

I PRINCIPI DI CONSERVAZIONE

E

LA SIMMETRIA NELLE LEGGI FISICHE

Alessandro Papa

Università della Calabria e INFN - Cosenza

FRASCATI , 5 settembre '01

SOMMARIO

- PREMESSA : LA LEGGE FISICA

- I (GRANDI) PRINCIPI DI CONSERVAZIONE :

CARICA ELETTRICA

ENERGIA

NUMERO BARIONICO

QUANTITA' DI MOTO

NUMERO LEPTONICO

MOMENTO ANGOLARE

- LA SIMMETRIA NELLE LEGGI FISICHE :

TRASLAZIONI SPAZIALI

" TEMPORALI

ROTAZIONI SPAZIALI

TRASFORMAZIONI DI LORENTZ

- CONNESSIONE TRA CONSERVAZIONE E SIMMETRIA

- SIMMETRIA DI "GAUGE"

- SIMMETRIE DISCRETE E TEOREMA CPT

PREMESSA

LEGGE FISICA : FORMULA MATEMATICA CHE METTE
IN RELAZIONE GRANDEZZE FISICHE
COINVOLTE IN UN FENOMENO

TEORIA FISICA : INSIEME DI TUTTE LE LEGGI FISICHE
DEDUCIBILI DA UN CERTO NUMERO
DI PRINCIPI

FISICA E MATEMATICA :

- I RISULTATI DELLE OPERAZIONI DI MISURA SONO ESPRESSI DA NUMERI
- LE LEGGI FISICHE SONO FORMULE MATEMATICHE
- LE TEORIE FISICHE SONO DI NATURA MATEMATICA

JEANS : " IL GRANDE ARCHITETTO SEMBRA
ESSERE UN MATEMATICO. "

CONSERVAZIONE DELLA CARICA ELETTRICA

IN UN SISTEMA ISOLATO, LA SOMMA ALGEBRICA DELLE CARICHE ELETTRICHE SI MANTIENE COSTANTE, QUALUNQUE SIA IL FENOMENO CHE VI ABBIAMO LUOGO.

M. FARADAY (1791-1867) : ESPERIMENTI ALL'INTERNO DI UNA GRANDE SFERA DI METALLO ("GABBIA" DI FARADAY)

LA CONSERVAZIONE DELLA CARICA ELETTRICA VALE ANCHE NEI PROCESSI SUBNUCLEARI:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$$

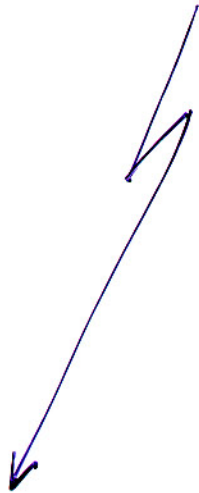
$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

...

LIMITE MIGLIORE SULLA CONSERVAZIONE DELLA CARICA ELETTRICA:

$$< 8 \times 10^{-27} \quad \left(\text{DAL PROCESSO } n \rightarrow p + \nu_e + \bar{\nu}_e \right)$$

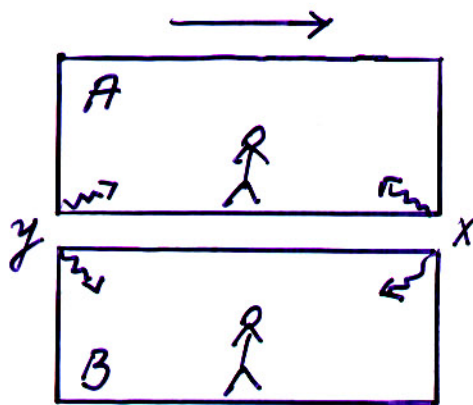
CONSERVAZIONE LOCALE O NON-LOCALE ?



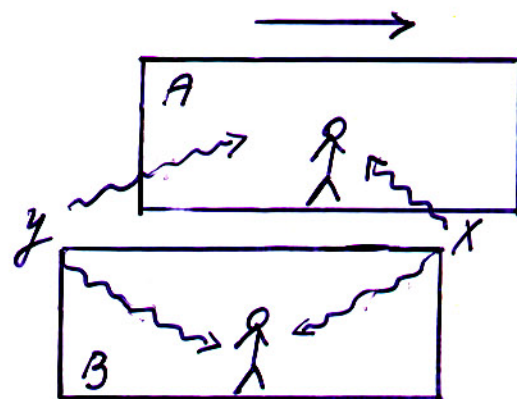
IN UN SISTEMA ISOLATO, UNA CARICA
SPARISCE IN UN PUNTO ED
ISTANTANEAMENTE UNA EQUIVALENTE
NE APPARE IN UN ALTRO

SE UNA CARICA SPARISCE IN UN PUNTO
ED APPARE IN UN ALTRO, QUALCOSA
DEVE PROPAGARSI NELLO SPAZIO INTERMEDIO

RELATIVITA' DI EINSTEIN $\Rightarrow$ SE QUALCOSA E' CONSERVATA,
LO E' LOCALMENTE



POSIZIONE ALL'ISTANTE
DEL FENOMENO



POSIZIONE ALL'ISTANTE
IN CUI B VEDE IL FENOMENO

CARICA ELETTRICA SEMPRE IN MULTIPLI DI UNITA' FISSA

e^-	$Q = -1$	IN UNITA' DI $e = 1.6 \times 10^{-19} C$
p	$+1$	
n	0	
Δ^{++}	$+2$	
...		

COSTITUENTI ELEMENTARI DELLA MATERIA

$$\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} Q = -1 \\ Q = 0 \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} Q = +2/3 \\ Q = -1/3 \end{matrix}$$

+ ANTIPARTICELLE

+ MEDIATORI DELLE INTERAZIONI: γ $W^\pm$ Z^0 GLUONI

$$\text{MESONI: STATI } q\bar{q} \quad \begin{matrix} \pi^+ (u\bar{d}) & Q = +1 \\ K^+ (u\bar{s}) & Q = +1 \\ \dots \end{matrix}$$

$$\text{BARIONI: STATI } qqq \quad \begin{matrix} p (uud) & Q = +1 \\ n (udd) & Q = 0 \\ \Omega^- (sss) & Q = -1 \\ \Delta^{++} (uuu) & Q = +2 \\ \dots \end{matrix}$$

ALTRE LEGGI DI CONSERVAZIONE DI TIPO "NUMERO":

- NUMERO BARIONICO (B)

