

K^-

Meccanica quantistica una teoria “strana” del mondo microscopico

Dr. Kristian Piscicchia*

Museo Storico della Fisica e Centro Studi e Ricerche Enrico Fermi
INFN, Laboratori Nazionali di Frascati

1 Aprile 2014

Liceo Classico e Linguistico Statale Aristofane, Roma

*kristian.piscicchia@lnf.infn.it

Fisica e Metafisica

Fisica: cerca di rispondere alla domanda *come* ?



utilizzando la matematica sviluppa modelli che descrivono i processi osservati in natura



i modelli predicono delle conseguenze



ulteriori osservazioni confermano o smentiscono i modelli.



I modelli possono essere usati per sviluppi tecnici

Metafisica: cerca di rispondere alla domanda *perché* ?

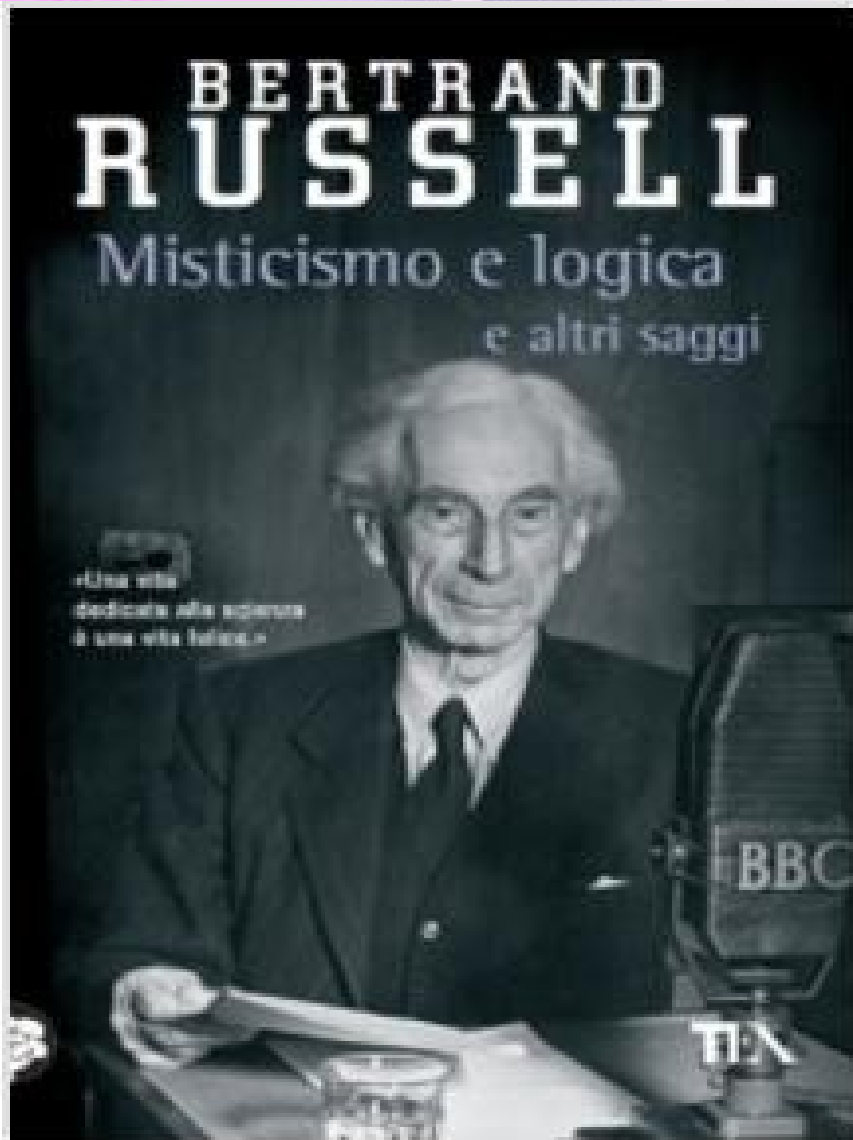


esistenzialismo, psicologia



Fisica e Metafisica

K-



Matematica ..
funziona sorprendentemente bene

Fisica e Metafisica

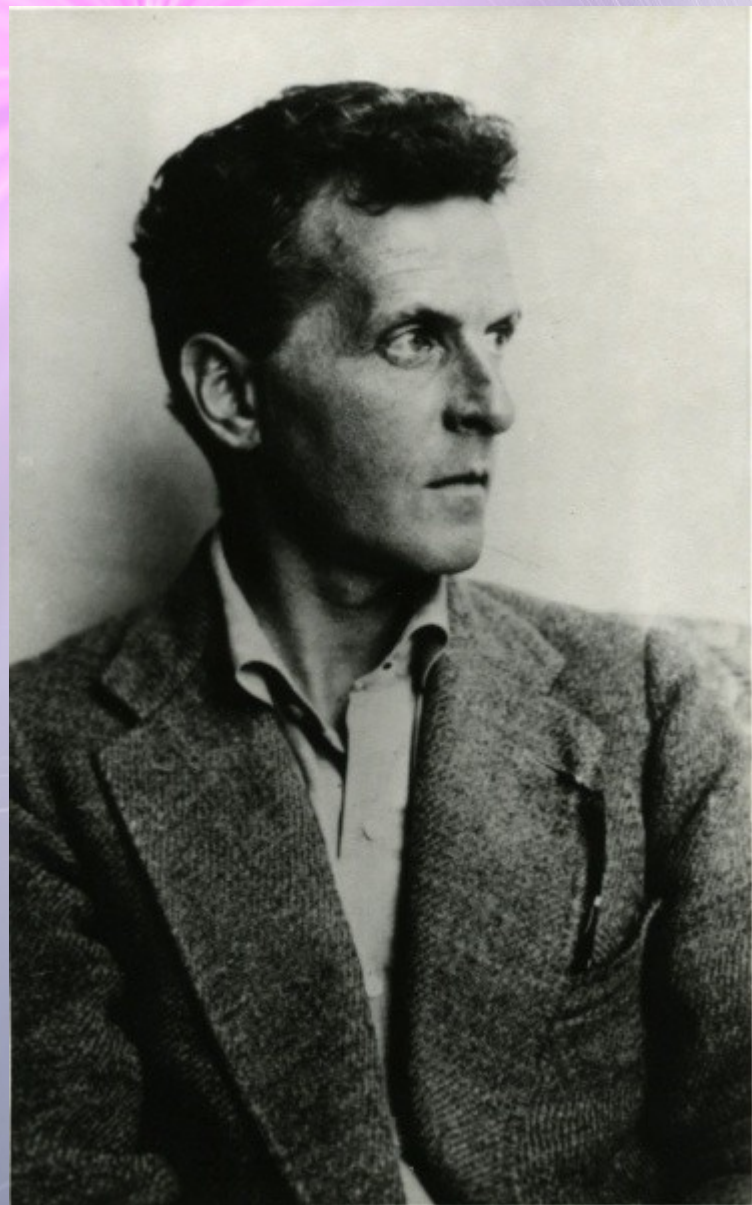


Matematica ..
sembra essere il
linguaggio della natura

Galilei, *Il Saggiatore* :

« La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a
gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la
lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri
son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a
intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro
laberinto.»

Fisica e Metafisica



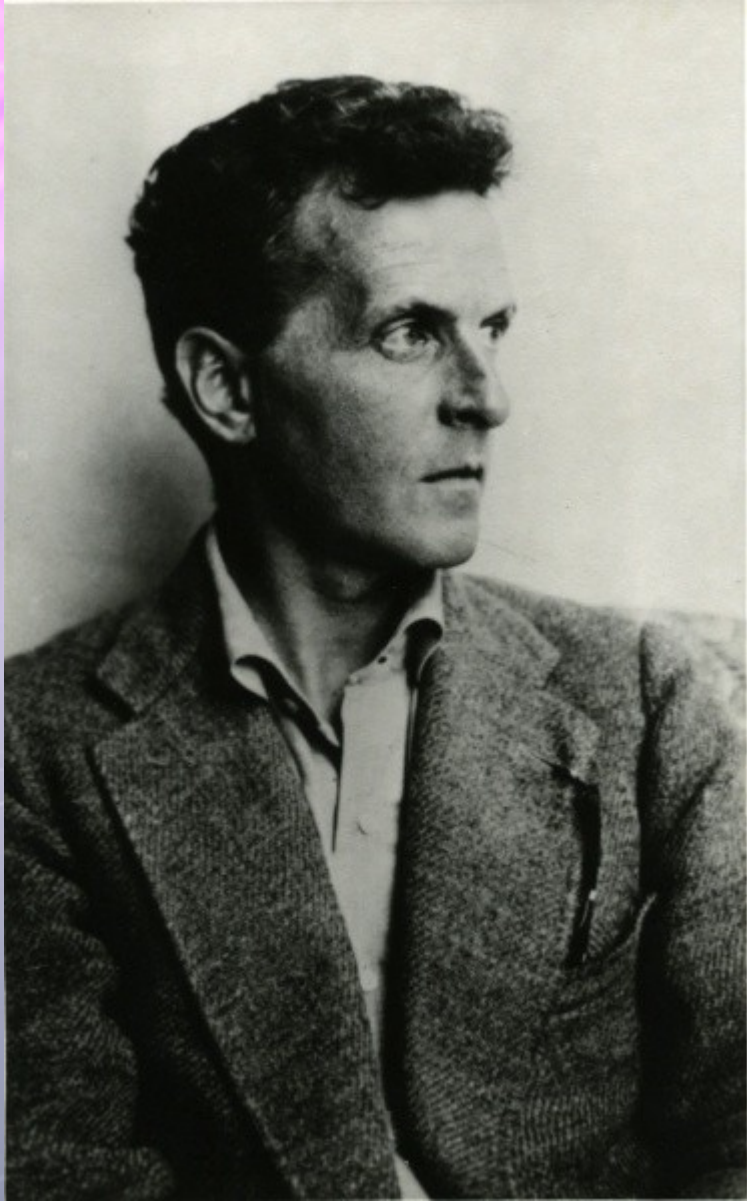
Ludwig Wittgenstein

Matematica ..

forse è il linguaggio che appare
più naturale alla nostra mente,
ma è l'unico possibile?



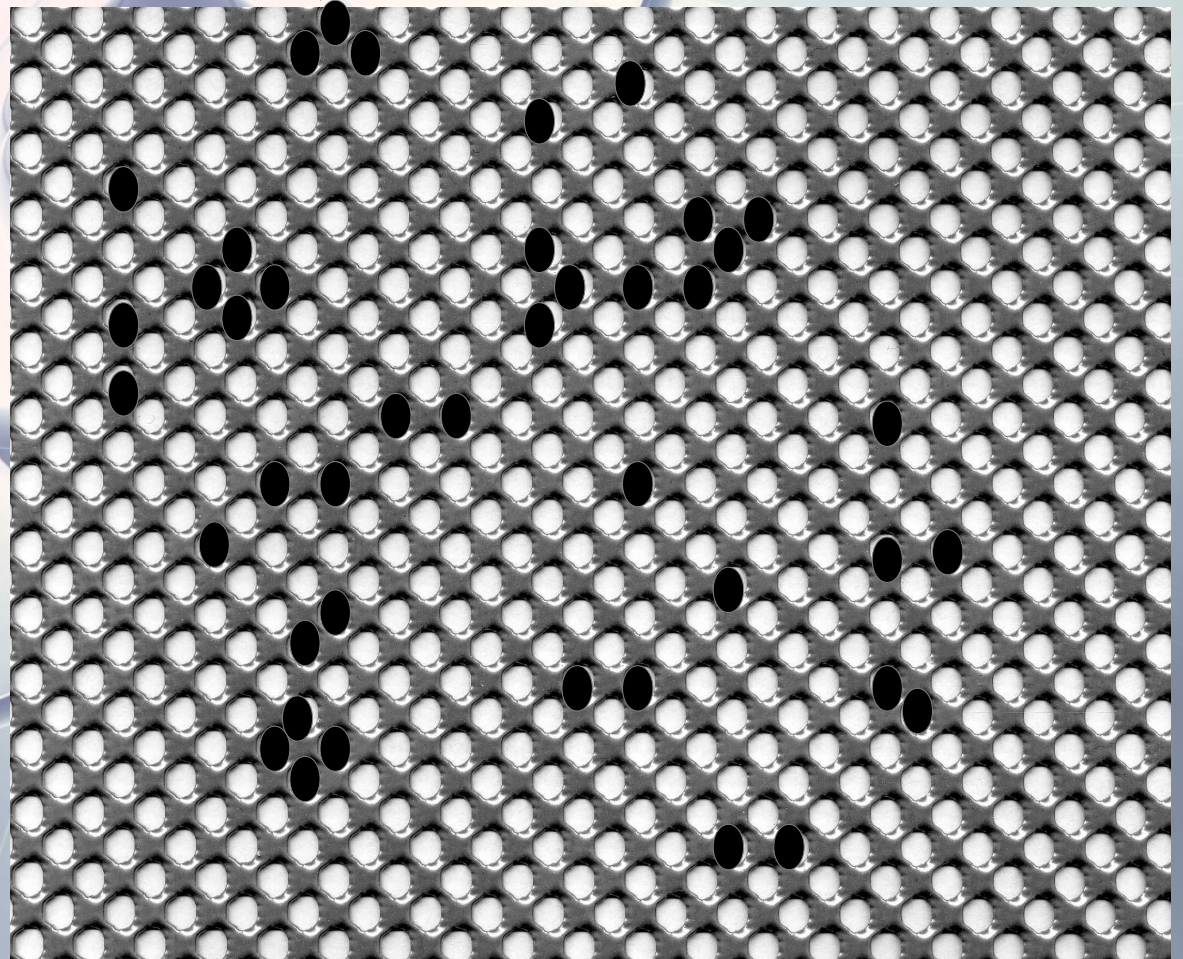
Fisica e Metafisica



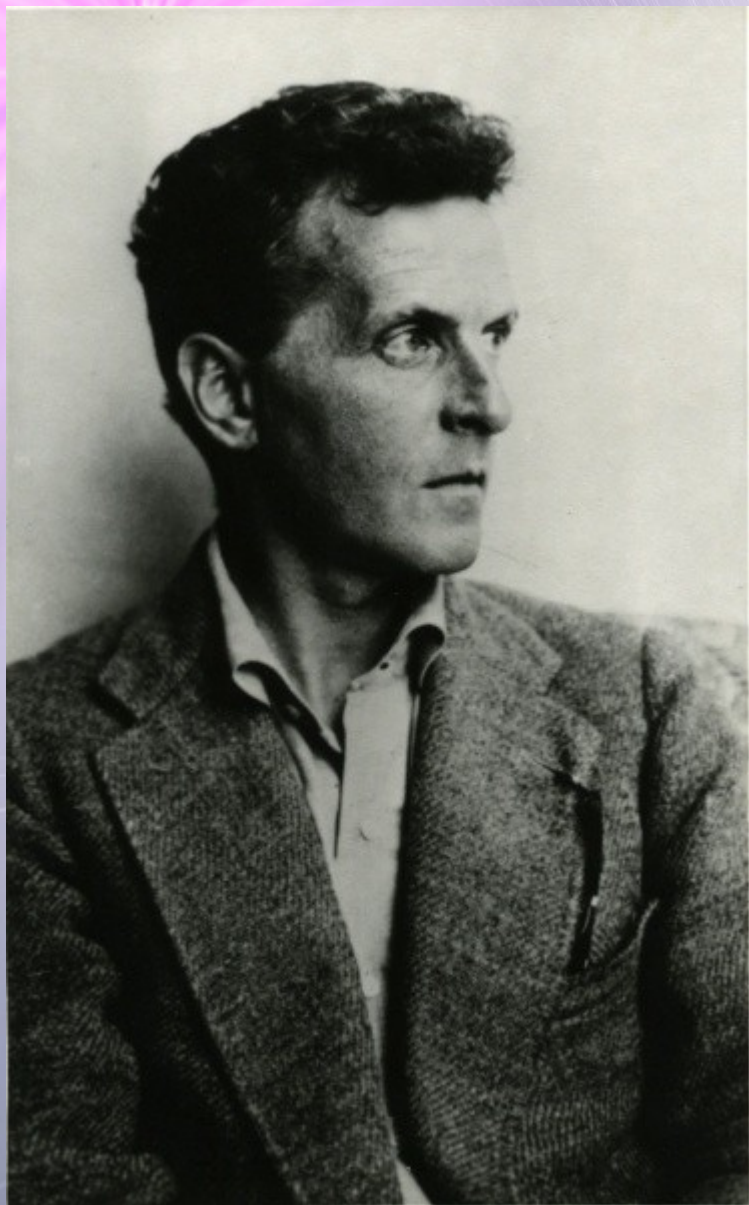
Ludwig Wittgenstein

Matematica ..

forse è il linguaggio che appare
più naturale alla nostra mente,
ma è l'unico possibile?



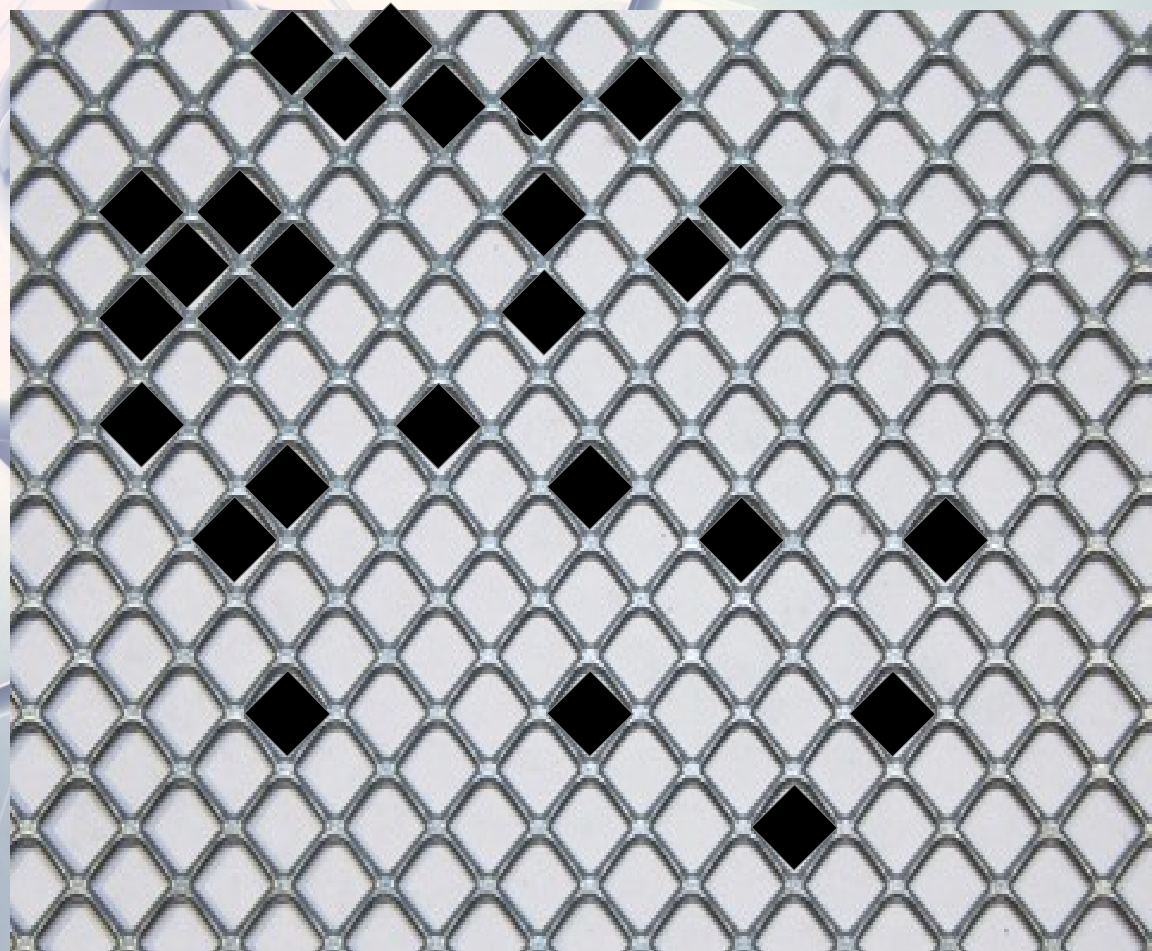
Fisica e Metafisica



Ludwig Wittgenstein

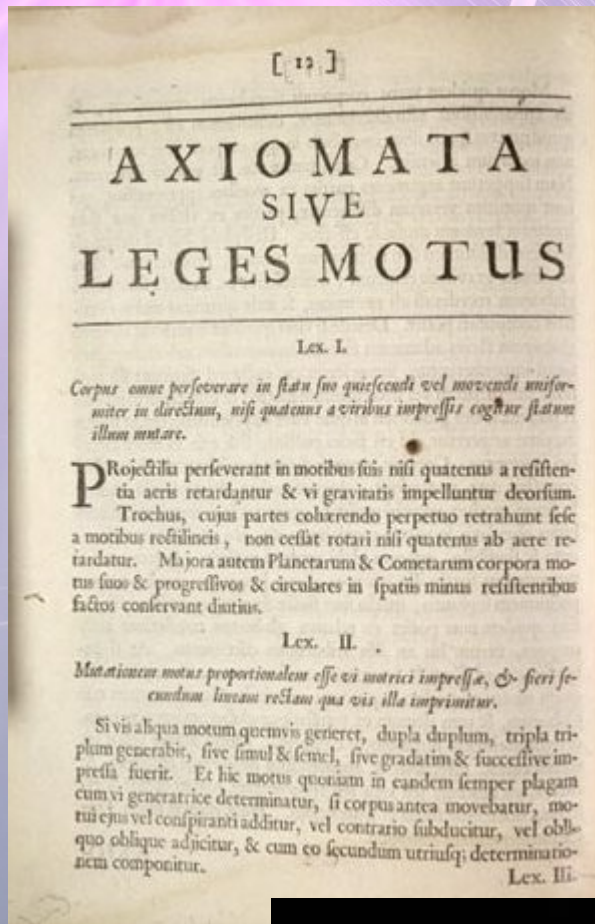
Matematica ..

forse è il linguaggio che appare
più naturale alla nostra mente,
ma è l'unico possibile?



