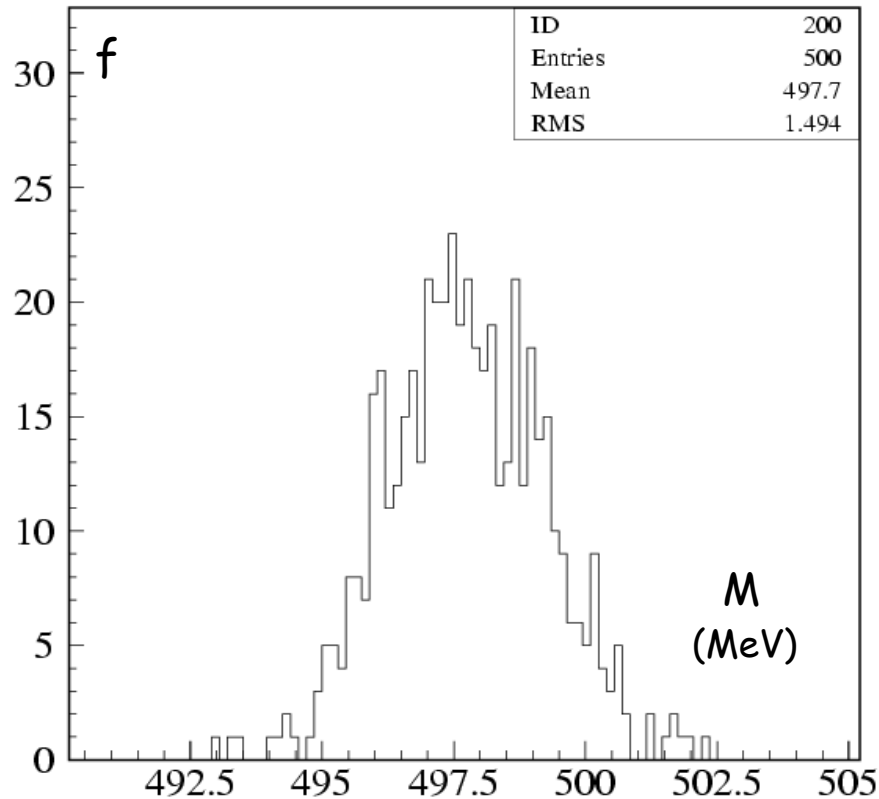
VA : poissoniana

Caso particolare di var.binom.:
- *successo*: **evento raro**, $p \approx 0$
- numero **infinito** di prove $N \approx \infty$

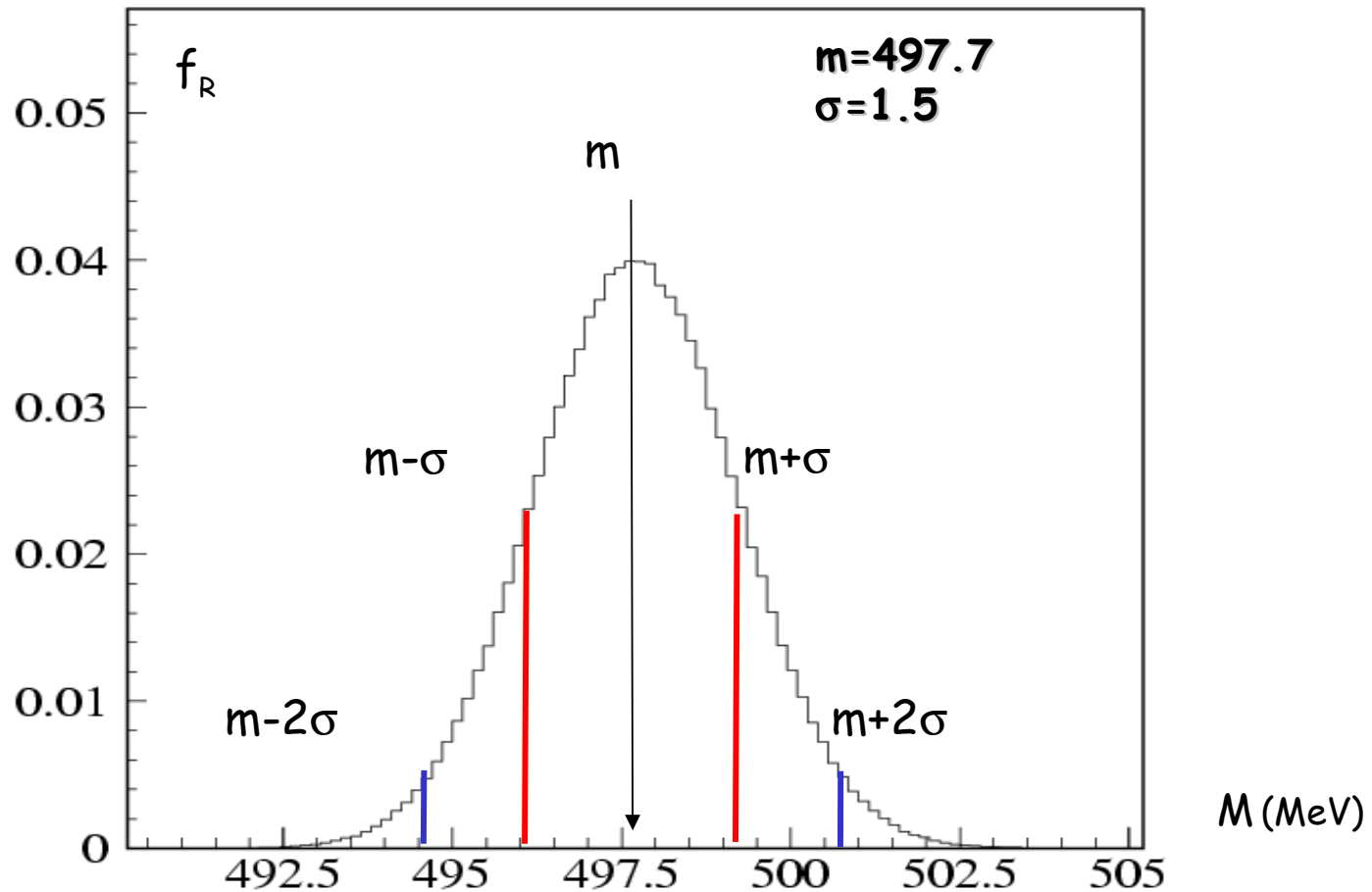


nascite al mese
decadimenti in 5 s di una sostanza radioattiva
di eventi in un "bin" di un istogramma

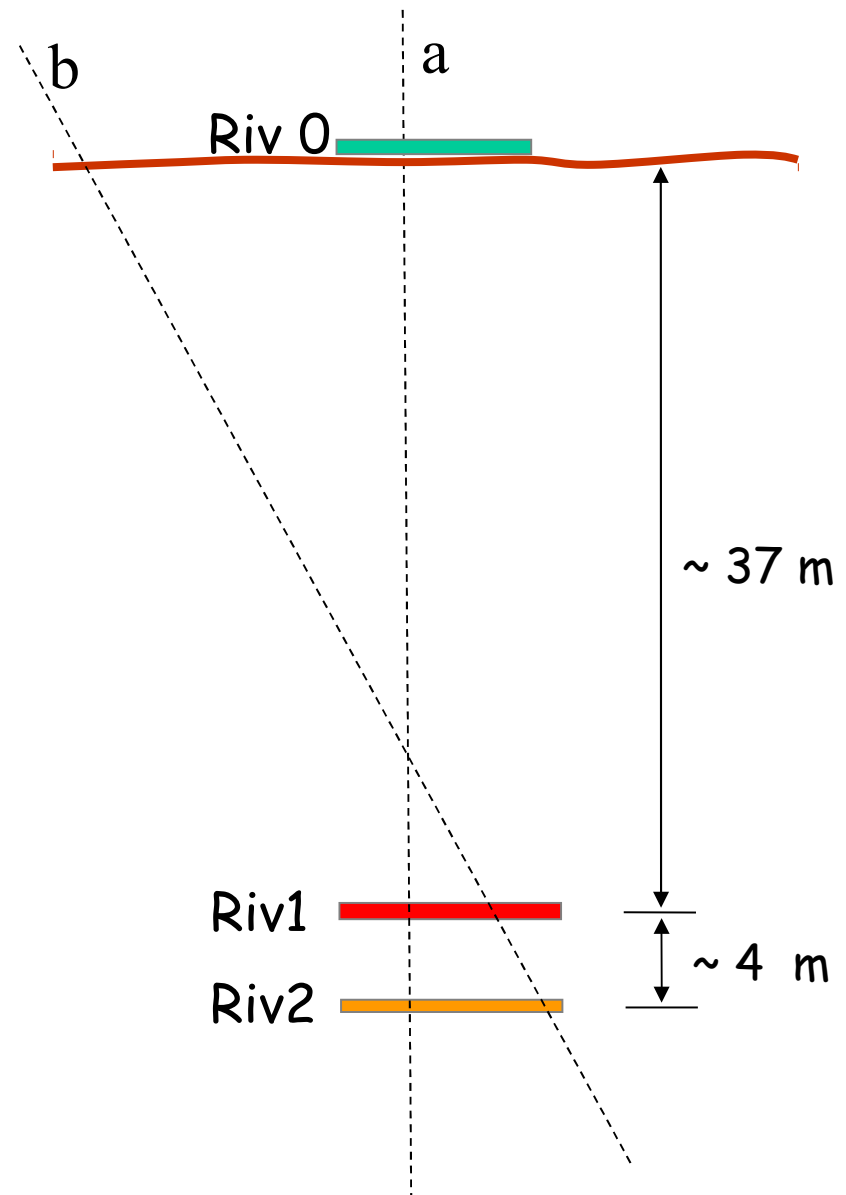
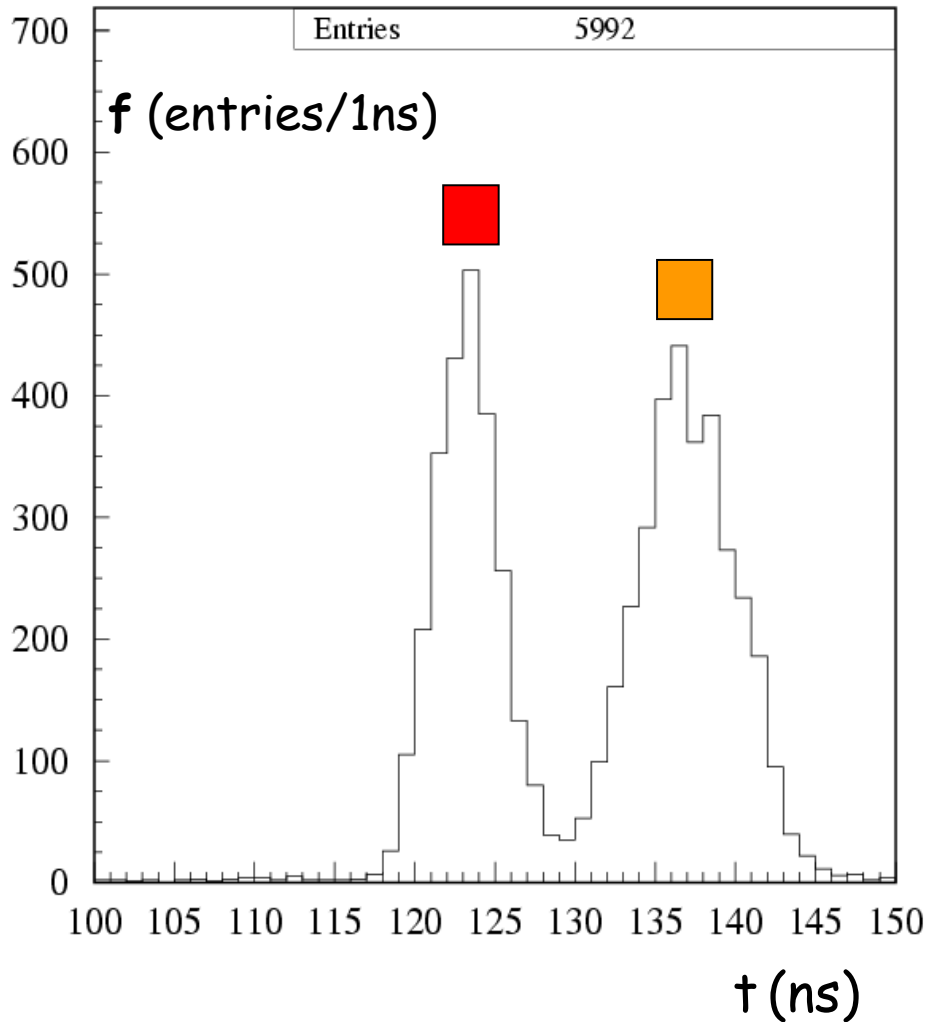
Esempio di VA gaussiana : massa di una particella