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad B = +\frac{1}{3}$$

$$\begin{pmatrix} \bar{u} \\ \bar{d} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \bar{c} \\ \bar{s} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \bar{t} \\ \bar{b} \end{pmatrix} \quad B = -\frac{1}{3}$$

$$\text{BARIONI} \quad qqq \quad B = +1 \quad p, n, \dots$$

$$\text{MESONI} \quad q\bar{q} \quad B = 0 \quad \pi, K, \dots$$

$$\text{ESEMPIO:} \quad p + p \rightarrow \Lambda + p + K^+ \\ 1 \quad 1 \quad \quad 1 \quad 1 \quad 0$$

$$\Lambda \rightarrow p + \pi^- \\ 1 \quad \quad 1 \quad 0$$

- NUMERO LEPTONICO (L)

$$\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad L = +1$$

$$L_e = +1 \quad L_\mu = +1 \quad L_\tau = +1$$

$$\begin{pmatrix} e^+ \\ \bar{\nu}_e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mu^+ \\ \bar{\nu}_\mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \tau^+ \\ \bar{\nu}_\tau \end{pmatrix} \quad L = -1$$

$$L_e = -1 \quad L_\mu = -1 \quad L_\tau = -1$$

ESEMPI:

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

$$L_\mu = 0 \quad L_\mu = +1 \quad L_\mu = -1$$

$$\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$$

$$L_e = 0 \quad L_e = +1 \quad L_e = -1$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_e \quad \text{NON OSSERVATA}$$

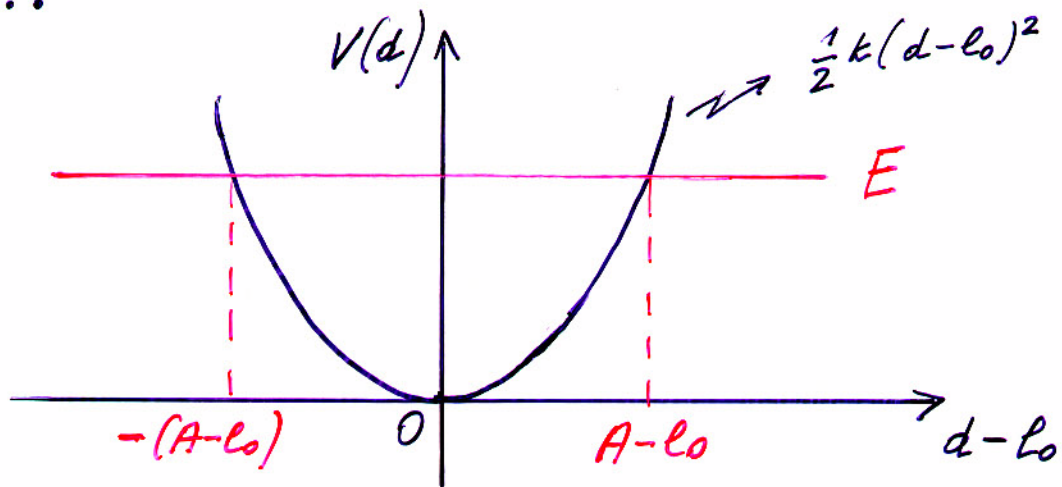
$$L_e = L_\mu = 0 \quad L_\mu = +1 \quad L_e = -1$$

MA L'OSCILLAZIONE DEI NEUTRINI (ES. $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$),
SE CONFERMATA, VIOLEREBBE LA CONSERVAZIONE
SEPARATA DEI NUMERI LEPTONICI

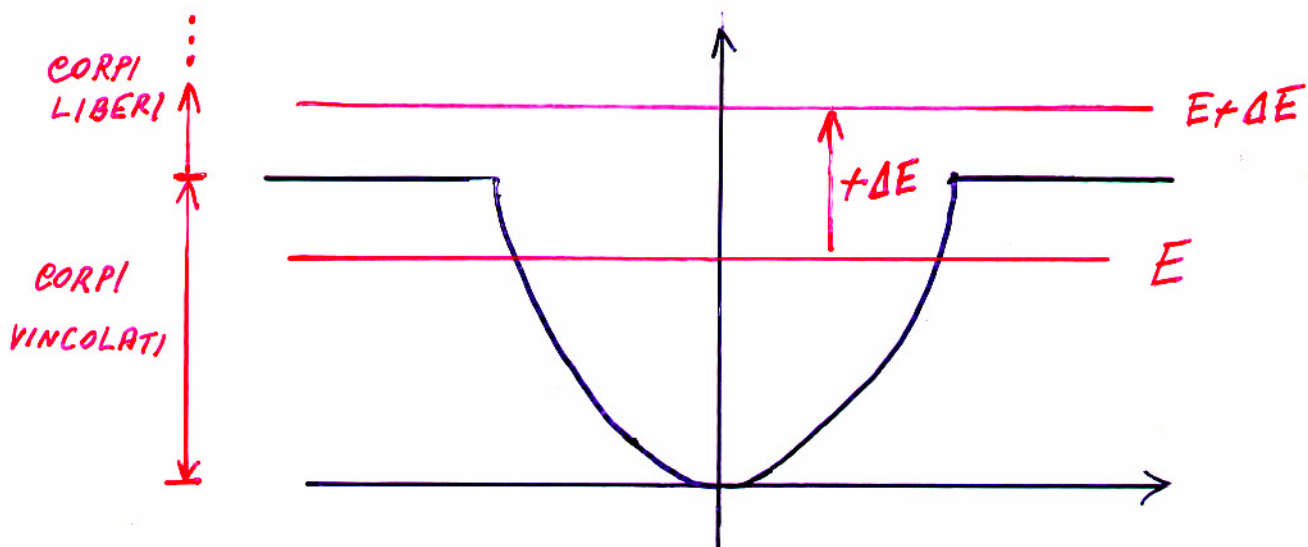
CONSERVAZIONE DELL' ENERGIA

ESEMPIO: DUE CORPI PUNTIFORMI VINCOLATI DA UNA MOLLA IDEALE

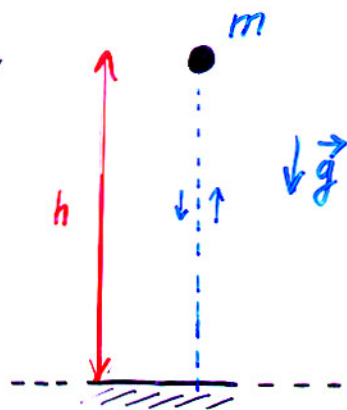
	$d = l_0$	$T = 0$	$V = 0$
	$d = A$	$T = 0$	$V = \frac{1}{2} k (A - l_0)^2 \equiv E$
	$d = l_0$	$T = E$	$V = 0$
	$d = 2l_0 - A$	$T = 0$	$V = E$
	$d = l_0$	$T = E$	$V = 0$
...			



