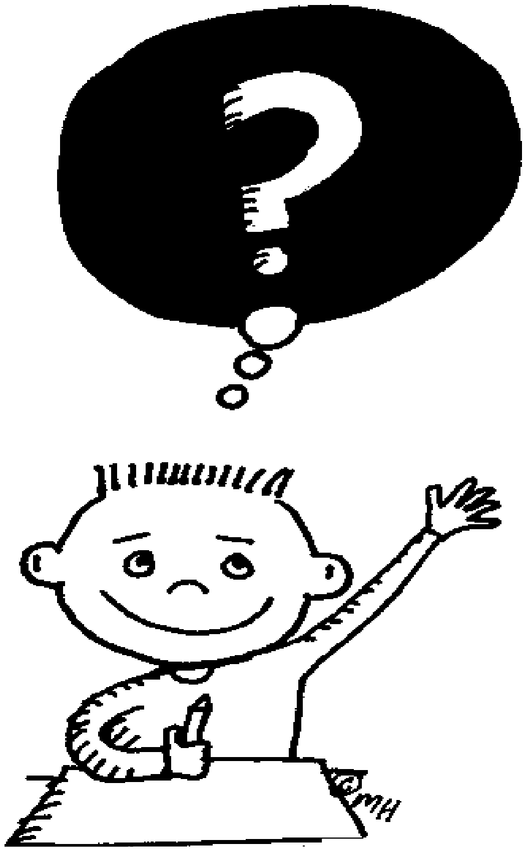
Introduzione al Modello Standard

Gino Isidori [*INFN-Frascati & IAS-Munich*]

- Introduzione
- Modelli matematici e costanti fisiche
- La teoria della relatività
- La meccanica quantistica
- La teoria quantistica dei campi
- Il Modello Standard
- Problemi aperti
- Al di là del Modello Standard

I. Introduzione



Che cos'è il Modello Standard?

Che cos'è il Modello Standard ?

A grandi linee:

Un modello matematico -relativamente semplice e di grande successo- per le interazioni dei costituenti elementari della materia: dalla strtuttura dell'atomo... alla struttura delle stelle!

Che cos'è il Modello Standard ?

A grandi linee:

Un modello matematico -relativamente semplice e di grande successo- per le interazioni dei costituenti elementari della materia: dalla strtuttura dell'atomo... alla struttura delle stelle!

In gergo tecnico:

- Una teoria di campo quantisica e relativistica,
  - Simmetrie fondamentali: simmetria di colore (interazioni forti) e simmetria elettrodebole
  - Costituenti fondamentali: 6 coppie di quarks e leptoni

Che cos'è il Modello Standard ?

A grandi linee:

Un modello matematico -relativamente semplice e di grande successo- per le interazioni dei costituenti elementari della materia: dalla strtuttura dell'atomo... alla struttura delle stelle!

In gergo tecnico:

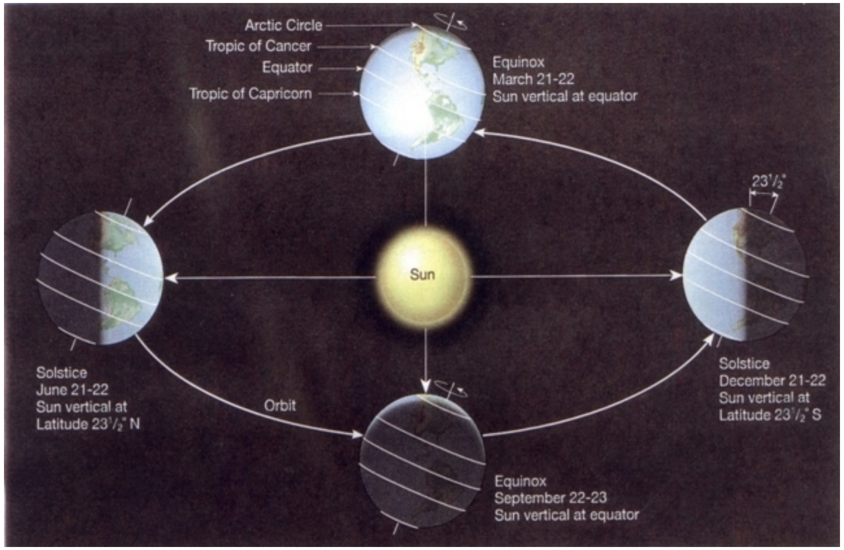
- Una teoria di campo quantisica e relativistica,
  - Simmetrie fondamentali: simmetria di colore (interazioni forti) e simmetria elettrodebole
  - Costituenti fondamentali: 6 coppie di quarks e leptoni

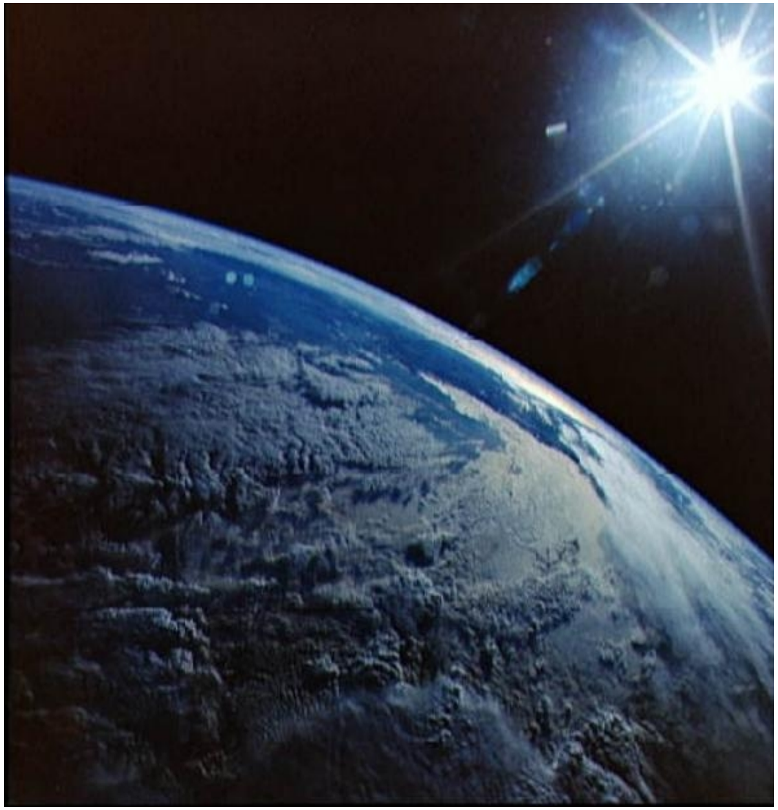
Un gioco a squadre...

...con una palla che si tocca solo con i piedi...

...e 11 giocatori per squadra

II. Modelli matematici e costanti fisiche





Modelli matematici e costanti fisiche

Come ci ha insegnato Galileo, lo scopo della fisica è quello di trovare modelli matematici in grado di descrivere (e prevedere) i fenomeni naurali

Modello matematico = insieme di principi logici (leggi di simmetria, etc...)

$\Rightarrow$ serie di equazioni per *variabili adimensionali*

Unità di misura

Fenomeni naturali [*grandezze dimensionali*]

Modelli matematici e costanti fisiche

Come ci ha insegnato Galileo, lo scopo della fisica è quello di trovare modelli matematici in grado di descrivere (e prevedere) i fenomeni naurali

Modello matematico = insieme di principi logici (leggi di simmetria, etc...)

$\Rightarrow$ serie di equazioni per *variabili adimensionali*

Esempio:

$$h(t) = h_0 + v_0\, t - \tfrac{1}{2}\, g\, t^2$$

Coefficiente numerico
[fissato dalla teoria]

Unità
di misura

Costante fisica dimensionale
[determinata dagli esperimenti]

Fenomeni naturali [*grandezze dimensionali*]

Modelli matematici e costanti fisiche

Come ci ha insegnato Galileo, lo scopo della fisica è quello di trovare modelli matematici in grado di descrivere (e prevedere) i fenomeni naurali

Modello matematico = insieme di principi logici (leggi di simmetria, etc...)

$\Rightarrow$ serie di equazioni per *variabili adimensionali*

In una teoria ideale tutti i coefficienti numerici (costanti adimensionali) sono calcolabili

Unità di misura

e le unità di misura sono automaticamente determinate da costanti fisiche dimensionali universali

Fenomeni naturali [*grandezze dimensionali*]

Modelli matematici e costanti fisiche

Come ci ha insegnato Galileo, lo scopo della fisica è quello di trovare modelli matematici in grado di descrivere (e prevedere) i fenomeni naurali

Modello matematico = insieme di principi logici (leggi di simmetria, etc...)