Esempio di VA gaussiana : massa di una particella



Misura intervallo temporale ...



Esempio di VA binomiale :

I conteggi

$K = \# \text{ eventi } K^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$
 $p = k/N$ (detta Branching Ratio)
BR è una VA : binomiale

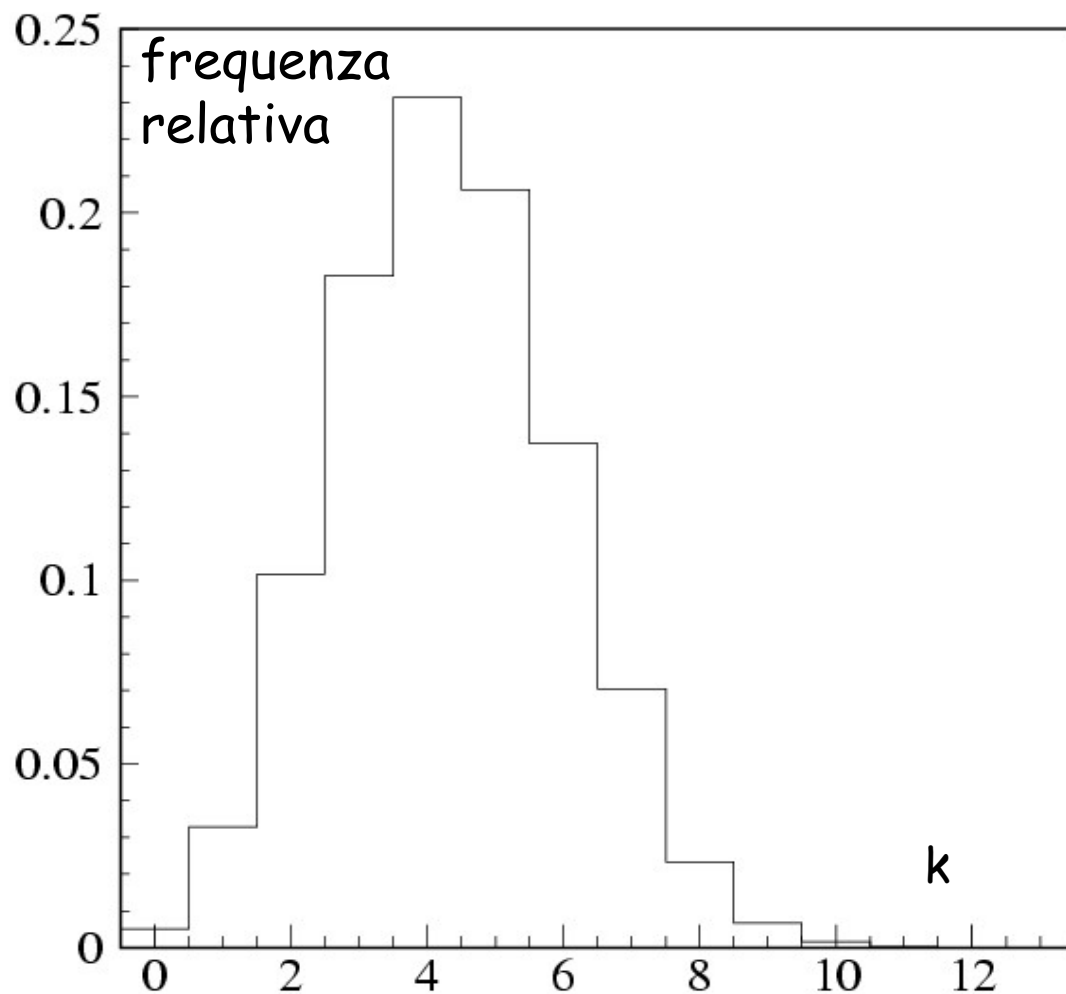
$$\begin{aligned} m &= p N \\ \sigma &= \sqrt{N p (1-p)} \\ \frac{\sigma}{m} &= \frac{\sqrt{N p (1-p)}}{p N} \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \end{aligned}$$

Errore statistico :
all'aumentare del
numero di
osservazioni la
precisione migliora
(errore relativo
piu' piccolo)

• Precisione misura BR

$$\begin{aligned} N=50 &\rightarrow \sigma/m \rightarrow 10\% \\ N=10^3 &\rightarrow \sigma/m \rightarrow 2.4\% \\ N=10^6 &\rightarrow \sigma/m \rightarrow 0.08\% \end{aligned}$$