MOLLA REALE

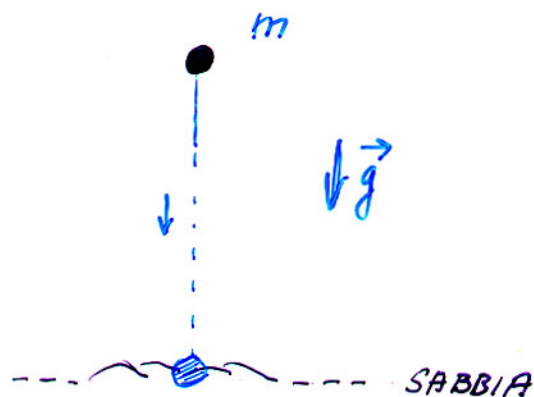


ESEMPIO:



URTI ELASTICI

$$T + V_{\text{GRAV}} = \text{COSTANTE} \\ = mgh$$



URTO ANELASTICO

$$T + V_{\text{GRAV}} + \Delta = \text{COSTANTE}$$

⚡

ENERGIA TERMICA SABBIA,
ENERGIA DI LEGAME,
...

ESEMPIO (STORICAMENTE RILEVANTE):

DECADIMENTO DEL NEUTRONE

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

INIZIALMENTE SI CREDEVA CHE

$$n \rightarrow p + e^-$$

MA SI OSSERVO' CHE

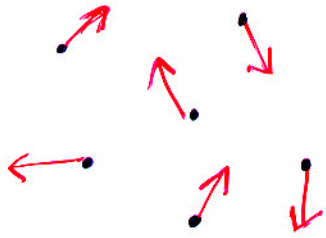
$$E_n \neq E_p + E_e$$

N. BOHR: "CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA
VALIDA SOLO IN SENSO
STATISTICO"

W. PAULI: "CI DEVE ESSERE
QUALCHE ALTRO PRODOTTO
DEL DECADIMENTO"

ALTRE LEGGI DI CONSERVAZIONE ANALOGHE:

• QUANTITA' DI MOTO TOTALE

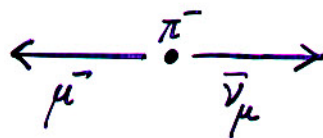


$$\vec{P} \equiv \sum_i m_i \vec{v}_i = \text{costante}$$

(MECCANICA CLASSICA)

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = 0$$

ESEMPIO: $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$

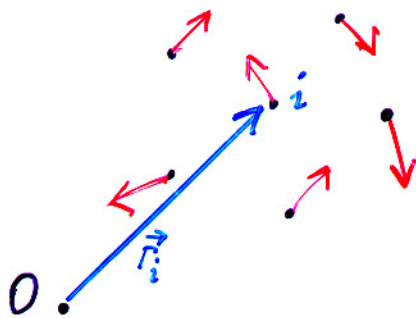


$$\vec{P}_{\text{in}} = 0$$

$$\vec{P}_{\text{fin}} = \vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu = 0$$

$$\rightarrow \vec{p}_\mu = -\vec{p}_\nu$$

• MOMENTO ANGOLARE TOTALE



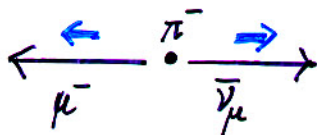
$$\sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_{i,\text{ext}} = 0$$

$$\vec{L} \equiv \sum_i \vec{r}_i \times \vec{p}_i = \text{costante}$$

SE LE PARTICELLE HANNO MOMENTO ANGOLARE INTRINSECO $\vec{S}_i$, ALLORA

$$\vec{J} \equiv \vec{L} + \vec{S} = \text{costante}$$

ESEMPIO: $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$



$$\vec{J}_{\text{in}} = 0$$

	CONSERVATA LOCALMENTE?	COMPARE IN UNITA'?	E' SORGENTE DI UN CAMPO?
CARICA ELETTRICA	SI'	SI'	SI'
NUMERO BARIONICO	SI'	SI'	NO?
NUMERO LEPTONICO	SI'	SI'	NO?
ENERGIA	SI'	NO	SI'*
MOMENTO ANGOLARE	SI'	SI' **	NO

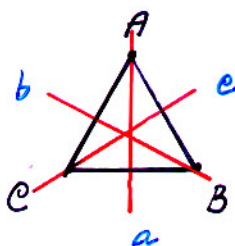
* E' SORGENTE DEL CAMPO GRAVITAZIONALE SECONDO
LA RELATIVITA' GENERALE DI EINSTEIN

** IN UNITA' DI $\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

SIMMETRIA NELLE LEGGI FISICHE

H. WEYL (1885-1955) : " UNA COSA E' SIMMETRICA SE E' POSSIBILE CAMBIARE IN ESSA QUALCHE COSA LASCIANDONE IMMUTATO L'ASPETTO. "

ESEMPIO : SIMMETRIE DEL TRIANGOLO EQUILATERO



IDENTITA' (I) $\rightarrow \begin{smallmatrix} A \\ c & B \end{smallmatrix}$

INVERSIONE a. (P_a) $\rightarrow \begin{smallmatrix} A \\ B & c \end{smallmatrix}$

ROTAZIONE 120° (R_1) $\rightarrow \begin{smallmatrix} c \\ B & A \end{smallmatrix}$

INVERSIONE b (P_b) $\rightarrow \begin{smallmatrix} c \\ A & B \end{smallmatrix}$

ROTAZIONE 240° (R_2) $\rightarrow \begin{smallmatrix} B \\ A & c \end{smallmatrix}$

INVERSIONE c (P_c) $\rightarrow \begin{smallmatrix} B \\ c & A \end{smallmatrix}$