La meccanica classica : una teoria assiomatica basta su tre principi ...

K-



Newton 1687 *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*

1) una particella è ferma, oppure si muove con velocità costante lungo una retta → nessuna forza sta agendo sulla particella, la particella non interagisce con altre particelle

2) $F = ma$ opp. $F = d(mv)/dt$

massa inerziale

quantità di moto p

3) $F_{12} = -F_{21}$



... più un piccolo ingrediente

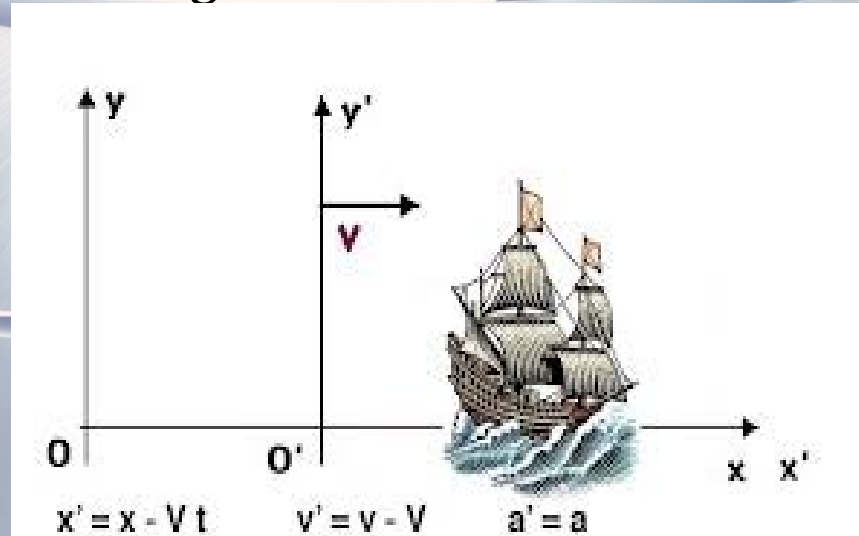


*Un tempo
universale*

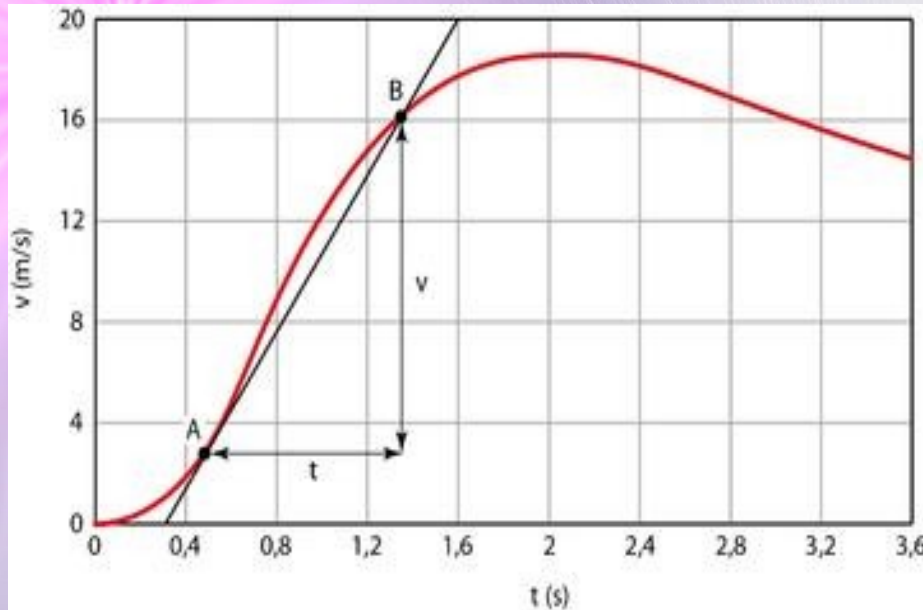
che scorra nello stesso modo in tutti i *sistemi di riferimento inerziali* (uno in moto rettilineo uniforme rispetto all'altro)

$$\begin{cases} x' &= x - Vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{cases}$$

da cui si ottengono le trasformazioni di Galileo



l'accelerazione e la velocità

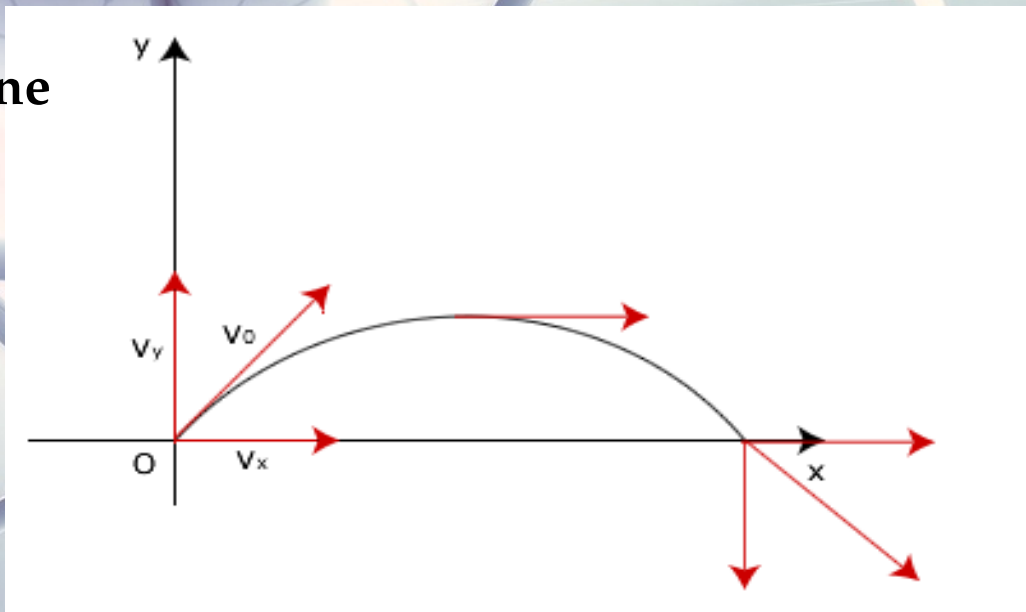


L'accelerazione è una misura della variazione della velocità nel tempo

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Velocità è una misura della variazione dello spazio percorso nel tempo

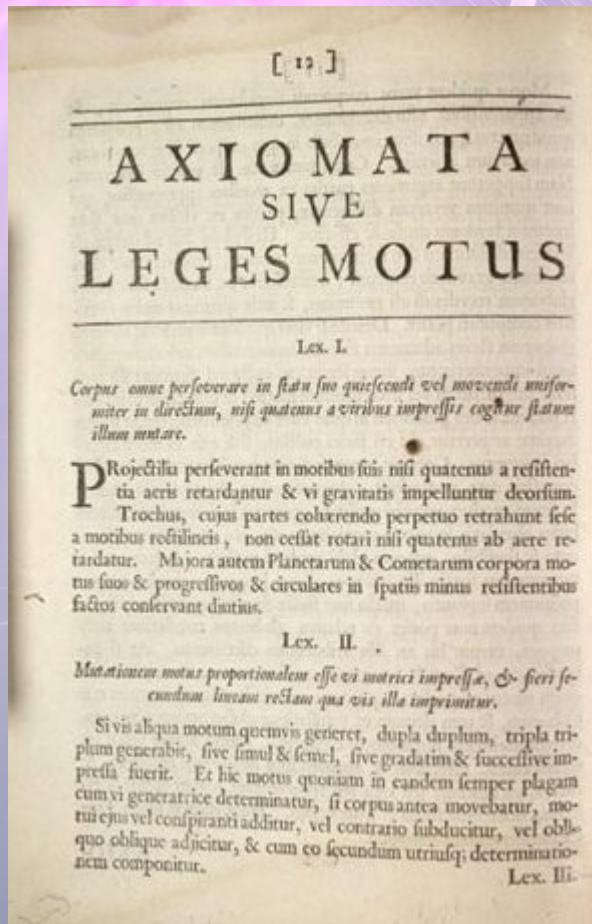
$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$



Tutto si riduce alla traiettoria $r(t) = (x(t), y(t), z(t))$ di una particella come funzione del tempo

La meccanica classica : una teoria assiomatica basta su tre principi ...

K-



Oltre 200 anni di successo della meccanica classica anche dovuti ad una ontologia semplice e familiare:

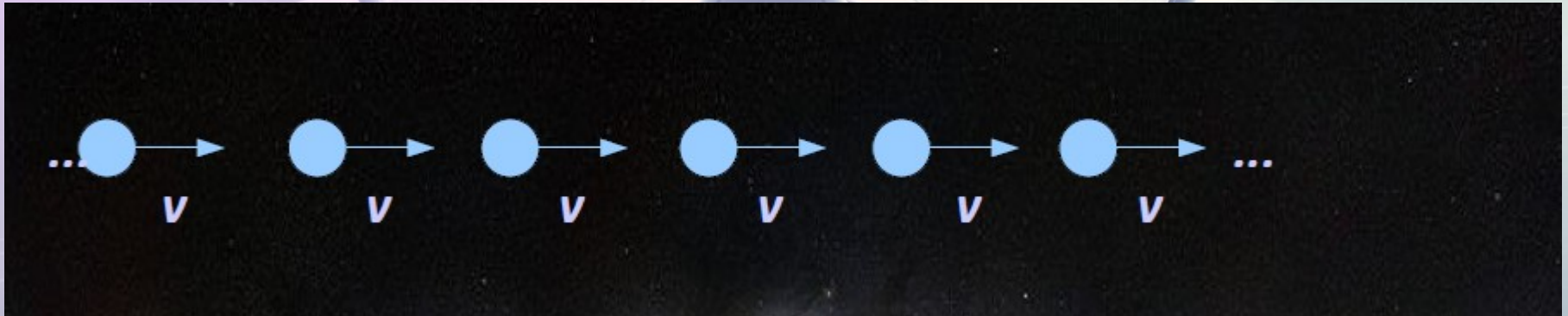
elementi base della teoria : punti di massa
(teoria facilmente generalizzabile ai corpi estesi)

immersi in uno spazio tridimensionale
+ un tempo universale

Dopo la forza .. l'*energia*

K^-

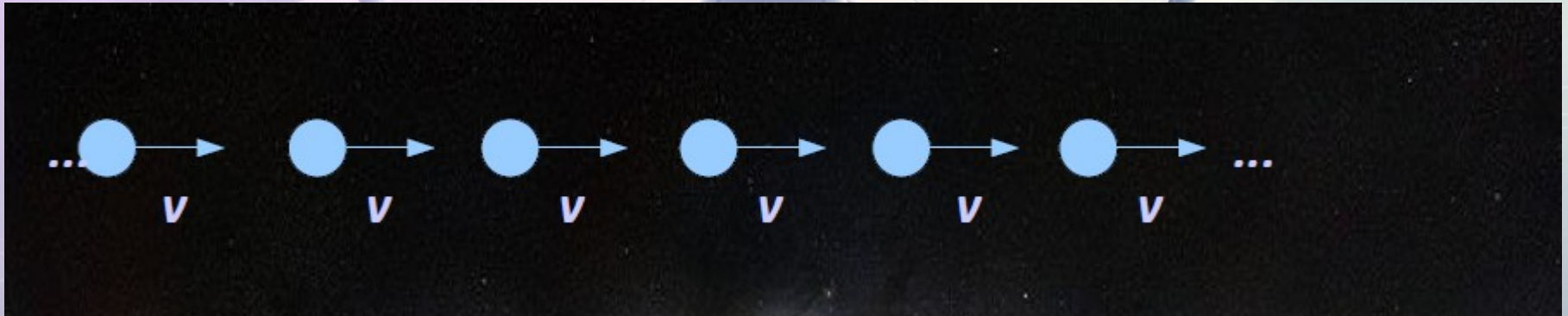
Una particella si muove nello spazio vuoto (assenza di attrito) ha soltanto due possibilità :



Dopo la forza .. l'energia

K^-

Possibilità 1: la particella si muove con velocità (v) costante lungo una retta
(la velocità può essere in particolare nulla .. la particella è in quiete)



Nessuna forza sta agendo sulla particella → la particella non sta interagendo con nessun corpo

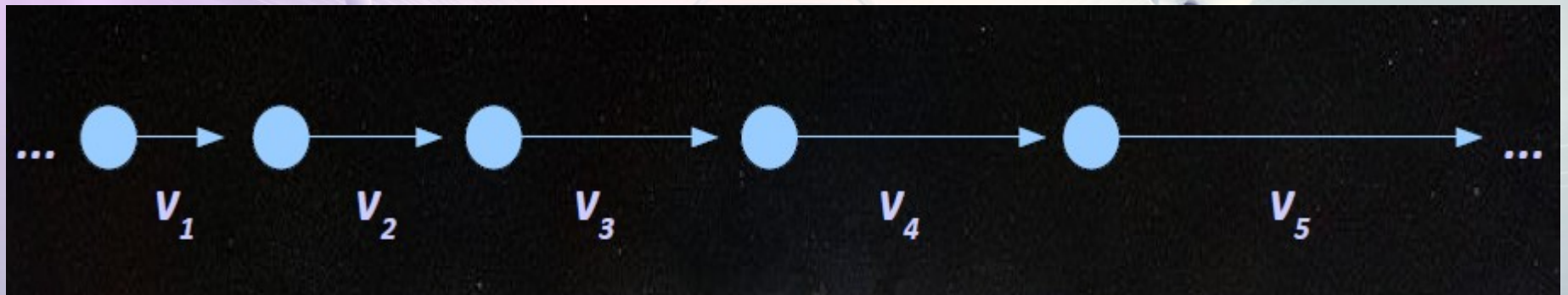
la particella ha una energia dovuta al solo fatto che ha una velocità v

ENERGIA CINETICA: $T = \frac{1}{2} m v^2$

Dopo la forza .. l'energia

K^-

Possibilità 2: la particella si muove con velocità ($v(t)$) che cambia istante per istante (è una funzione di t)

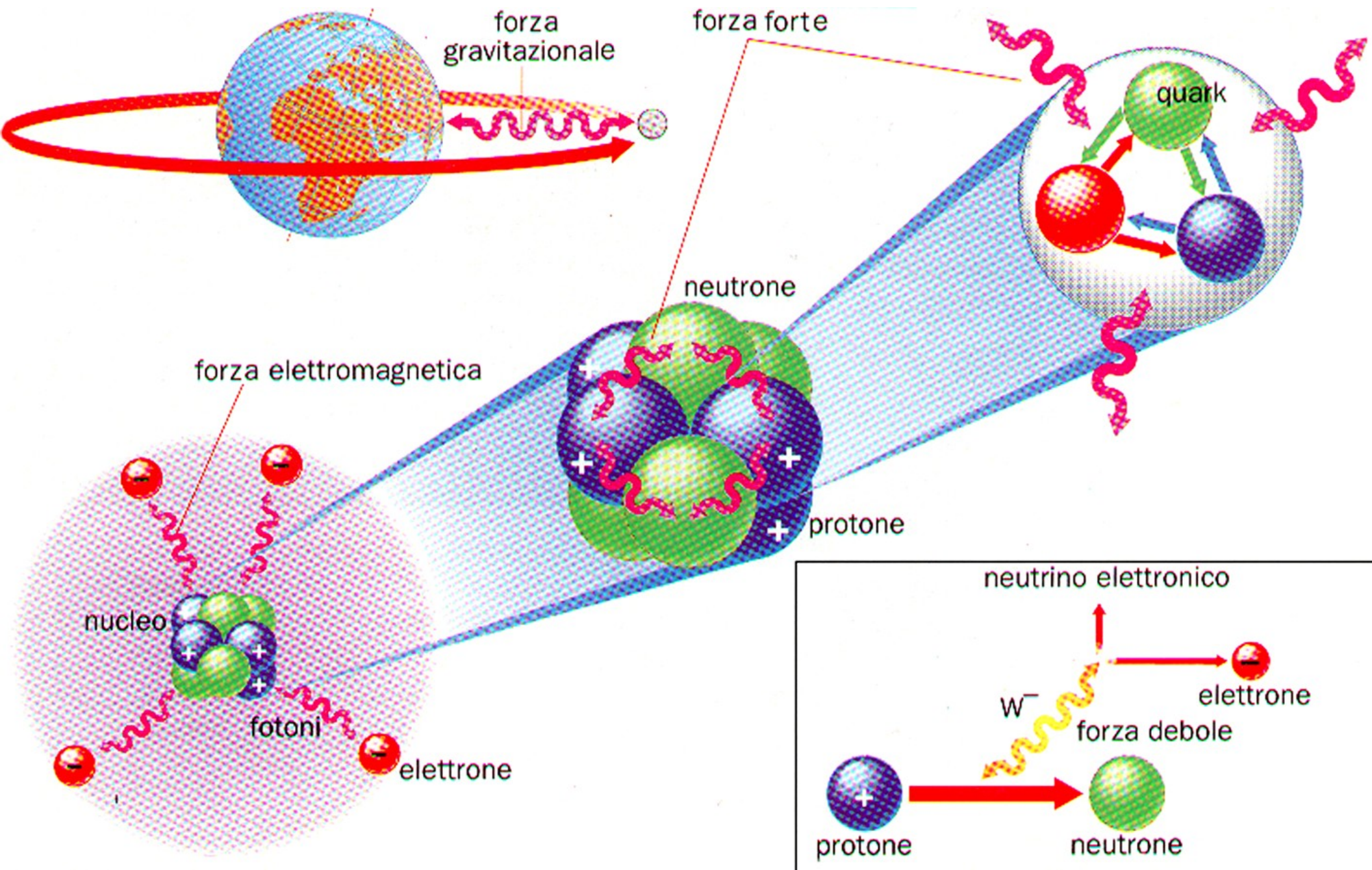


una forza sta agendo sulla particella $\rightarrow$ la particella sta interagendo con qualche altro corpo

la particella ha una energia cinetica T dovuta al fatto che ha una velocità v
+
la particella ha una energia potenziale U legata alla forza impressa dal corpo
interagente