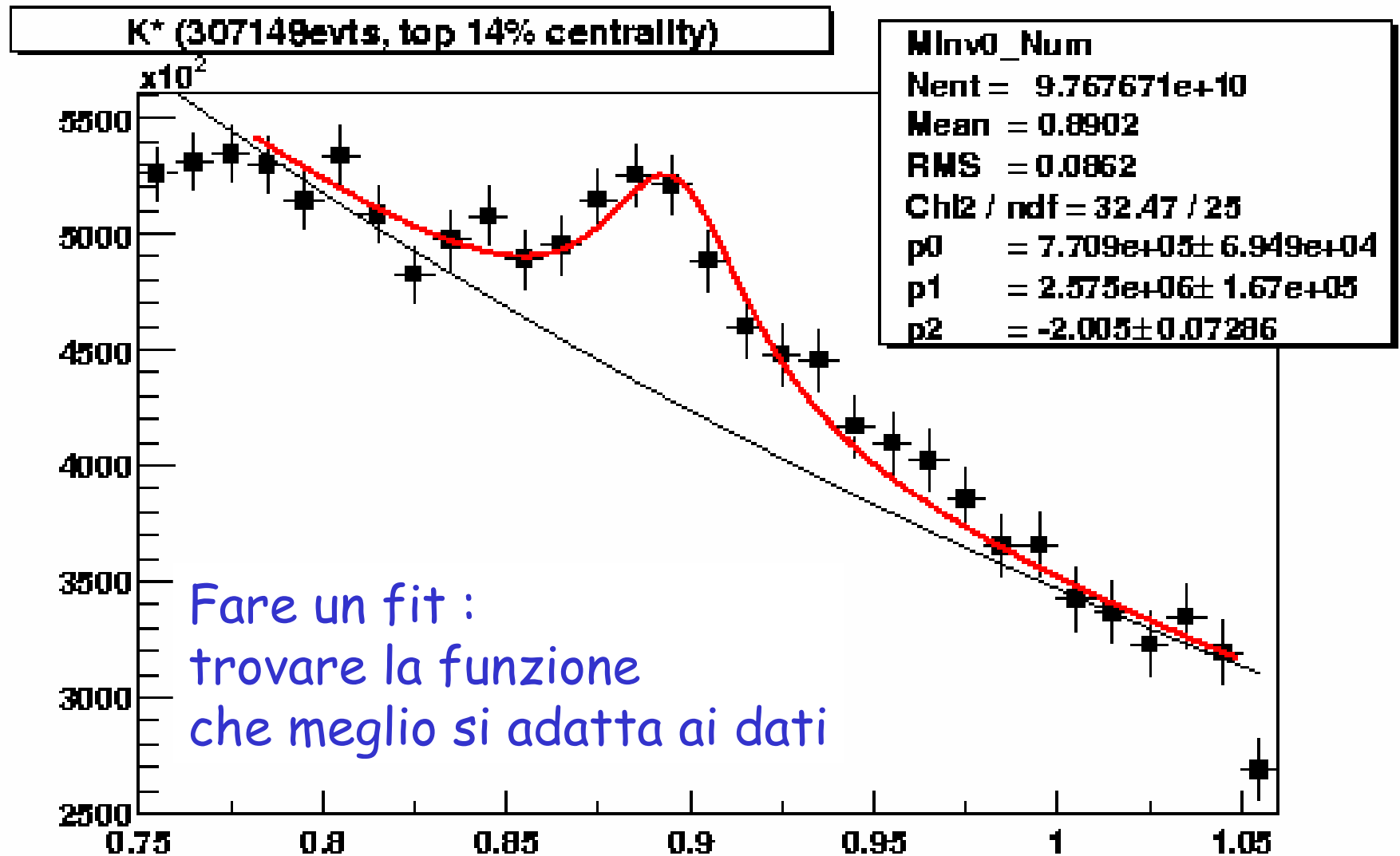
Esempio di VA binomiale : I conteggi



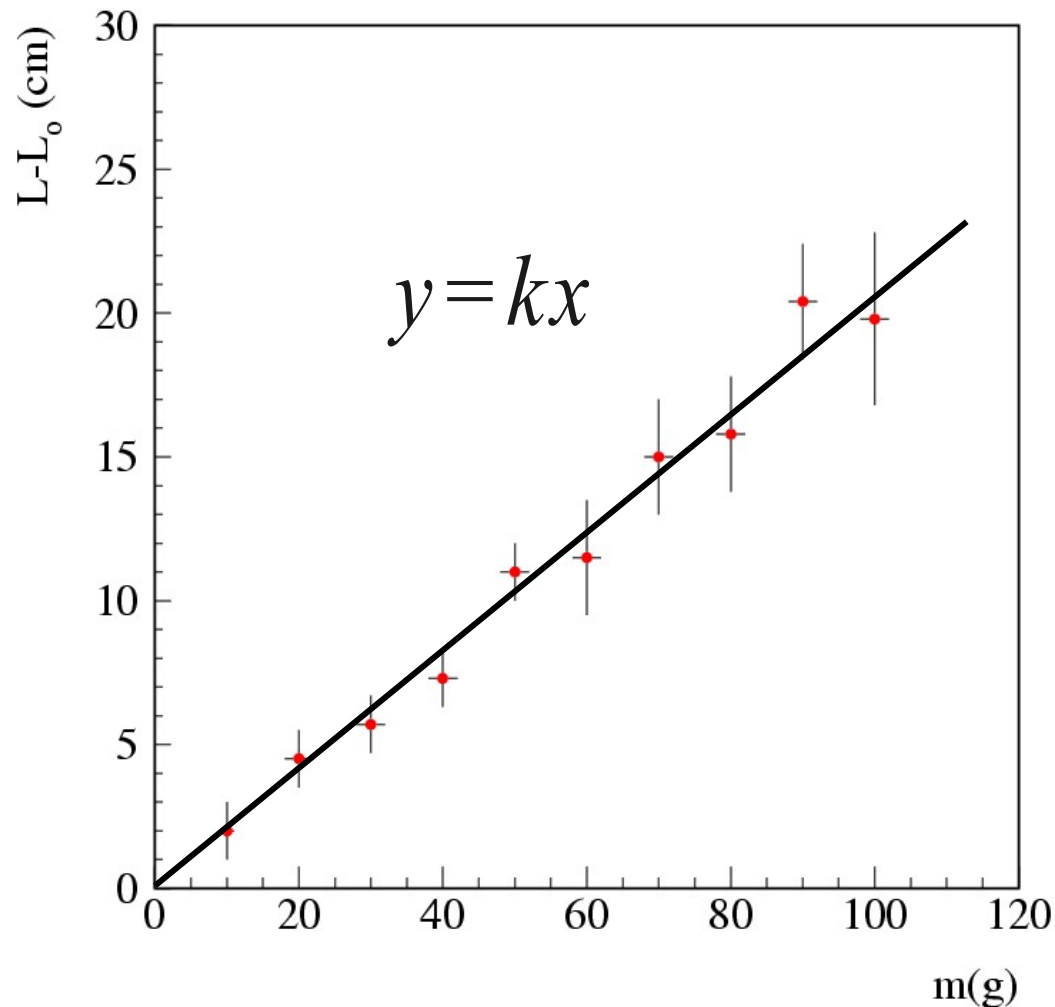
3

Curva di accostamento (Fit)

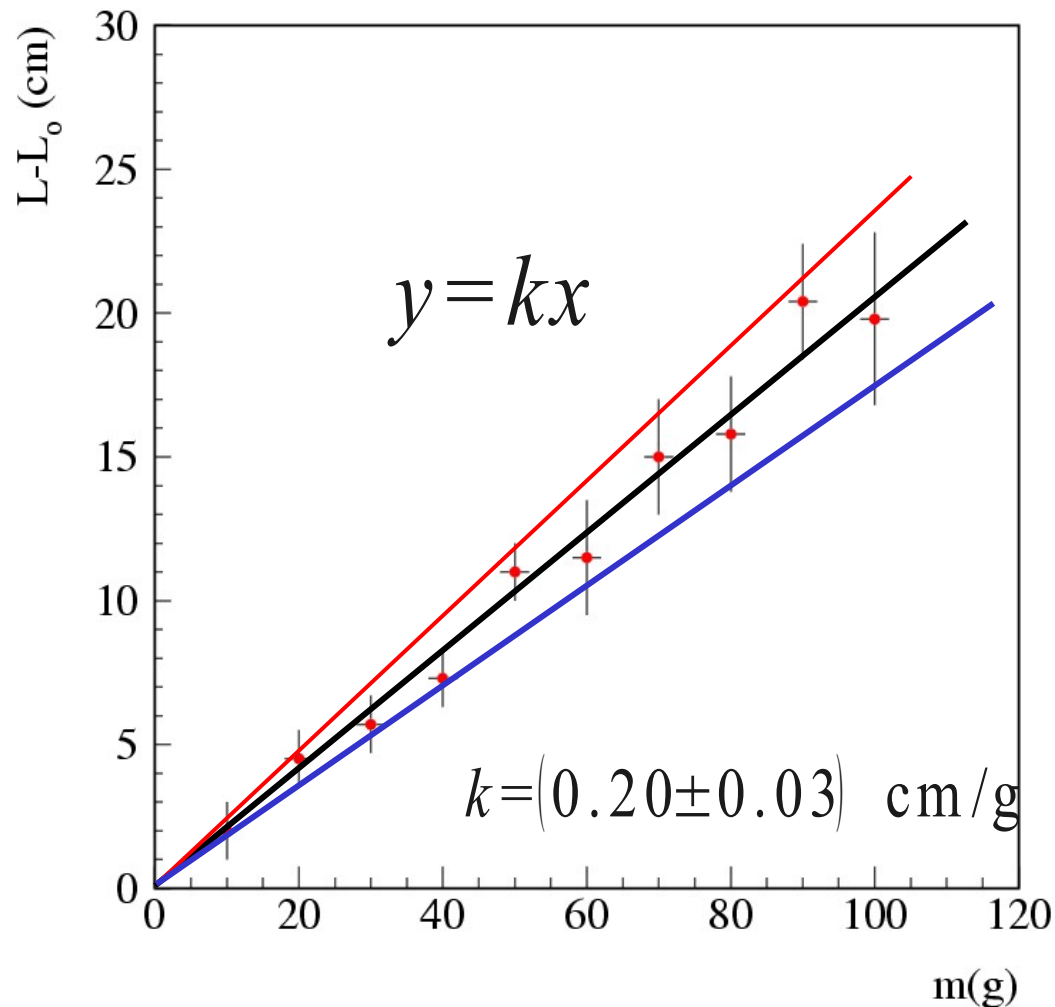
*relazione matematica=legge fisica=grafico :
i valori sperimentali si adattano ad esso ?*



Allungamento di una molla (I)

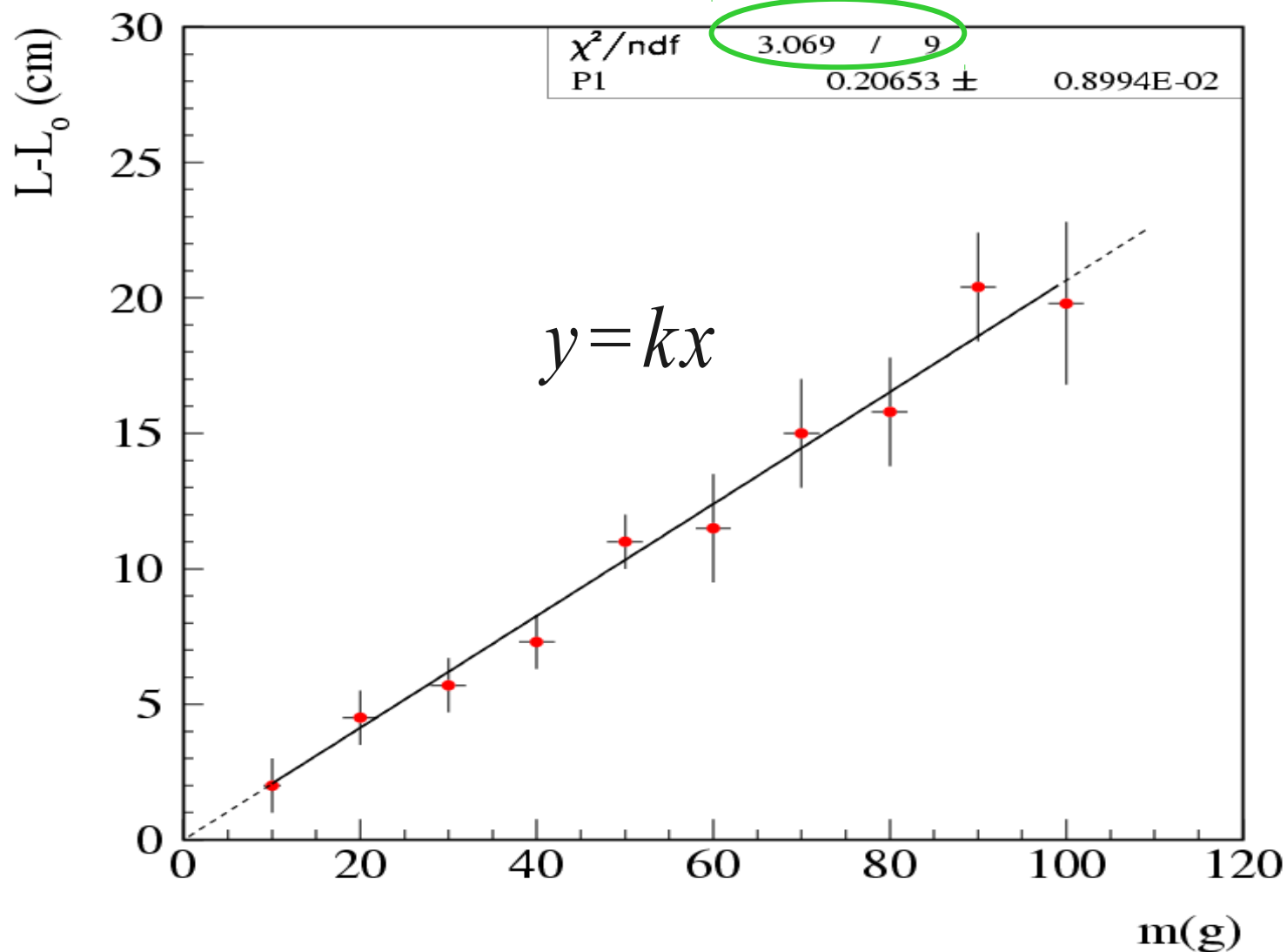


Allungamento di una molla (I)