$G \equiv \{I, R_1, R_2, P_a, P_b, P_c\}$ GRUPPO

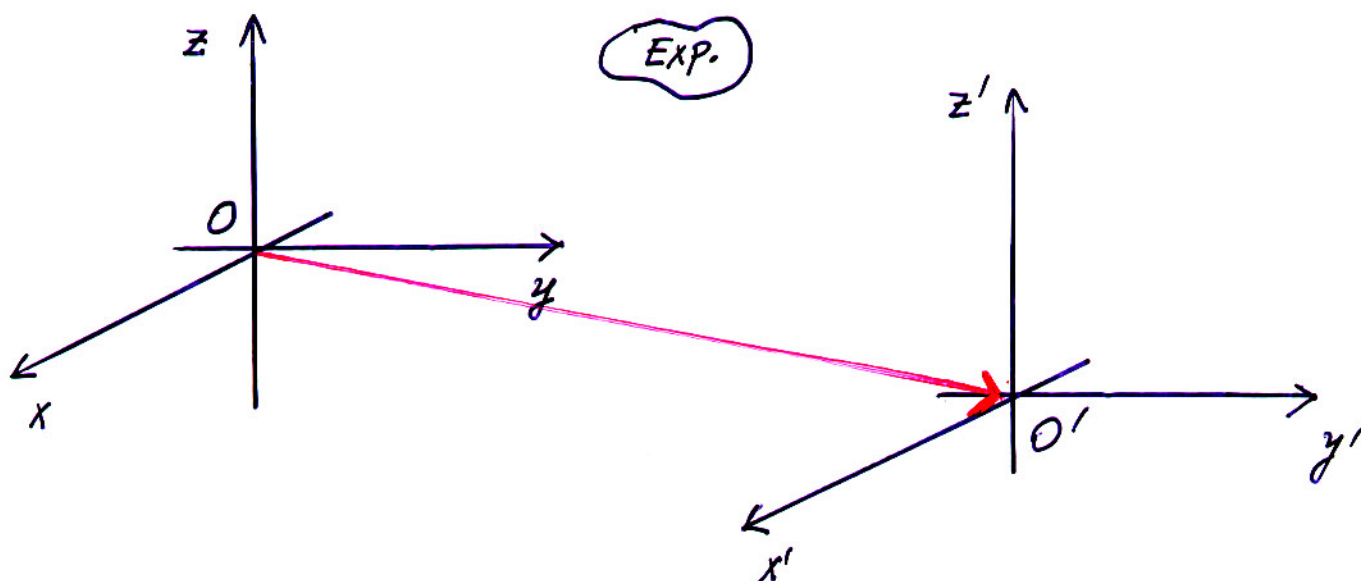
$$R_2 \circ R_1 = I$$

$$P_1 \circ R_1 = P_2$$

...

SIMMETRIA NELLE LEGGI FISICHE : SI POSSONO FARE ALLE LEGGI FISICHE DELLE TRASFORMAZIONI CHE NON PRODUCONO ALCUNA DIFFERENZA O NE LASCIANO INVARIATI GLI EFFETTI.

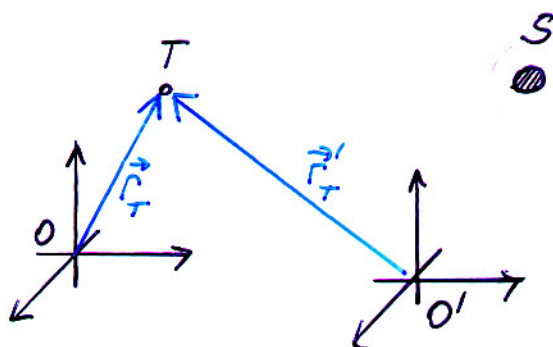
• TRASLAZIONE SPAZIALE



$$\vec{OO'} \equiv (x_0, y_0, z_0)$$

$$\begin{cases} x = x' + x_0 \\ y = y' + y_0 \\ z = z' + z_0 \end{cases}$$

ESEMPIO : SISTEMA TERRA - SOLE

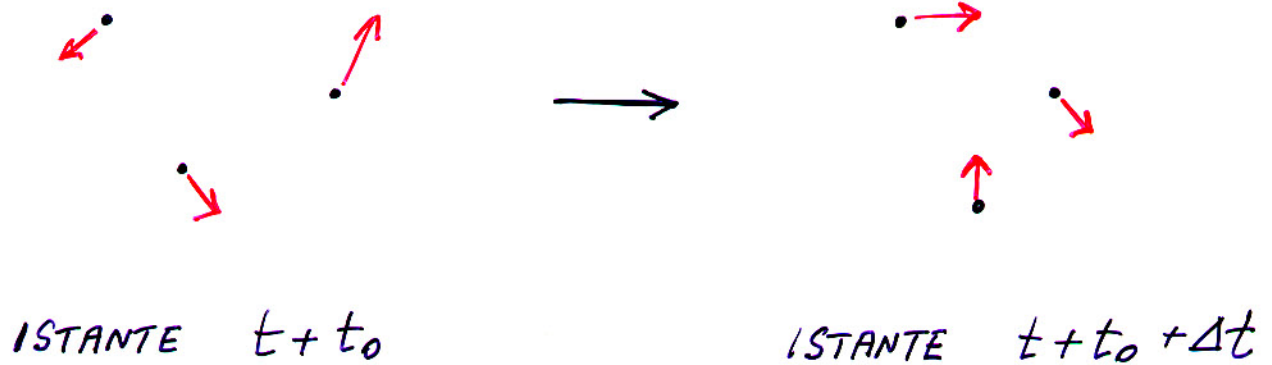
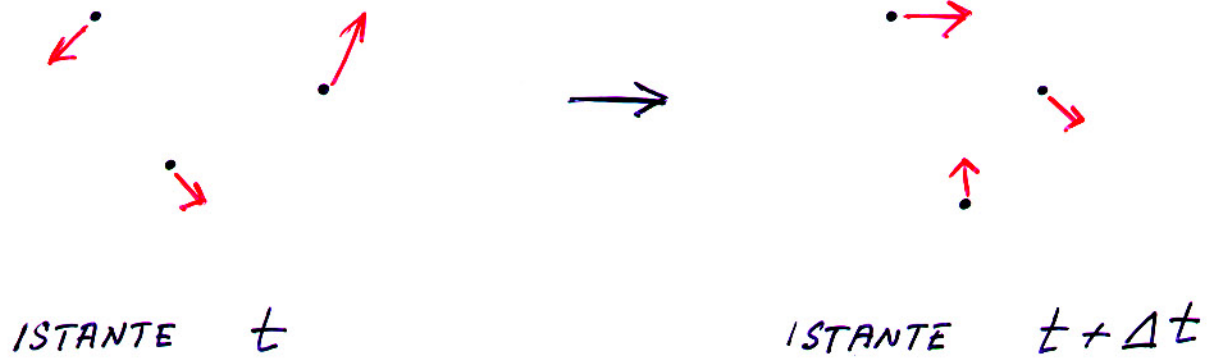


$$\begin{cases} \vec{r}_T = \vec{r}'_T + \vec{r}_0 \\ \vec{r}_S = \vec{r}'_S + \vec{r}_0 \end{cases} \quad \vec{r}_0 \equiv \vec{OO'}$$

$$\begin{cases} m_T \frac{d^2 \vec{r}_T}{dt^2} = -G \frac{m_T m_S}{|\vec{r}_T - \vec{r}_S|^3} (\vec{r}_T - \vec{r}_S) \\ m_S \frac{d^2 \vec{r}_S}{dt^2} = -G \frac{m_T m_S}{|\vec{r}_S - \vec{r}_T|^3} (\vec{r}_S - \vec{r}_T) \end{cases}$$