ENERGIA TOTALE: $E = T + U = \frac{1}{2} m v^2 + U$

LE FORZE DELLA NATURA



La meccanica classica : il principio di minima azione .. un modo più complicato per dire la stessa cosa :P

K-

Hamilton unificò gli studi di Lagrangia sulla meccanica analitica, di Eulero sull'energia potenziale e di Maupertuis sull'energia cinetica:

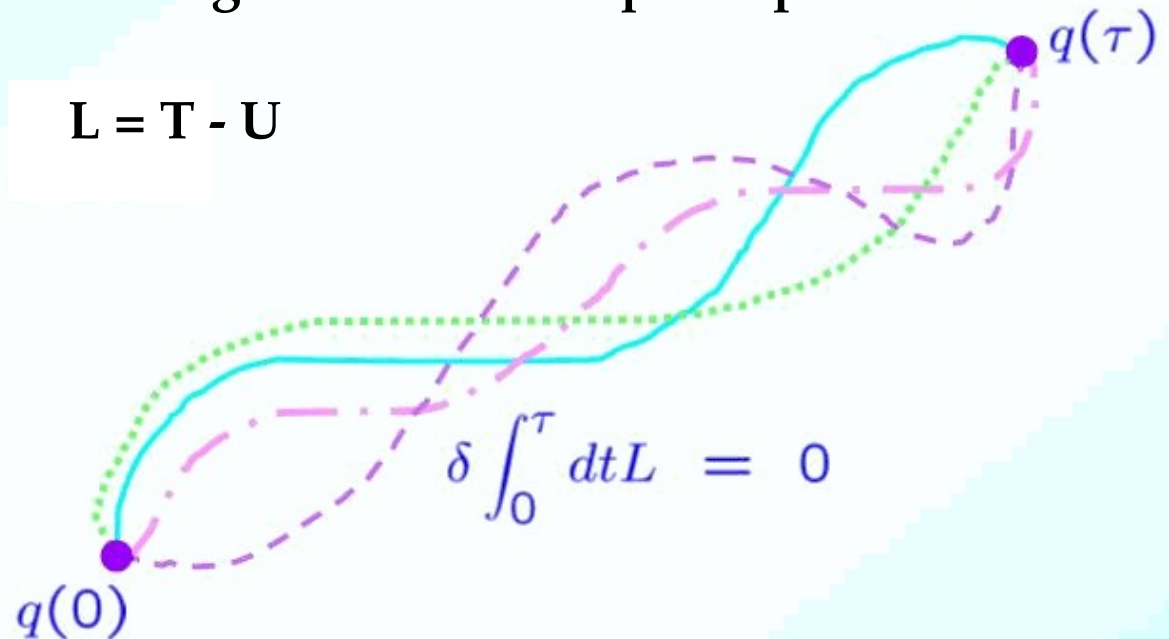
fra le infinite possibili, la traiettoria $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$ seguita dalla particella è quella che rende minima l'azione:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(x(t), \dot{x}(t), t) dt$$

La Lagrangiana è la somma dell'energia cinetica e di quella potenziale



$$L = T - U$$



Termodinamica : una teoria per sistemi con troppe incognite

K-

Se devo descrivere (fare previsioni sull'evoluzione di un sistema) ed il numero di particelle interagenti del sistema è troppo grande .. dove grande significa $N > 3!!!$

la meccanica non mi è di grande aiuto :(

esempio: N particelle interagenti tramite gravità

- $N = 2 \rightarrow$ no problem

- $N = 3 \rightarrow$ una soluzione analitica (risolvere le equazioni del moto del sistema per ottenere $r_1(t)$ $r_2(t)$ $r_3(t)$) date le posizioni e le velocità dei tre corpi all'istante

iniziale, è possibile solo per casi particolari:

1) la massa di uno dei tre corpi è trascurabile

2) due corpi orbitano circolarmente o ellitticamente attorno ad un corpo centrale

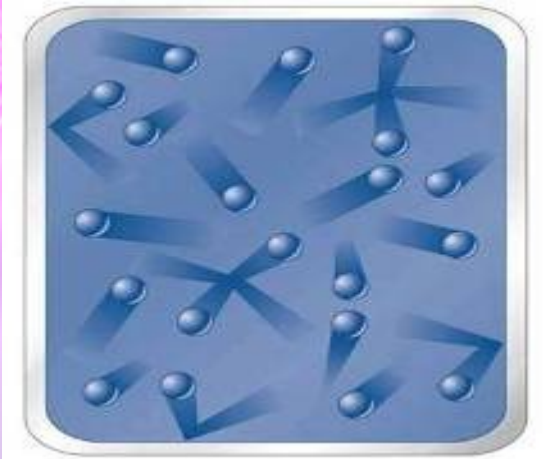
(Lagrangia Poincaré ...)

- **$N > 3$ non esistono soluzioni analitiche -.-**

computer (soluzioni numeriche), oppure teoria delle perturbazioni.

Il risultato è affidabile entro un certo tempo, poi si allontana imprevedibilmente dalla realtà $\rightarrow$ *sistema deterministico caotico*

Termodinamica : una teoria per sistemi con troppe incognite



Una ampolla di gas contiene un numero di Avogadro di particelle

$$N \sim 6 \times 10^{23} \text{ particelle !!!}$$

fare previsioni sulle traiettorie e le velocità delle particelle è impensabile! Ricetta:

- 1) Si tratta il sistema come una porzione separata dal resto dell'universo
- 2) fra una trasformazione (scambio di energia di qualche tipo) e l'altra il sistema viene considerato in equilibrio
- 3) si considerano le evoluzioni nel tempo di grandezze *macroscopiche*, che rappresentano la media su tutte le particelle del sistema delle loro proprietà:

energia totale media – **E** / numero di particelle – **N** / temperatura – **T**
pressione – **P** / volume – **V** / entropia – **S**

Termodinamica : una teoria per sistemi con troppe incognite

K-

- 1) Si tratta il sistema come una porzione separata dal resto dell'universo
- 2) fra una trasformazione (scambio di energia di qualche tipo) e l'altra il sistema viene considerato in equilibrio
- 3) si considerano le evoluzioni nel tempo di grandezze *macroscopiche*, che rappresentano la media su tutte le particelle del sistema delle loro proprietà:

energia totale media – **E** / numero di particelle – **N** / temperatura – **T**
pressione – **P** / volume – **V** / entropia – **S**

Le equazioni della teoria legano le grandezze macroscopiche:

$$dE = \delta Q - \delta L$$

primo principio (conservazione dell'energia)

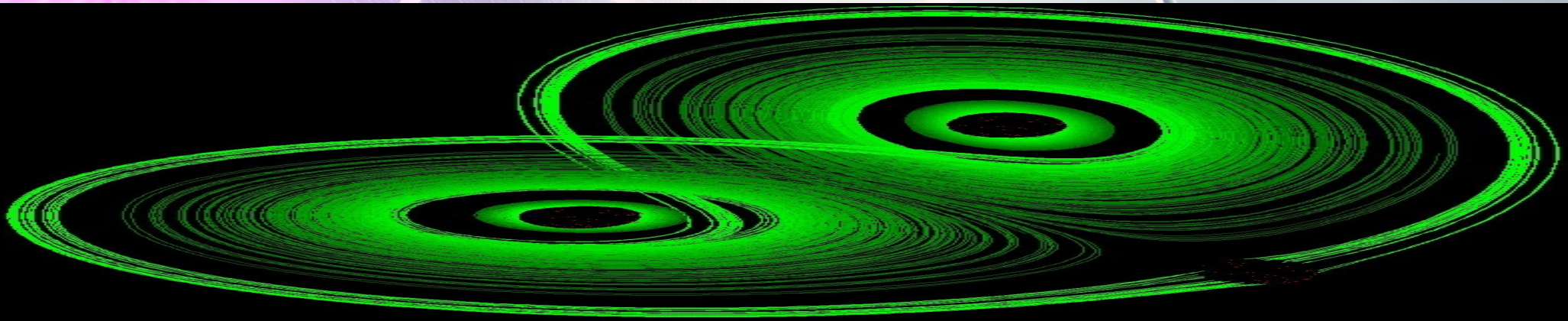
Scambio di calore $T dS$

Lavoro meccanico $P dV$

$$P V = N k T \quad \text{equazione di stato dei gas perfetti}$$

Termodinamica e meccanica c'è un legame?

- 1) invece di considerare N particelle e le loro $3N$ coordinate incognite, immagino che il sistema sia descritto da **UN SOLO PUNTO in uno spazio a $3N$ dimensioni**



- 2) il moto del punto in questo spazio (spazio delle fasi) è governato dalle leggi della meccanica
- 3) le proprietà di equilibrio macroscopico del sistema corrispondono a valori medi delle quantità microscopiche delle particelle utilizzando come peso la **distribuzione di probabilità $\rho(r_1, r_2, \dots, r_N)$** del sistema in questo spazio
- 4) POSTULATO: un sistema isolato in equilibrio non ha preferenze per nessuno dei possibili microstati che può assumere → quindi lo **stato termodinamico più probabile è quello che risulta dal maggior numero di microstati**

numero di microstati

$$S = k \ln(\Omega) = -k \left[\sum_{\text{sui microstati}} \rho \ln(\rho) \right] \quad \text{L'entropia deve essere massima !!!}$$

Termodinamica e meccanica c'è un legame?

K^-

$S = k \ln(\Omega) = -k \left[\sum_{\text{sui microstati}} \rho \ln(\rho) \right]$ Lo stato macroscopico di equilibrio è quello che rende massima l'entropia

Da cui si ottiene la distribuzione di probabilità ρ

Facendo la media su ρ posso ottenere le grandezze macroscopiche del sistema, es. la temperatura:

$$\langle \frac{1}{2} m v^2 \rangle = \frac{3}{2} N k T$$

La temperatura è una misura della velocità media delle particelle

E tutte le leggi empiriche della termodinamica! $dE = \delta Q - \delta L \dots$

La termodinamica segue dalle leggi della meccanica, e dall'uguale probabilità a priori

K^-

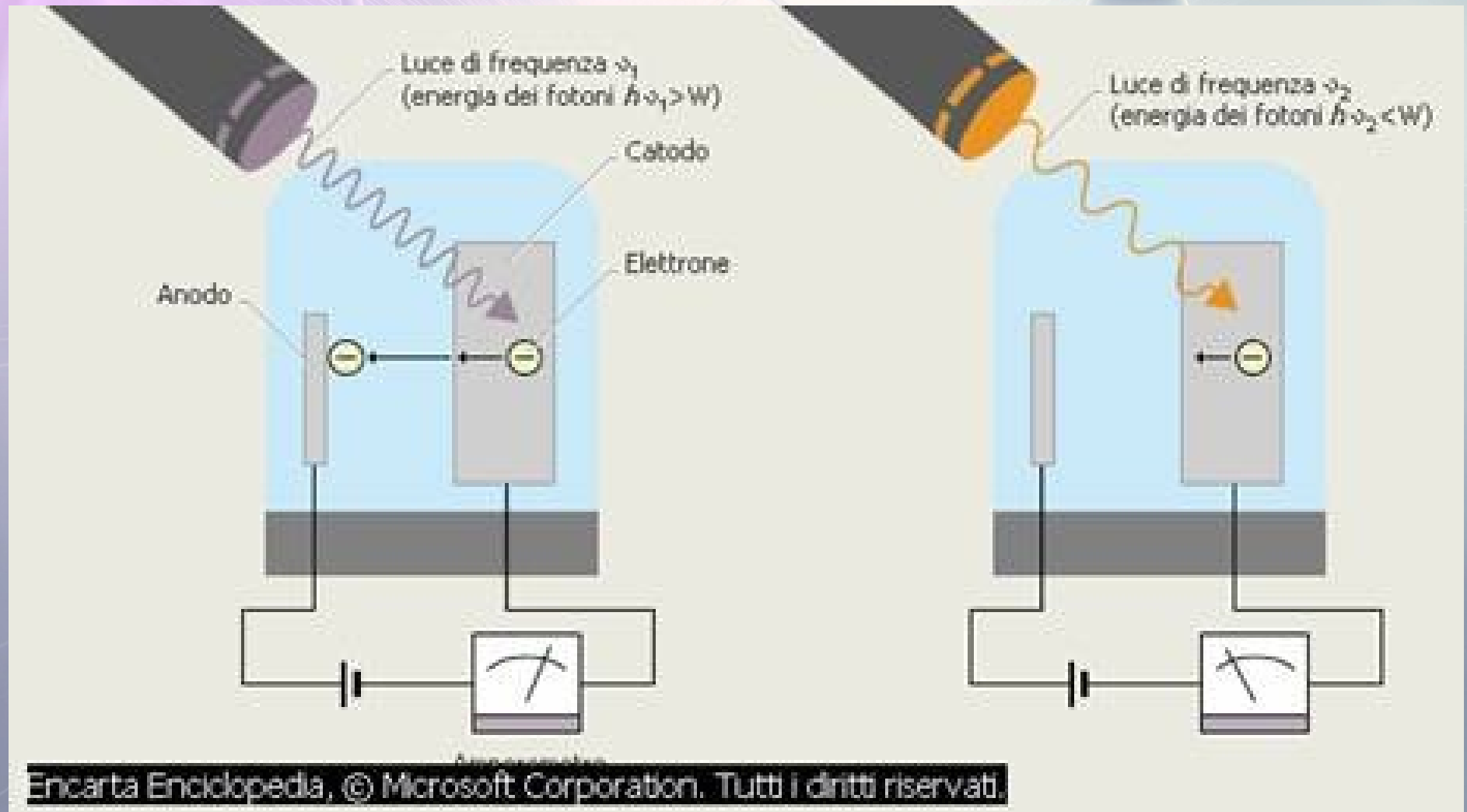
Crisi della meccanica classica .. la meccanica *quantistica*



effetto fotoelettrico

K⁻

Hertz 1887 , Lenard 1900

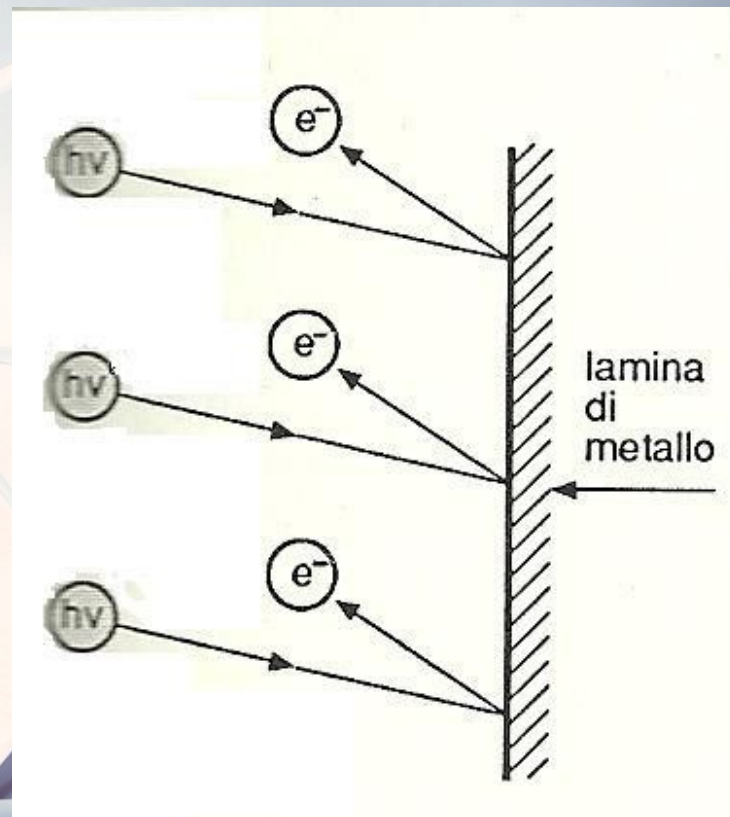


effetto fotoelettrico

K⁻

Aspetti sperimentali:

- *Energia e⁻ emessi:*
 1. non dipende dall'intensità della luce
 2. Dipende dalla frequenza della luce
- Numero di e⁻ emessi dipende dall'intensità della radiazione



Einstein:

- l'energia della radiazione elettromagnetica non è distribuita sul fronte d'onda.
- I fotoni (quanti di energia) devono portare energia maggiore del lavoro di estrazione dell'elettrone.
- l'energia del fotone dipende dalla frequenza:

$$E = hf = \frac{h}{2\pi} 2\pi f \equiv h\omega$$

Radiazione elettromagnetica..