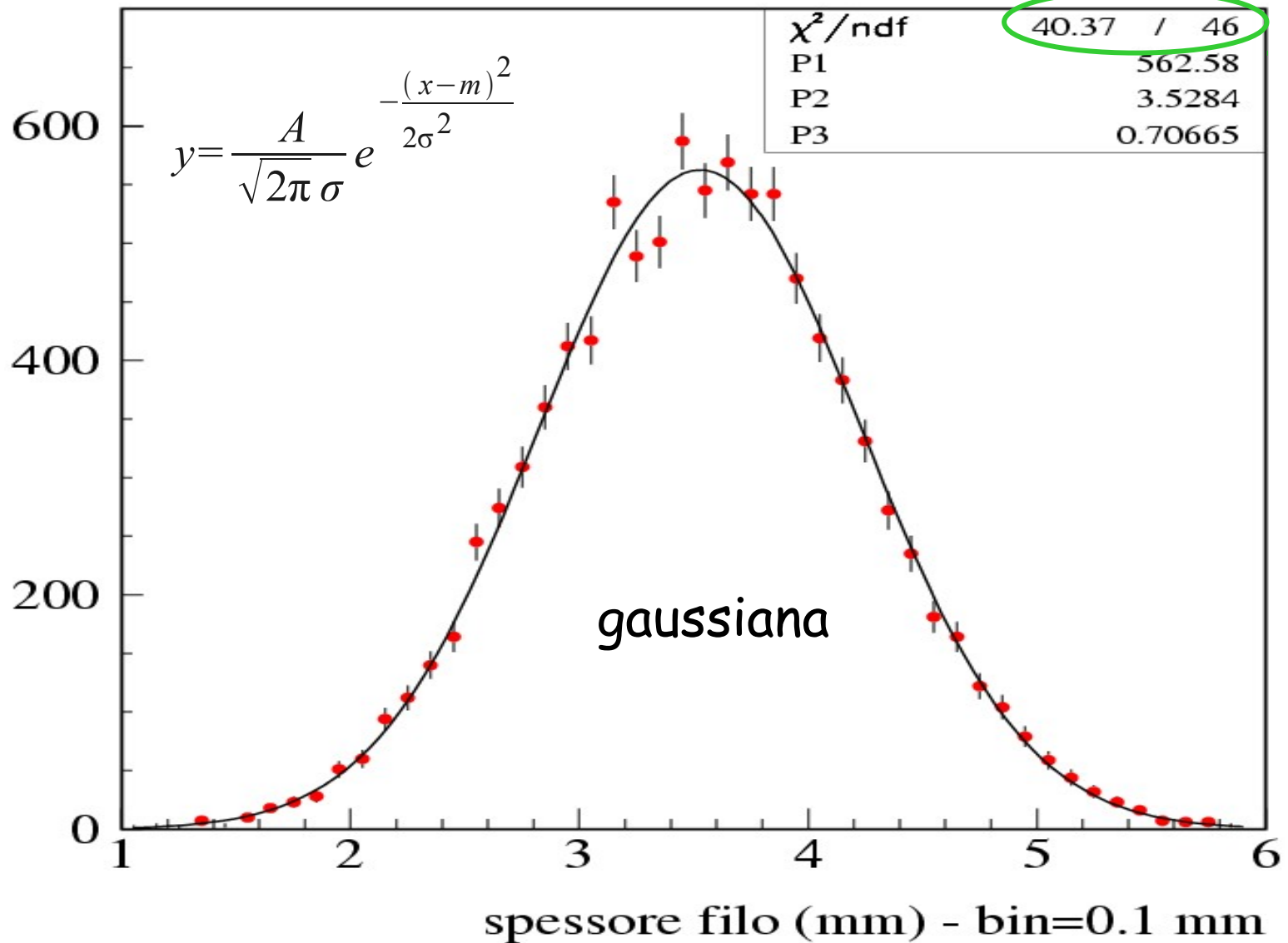


Ma esistono vari
programmini ...
PAW
RooT

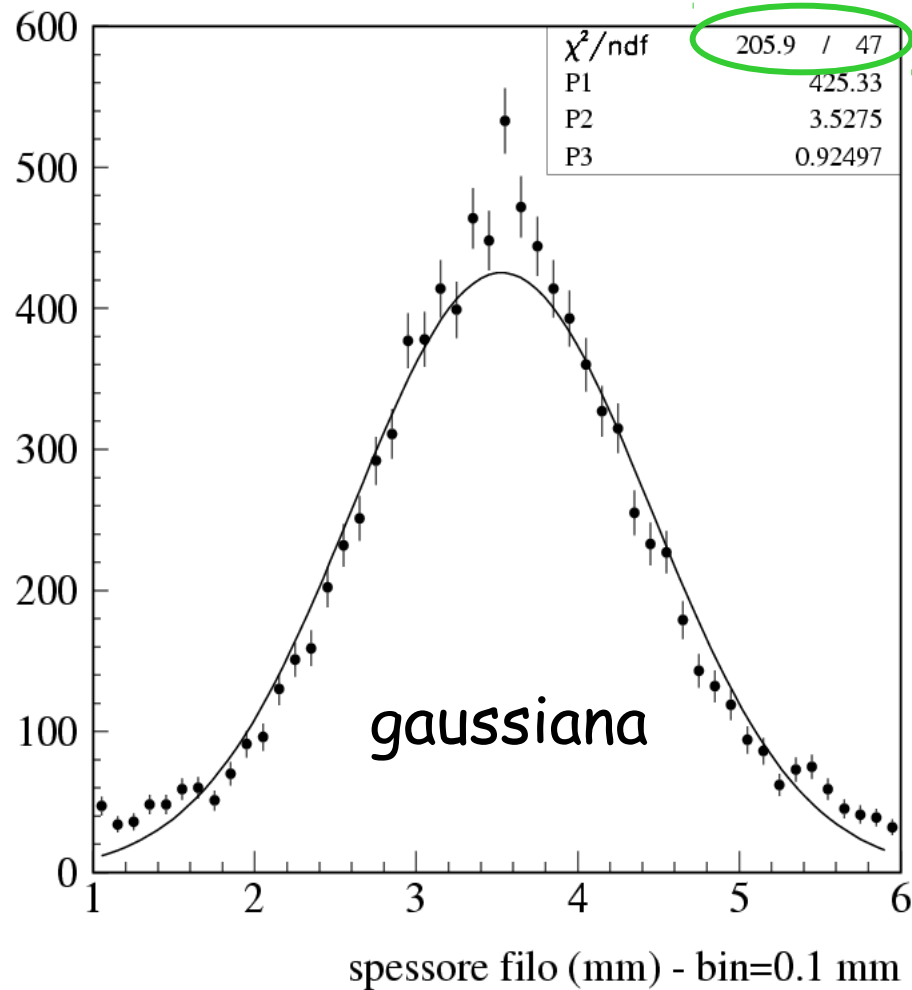
Allungamento di una molla (II)