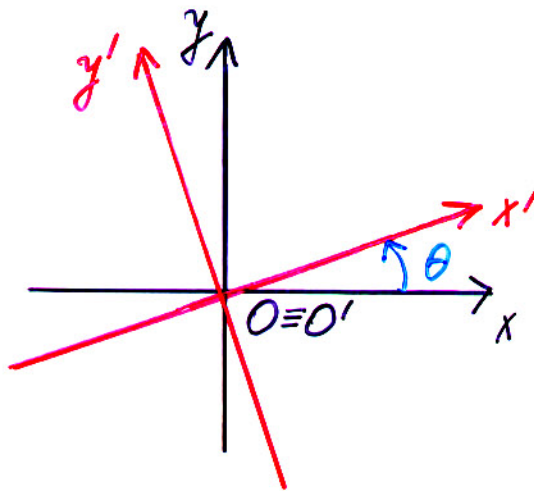
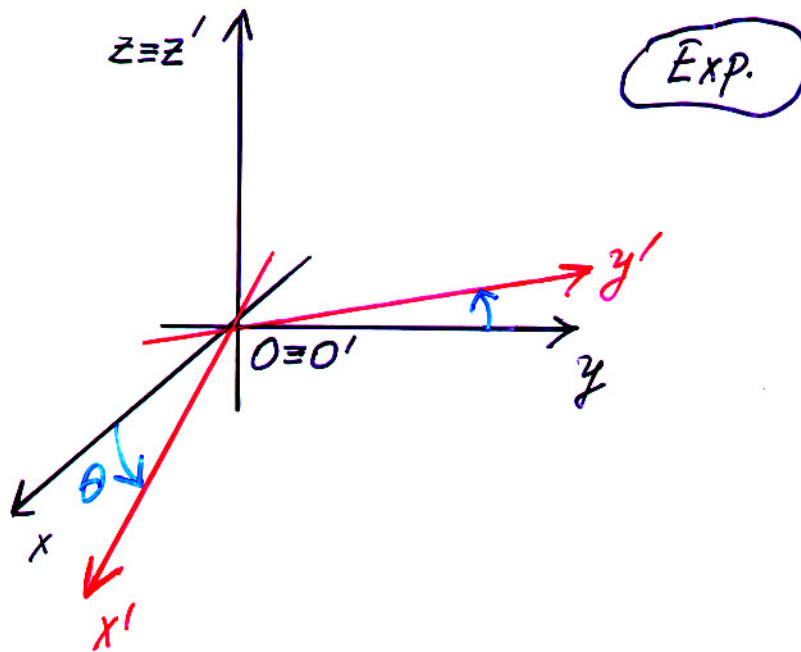
$$\rightarrow \begin{cases} m_T \frac{d^2 \vec{r}'_T}{dt^2} = -G \frac{m_T m_S}{|\vec{r}'_T - \vec{r}'_S|^3} (\vec{r}'_T - \vec{r}'_S) \\ m_S \frac{d^2 \vec{r}'_S}{dt^2} = -G \frac{m_T m_S}{|\vec{r}'_S - \vec{r}'_T|^3} (\vec{r}'_S - \vec{r}'_T) \end{cases}$$

- TRASLAZIONE TEMPORALE



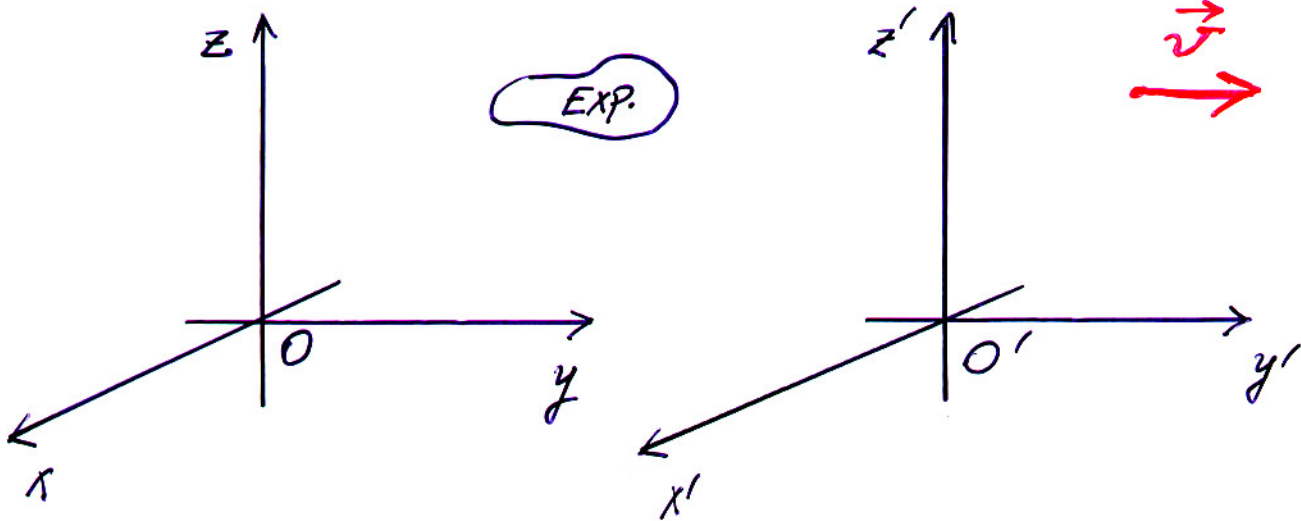
CAMBIARE L'ORIGINE DEL TEMPO NON E' ESSENZIALE.

- ROTAZIONE NELLO SPAZIO



$$\begin{cases} x' = x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta \\ y' = -x \cdot \sin \theta + y \cdot \cos \theta \end{cases}$$

• TRASFORMAZIONE DI LORENTZ



$$O \equiv O' \quad \text{A} \quad t = t' = 0$$

$$\begin{cases} x' = x \\ z' = z \\ y' = \gamma \cdot y - \beta \gamma \cdot ct \\ ct' = -\beta \gamma \cdot y + \gamma \cdot ct \end{cases}$$

$$\beta \equiv \frac{v}{c}, \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\gamma \equiv \cosh Y \equiv \frac{e^Y + e^{-Y}}{2}, \quad \beta \gamma \equiv \sinh Y \equiv \frac{e^Y - e^{-Y}}{2}$$

$$\begin{cases} y' = y \cdot \cosh Y - ct \cdot \sinh Y \\ ct' = -y \cdot \sinh Y + ct \cdot \cosh Y \end{cases}$$

PSEUDO-ROTAZIONE

L'INSIEME DI TUTTE LE POSSIBILI

TRASLAZIONI SPAZIO-TEMPORALI

3+1

ROTAZIONI NELLO SPAZIO

3

TRASFORMAZIONI DI LORENTZ

3

COSTITUISCE IL GRUPPO DI POINCARÉ

10

TUTTE LE TEORIE FISICHE FINORA VALIDE, OSSIA
NON "FALSIFICATE" DA ALCUN ESPERIMENTO, SONO
INVARIANTI SOTTO LE TRASFORMAZIONI DEL
GRUPPO DI POINCARÉ.