K^-

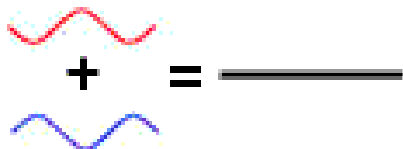
onde o particelle



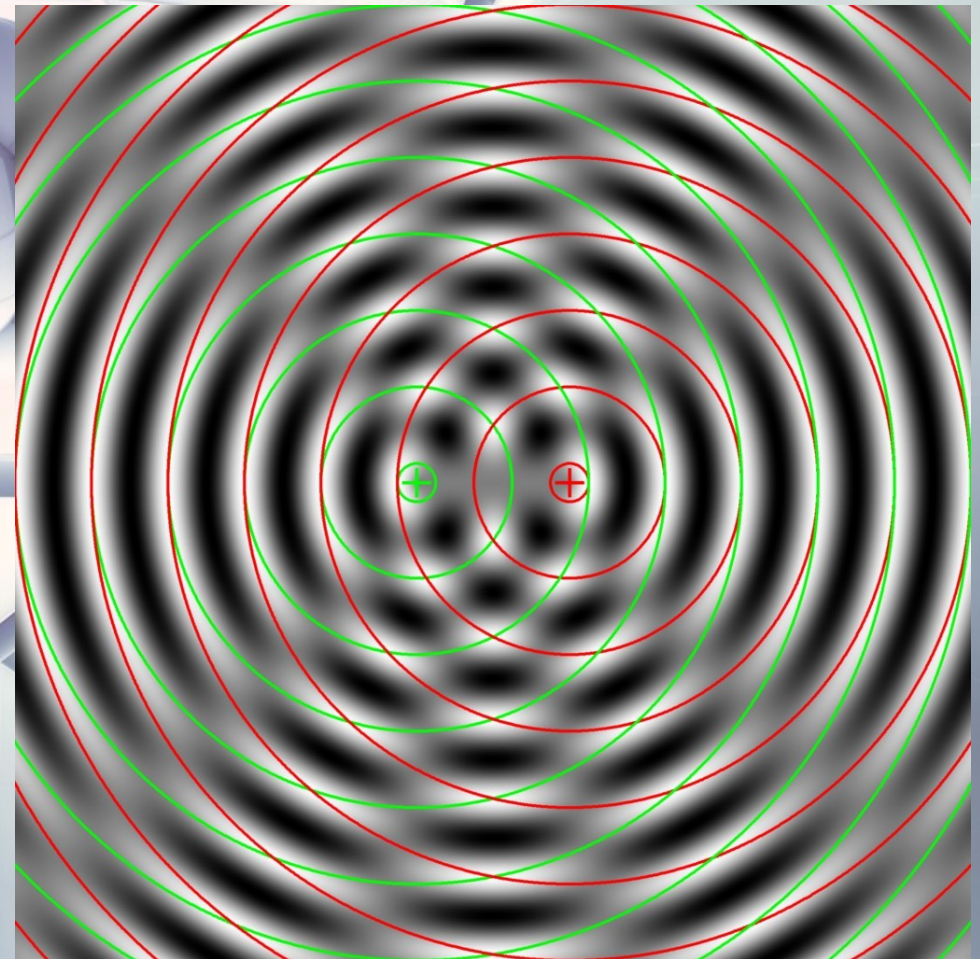
Le onde interferiscono :
usiamolo come test



interferenza
costruttiva



interferenza
distruttiva

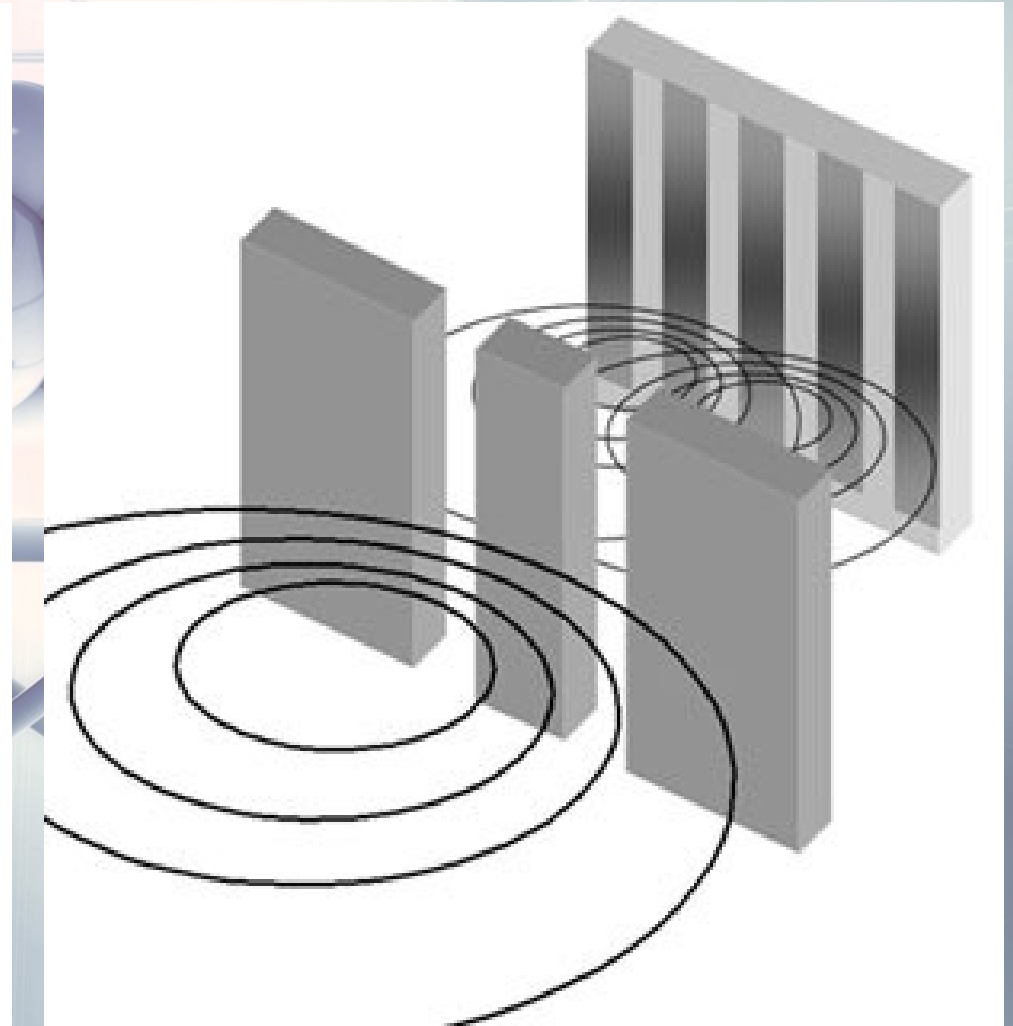
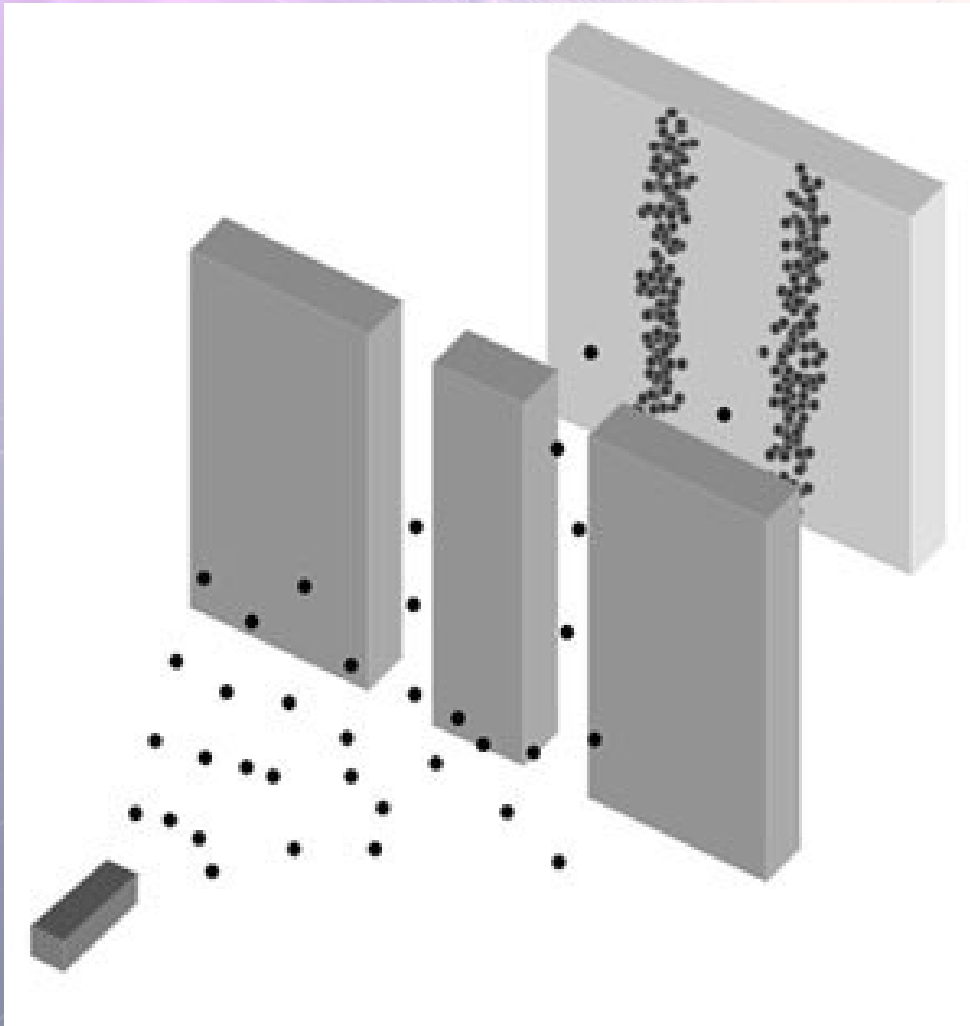


Radiazione elettromagnetica.. onde o particelle

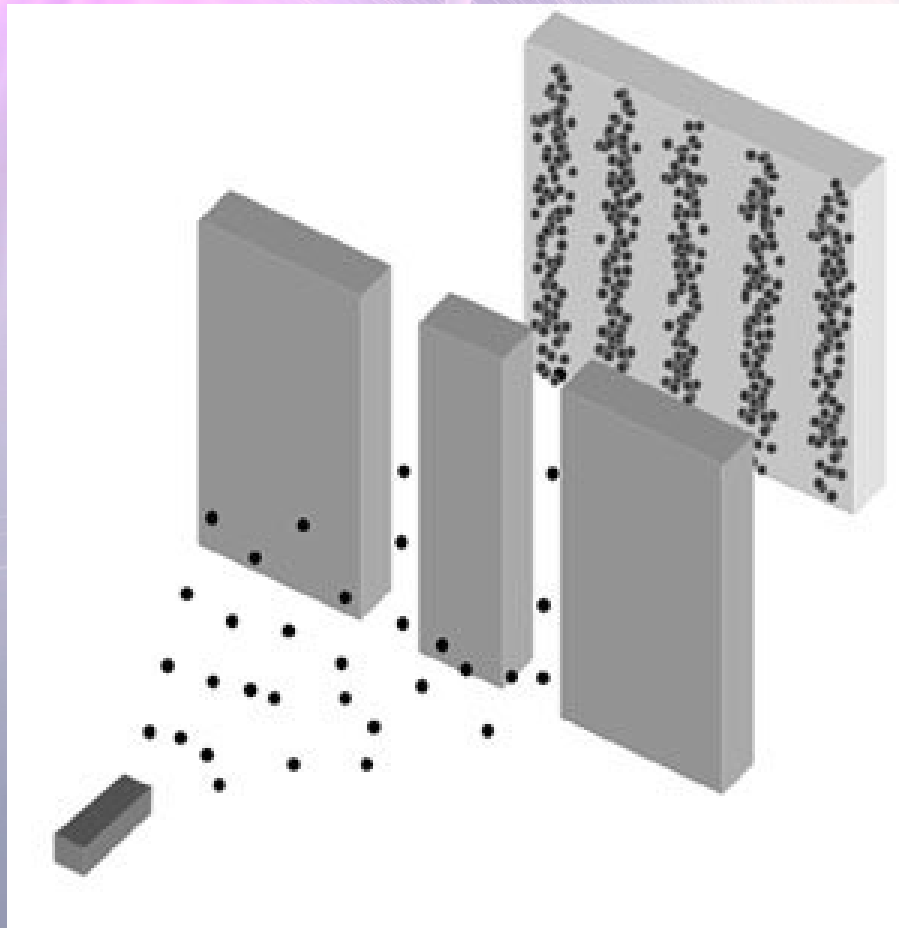
K^-

Se la luce è una
particella....

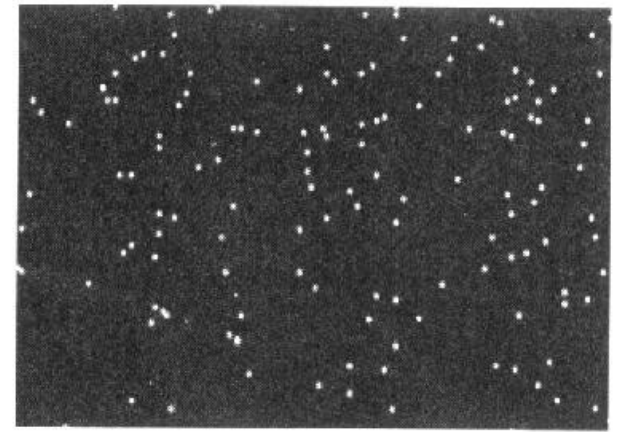
Se la luce è un' onda...



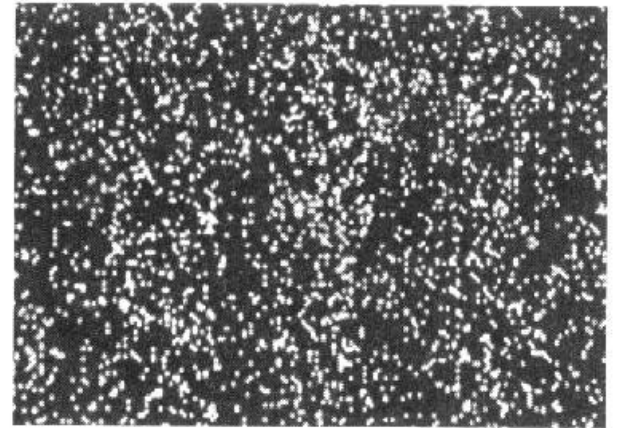
Proviamo con gli elettroni ..



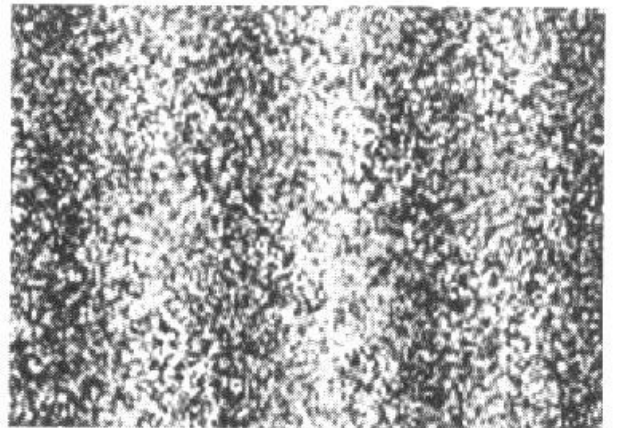
Anche gli elettroni interferiscono
come le onde ?!?



(b) After 100 electrons



(c) After 3000 electrons



(d) After 70 000 electrons

Dualismo onda particella

K⁻

1923 De Broglie: Un e⁻ si comporta talvolta come un'onda e talvolta come una particella

Particella

Impulso (**p**)

Energia (**E**)

Onda

Lunghezza d'onda (**λ**)

Frequenza (**ν**)

...ad ogni particella è associata un'onda:

$$\mathbf{p} = \mathbf{h}/\lambda \quad \mathbf{E} = h \nu$$

con $h=6.6 \cdot 10^{-34}$ Jsec

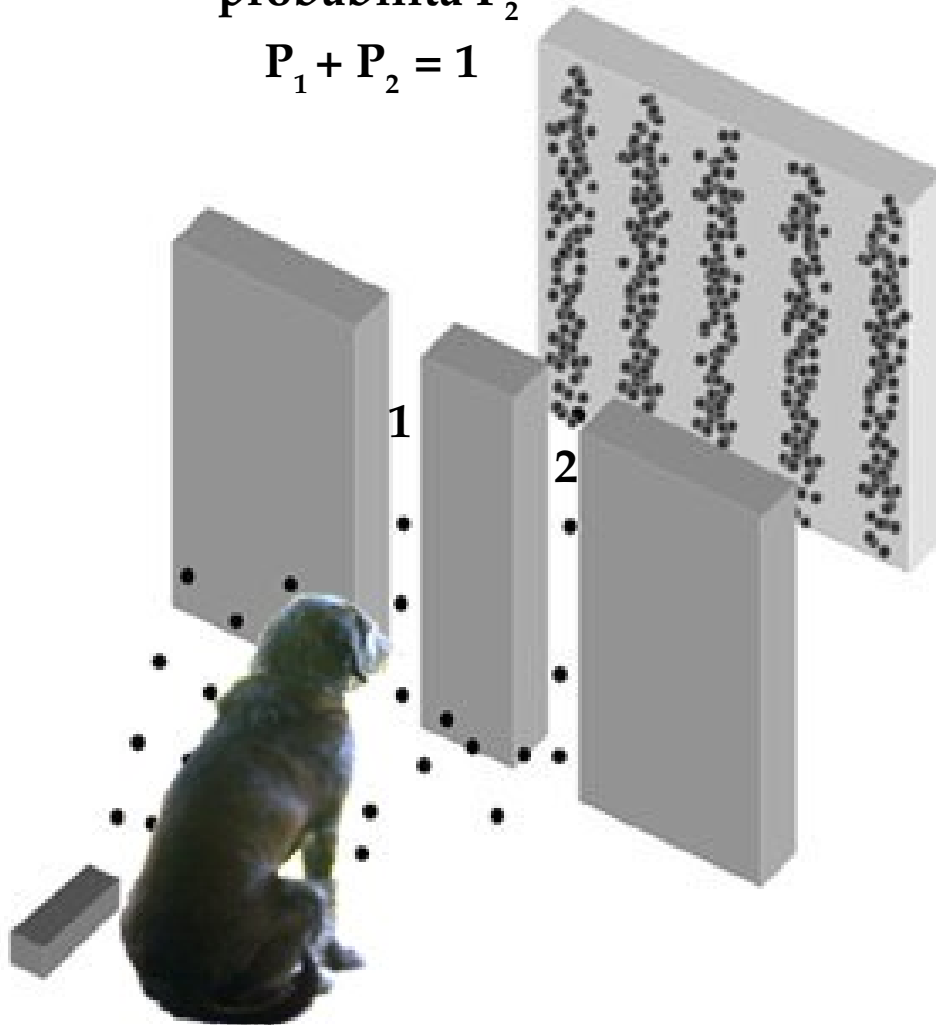
$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{(6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js})}{(9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg})(10^7 \text{ m/s})} = 7.28 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

Mettiamo un osservatore...

Lascio passare un elettrone per volta ..
interferisce con se stesso!!!

L'elettrone attraversa una fenditura con una
probabilità P_1 E l'altra fenditura con
probabilità P_2

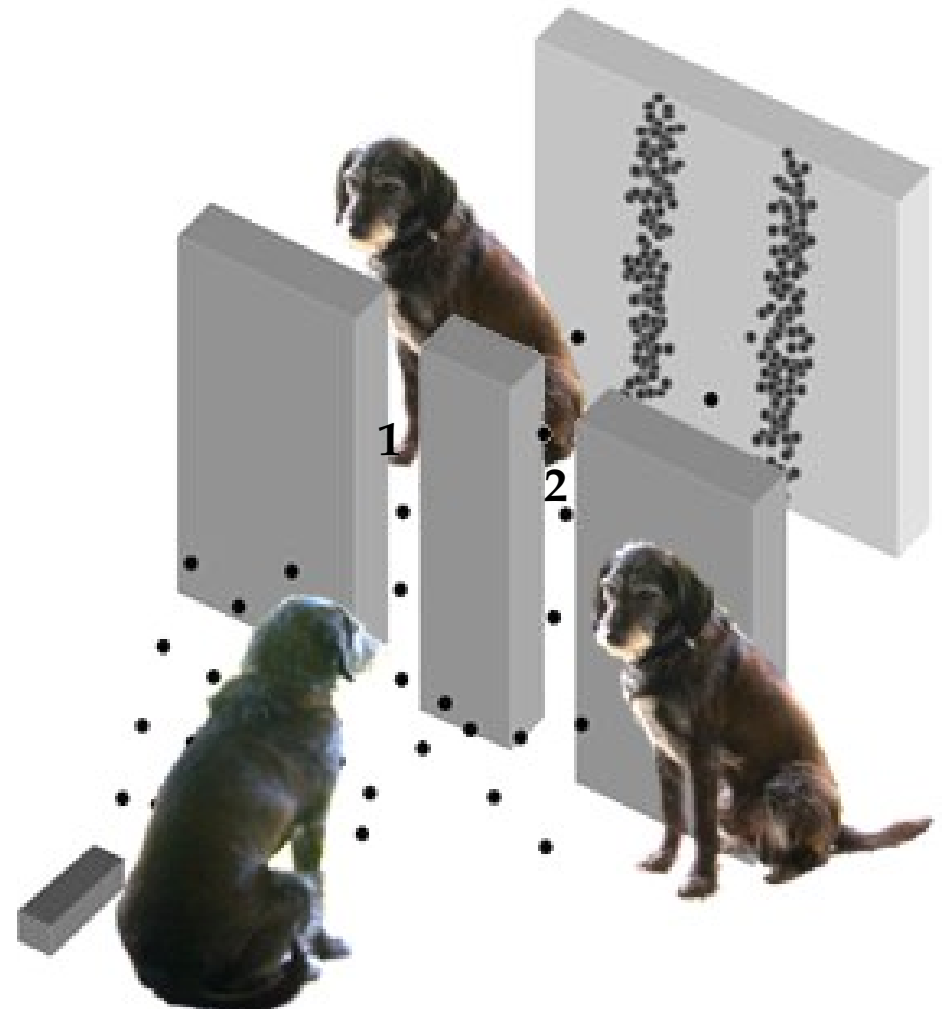
$$P_1 + P_2 = 1$$



Se invece osservo in quale fenditura passa
l'interferenza scompare:

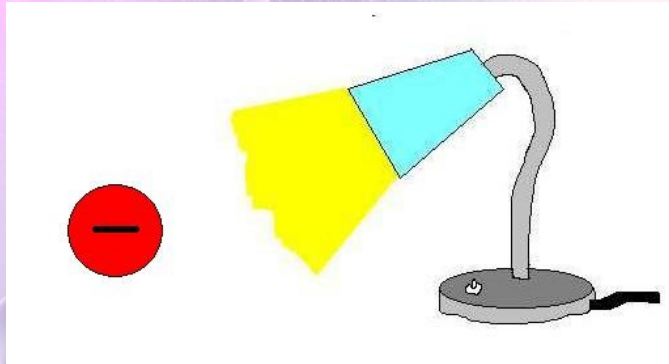
l'elettrone passa in 1 $\rightarrow P_1 = 1$

l'elettrone passa in 2 $\rightarrow P_2 = 1$



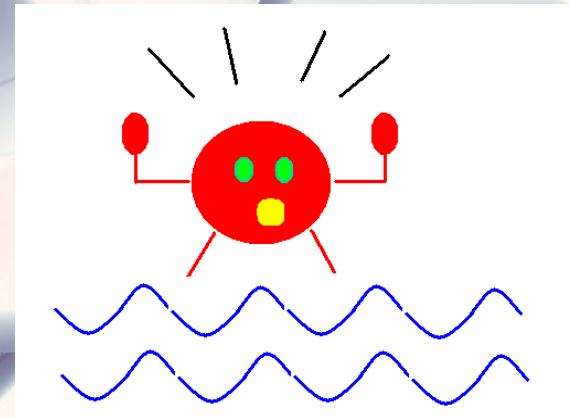
L'osservatore in meccanica quantistica

K^-



Per osservare qualcosa dobbiamo farlo interagire con uno strumento di misura

Questa interazione perturba l'oggetto (ad es. un elettrone) osservato



Esiste un limite intrinseco all'accuratezza delle osservazioni che possiamo compiere.