$\Rightarrow$ serie di equazioni per *variabili adimensionali*

In una teoria ideale tutti i coefficienti numerici (costanti adimensionali) sono calcolabili

Unità di misura

e le unità di misura sono automaticamente determinate da costanti fisiche dimensionali universali

[spazio, tempo, energia] $\Leftrightarrow$ *3 unità fondamentali*

Fenomeni naturali [*grandezze dimensionali*]

Modelli matematici e costanti fisiche

La scelta più naturale per queste 3 unità (costanti) fondamentali è data da:

La velocita della luce nel vuoto [c]

- Elettromagnetismo (eq.^{ni} di Maxwell)
- Relatività ristretta ($E = m\,c^2$, ...)

La costante di Planck [$\hbar$]

- Meccanica quanitstica (spin elettrone = $\hbar/2$,
  principio di indeterminazione: $\Delta x\, \Delta p > \hbar$ & $\Delta E\, \Delta t > \hbar$, ...)

La costante di gravitazione universale [G]

- Legge gravitazione di Newton ($F = G\, m_1 m_2 / r^2$)
- Relatività generale

Modelli matematici e costanti fisiche

La scelta più naturale per queste 3 unità (costanti) fondamentali è data da:

- La velocita della luce nel vuoto

  $c = 2.9979... \times 10^{8}\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ [velocità = lunghezza / tempo]

- La costante di Planck

  $\hbar = 1.0054... \times 10^{-34}\ \mathrm{m^{2}\ s^{-1}\ kg}$ [azione = energia $\times$ tempo]

- La costante di gravitazione universale

  $G = 6.6742... \times 10^{-11}\ \mathrm{m^{3}\ s^{-2}\ kg^{-1}}$ [energia $\times$ lunghezza / massa^2]

Le 3 unità hannno valori molto poco naturali nel Sistema Intermazionale (m kg s) poiché quest'ultimo è un sistema convenzionale, scelto *a misura d'uomo.*

M a l'universalità di queste costanti fisiche ci segnala che in nautra esistono delle unità fondamentali (non convenzionali)

Modelli matematici e costanti fisiche

La scelta più naturale per queste 3 unità (costanti) fondamentali è data da:

- La velocita della luce nel vuoto

  $c = 2.9979\ldots \times 10^{8}\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ [velocità = lunghezza / tempo]

- La costante di Planck

  $\hbar = 1.0054\ldots \times 10^{-34}\ \mathrm{m^{2}\ s^{-1}\ kg}$ [azione = energia $\times$ tempo]

- La costante di gravitazione universale

  $G = 6.6742\ldots \times 10^{-11}\ \mathrm{m^{3}\ s^{-2}\ kg^{-1}}$ [energia $\times$ lunghezza / massa^2]

Combinando opportunamente queste 3 costanti otteniamo delle unità di spazio, tempo e massa (o energia):

$$L_{Planck} = (\hbar G/c^3)^{1/2} \sim 10^{-35}\ \mathrm{m}$$

$$T_{Planck} = (\hbar G/c^5)^{1/2} \sim 10^{-43}\ \mathrm{s}$$

$$M_{Planck} = (\hbar c/G)^{1/2} \sim 10^{19}\ M_{protone}$$

Modelli matematici e costanti fisiche

La scelta più naturale per queste 3 unità (costanti) fondamentali è data da:

- La velocita della luce nel vuoto

  $c = 2.9979... \times 10^{8}\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ [velocità = lunghezza / tempo]

- La costante di Planck

  $\hbar = 1.0054... \times 10^{-34}\ \mathrm{m^2\ s^{-1}\ kg}$ [azione = energia × tempo]

- La costante di gravitazione universale

  $G = 6.6742... \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3\ s^{-2}\ kg^{-1}}$ [energia × lunghezza / massa^2]

Combinando opportunamente queste 3 costanti otteniamo delle unità di spazio, tempo e massa (o energia):