CONNESSIONE TRA PRINCIPI DI CONSERVAZIONE E SIMMETRIE

QUANTITA' DI MOTO $\leftrightarrow$ TRASL. SPAZIALE

ENERGIA $\leftrightarrow$ TRASL. TEMPORALE

MOMENTO ANGOLARE $\leftrightarrow$ ROTAZIONI SPAZIALI

FORMULAZIONE LAGRANGIANA:

SISTEMA DI PARTICELLE IN MECCANICA CLASSICA

$$\mathcal{L}(\vec{r}_i, \dot{\vec{r}}_i) = \sum_i \frac{1}{2} m_i \dot{\vec{r}}_i^2 - V(\vec{r}_i)$$

EQQ. MOTO $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\vec{r}}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{r}_i} = 0$

$$\rightarrow m_i \ddot{\vec{r}}_i + \frac{\partial V}{\partial \vec{r}_i} = 0 \quad \left(m_i \vec{a}_i = \vec{F}_i \right)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\vec{r}}_i} = m_i \dot{\vec{r}}_i = \vec{p}_i$$

QUANTITA' DI MOTO
DELLA i -ESIMA PARTICELLA

ESEMPIO : SISTEMA TERRA - SOLE

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} m_T \dot{\vec{r}}_T^2 + \frac{1}{2} m_S \dot{\vec{r}}_S^2 - \left(-G \frac{m_T m_S}{|\vec{r}_T - \vec{r}_S|} \right)$$

$$\vec{R} \equiv \frac{m_T \vec{r}_T + m_S \vec{r}_S}{m_T + m_S}, \quad \vec{r} \equiv \vec{r}_T - \vec{r}_S$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} M \dot{\vec{R}}^2 + \frac{1}{2} \mu \dot{\vec{r}}^2 - \left(-G \frac{m_T m_S}{r} \right)$$

$$M \equiv m_T + m_S, \quad \frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_T} + \frac{1}{m_S} \simeq \frac{1}{m_T}$$

TRASLAZIONE SPAZIALE: $\vec{R} \rightarrow \vec{R}' = \vec{R} + \vec{r}_0$

$$\vec{r} \rightarrow \vec{r}' = \vec{r}$$

$\mathcal{L}$ INVARIANTE!

EQ. MOTO PER $\vec{R}$: $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\vec{R}}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{R}} = 0$

$$\rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\vec{R}}} = M \dot{\vec{R}} = \text{costante}$$

$$\downarrow$$
$$m_T \dot{\vec{r}}_T + m_S \dot{\vec{r}}_S \equiv \vec{P}_{\text{totale}}$$

ESEMPIO : SINGOLA PARTICELLA SOGGETTA A POTENZIALE

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} m \dot{\vec{r}}^2 - V(\vec{r}) \quad \text{NON DIPENDENTE ESPLICITAMENTE DAL TEMPO}$$

INVARIANZA SOTTO TRASLAZIONE TEMPORALE

$$\frac{d\mathcal{L}(\vec{r}, \dot{\vec{r}})}{dt} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\vec{r}}} \cdot \ddot{\vec{r}}$$

$$= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\vec{r}}} \right) \cdot \dot{\vec{r}} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\vec{r}}} \cdot \ddot{\vec{r}}$$

$$= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\vec{r}}} \cdot \dot{\vec{r}} \right) = \frac{d}{dt} (\vec{p} \cdot \dot{\vec{r}})$$

$$\rightarrow \frac{d}{dt} (\vec{p} \cdot \dot{\vec{r}} - \mathcal{L}) = 0 \quad \rightarrow \underbrace{\vec{p} \cdot \dot{\vec{r}} - \mathcal{L}} = \text{COSTANTE}$$



$$\vec{p} \cdot \dot{\vec{r}} - \frac{1}{2} m \dot{\vec{r}}^2 + V = m \dot{\vec{r}}^2 - \frac{1}{2} m \dot{\vec{r}}^2 + V$$

$$= \frac{1}{2} m \dot{\vec{r}}^2 + V$$

$$= T + V = \text{ENERGIA TOTALE}$$

CONSERVAZIONE CARICA ELETTRICA $\longleftrightarrow$

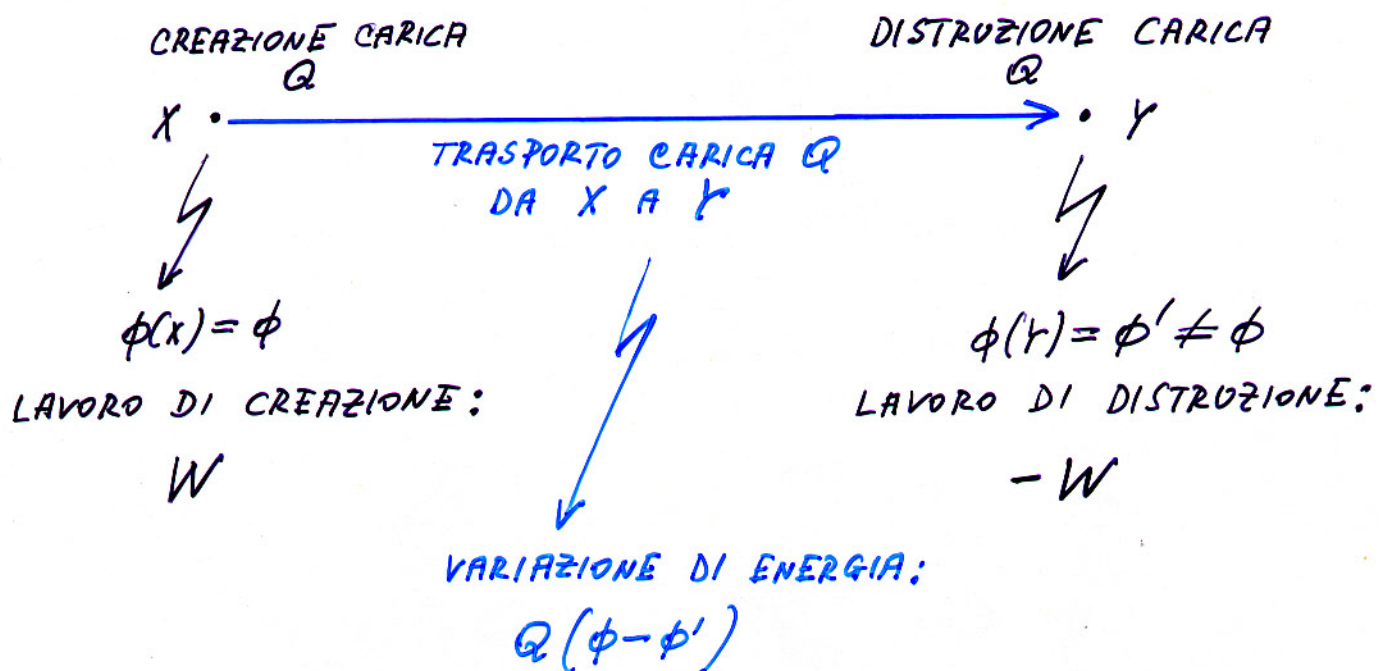
?