Il principio di indeterminazione di Heisemberg

K⁻

Il processo di misura
perturba irreparabilmente ciò
che stiamo misurando



E' possibile conoscere con
precisione arbitraria la posizione
di una particella

E' possibile conoscere con
precisione arbitraria la sua
velocità



Non è possibile conoscere entrambe queste variabili con precisione qualsiasi

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

La meccanica quantistica : una teoria assiomatica basata su quattro principi ...



1927 János Lajos Neumann
(allievo di Hilbert)

sviluppa la formulazione assiomatica della
meccanica quantistica:

- le particelle sono descritte da **funzioni d'onda $\psi(t)$** .

- le particelle non hanno più traiettorie $r(t)$!!!
ma la **funzione d'onda fornisce la probabilità** di trovare la
particella in un certo punto.

- la **funzione d'onda evolve** nel tempo seguendo
l'**equazione di Schrodinger** (deterministica):

$$H(t) | \psi(t) \rangle = i\hbar \frac{d}{dt} | \psi(t) \rangle$$

- la particella si trova in una sovrapposizione di più stati
possibili (con varie possibilità) fin quando non effettua la
misura!!!



Il problema della misura



- l'equazione di Schrodinger è deterministica (come la meccanica classica)

MA

la funzione d'onda fornisce soltanto delle probabilità



ENTANGLEMENT un oggetto macroscopico può trovarsi contemporaneamente in due stati !!!

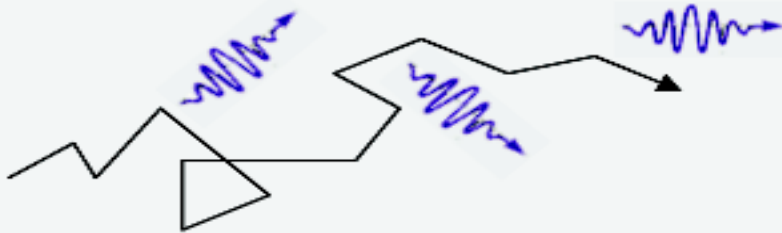
La teoria non dice quando un oggetto smette di comportarsi in modo microscopico (quantistico) e diventa macroscopico (classico)

Il problema della misura .. possibile soluzione

FREE PARTICLE

1. Quantum mechanics

2. Collapse models



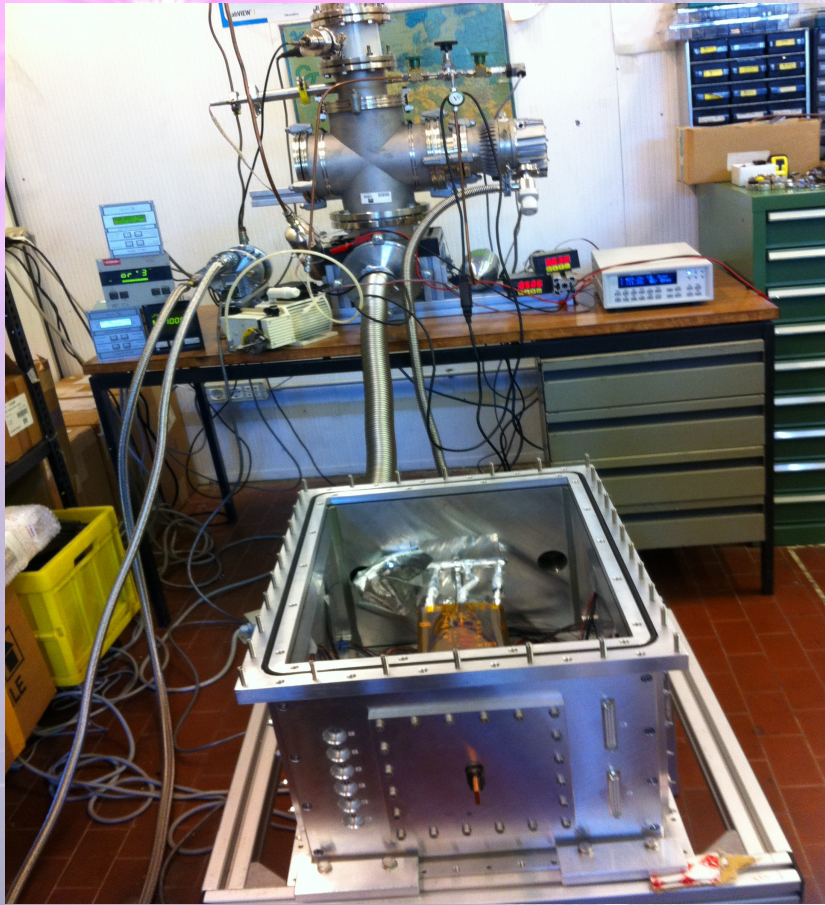
- Modelli di localizzazione spontanea continua (CSL)

- la particella interagisce con un campo stocastico che ne causa il collasso

Come la termodinamica è una teoria effettiva di una teoria più fondamentale (la meccanica statistica) così la meccanica quantistica potrebbe essere il riflesso di una teoria più profonda.

Questi modelli sono verificabili sperimentalmente !

Soltanto un nuovo giocattolo per fisici ?



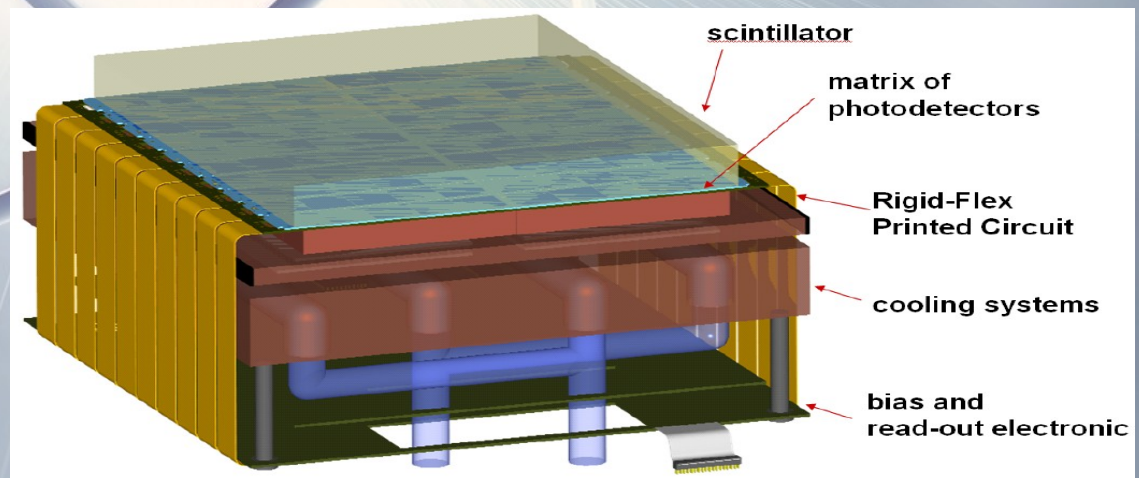
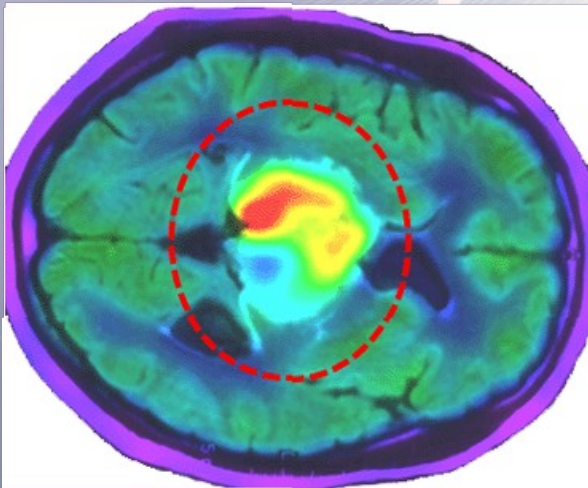
NO I Modelli di collasso vengono testati in laboratorio utilizzando rivelatori di fotoni innovativi (SDD)

che possono essere utilizzati per sostituire i tubi fotomoltiplicatori oggi utilizzati nella PET

tomografia ad emissione di positroni

con la SPECT Single Photon Emission Computed Tomography

che migliorerà la risoluzione di 10 volte !!!



Meccanica quantistica e relatività: il primo passo verso il modello standard

Nel 1928 da **Dirac** che scrive un'equazione per descrivere il moto di un elettrone combinando meccanica quantistica e relatività speciale. Ma l'equazione ha un problema: ha **due soluzioni**! Una per un elettrone con energia positiva e una per un "elettrone" con energia negativa.

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

Relatività

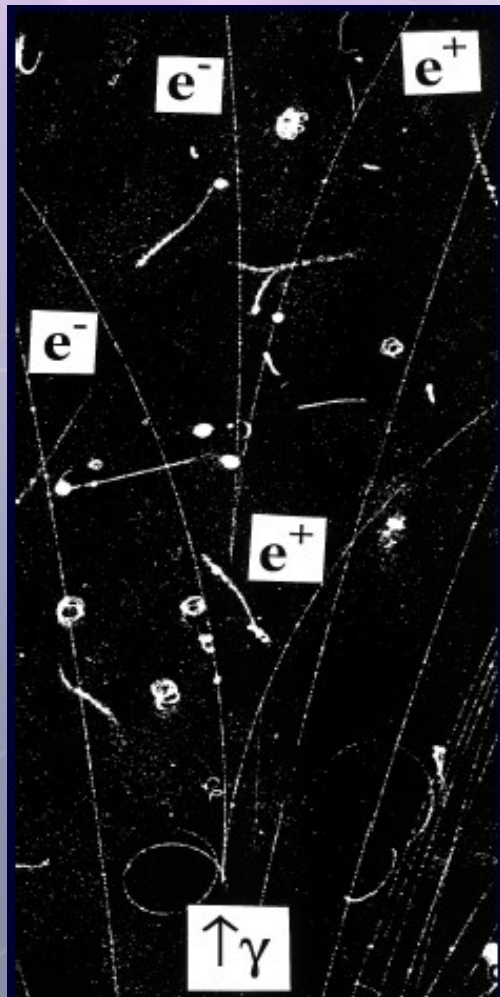
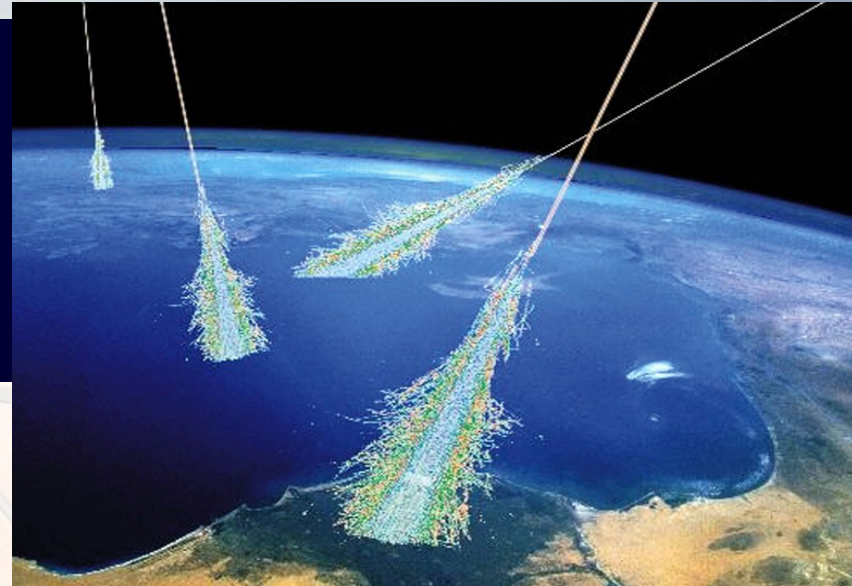
Meccanica
quantistica

Dirac interpreta la soluzione negativa inventando una particella identica all'elettrone, ma con carica elettrica e parità opposta. Questa ipotetica particella, mai osservata fino ad allora, viene denominata da Dirac antielettrone o "**positrone**".



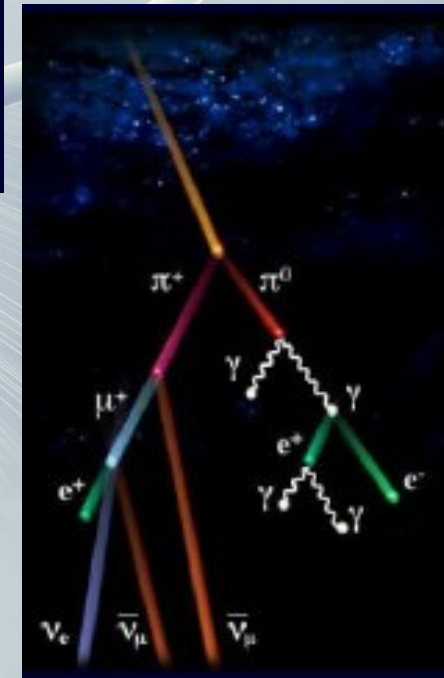
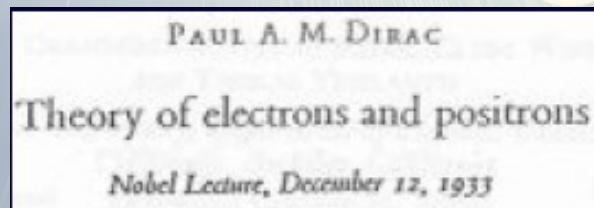
anti-materia

La ricerca della misteriosa particella comincia nel 1930... alcuni anni prima era stata scoperta una sorgente naturale di particelle di alta energia: i raggi cosmici! Particelle di alta energia provenienti dallo spazio urtano gli atomi dell'atmosfera terrestre e producono immensi sciami di particelle di energia più bassa.

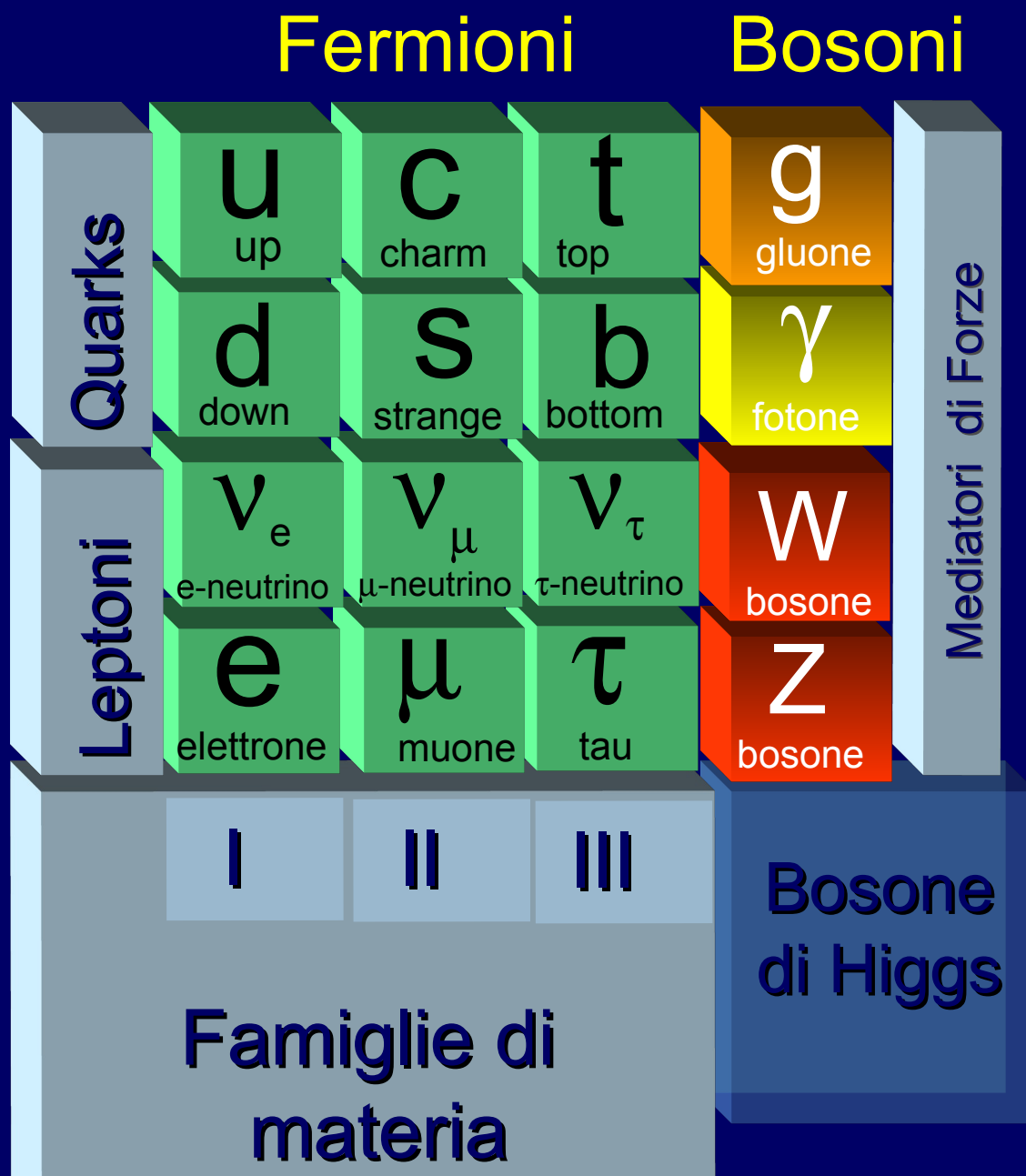


Nel 1932 **Carl Anderson** osserva in una camera a nebbia una particella con carica positiva e con la stessa massa dell'elettrone: e' la conferma della nuova particella prevista da Dirac.