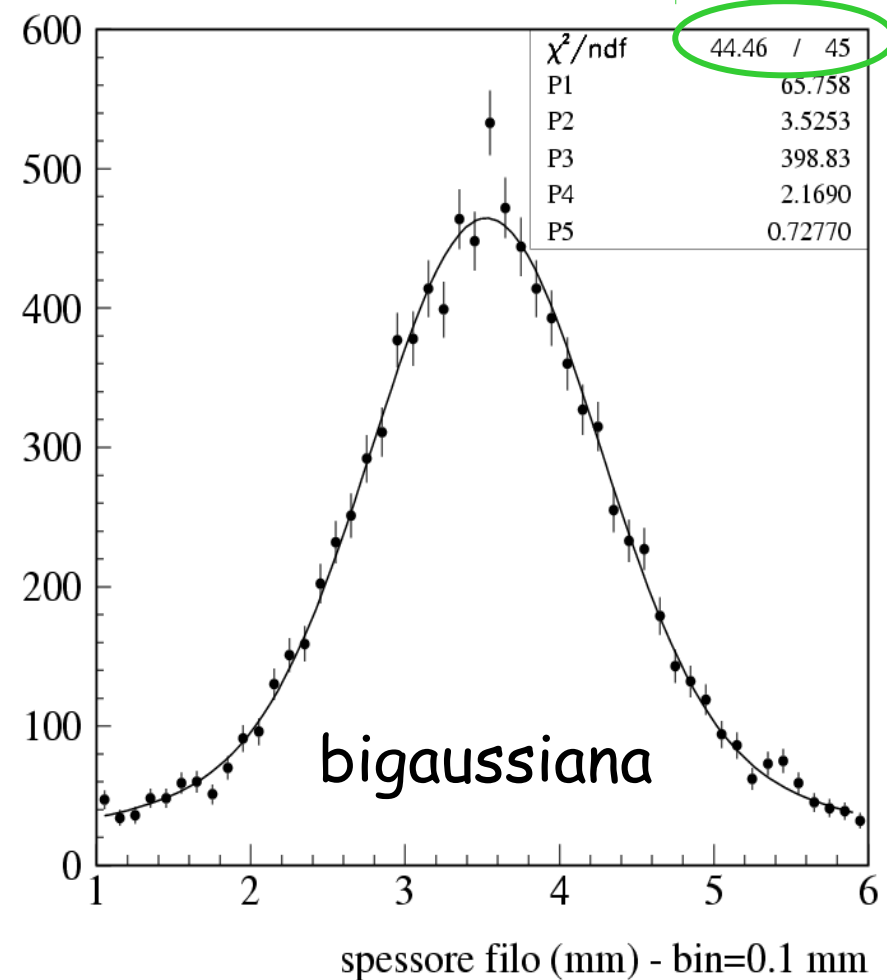
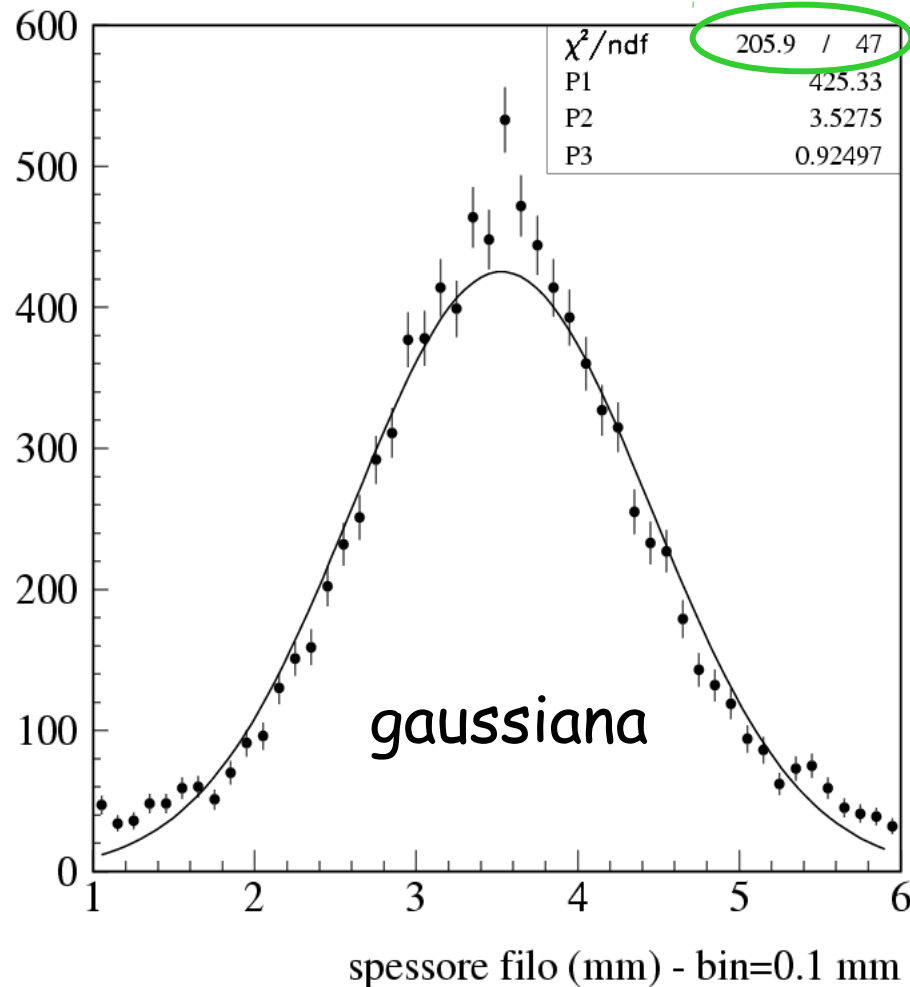
Spessore di un cavo elettrico (I)



Spessore di un cavo elettrico (II)

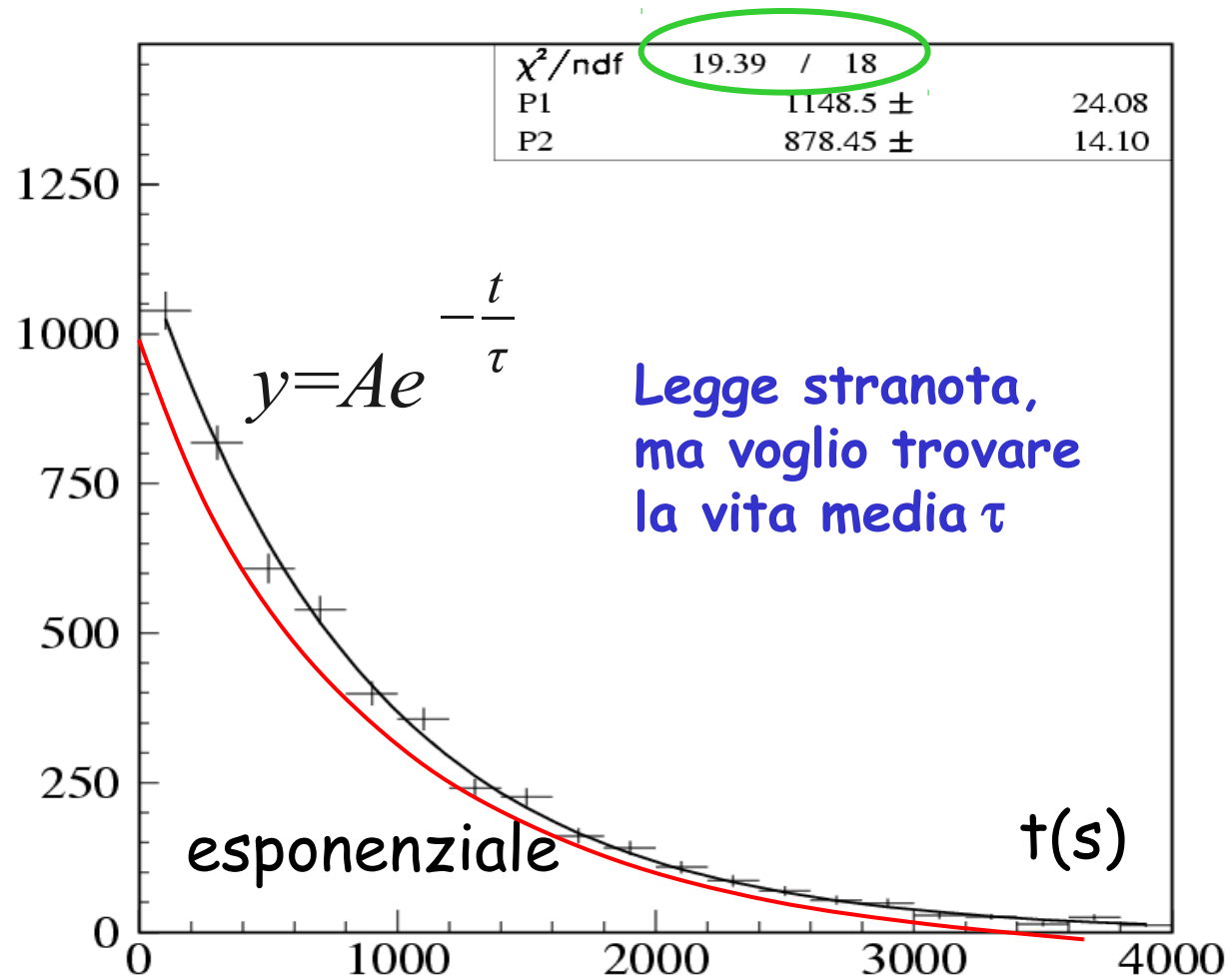


Spessore di un cavo elettrico (II)



Un fit non e' fatto
sempre per verificare
l'adattamento, ma per
**trovare qualche
parametro ...**

Misura vita media



Quale e' il criterio per dire che un fit e' OK ?

- Se il fenomeno in studio e' ben noto, la funzione $y = f(x; \alpha, \beta)$ e' gia' decisa. Lo scopo del *fit* e' allora di determinare i valori dei parametri (α e β in questo caso) che corrispondono al miglior adattamento della curva ai dati sperimentali.

Quale e' il criterio per dire che un fit e' OK ?

- Se il fenomeno in studio e' ben noto, la funzione $y = f(x; \alpha, \beta)$ e' gia' decisa. Lo scopo del *fit* e' allora di determinare i valori dei parametri (α e β in questo caso) che corrispondono al miglior adattamento della curva ai dati sperimentali.
- I valori che corrispondono al miglior adattamento sono quelli che rendono minima la quantita' seguente :

The diagram illustrates the chi-squared formula with two annotations. A box labeled 'valore sperimentale' (experimental value) in green has an arrow pointing to the y_i term in the formula, which is also circled in green. Another box labeled 'valore teorico' (theoretical value) in blue has an arrow pointing to the $f(x_i; \alpha, \beta)$ term, which is circled in blue. The formula is:

$$\frac{\chi^2}{N-2} = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - f(x_i; \alpha, \beta)}{\sigma_i} \right)^2}{N-2}$$

Quale e' il criterio per dire che un fit e' OK ?