$$L_{Planck} = (\hbar G/c^3)^{1/2}$$

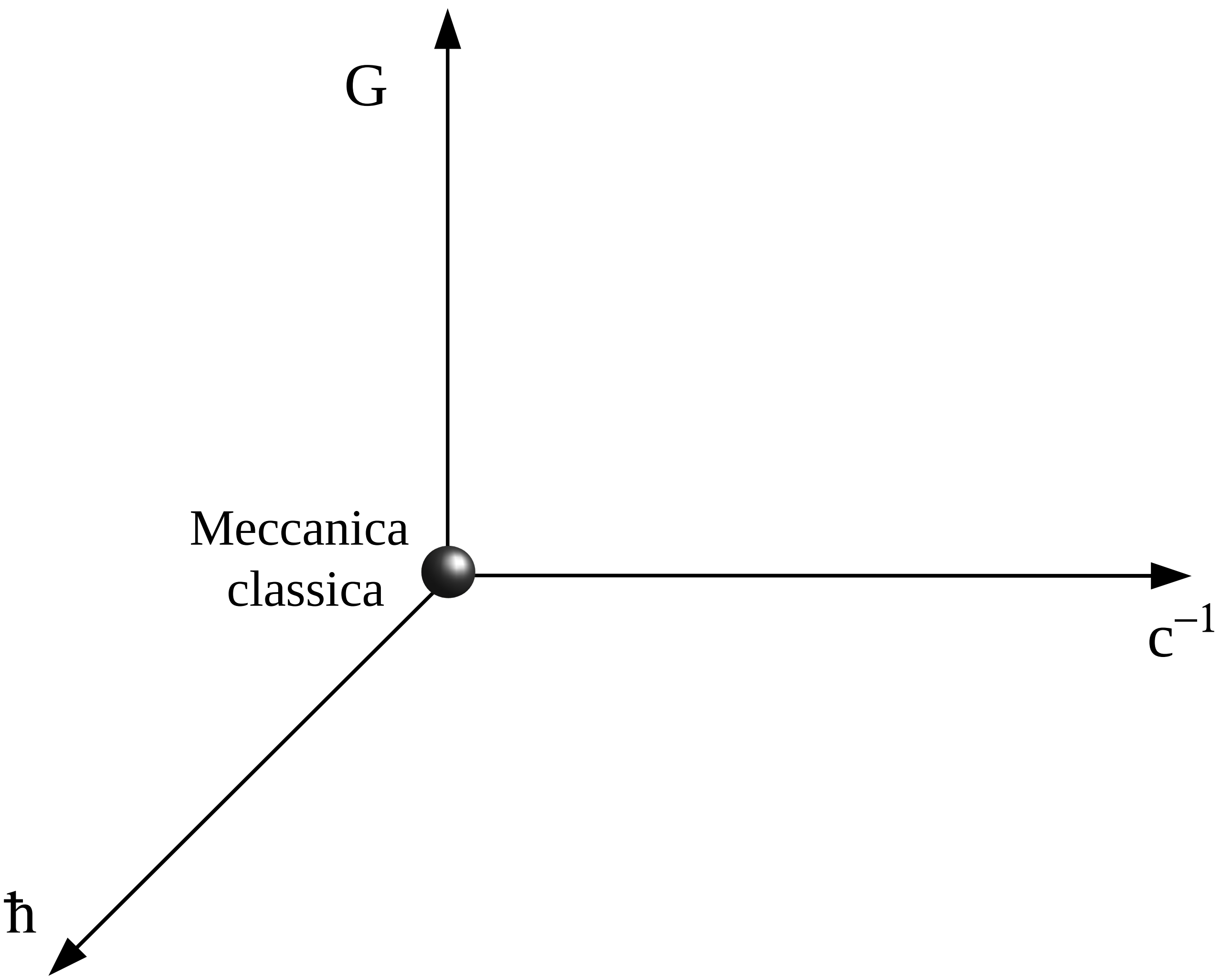
$$T_{Planck} = (\hbar G/c^5)^{1/2}$$

$$M_{Planck} = (\hbar c/G)^{1/2}$$

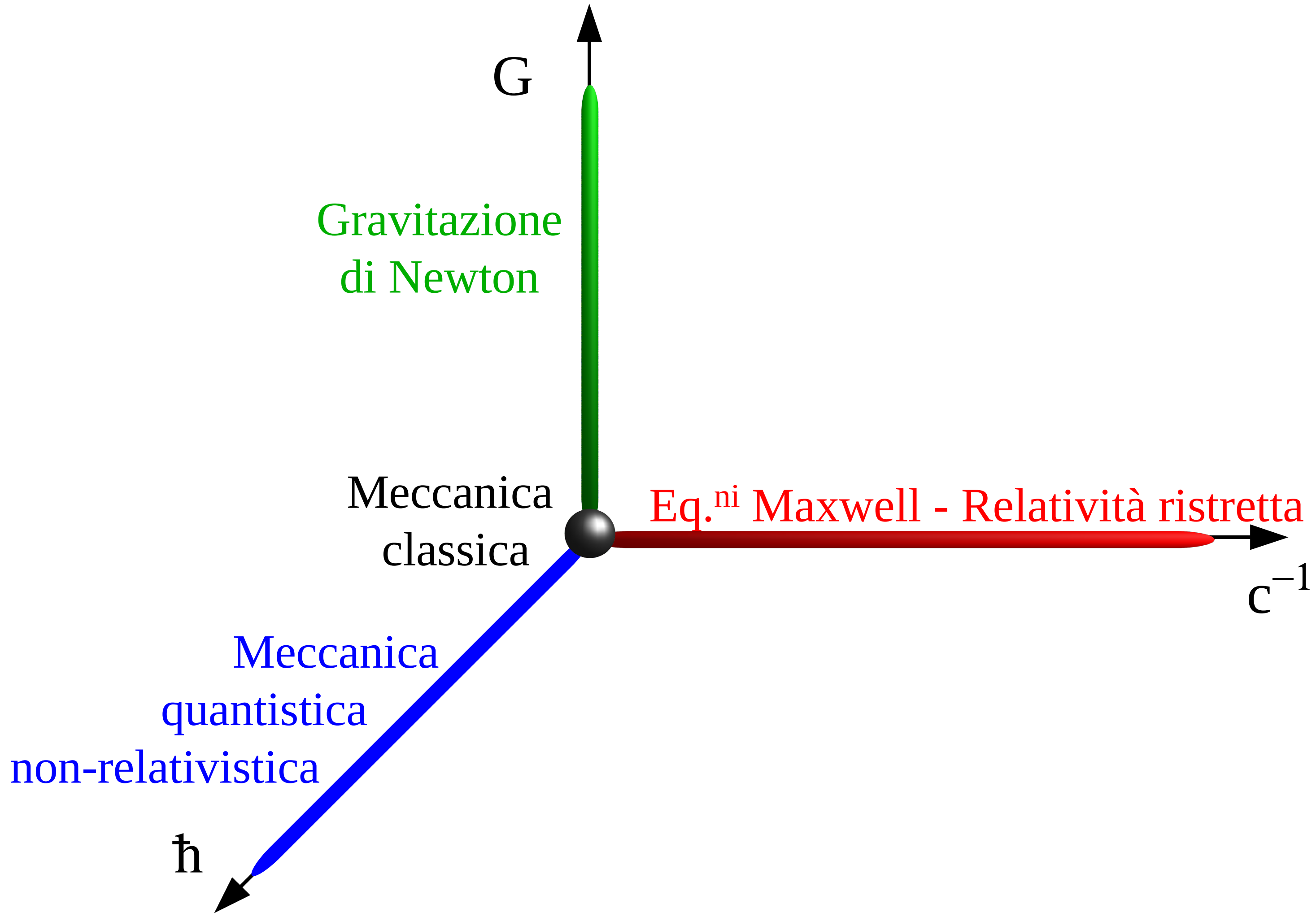
In realtà il carattere fondamentale di queste unità, ovvero l'esistenza di una scala fondamentale in natura per spazio (o energia) è un problema aperto:

è sostanzialmente la sifda più grande e affascinante della fisica moderna

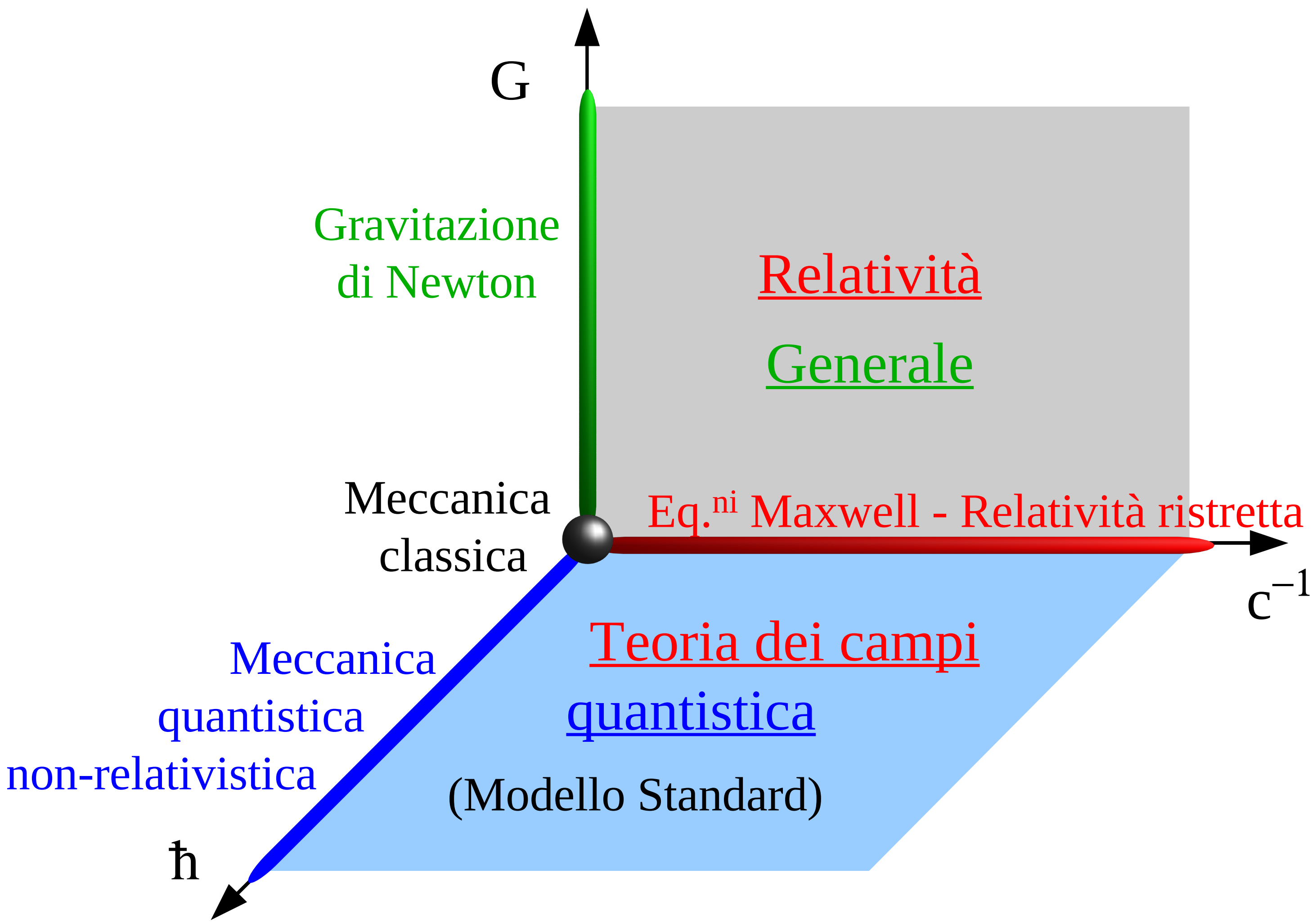
Modelli matematici e costanti fisiche



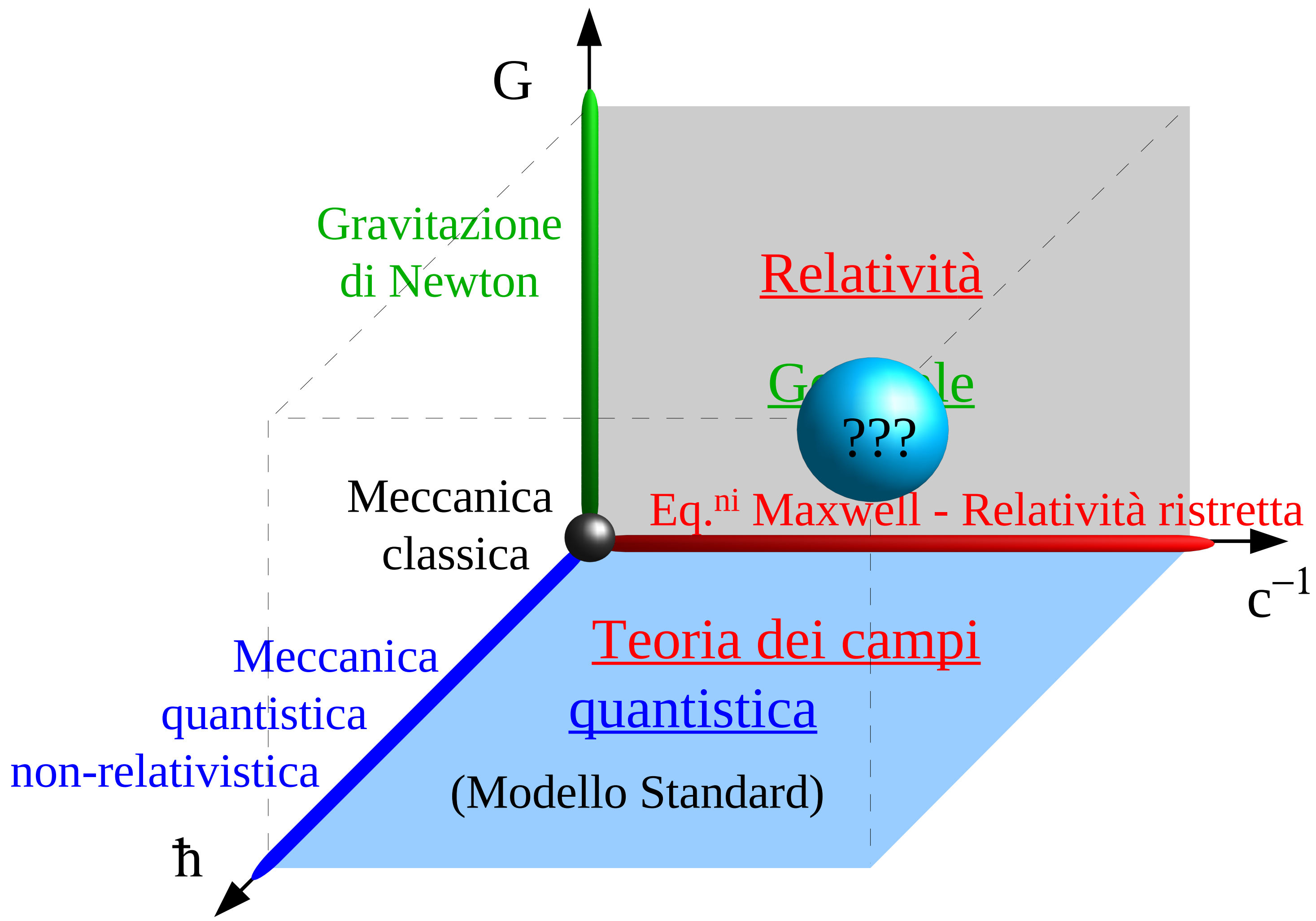
Modelli matematici e costanti fisiche



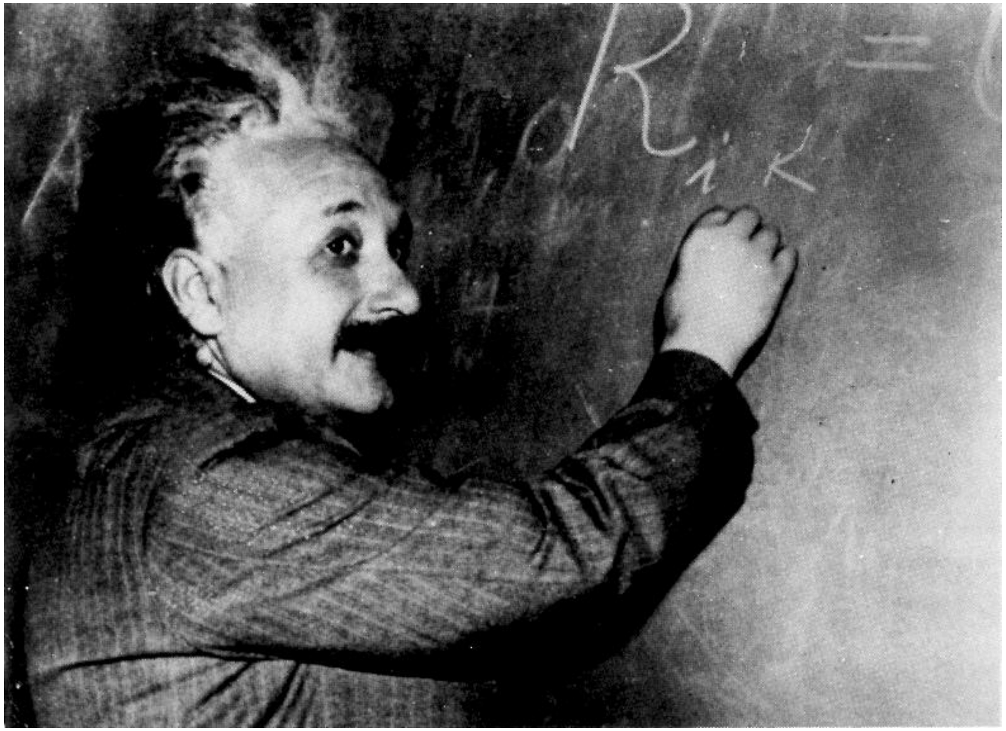
Modelli matematici e costanti fisiche



Modelli matematici e costanti fisiche



III. La Teoria della relatività



La teoria della relatività

La teoria della relatività ristretta [Einstein 1905, ma anche Lorentz, Poincare e Minkowski] nasce dall'esigenza di conciliare due principi molto semplici, apparentemente in contraddizione fra loro:

- Invarianza delle leggi fisiche per sistemi di riferimento in moto uniforme [relatività Galileiana]
  - Non esiste un sistema di riferimento privilegiato
  - La velocità $v = \Delta x / \Delta t$ è una grandezza relativa (dipende dall'osservatore)

- Invarianza della velocità della luce nel vuoto [vari esperimenti ad inizio '900 + eq.^{ni} di Maxwell]

La teoria della relatività

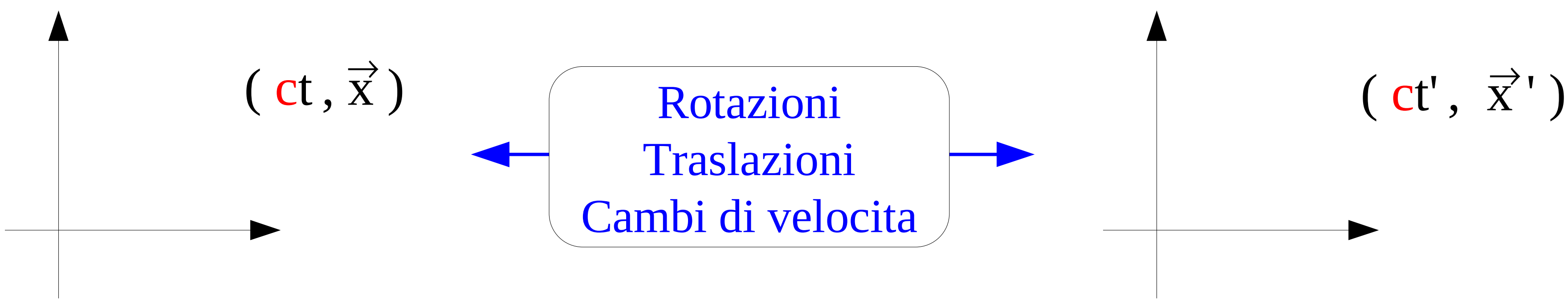
La teoria della relatività ristretta [Einstein 1905, ma anche Lorentz, Poincare e Minkowski] nasce dall'esigenza di conciliare due principi molto semplici, apparentemente in contraddizione fra loro:

- Invarianza delle leggi fisiche per sistemi di riferimento in moto uniforme [relatività Galileiana]
  - Non esiste un sistema di riferimento privilegiato
  - La velocità $v = \Delta x / \Delta t$ è una grandezza relativa (dipende dall'osservatore)
- Invarianza della velocità della luce nel vuoto [vari esperimenti ad inizio '900 + eq.ni di Maxwell]
  - Anche le misure di spazio e tempo (Δx & Δt) sono grandezze relative (dipendono dall'osservatore)
  - La variazione delle misure di spazio e tempo è tale che tutti gli osservatori vedono la luce viaggiare alla stessa velocità (c)

Non c'e' alcuna contraddizione !