Dirac prende il **Nobel** nel 1933. Nel seminario ottenuto in occasione del Nobel Dirac specula su universi di antimateria paralleli al nostro...



Il Modello Standard



Gravit 



il fantasma
dell'opera



LEPTONI

Particelle soggette alla forza debole. Hanno spin $\frac{1}{2}\hbar$. Diametri inferiori a 10^{-19} m.

Nome	Elettrone	Neutrino elettronico
Simbolo	e^-	ν_e
Carica	-1	0
Massa	0,511 MeV	$< 7 \text{ eV}$
Vita media (s)	$> 10^{30}$	$> 10^{30}$
Nome	Muone	Neutrino muonico
Simbolo	μ^-	ν_μ
Carica	-1	0
Massa	105,7 MeV	$< 0,25 \text{ MeV}$
Vita media (s)	$2,2 \cdot 10^{-6}$	$> 10^{30}$
Nome	Tauone	Neutrino tauonico
Simbolo	τ^-	ν_τ
Carica	-1	0
Massa	1,777 GeV	$< 31 \text{ MeV}$
Vita media (s)	$2,91 \cdot 10^{-13}$	-



QUARK

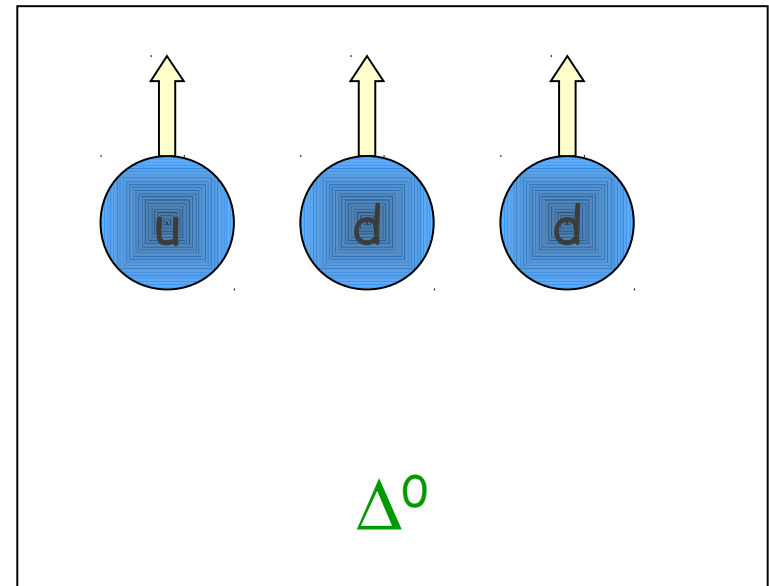
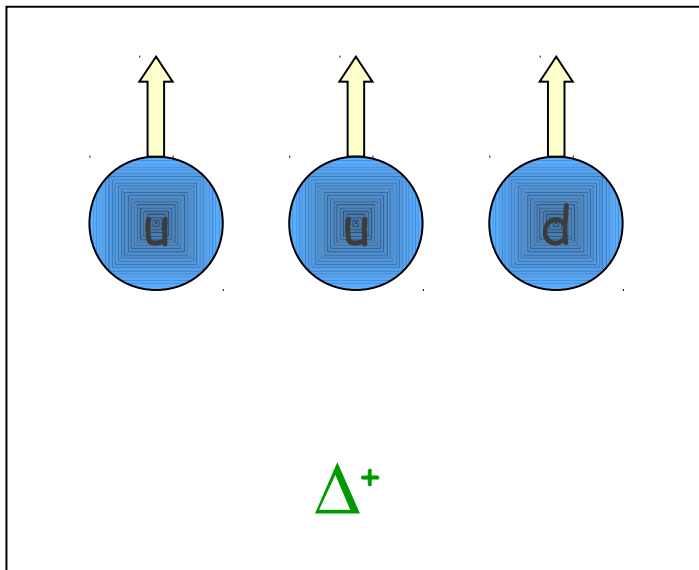
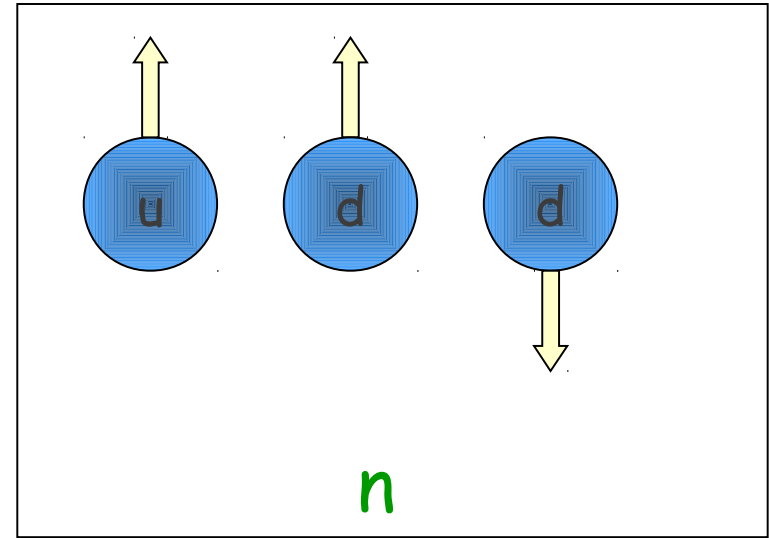
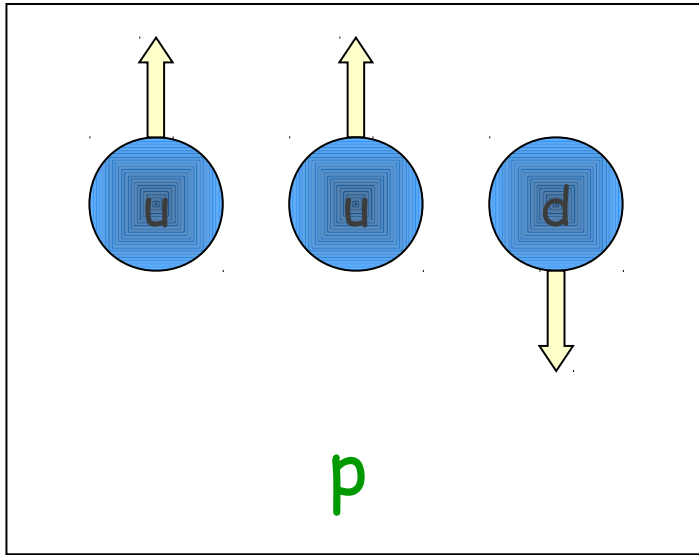
Hanno carica frazionaria.

Hanno spin $\frac{1}{2}\hbar$

Nome	up	down
Simbolo	u	d
Carica	+2/3	-1/3
Massa	3,5 MeV	3,5 MeV
Nome	charm	strange
Simbolo	c	s
Carica	+2/3	-1/3
Massa	1,8 GeV	520 MeV
Nome	top	bottom
Simbolo	t	b
Carica	+2/3	-1/3
Massa	172 GeV	5,2 GeV

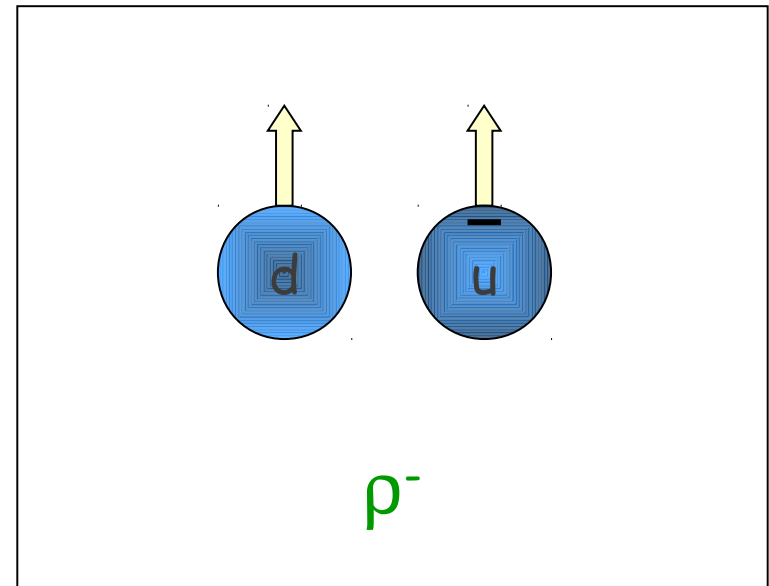
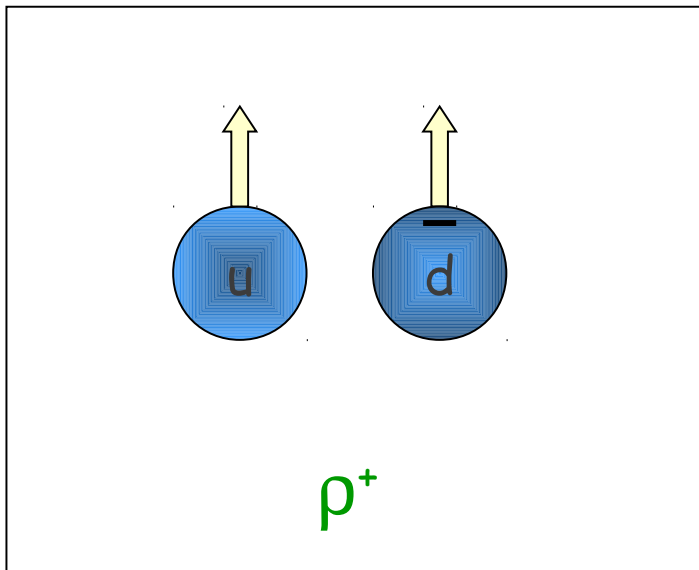
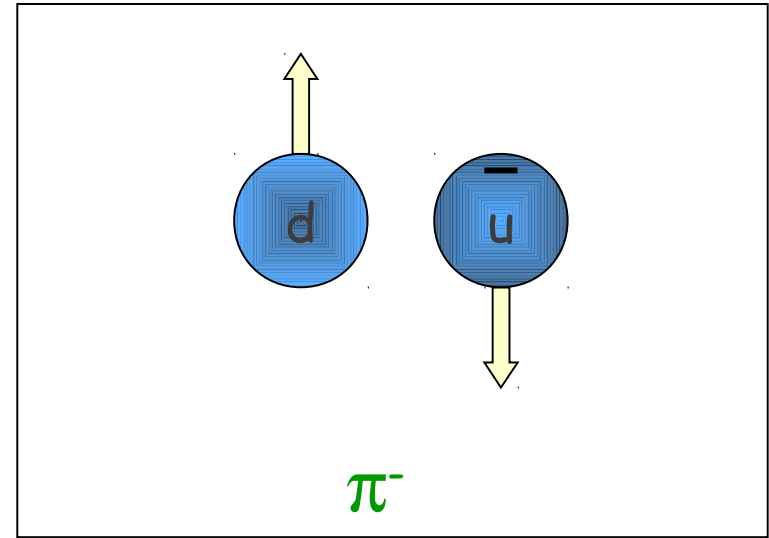
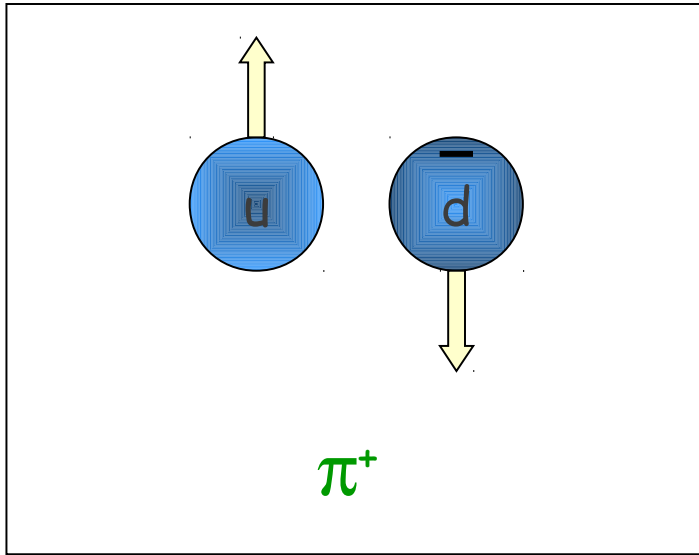
PROPRIETA' DEI QUARK

Barioni



PROPRIETA' DEI QUARK

Mesoni



CARICA DI COLORE

Il principio di esclusione di Pauli, secondo il quale in un atomo due elettroni non possono avere simultaneamente gli stessi numeri quantici, può essere generalizzato a tutte le particelle con spin semintero.

I quark avendo spin $\frac{1}{2}$ devono ubbidire al principio di esclusione di Pauli.

Ci sono alcuni adroni che hanno quark dello stesso tipo e con lo stesso spin

(per esempio $\Delta^+ = u u u$ spin $3/2$)

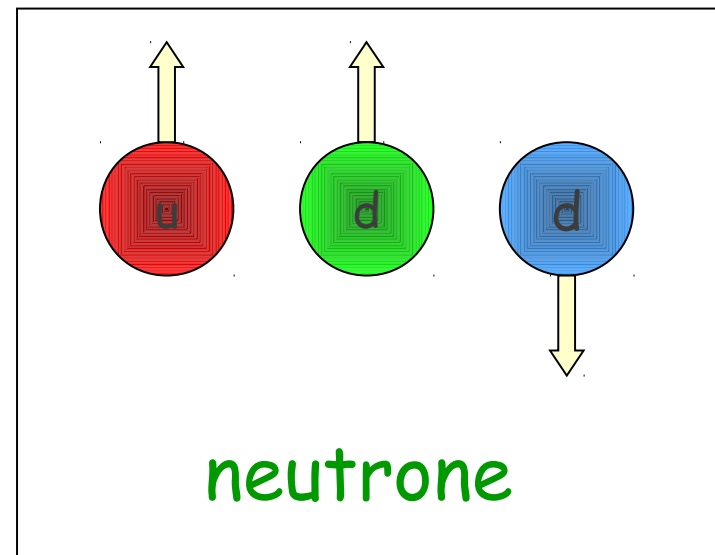
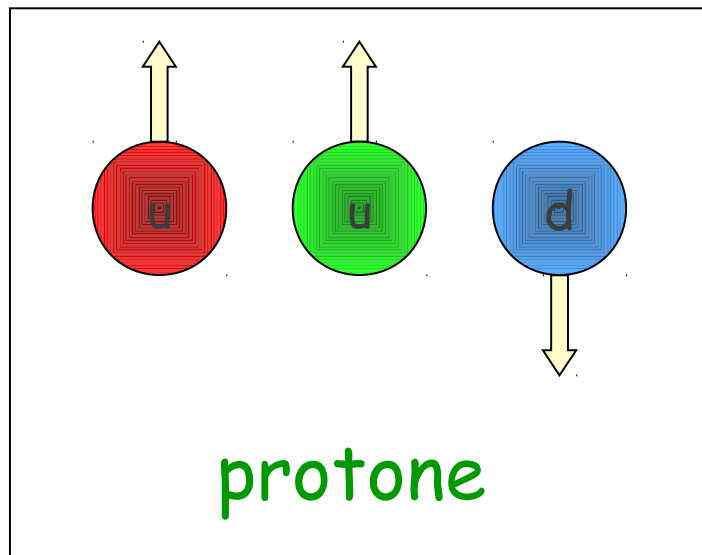
Ogni quark deve avere una proprietà aggiuntiva che viene chiamata *carica di colore*.

Sono possibili tre diverse cariche di colore: rosso, verde, blu.

CARICA DI COLORE

Tutti i barioni sono costituiti da quark rossi, verdi e blu.

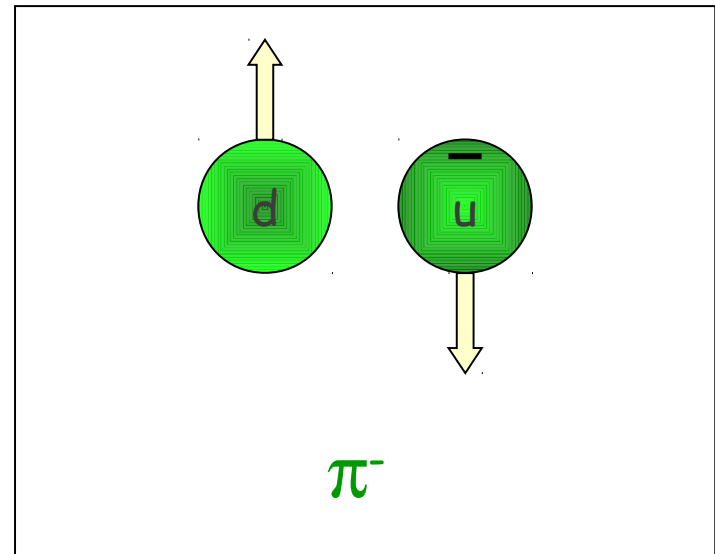
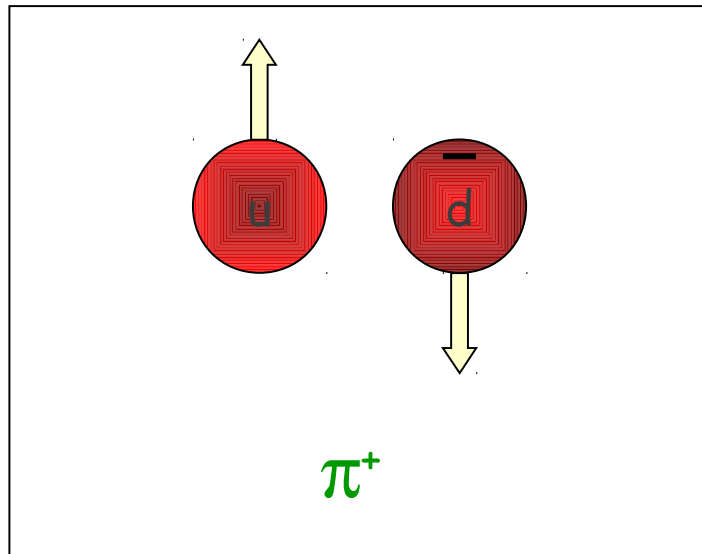
Come per i colori veri e propri la combinazione di tutti i colori primari dà il bianco, così la combinazione dei quark colorati dà barioni incolori.



CARICA DI COLORE

Come un quark ha un antiquark, ogni colore ha il suo anticolore.

I mesoni sono costituiti da un quark di un colore e un antiquark che porta l'anticolore.



CARICA DI COLORE

Le varietà di quark (up, down, ecc.) sono dette sapori (flavors).

Ogni sapore si presenta in tre colori

$$(6 \text{ sapori}) \times (3 \text{ colori}) = 18 \text{ quark}$$

Ai 18 quark sono associati 18 antiquark.

Ognuno dei 6 leptoni ha un'antiparticella (12 in tutto)

Totale 48 particelle elementari.

Saranno troppe ?