- Se il fenomeno in studio e' ben noto, la funzione $y = f(x; \alpha, \beta)$ e' gia' decisa. Lo scopo del *fit* e' allora di determinare i valori dei parametri (α e β in questo caso) che corrispondono al miglior adattamento della curva ai dati sperimentali.
- I valori che corrispondono al miglior adattamento sono quelli che rendono minima la quantita' seguente :

valore sperimentale

valore teorico

Van der Waals

$$\frac{\chi^2}{N-2} = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - f(x_i; \alpha, \beta)}{\sigma_i} \right)^2}{N-2}$$

$\sim 1 \rightarrow \text{O.K. !}$

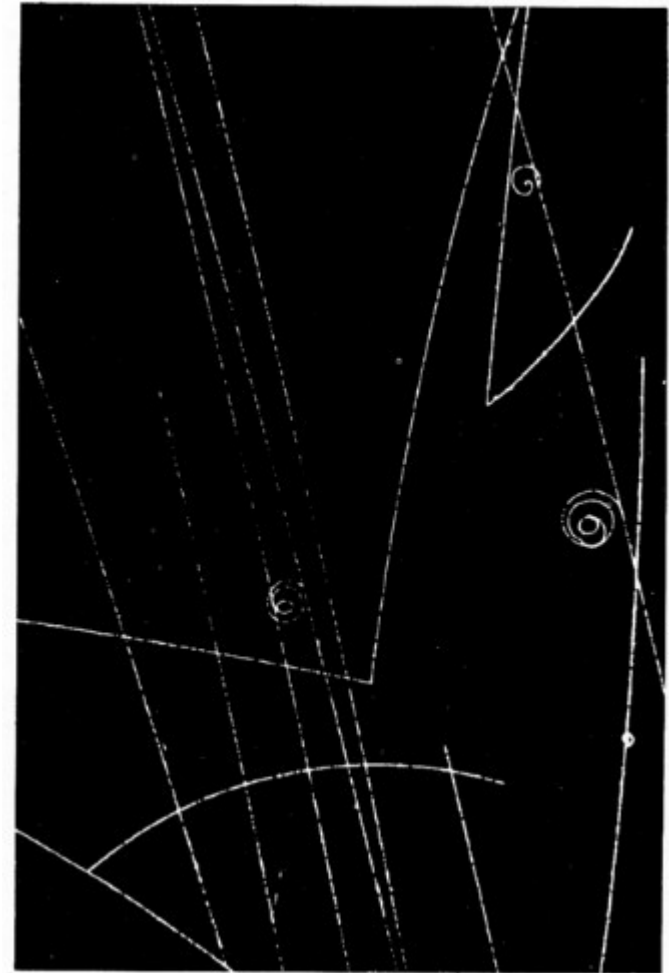
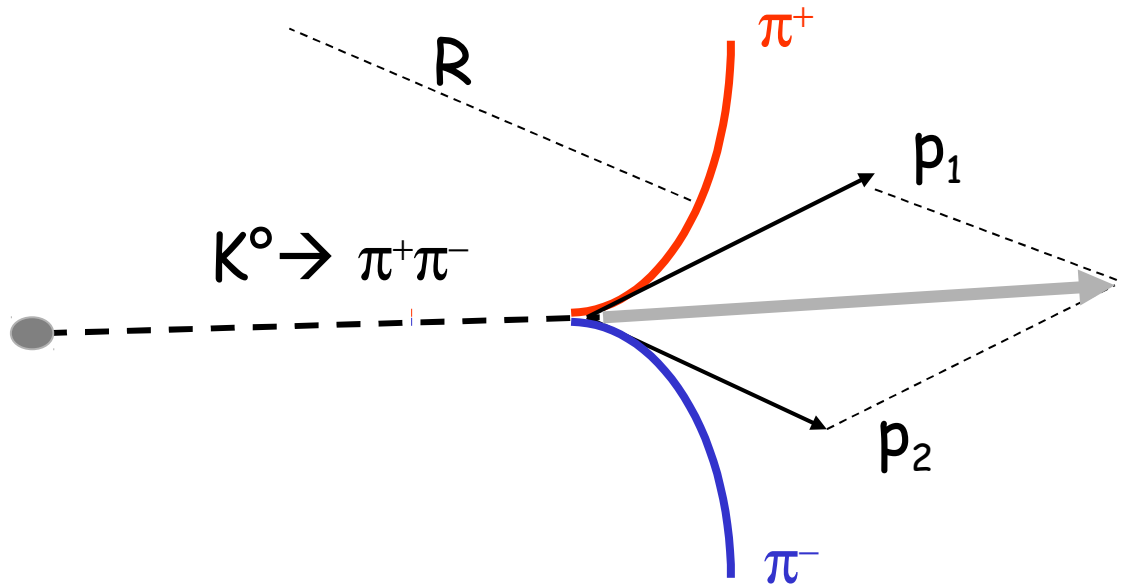
$> 1 \rightarrow \text{K.O. !}$

4

Applicazione

Esempio 1 (misura massa K^0)

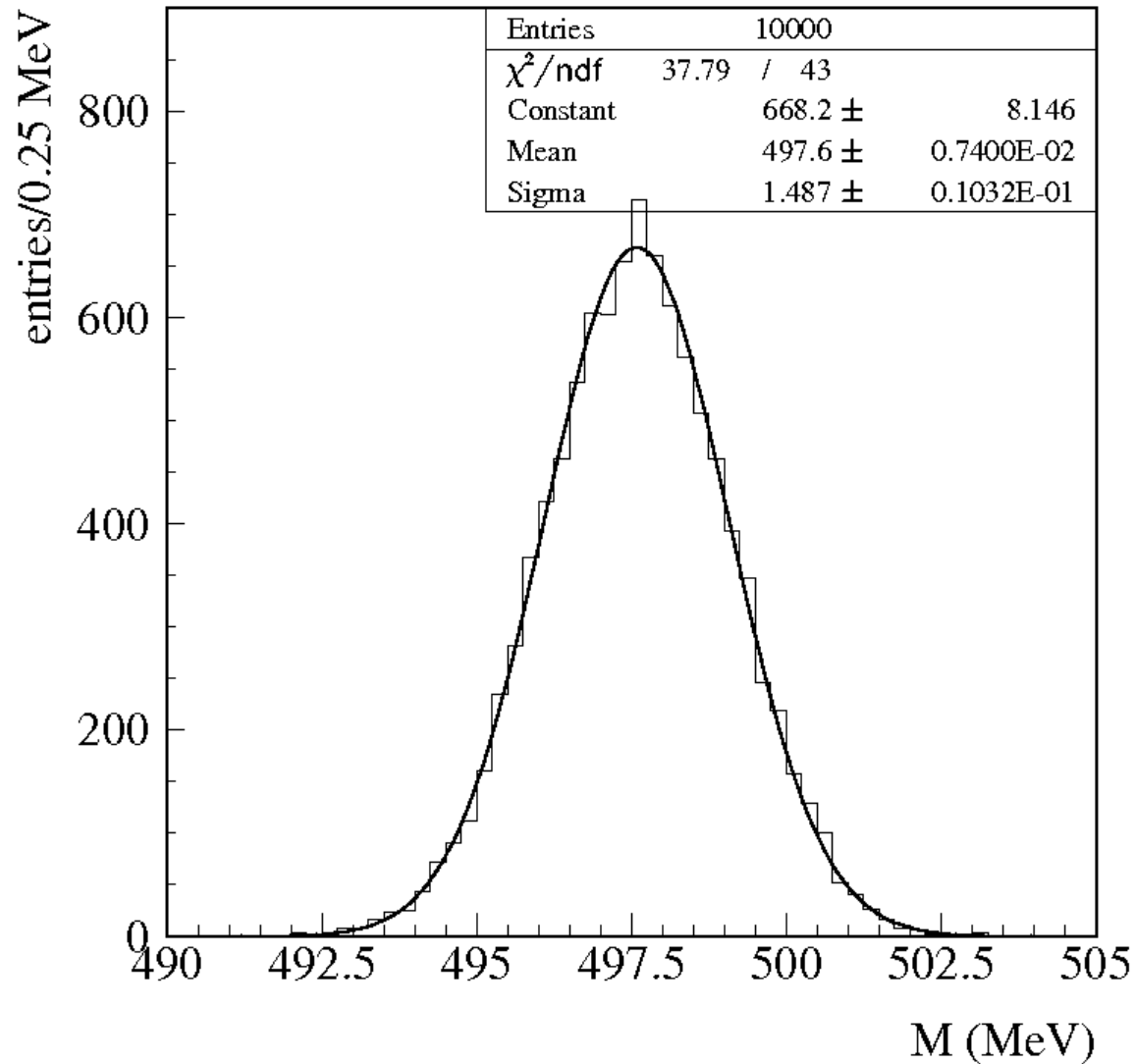
$$E^2 = p^2 + m^2$$



$$m_K^2 = E_K^2 - p_K^2 = (E_1 + E_2)^2 - p_{12}^2$$

$$p_{12}^2 = (p_{1x} + p_{2x})^2 + (p_{1y} + p_{2y})^2 + (p_{1z} + p_{2z})^2$$

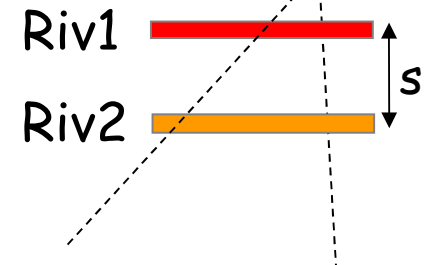
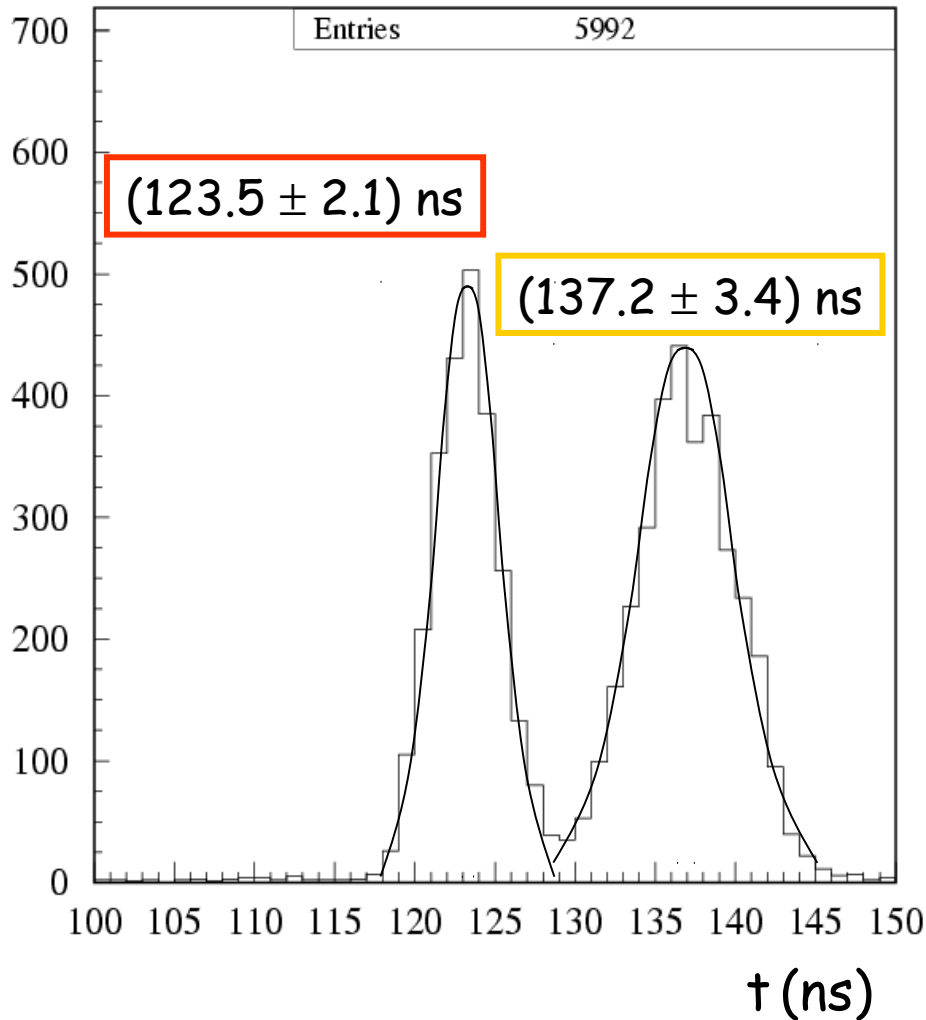
Esempio 1 (misura massa K^0)