La teoria della relatività

Le tre coordinate spaziali ed il tempo costituiscono uno spazio vettoriale a quattro dimensioni [spazio-tempo]:



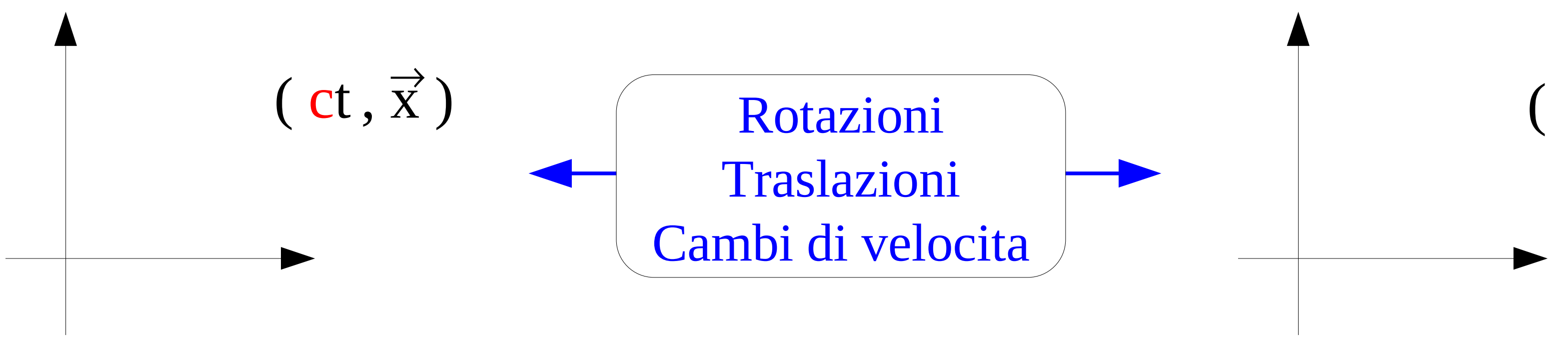
Nel caso classico queste trasformazioni conservano separatamente gli intervalli di spazio e tempo (Δt & $\Delta\vec{x}$).

Nel caso relativistico si conserva solo la combinazione:

$$\boxed{\Delta s^2 = c^2 (\Delta t)^2 - (\Delta\vec{x})^2}$$

La teoria della relatività

Le tre coordinate spaziali ed il tempo costituiscono uno spazio vettoriale a quattro dimensioni [spazio-tempo]:



Nel caso classico queste trasformazioni conservano separatamente gli intervalli di spazio e tempo (Δt & $\Delta\vec{x}$).

Nel caso relativistico si conserva solo la combinazione:

$$\Delta s^2 = c^2 (\Delta t)^2 - (\Delta\vec{x})^2$$

L'invarianza delle eq.ni del moto sotto tali trasformazioni implica:

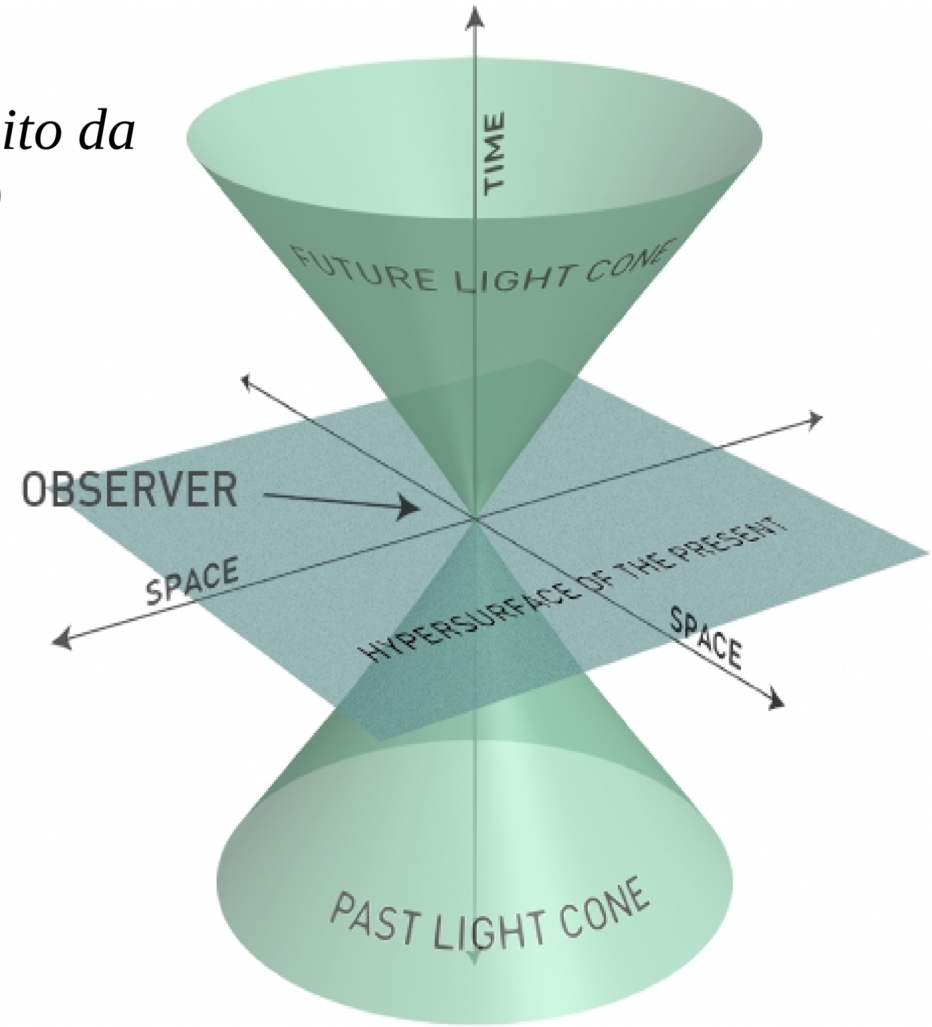
- Conservazione impulso
- Conservazione energia
- Conservazione momento angolare

- Equivalenza massa energia [$E=mc^2$]

La teoria della relatività

Le tre coordinate spaziali ed il tempo costituiscono uno spazio vettoriale a quattro dimensioni [spazio-tempo]:

cono definito da
$\Delta s = 0$



$$\Delta s^2 = c^2\,(\Delta t)^2 - (\Delta\vec{x})^2$$

La teoria della relatività

La quantità Δs^2 che resta invariante sotto trasformazioni spazio-temporali definisce la *metrica* (o la geometria) dello spazio tempo

Il (grande!) salto logico necessario per passare dalla relatività ristretta alla relatività generale è abbandonare anche l'ipotesi che esista una geometria prestabilita.

La teoria della relatività

La quantità Δs^2 che resta invariante sotto trasformazioni spazio-temporali definisce la *metrica* (o la geometria) dello spazio tempo

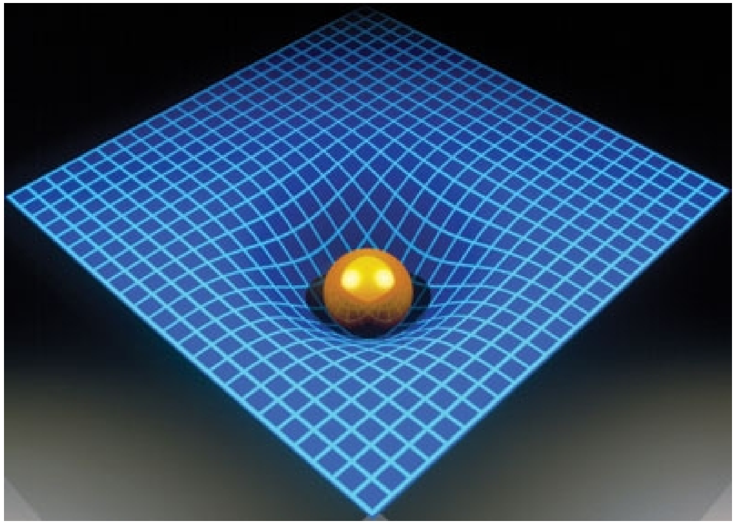
Il (grande!) salto logico necessario per passare dalla relatività ristretta alla relatività generale è abbandonare anche l'ipotesi che esista una geometria prestabilita. In questo modo è possibile interpretare la gravità non come una forza esterna, ma come una deformazione dello spazio tempo:

$$\Delta s^2 = c^2 (\Delta t)^2 - (\Delta \vec{x})^2 \longrightarrow \Delta s^2 = f(x,t)$$

sistema inerziale

f = funzione che dipende dalla distribuzione di energia tramite G

La distribuzione di materia ed energia nello spazio non induce una forza, ma deforma lo spazio-tempo: i corpi (e la luce) si muovono sempre secondo le traiettorie di minima energia, che tuttavia in generale non sono più delle rette.