E.P. WIGNER (1949):

LE EQUAZIONI DELLA ELETTROSTATICA DIPENDONO SOLO DALLE VARIAZIONI DEL POTENZIALE ELETTROSTATICO ϕ

$\Rightarrow$ INVARIANZA SOTTO $\phi \rightarrow \phi' = \phi + \phi_0$, $\phi_0 = \text{costante}$

SUPPONIAMO CHE LA CARICA ELETTRICA NON SIA CONSERVATA.
SE LA SCALA DEL POTENZIALE E' ARBITRARIA, IL LAVORO PER "CREARE" UNA CARICA NEL PUNTO X DEVE ESSERE INDIPENDENTE DA X!



BILANCIO ENERGETICO: $W + Q(\phi - \phi') - W = Q(\phi - \phi') \neq 0$
MA STATO INIZIALE = STATO FINALE

SE VALE LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA, ALLORA NON SI PUO' CREARE O DISTRUGGERE UNA CARICA, A MENO CHE NON VALGA CHE LA SCALA DEL POTENZIALE ϕ E' ARBITRARIA.

LA LIBERTA' DI CAMBIARE LA SCALA DEL POTENZIALE SI CHIAMA
" INVARIANZA DI GAUGE "

FORMALMENTE, IN ELETTROMAGNETISMO:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

SOTTO LE TRASFORMAZIONI

$$\begin{cases} \phi \rightarrow \phi' = \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \alpha}{\partial t} \\ \vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} \alpha \end{cases}$$

CON $\alpha = \alpha(\vec{x}, t)$ FUNZIONE SCALARE ARBITRARIA, SI HA CHE

$$\vec{B} \rightarrow \vec{B}, \quad \vec{E} \rightarrow \vec{E}$$

LE LEGGI DELL'ELETTRODINAMICA SONO INVARIANTI SOTTO UN
GRUPPO DI TRASFORMAZIONI LOCALI DIPENDENTI DA UN PARAMETRO.

QUESTO GRUPPO DI SIMMETRIA E' ISOMORFO AL GRUPPO DI LIE $U(1)$:

$$U(1) \equiv \{ e^{i\theta}, \theta \in \mathbb{R} \} \text{ CON L'USUALE PRODOTTO COME LEGGE COMPOSITIVA}$$

INTERAZIONE ELETTRO-DEBOLE $\longleftrightarrow$ SIMMETRIA $SU(2) \otimes U(1)$

INTERAZIONE FORTE $\longleftrightarrow$ SIMMETRIA $SU(3)$

INVARIANZA DI GAUGE U(1) ED ELETTRODINAMICA

INTERAZIONE DI ELETTRONI E FOTONI

ELETTRONE

→

CAMPO DI MATERIA

$\psi(x) \equiv$

$$\begin{pmatrix} \psi_1(x) \\ \psi_2(x) \\ \psi_3(x) \\ \psi_4(x) \end{pmatrix}$$

PROPAGAZIONE LIBERA: EQ. DI DIRAC

$$(i \gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi = 0, \quad \partial_\mu \equiv \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla} \right)$$

$$\mathcal{L}_{\text{Dirac}} = \bar{\psi} (i \gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi, \quad \bar{\psi} \equiv \psi^\dagger \gamma^0$$

INVARIANZA U(1) GLOBALE: $\psi \rightarrow \psi' = e^{+i\hat{Q}\theta} \psi = e^{-ie\theta} \psi$
 $\psi^\dagger \rightarrow \psi'^\dagger = (e^{+i\hat{Q}\theta} \psi)^\dagger = e^{+ie\theta} \psi^\dagger$

$\hat{Q}$ = "OPERATORE CARICA", θ = COSTANTE

INVARIANZA U(1) LOCALE: $\theta = \theta(x)$

→ E' NECESSARIO INTRODURRE DEI CAMPI AUSILIARI

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{QED}} &= \bar{\psi} [i \gamma^\mu (\partial_\mu - i \hat{Q} A_\mu) - m] \psi + \mathcal{L}_{\text{gauge}} \\ &= \bar{\psi} [i \gamma^\mu (\partial_\mu + ie A_\mu) - m] \psi + \mathcal{L}_{\text{gauge}} \end{aligned}$$

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \theta(x)$$

$$A_\mu \equiv (\phi, \vec{A})$$

CAMPO DI GAUGE

+ QUANTIZZAZIONE

INVARIANZA DI GAUGE $SU(3)$ E CROMODINAMICA

INTERAZIONE DI QUARK E GLUONI

1 QUARK $\rightarrow$ 3 CAMPI DI MATERIA (DI DIRAC)

$$q_b(x) = \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix} \quad q_r(x) = \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix} \quad q_v(x) = \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}$$

$$q(x) = \begin{bmatrix} q_b \\ q_r \\ q_v \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{L}_{\text{Dirac}} = \bar{q} (i \gamma^\mu \partial_\mu - m_q) q$$

INVARIANZA $SU(3)$ GLOBALE : $q \rightarrow q' = U q$, $U \in SU(3)$

$$U = e^{i \theta^a \frac{\lambda^a}{2}}, \quad a = 1, \dots, 8$$

θ^a COSTANTI,

$\{\lambda^a\} = \{ \text{BASE DI MATRICI HERMITIANE A TRACCIA NULLA} \}$

INVARIANZA $SU(3)$ LOCALE : $\theta^a = \theta^a(x)$

$$\mathcal{L}_{\text{QCD},1} = \bar{q} \left[i \gamma^\mu (\partial_\mu - i g \frac{\lambda^a}{2} A_\mu^a) - m_q \right] q + \mathcal{L}_{\text{gauge}}$$