Esempio 2

(misura velocita' raggi cosmici)

Riv 0 $v = ?$

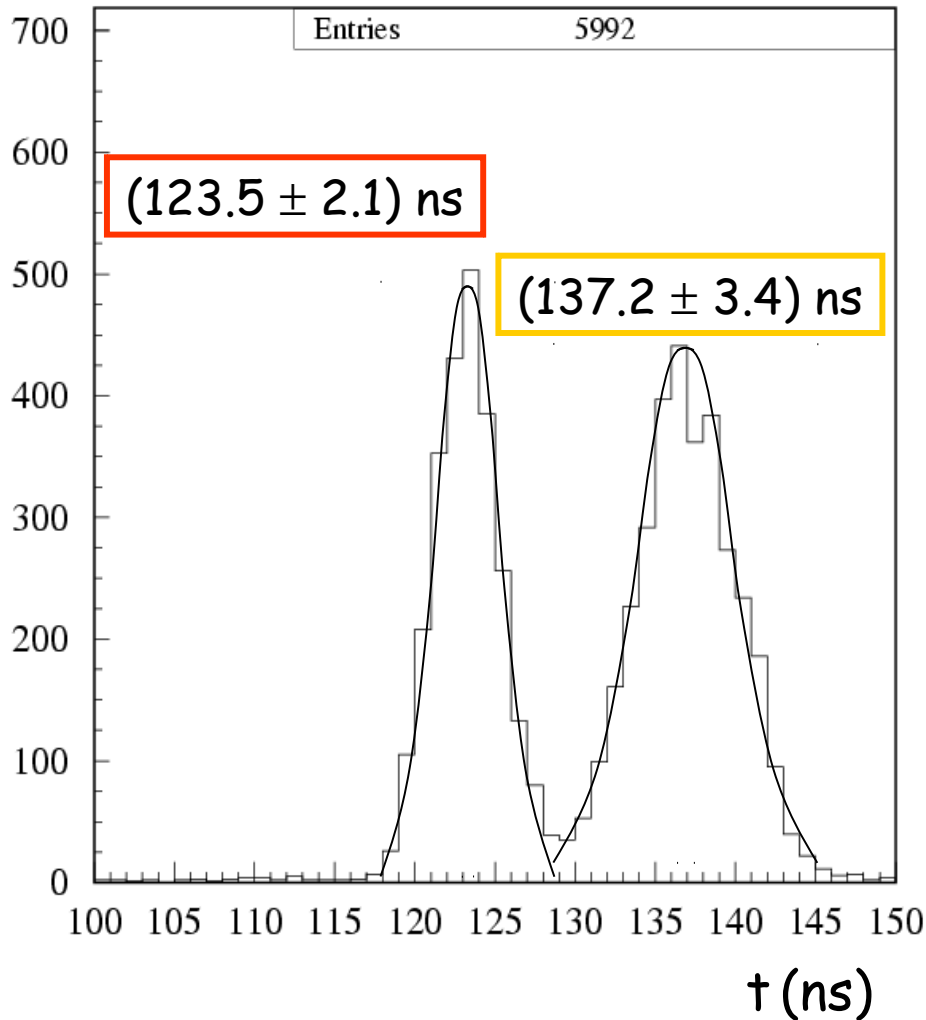


Esempio 2

(misura velocita' raggi cosmici)

Riv 0

$v = ?$



$$t_{12} = \bar{t}_2 - \bar{t}_1 = 13.7 \text{ ns}$$

$$\Delta t_{12} = \Delta t_1 \oplus \Delta t_2 = 4.0 \text{ ns}$$

Riv1

Riv2

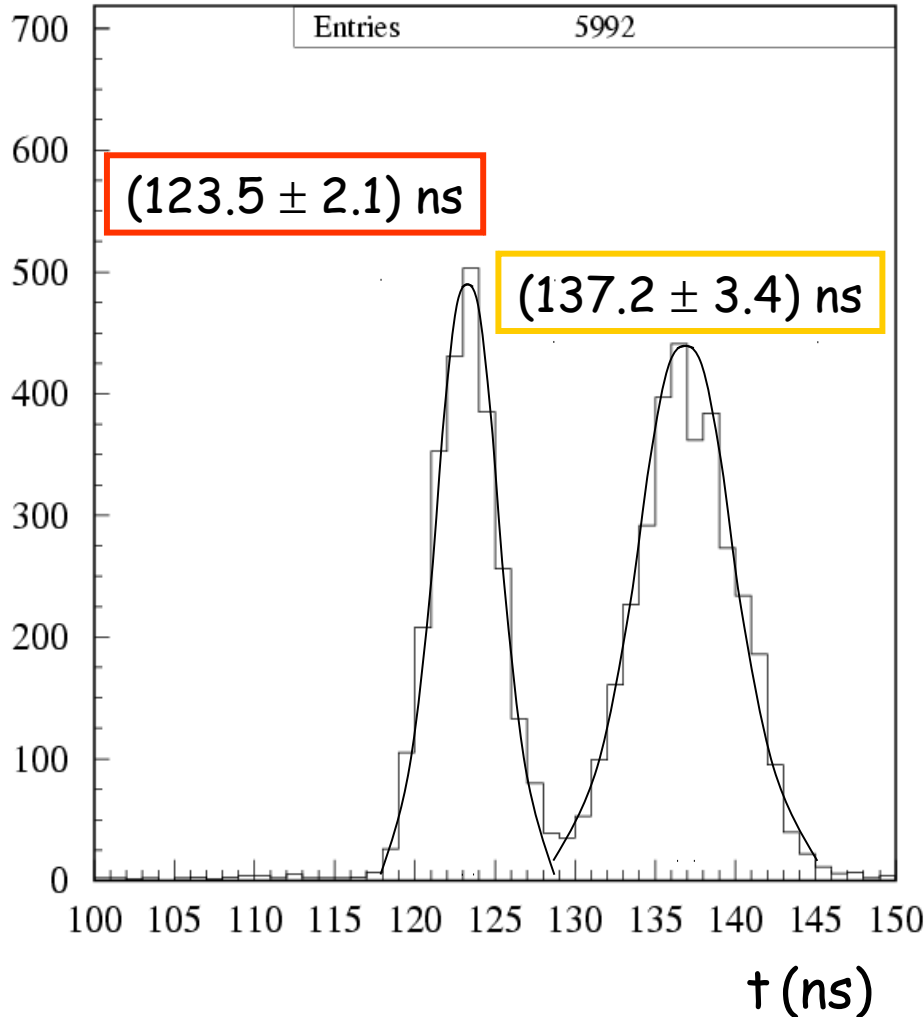
s

Esempio 2

(misura velocita' raggi cosmici)

Riv 0

$v = ?$



$$t_{12} = \bar{t}_2 - \bar{t}_1 = 13.7 \text{ ns}$$

$$\Delta t_{12} = \Delta t_1 \oplus \Delta t_2 = 4.0 \text{ ns}$$

$$v = \frac{s}{t_{12}} = \frac{3.8 \text{ m}}{13.7 \times 10^{-9} \text{ s}} = 2.77 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = v \left(\frac{\Delta s}{s} \oplus \frac{\Delta t_{12}}{t_{12}} \right) = 0.83 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$\sim 2\%$