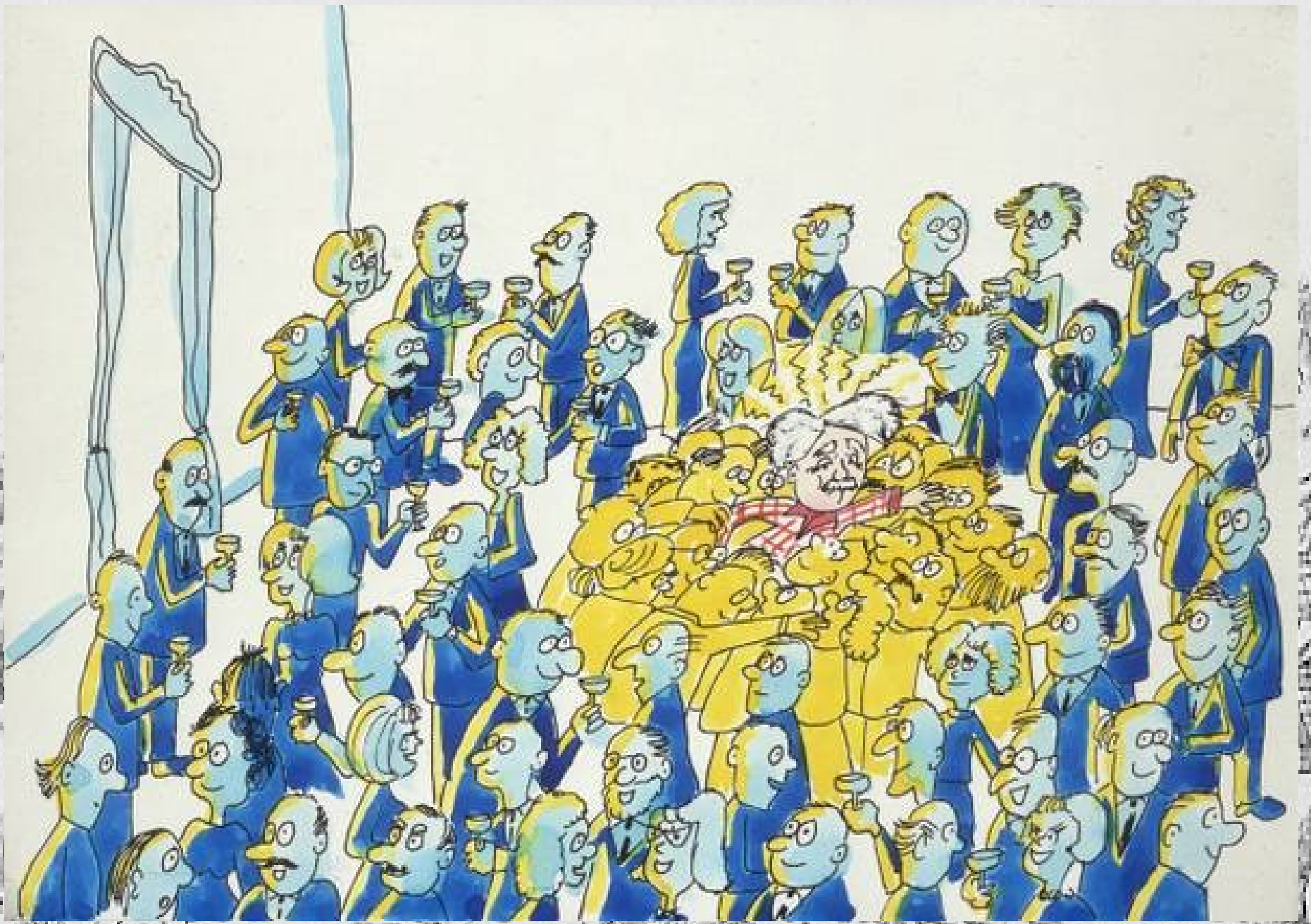
**Il meccanismo di
Higgs:
perchè le particelle
hanno massa???**



Immaginiamo una stanza piena di fisici che stanno tranquillamente discutendo fra loro e immaginiamo che questo sia lo spazio occupato dal campo di Higgs...



...uno scienziato famoso entra nella sala determina una perturbazione nel momento in cui attraversa la stanza e ad ogni passo che fa attira gruppi di ammiratori...



questa situazione causa un aumento della resistenza al movimento, in altre parole lo scenziato famoso acquisisce massa, proprio come fa una particella che attraversa il campo di Higgs.

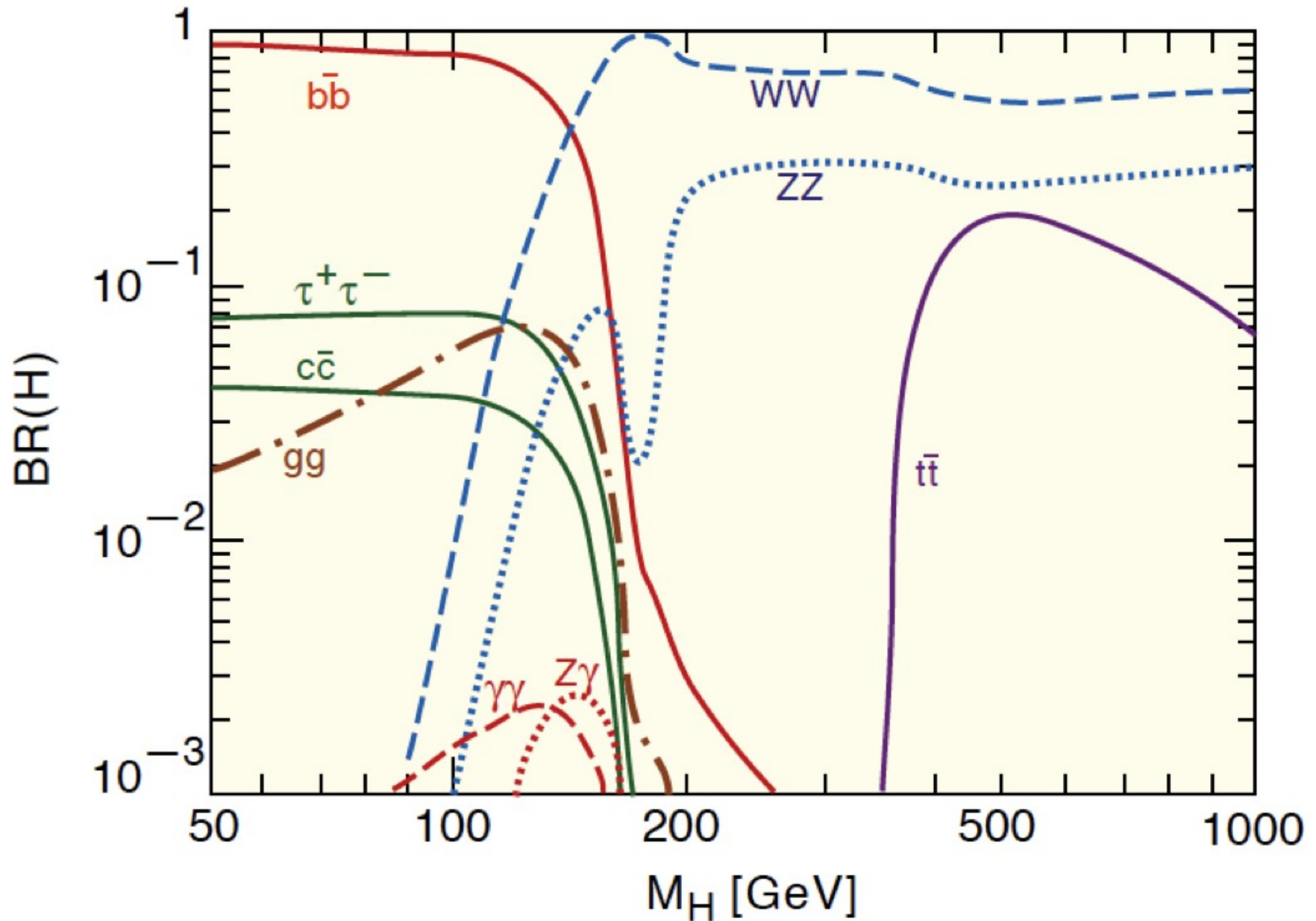


Un effetto analogo si può osservare se all'improvviso nella sala qualcuno fa circolare una voce ...

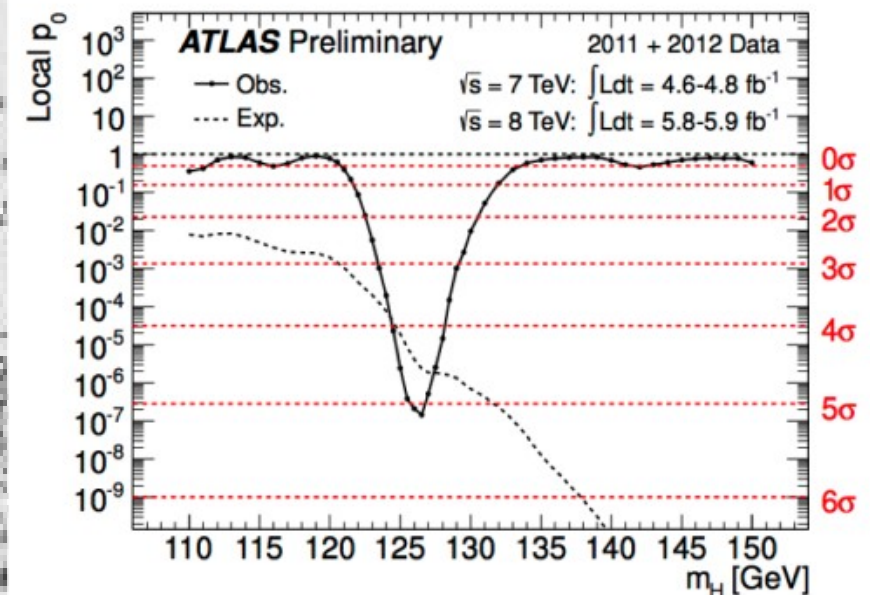
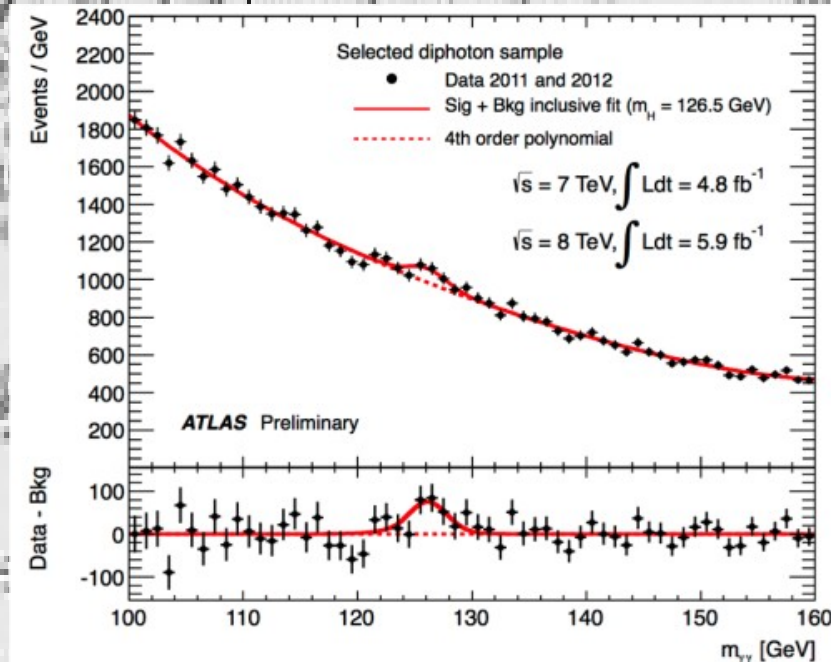
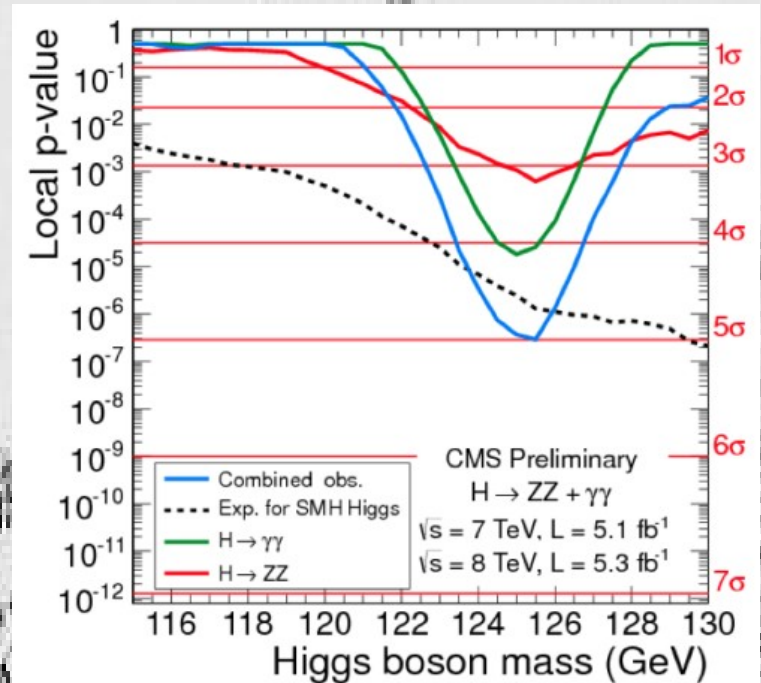
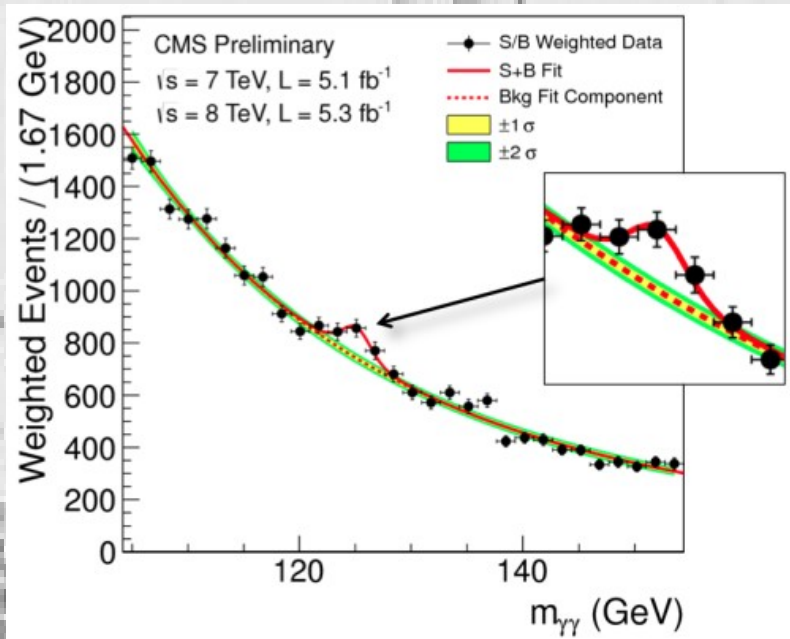


questa porta le persone presenti a riunirsi in gruppi: questi ultimi sono le particelle di Higgs

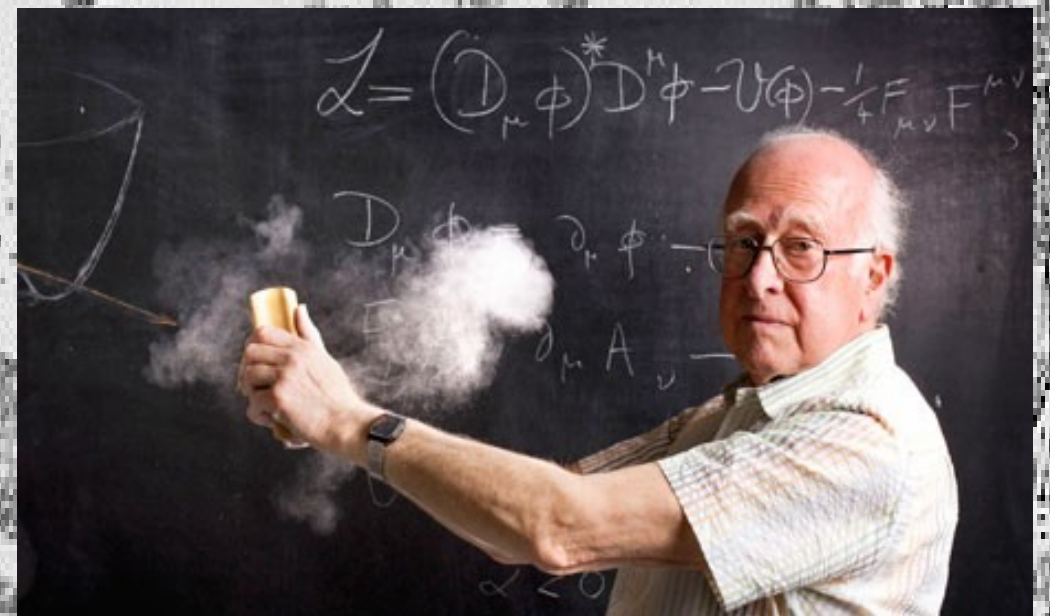
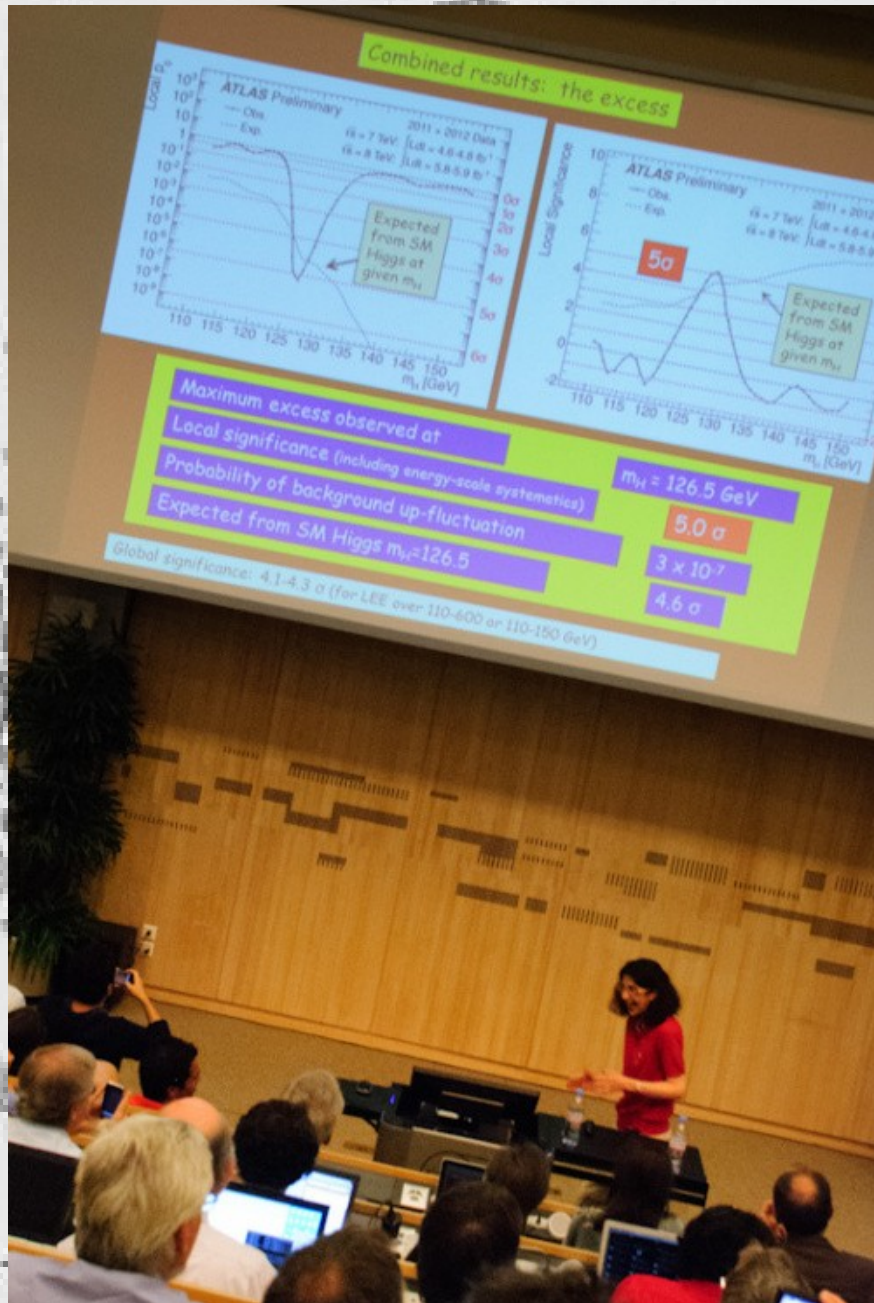
Dove e come lo troviamo?