La teoria della relatività

La quantità Δs^2 che resta invariante sotto trasformazioni spazio-temporali definisce la *metrica* (o la geometria) dello spazio tempo

Il (grande!) salto logico necessario per passare dalla relatività ristretta alla relatività generale è abbandonare anche l'ipotesi che esista una geometria prestabilita. In questo modo è possibile interpretare la gravità non come una forza esterna, ma come una deformazione dello spazio tempo:

N.B.: questa interpretazione geometrica della forza di gravità è possibile grazie all'equivalenza fra massa *inerziale* e massa *gravitazionale*

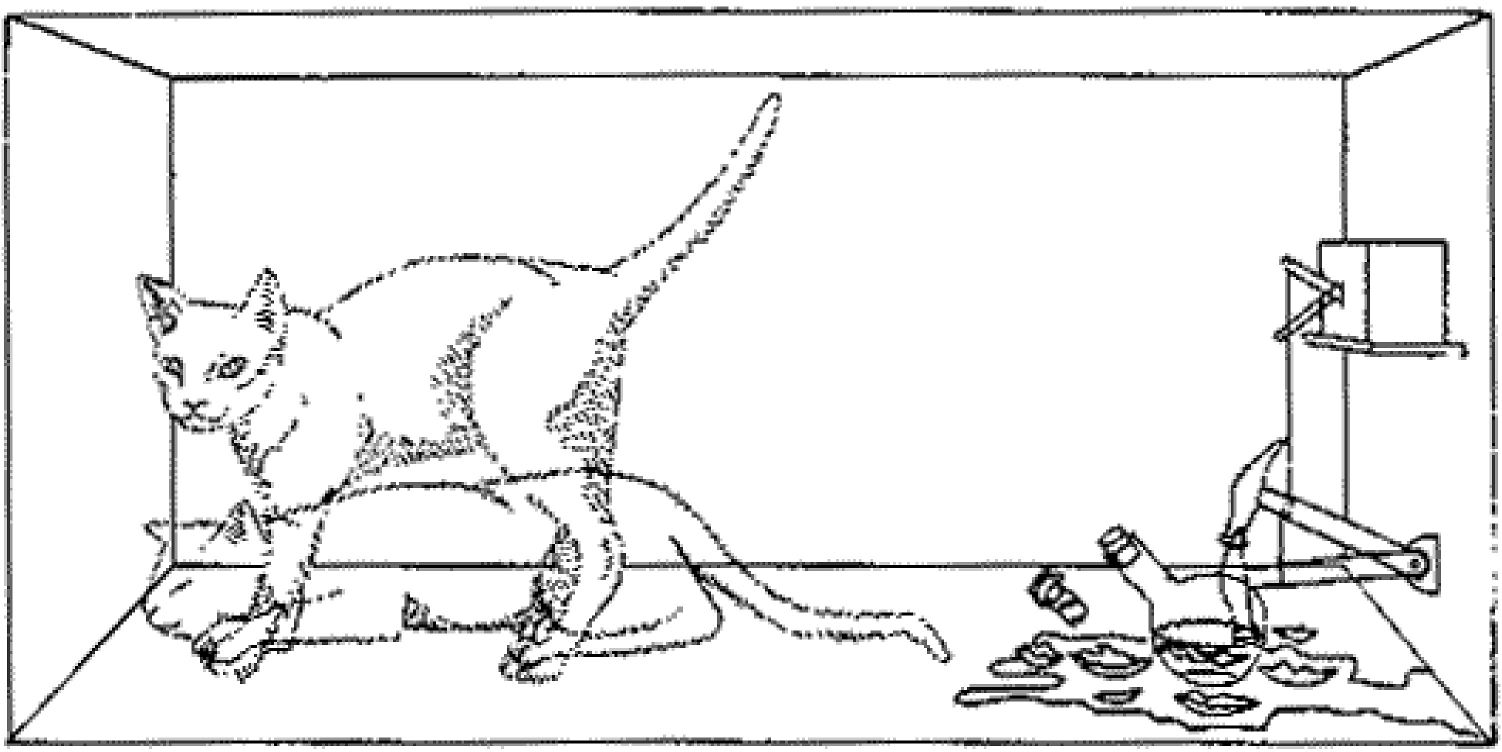
$$a = F_{generica} / m$$

$$F_{gravity} = G\, m\, M / r^2$$

$\longrightarrow$ *particelle con masse diverse hanno la stessa accelerazione in uno stesso campo gravitazionale*

$\Rightarrow$ Difficile (impossibile?) generalizzazione nel caso delle altre interazioni

IV. La meccanica quantistica



La meccanica quantistica

Storicamente, la formulazione matematica della meccanica quantistica (e della teoria quantistica dei campi) è stato un processo molto diverso (per molti aspetti più tormentato) rispetto alla formulazione della teoria della relatività.

Probabilmente anche per questo motivo la meccanica quantistica viene spesso introdotta in modo semi-storico, partendo dai vari fenomeni (non facilmente collegabili fra loro) che dimostrarono l'inadeguatezza della meccanica classica:

Quantizzazione dell'energia [radiazione corpo nero, effetto fotoelettrico,...

Principio di indeterminazione [$\Delta x \, \Delta p > \hbar$ & $\Delta E \, \Delta t > \hbar$]

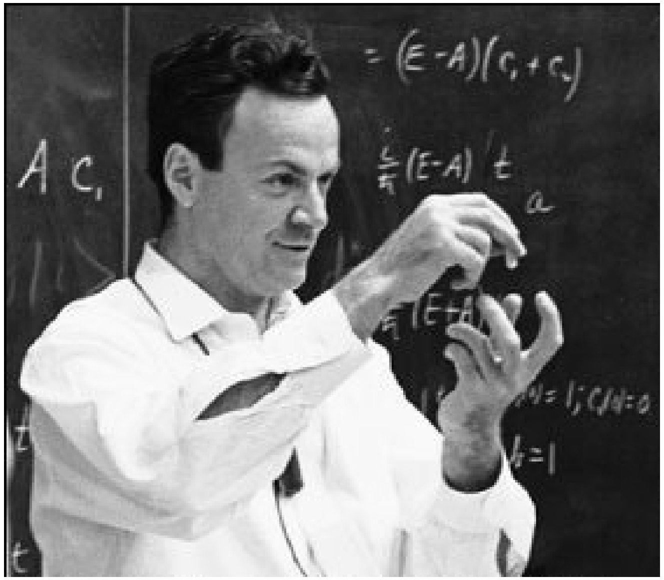
Dualismo onda particella [esperimenti di diffrazione degli elettroni]

La meccanica quantistica

Storicamente, la formulazione matematica della meccanica quantistica (e della teoria quantistica dei campi) è stato un processo molto diverso (per molti aspetti più tormentato) rispetto alla formulazione della teoria della relatività.

Probabilmente anche per questo motivo la meccanica quantistica viene spesso introdotta in modo semi-storico, partendo dai vari fenomeni (non facilmente collegabili fra loro) che dimostrarono l'inadeguatezza della meccanica classica:

Un approccio più moderno -basato sul cosiddetto metodo dell'*integrale sui cammini* [Feynman 1942]- ci permette di evidenziare meglio il limite classico della teoria, il carattere unitario dei fenomeni quantistici, e la naturale connessione con la teoria quantistica dei campi.



La meccanica quantistica

Nella meccanica classica, le eq.^{ni} che ci permettono di descrivere la traiettoria di una particella [= *posizione* & *velocita'*] possono essere dedotte da un principio variazionale: il *principio di minima azione*

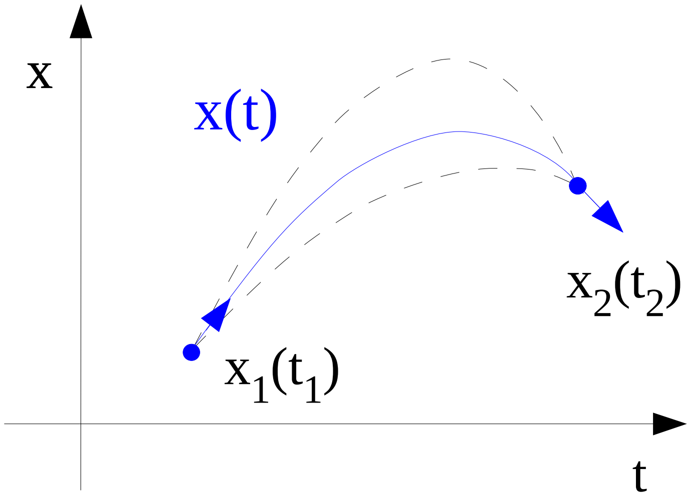
La meccanica quantistica

Nella meccanica classica, le eq.^{ni} che ci permettono di descrivere la traiettoria di una particella [= *posizione* & *velocita'*] possono essere dedotte da un principio variazionale: il *principio di minima azione*

$$\text{Azione} = \int dt\ [\ \tfrac{1}{2}\, m\, v^2 - V(x)\ ]$$

Somma su tutti gli intervalli di tempo di

$$[E_{cinetica} - E_{potenziale}\,] \cdot \Delta t$$



Fra tutte le traiettorie possibili, la particella "*sceglie*" quella che minimimizza l'azione