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \sum_{\substack{q=u,d,s \\ c,b,t}} \bar{q} \left[i \gamma^\mu (\partial_\mu - i g \frac{\lambda^a}{2} A_\mu^a) - m_q \right] q + \mathcal{L}_{\text{gauge}}$$

$$A_\mu^a \frac{\lambda^a}{2} \rightarrow A_\mu^a \frac{\lambda^a}{2} = U \left(A_\mu^a \frac{\lambda^a}{2} \right) U^{-1} - \frac{i}{g} (\partial_\mu U) U^{-1}$$

TEOREMA DI NOETHER: DATA UNA TEORIA DI CAMPO (CLASSICA) LA CUI LAGRANGIANA E' INVARIANTE SOTTO LE TRASFORMAZIONI DI UN GRUPPO DI SIMMETRIA CONTINUO AD N PARAMETRI, ESISTONO N CARICHE CONSERVATE, UNA PER OGNI GENERATORE DEL GRUPPO DI SIMMETRIA.

ESEMPIO: QCD CON I SOLI QUARK u , d

$$m_u \sim m_d \sim \text{"POCHI"} \text{ MeV}$$

POSTO $m_u = m_d \equiv m$:

$$\mathcal{L}_{QCD,2} = \bar{u} (i \gamma^\mu D_\mu - m) u + \bar{d} (i \gamma^\mu D_\mu - m) d$$

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - i g \frac{\lambda^a}{2} A_\mu^a \quad \text{DERIVATA COVARIANTE}$$

$$\mathcal{L}_{QCD,2} = (\bar{u} \quad \bar{d}) \begin{pmatrix} i \not{D} - m & 0 \\ 0 & i \not{D} - m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

$$\not{D} \equiv \gamma^\mu D_\mu$$

$\mathcal{L}_{QCD,2}$ INVARIANTE SOTTO: $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \rightarrow e^{i \hat{B} \theta} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$; $U(1)$ ^{N. BARIONICO}

$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \rightarrow U \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$; $U \in SU(2)_f$
^{SPIN ISOTOPICO}

SIMMETRIE DISCRETE

- PARITA' (P): INVERSIONE DELLE COORDINATE SPAZIALI

$$x, y, z \longrightarrow -x, -y, -z$$

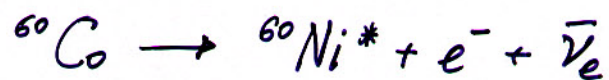
$$\vec{p} \longrightarrow -\vec{p}$$

$$\vec{J} \longrightarrow \vec{J}$$

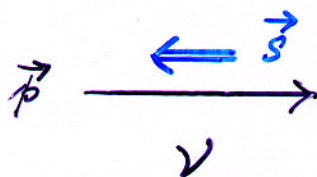
LE INTERAZIONI ELETTROMAGNETICHE E FORTI
SONO INVARIANTI SOTTO PARITA'.

LEE-YANG (1956): VIOLAZIONE DELLA PARITA' NELLE INTERAZIONI
DEBOLI (DALL'OSSERVAZIONE DEI
DECADIMENTI DEI MESONI K)

WU ET AL. (1957): CONFERMA DELLA PROPOSTA DALL'ANALISI
DEL DECADIMENTO NUCLEARE

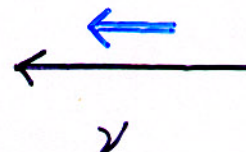


INOLTRE, I NEUTRINI, PARTICELLE CHE PARTECIPANO SOLO ALLA
INTERAZIONE DEBOLE, ESISTONO SOLO NELLO STATO DI ELICITA'
NEGATIVA (SPIN OPPOSTO ALLA DIREZIONE DEL MOTO):



ELICITA' NEGATIVA

PARITA'



ELICITA' POSITIVA

NON OSSERVATO

LA LIBERTA' DI CAMBIARE LA SCALA DEL POTENZIALE SI CHIAMA
" INVARIANZA DI GAUGE "

FORMALMENTE, IN ELETTROMAGNETISMO:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

SOTTO LE TRASFORMAZIONI

$$\begin{cases} \phi \rightarrow \phi' = \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \alpha}{\partial t} \\ \vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} \alpha \end{cases}$$

CON $\alpha = \alpha(\vec{x}, t)$ FUNZIONE SCALARE ARBITRARIA, SI HA CHE

$$\vec{B} \rightarrow \vec{B}, \quad \vec{E} \rightarrow \vec{E}$$

LE LEGGI DELL'ELETTRODINAMICA SONO INVARIANTI SOTTO UN
GRUPPO DI TRASFORMAZIONI LOCALI DIPENDENTI DA UN PARAMETRO.

QUESTO GRUPPO DI SIMMETRIA E' ISOMORFO AL GRUPPO DI LIE $U(1)$:

$$U(1) \equiv \{ e^{i\theta}, \theta \in \mathbb{R} \} \text{ CON L'USUALE PRODOTTO COME LEGGE COMPOSITIVA}$$

INTERAZIONE ELETTRO-DEBOLE $\longleftrightarrow$ SIMMETRIA $SU(2) \otimes U(1)$

INTERAZIONE FORTE $\longleftrightarrow$ SIMMETRIA $SU(3)$

TEOREMA CPT [LÜDERS, ZUMINO, PAULI, SCHWINGER (1957)]:

SOTTO ASSUNZIONI MOLTO GENERALI, UNA TEORIA DI CAMPO QUANTISTICA IMPLICA INTERAZIONI INVARIANTI SOTTO LA SUCCESSIONE DELLE TRE OPERAZIONI C, P, T , PRESE IN ORDINE QUALUNQUE.

TEST DI CPT: UGUAGLIANZA DELLE MASSE E DELLE VITE MEDIE DI UNA PARTICELLA E DELLA SUA ANTIPARTICELLA.

$$\text{LIMITE MIGLIORE: } \frac{m_{K^0} - m_{\bar{K}^0}}{m_{\text{media}}} < 10^{-18}$$

— • —

	ELETTROMAGNETICA	DEBOLE	FORTE
CPT	SI'	SI'	SI'
P	SI'	NO	SI'
C	SI'	NO	SI'
T o CP	SI'	SI' *	SI'

* VIOLAZIONE $\sim 10^{-3}$ NEL DECADIMENTO DEL K^0