$\sim 30\%$

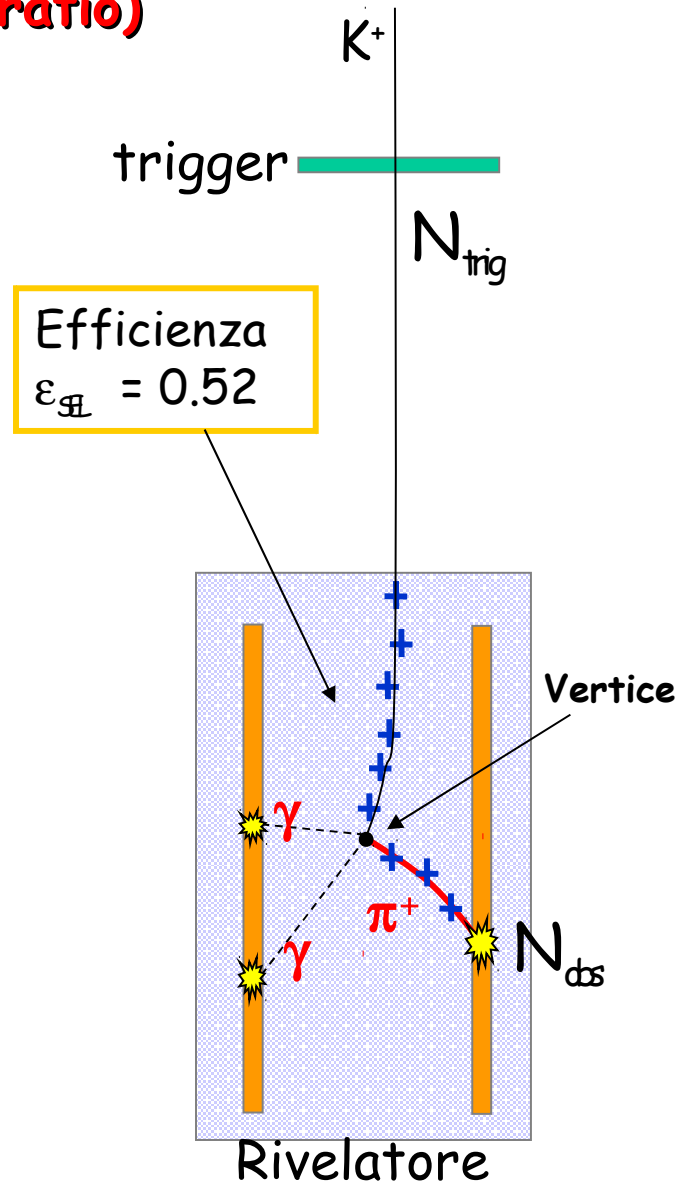
Riv1

Riv2

s

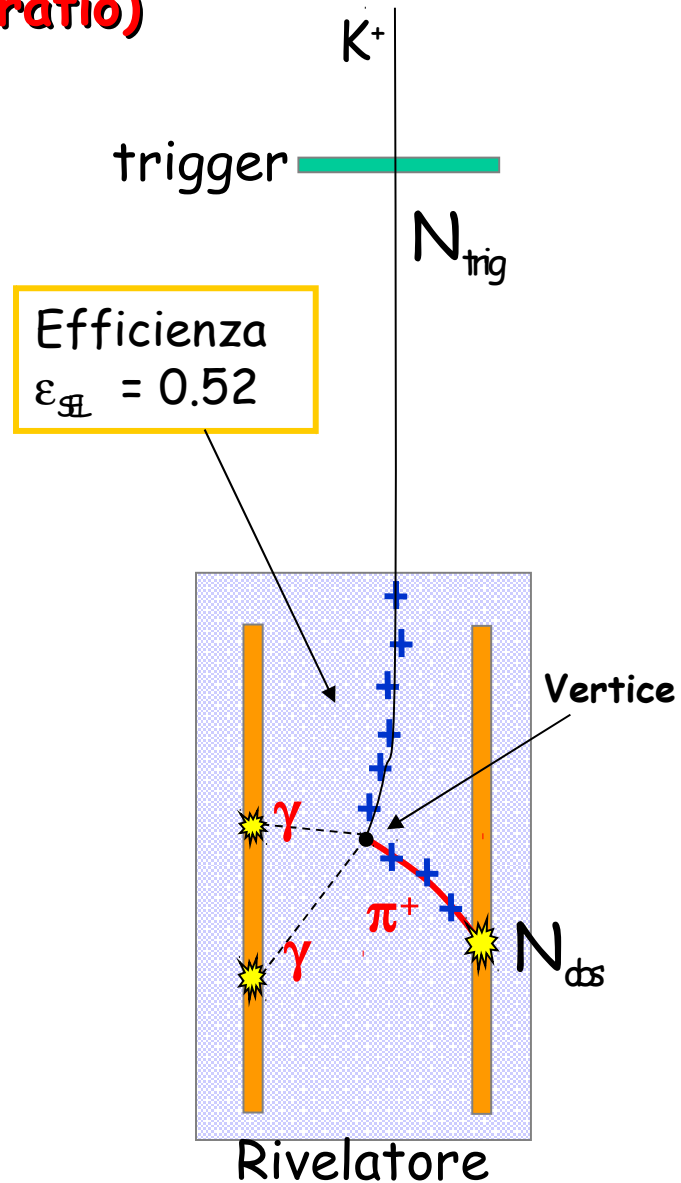
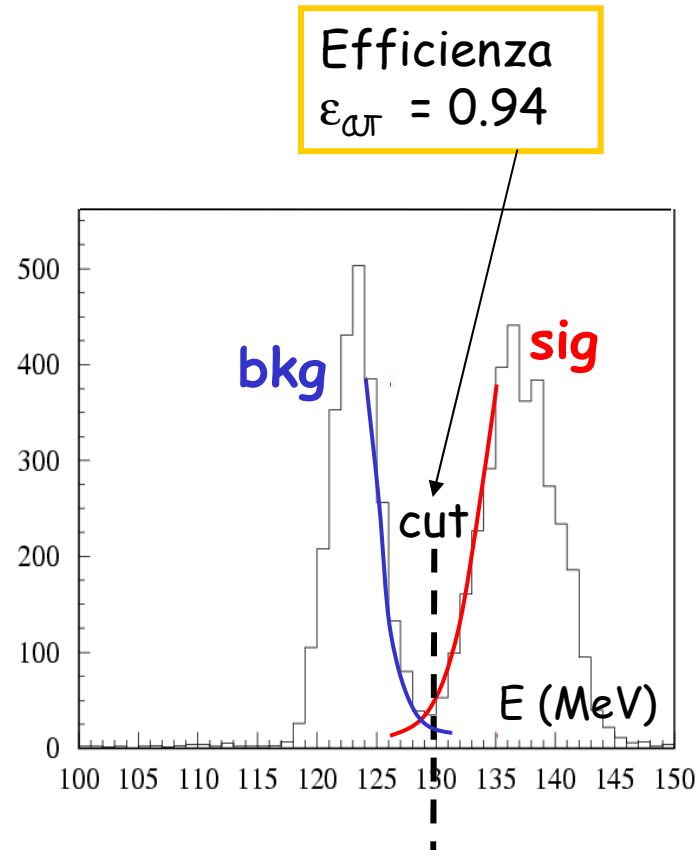
Esempio 3 (branching ratio)

$$K^+ \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \pi^+ \pi^- \pi^+ \\ \pi^+ \pi^0 \pi^0 \\ \pi^0 \pi^+ \\ \pi^0 \mu^+ \nu_\mu \\ \pi^0 e^+ \nu_e \\ \mu^+ \nu_\mu \end{array} \right.$$



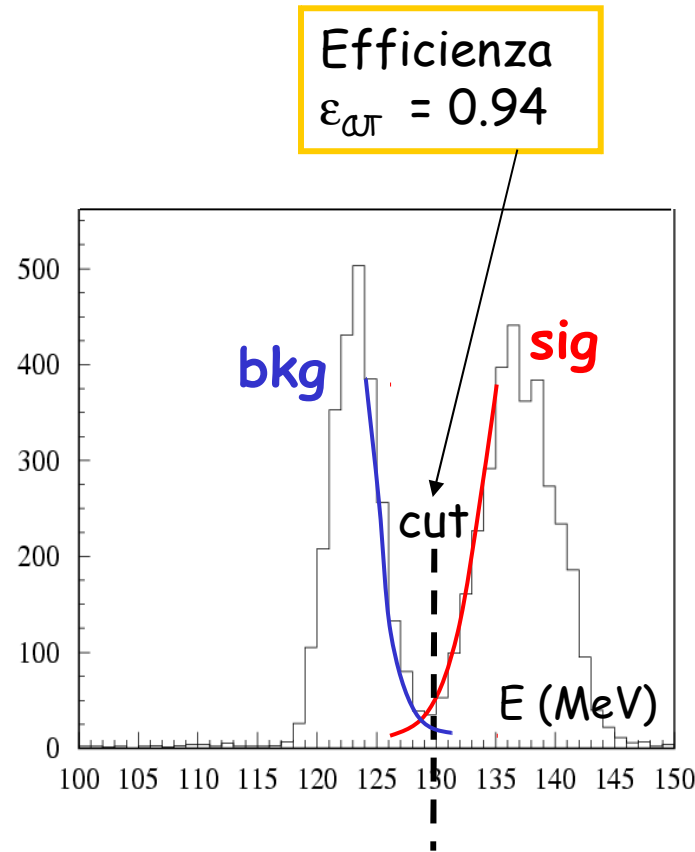
Esempio 3 (branching ratio)

$$K^+ \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \pi^+ \pi^- \pi^+ \\ \pi^+ \pi^0 \pi^0 \\ \pi^0 \pi^+ \\ \pi^0 \mu^+ \nu_\mu \\ \pi^0 e^+ \nu_e \\ \mu^+ \nu_\mu \end{array} \right.$$



Esempio 3 (branching ratio)

$$K^+ \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \pi^+ \pi^- \pi^+ \\ \pi^+ \pi^0 \pi^0 \\ \pi^0 \pi^+ \\ \pi^0 \mu^+ \nu_\mu \\ \pi^0 e^+ \nu_e \\ \mu^+ \nu_\mu \end{array} \right.$$

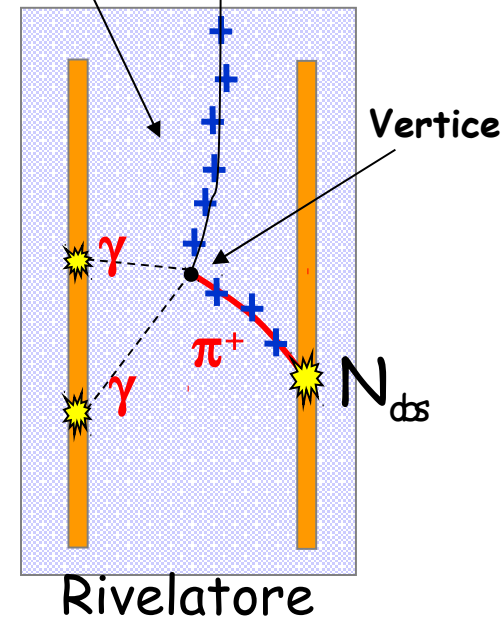


K^+

trigger

N_{trig}

Efficienza $\varepsilon_{\text{A}} = 0.52$



$$BR(K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^+) = \frac{N_{\text{SIG}}}{N_{\text{trig}}} = \frac{\frac{(N_{\text{OBS}} - N_{\text{BKG}})}{\varepsilon_{\text{SEL}} \varepsilon_{\text{CUT}}}}{N_{\text{trig}}} = \frac{(N_{\text{OBS}} - N_{\text{BKG}})}{N_{\text{trig}} \cdot \varepsilon_{\text{SEL}} \cdot \varepsilon_{\text{CUT}}}$$