La meccanica quantistica

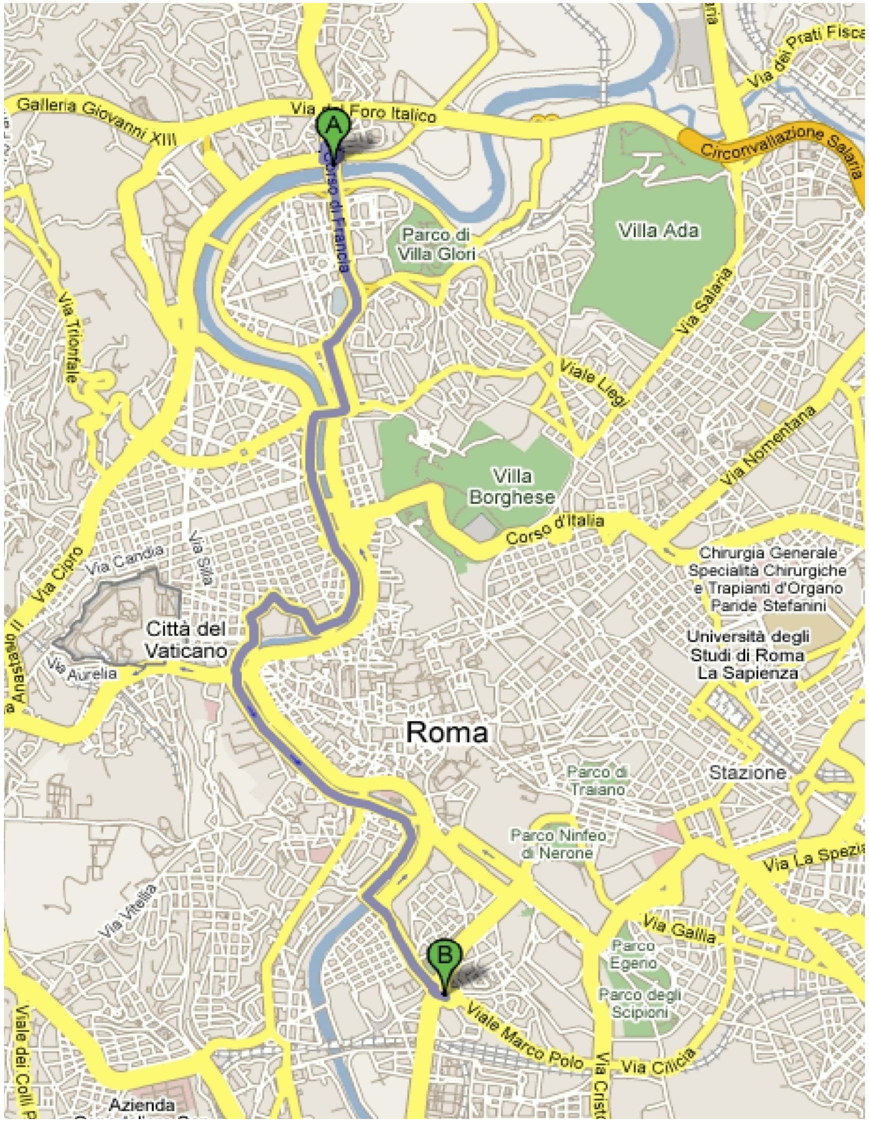
Nella meccanica classica, le eq.ni che ci permettono di descrivere la traiettoria di una particella [= *posizione* & *velocita'*] possono essere dedotte da un principio variazionale: il *principio di minima azione*

$$\text{Azione} = \int dt \left[\tfrac{1}{2} m v^2 - V(x) \right]$$

Somma su tutti gli intervalli di tempo di

$$[E_{cinetica} - E_{potenziale}] \cdot \Delta t$$

Fra tutte le traiettorie possibili, la particella *"sceglie"* quella che minimimizza l'azione



La meccanica quantistica

Nella meccanica classica, le eq.^{ni} che ci permettono di descrivere la traiettoria di una particella [= *posizione* & *velocita'*] possono essere dedotte da un principio variazionale: il *principio di minima azione*

$$\text{Azione} = \int dt \left[\tfrac{1}{2} m v^2 - V(x) \right]$$

Somma su tutti gli intervalli di tempo di

$$[E_{\text{cinetica}} - E_{\text{potenziale}}] \cdot \Delta t$$

Fra tutte le traiettorie possibili, la particella *"sceglie"* quella che minimimizza l'azione

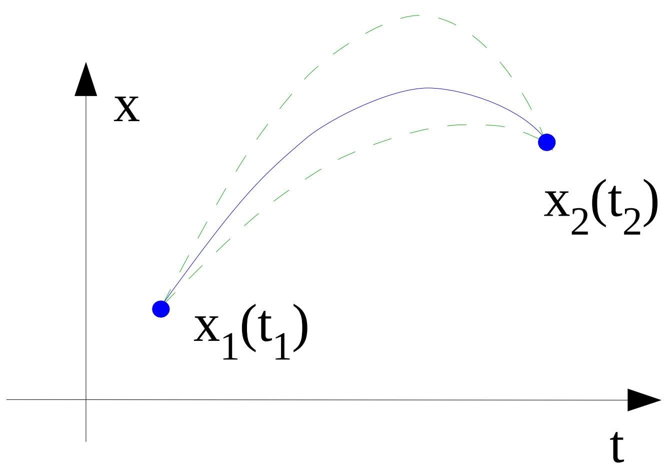
Mentre il concetto di eq.^{ni} del moto perde di significato nell'ambito della meccanica quantistica, quello di azione (e traiettoria) continuano a rivestire un ruolo molto importante.

La meccanica quantistica

Il principi fondamentali della meccanica quantistica possono essere formulati nel modo seguente:

- A livello fondamentale [o meglio per processi fisici la cui azione complessiva è confrontabile con la costante di Planck] è impossibile determinare l'evoluzione di un sitema in modo deterministico. Tuttavia, ad ogni processo possiamo associare - e calcolare con precisione - un'*ampiezza di probablilità*, ovvero una quantità che determina la probablilità con cui il processo avviene.

- L'ampiezza di probablilità si ottiene sommando su tutte le possibili traiettorie, ciascuna pesata per un *fattore di fase* determinato dall'*azione della traiettoria in unità della costante di Planck*



La meccanica quantistica

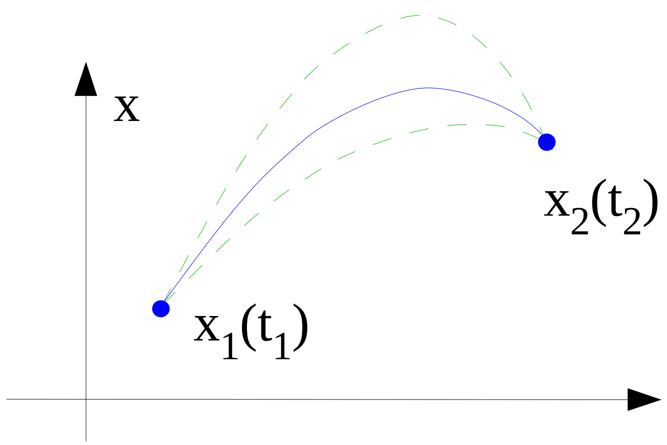
- L'ampiezza di probablilità (A_{12}) si ottiene sommando su tutte le possibili traiettorie, ciascuna pesata per un fattore di fase determinato dall'azione (S) della traiettoria in unità della costante di Planck ($\hbar$)

$$P[\, x_1 \rightarrow x_2 \,] = (\mathrm{Re}A_{12})^2 + (\mathrm{Im}A_{12})^2$$

$$\mathrm{Re}A_{12} = \int D[x] \, \cos\{ \frac{S[x(t)]}{\hbar} \}$$

$$\mathrm{Im}A_{12} = \int D[x] \, \sin\{ \frac{S[x(t)]}{\hbar} \}$$

somma su tutte le possibili traiettorie x(t)



La meccanica quantistica

- L'ampiezza di probablilità (A_{12}) si ottiene sommando su tutte le possibili traiettorie, ciascuna pesata per un fattore di fase determinato dall'azione (S) della traiettoria in unità della costante di Planck ($\hbar$)

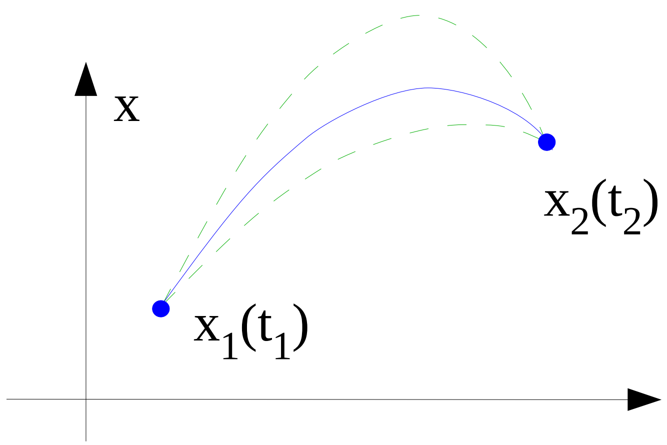
$$P[\, x_1 \to x_2 \,] = (\mathrm{Re}A_{12})^2 + (\mathrm{Im}A_{12})^2 = |\, A_{12} \,|^2$$

$$A_{12} = \int D[x]\ \exp\{ \tfrac{i}{\hbar} S[x(t)] \}$$

$$\mathrm{Re}A_{12} = \int D[x]\ \cos\{ \frac{S[x(t)]}{\hbar} \}$$

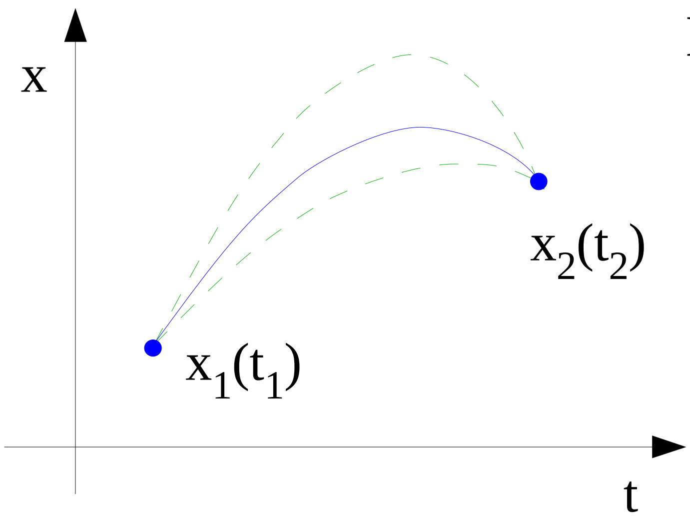
$$\mathrm{Im}A_{12} = \int D[x]\ \sin\{ \frac{S[x(t)]}{\hbar} \}$$

somma su tutte le possibili traiettorie x(t)



La meccanica quantistica

$$P[\, x_1 \to x_2 \,] = |\, A_{12} \,|^{\,2} \qquad A_{12} = \int D[x]\ \exp\{ \frac{i}{\hbar} S[x(t)] \}$$



I processi "classici" sono quelli per cui $S[x(t)] \gg \hbar$

limite classico

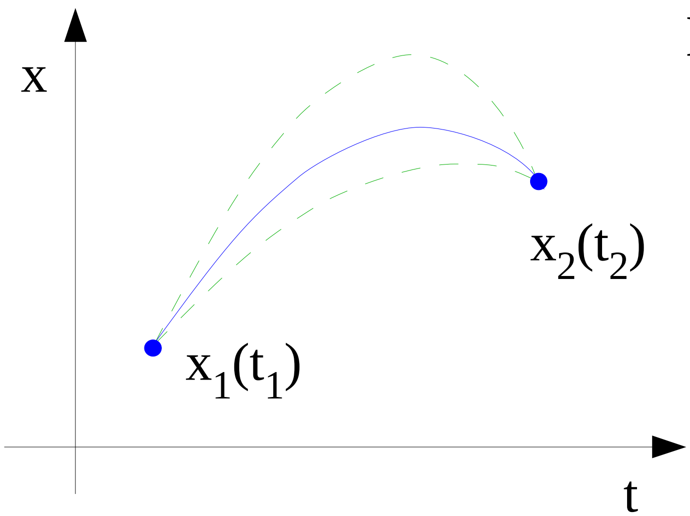
Appena ci "spostiamo" dalla traiettoria classica il fattore di fase varia molto rapidamente
$\Rightarrow$ contributo nullo in media.
L'unico termine che conta e' quello della traiettoria che minimizza l'azione (la fase non cambia per piccole perturbazioni della traiettoria)

$A_{12} \approx 1$ traiettoria classica $x(t)$

$A_{12} \approx 0$ altre traiettorie

La meccanica quantistica

$$P[\, x_1 \to x_2 \,] = |\, A_{12} \,|^{\,2} \qquad\qquad A_{12} = \int D[x]\ \exp\{ \frac{i}{\hbar} S[x(t)] \}$$



I processi "classici" sono quelli per cui $S[x(t)] \gg \hbar$

limite classico

Appena ci "spostiamo" dalla traiettoria classica il fattore di fase varia molto rapidamente $\Rightarrow$ contributo nullo in media. L'unico termine che conta e' quello della traiettoria che minimizza l'azione (la fase non cambia per piccole perturbazioni della traiettoria)

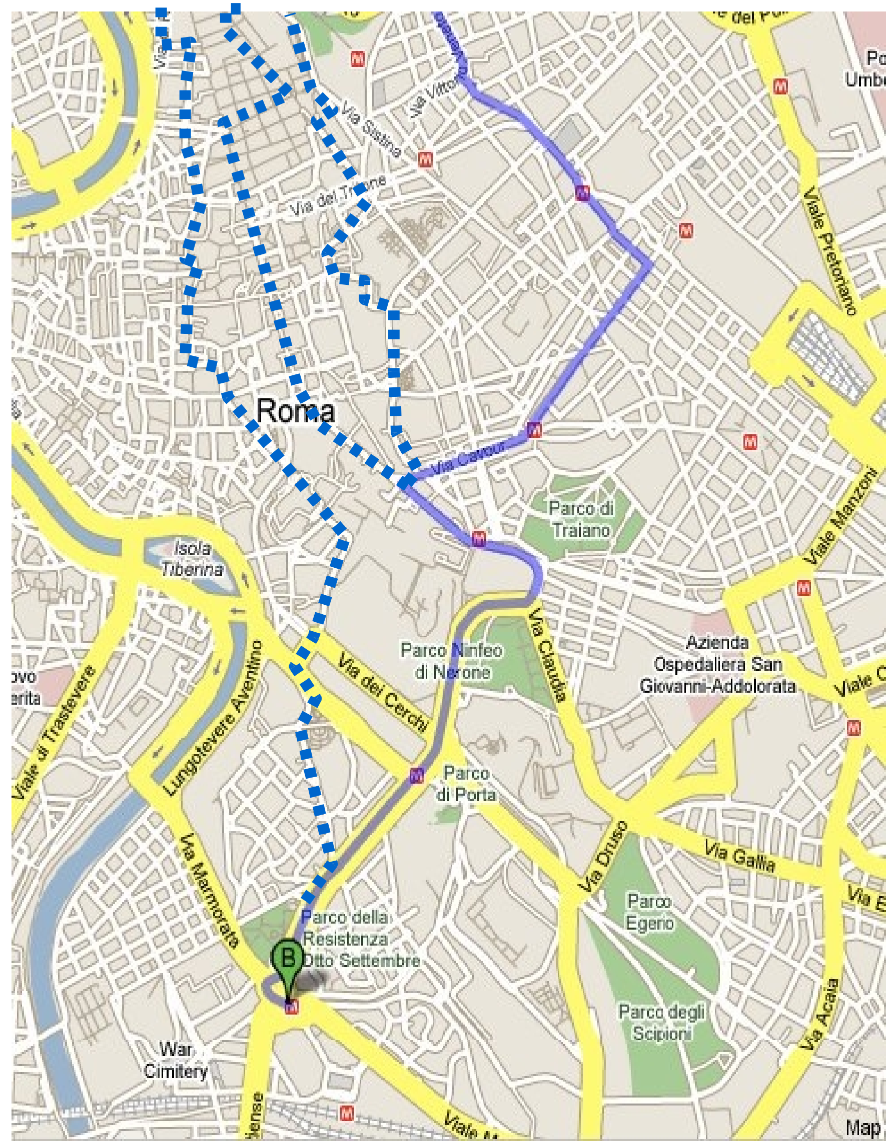
$A_{12} \approx 1$ traiettoria classica $x(t)$

$A_{12} \approx 0$ altre traiettorie

Viceversa se $S[x(t)] \sim \hbar$ non possiamo più definire una traiettoria nel senso classico.
[N.B.: $S \sim \Delta E\, \Delta t \sim \Delta x\, \Delta p$]

$\leftrightarrow$ principio di indeterminazione

traiettoria classica... *...e fluttuazioni quantistiche*



Ma attenzione a non prendere l'analogia troppo sul serio: <u>mancano i fattori di fase !!</u>