Dove e come lo abbiamo trovato!!!



5 Luglio 2012



Il Modello Standard risponde a molte domande
ed è oggi la teoria verificata sperimentalmente con
maggior precisione ..

.. ma molte questioni rimangono ancora aperte

Perché ci sono tre generazioni di quark, e tre di leptoni?

I quark e i leptoni sono davvero fondamentali, o sono a loro volta composti di particelle più elementari?

Il Modello Standard non è in grado di predire la massa di una particella

perché l'universo risulta composto principalmente di materia?

Come rientra la gravità nel Modello Standard ?

Sappiamo che nell'universo ci deve essere molta più materia di quella che possiamo osservare. Questa invisibile materia oscura, che cosa è?

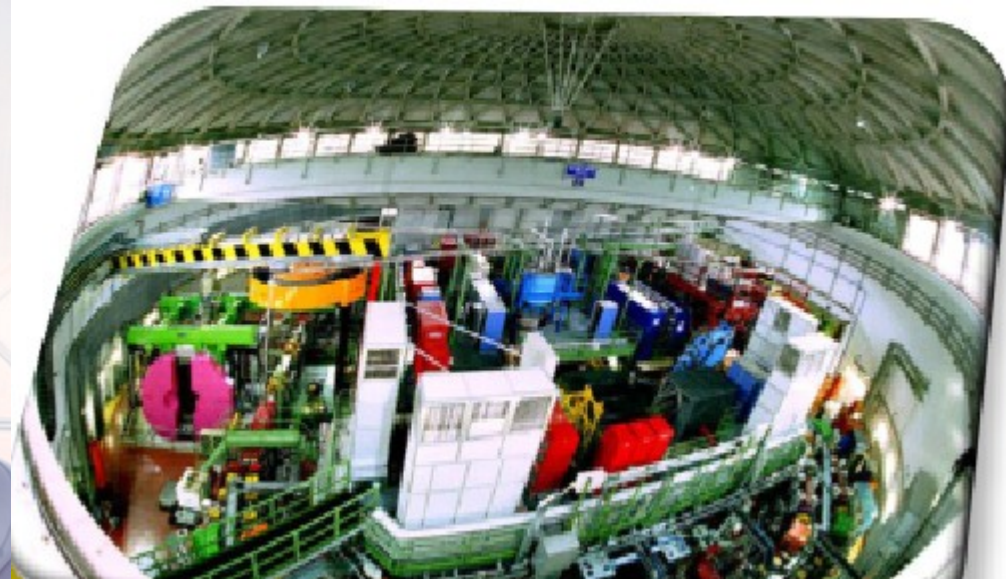
Domande come queste spingono i fisici delle particelle a costruire e adoperare acceleratori sempre più avanzati e più potenti, in modo che collisioni ad un'energia ancora più alta possano fornire indizi per risolvere i misteri.

AMADEUS & DAΦNE with KLOE

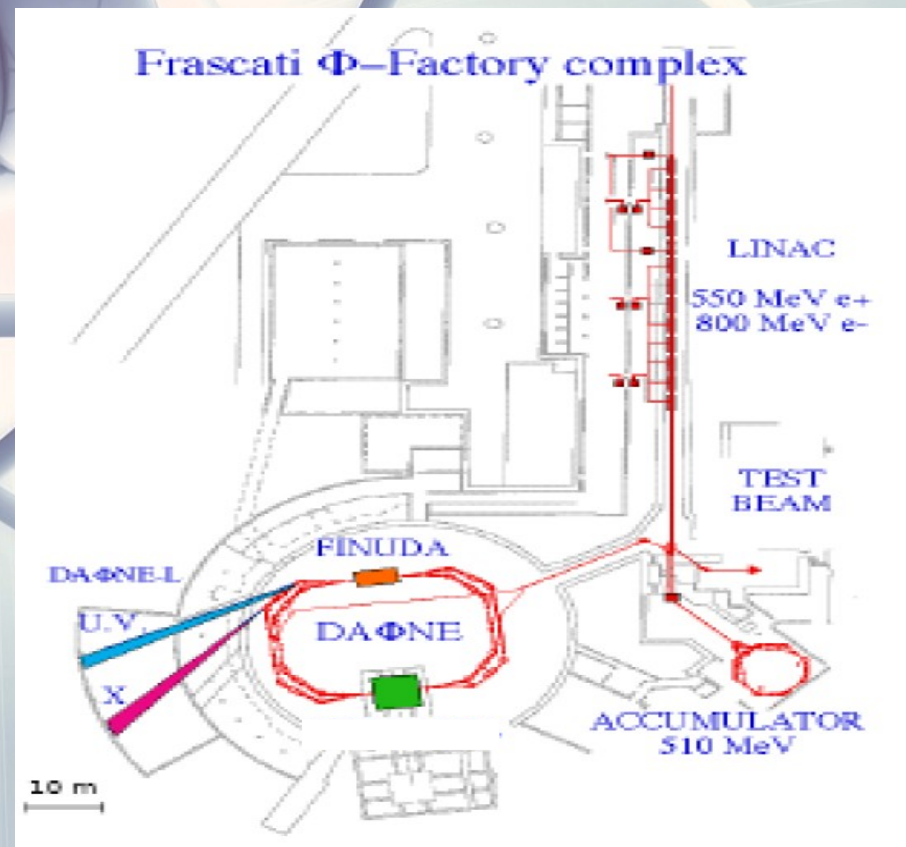
K^-

DAΦNE

Fa collidere $e^+ e^-$ producendo particelle ϕ ,
che decadono in $\approx 600 K^+ K^- /s$
 $\phi \rightarrow K^+ K^-$ (BR = $(49.2 \pm 0.6)\%$)

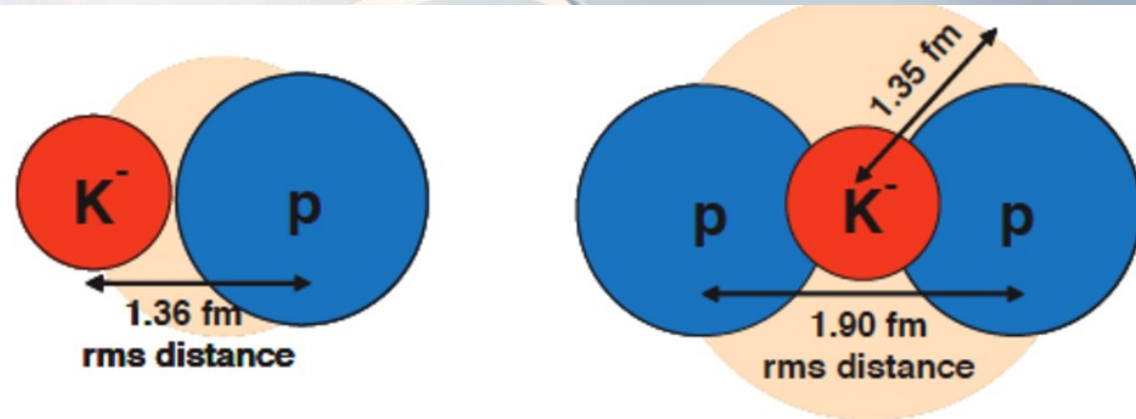
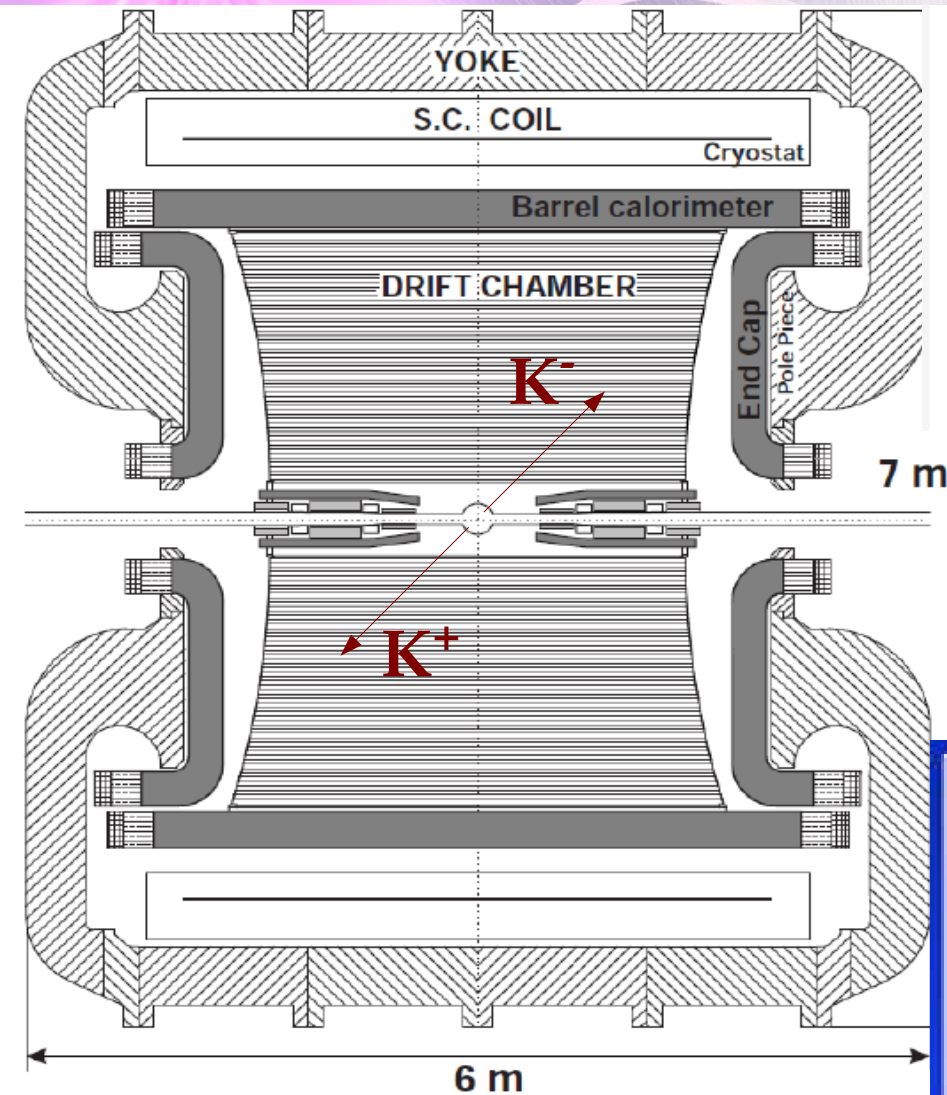


KLOE

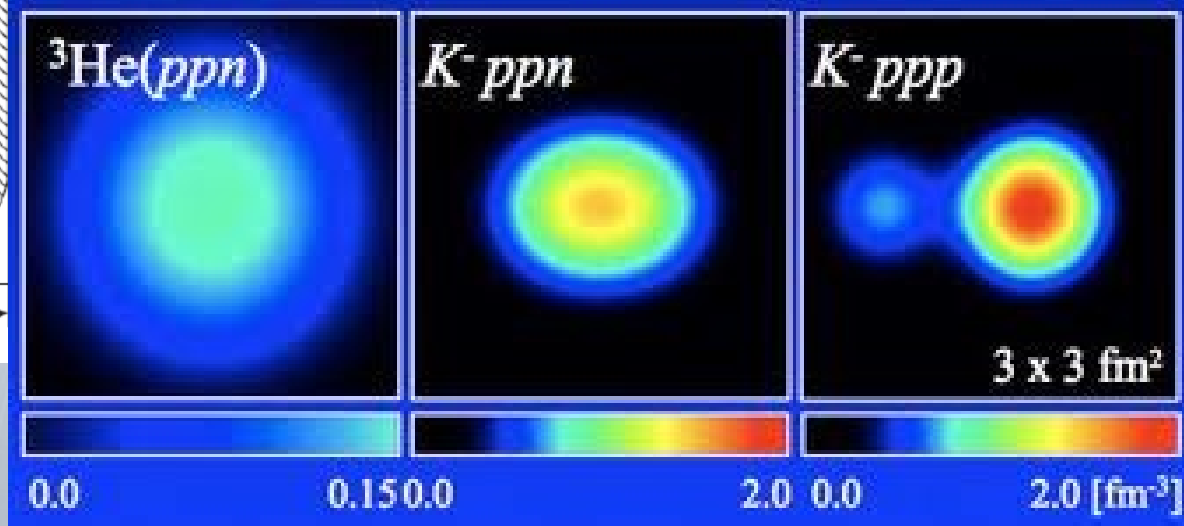


Perchè AMADEUS?

K^-



studiare l'assorbimento di K^- nei nuclei per capire la rottura di simmetria chirale → da dove viene la massa delle particelle



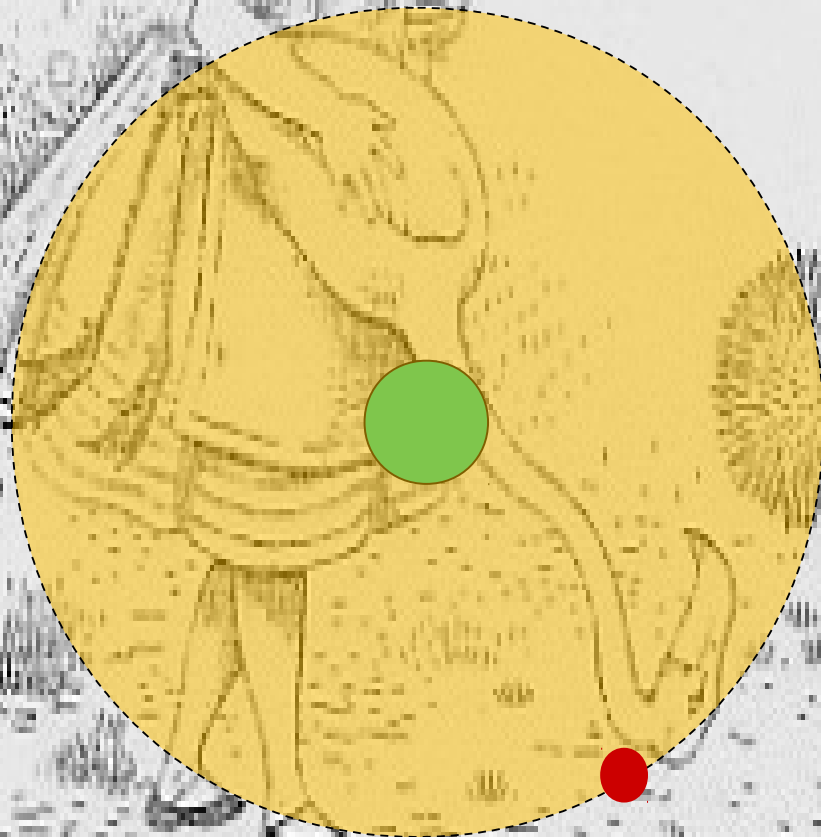
K⁻

Grazie !



Il problema dell'atomo

Modello atomico di Rutherford
o modello planetario... va bene così?

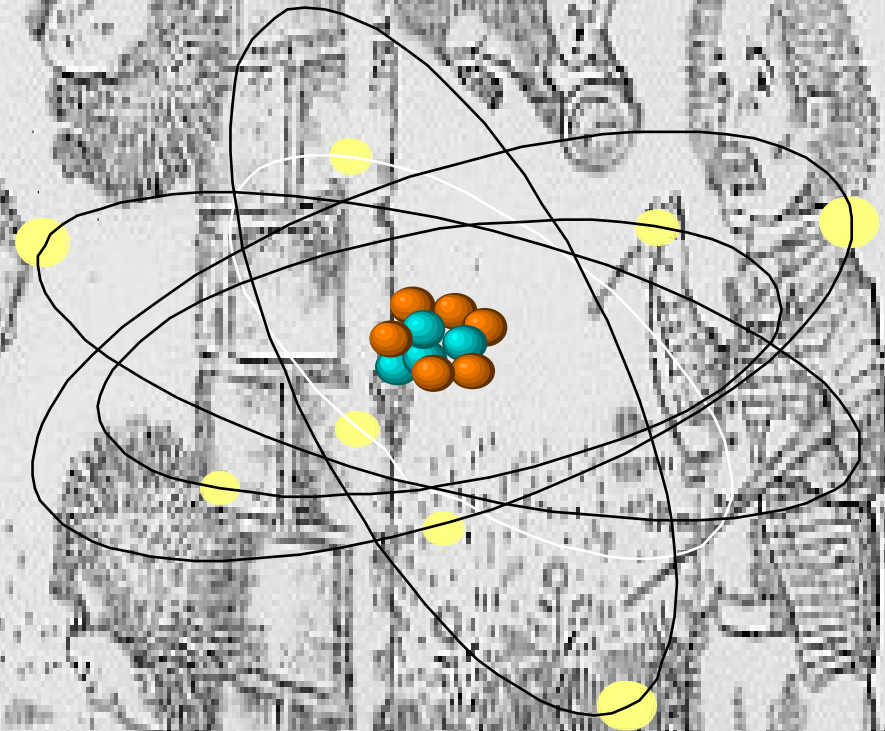


...un atomo così non
dura più di 10^{-8} sec!!!

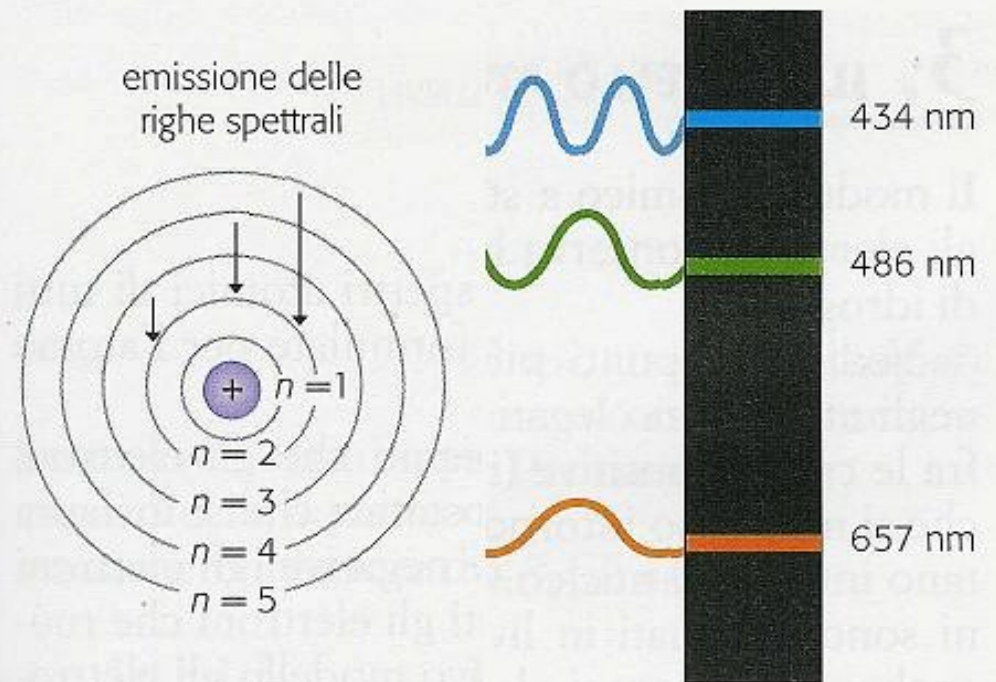
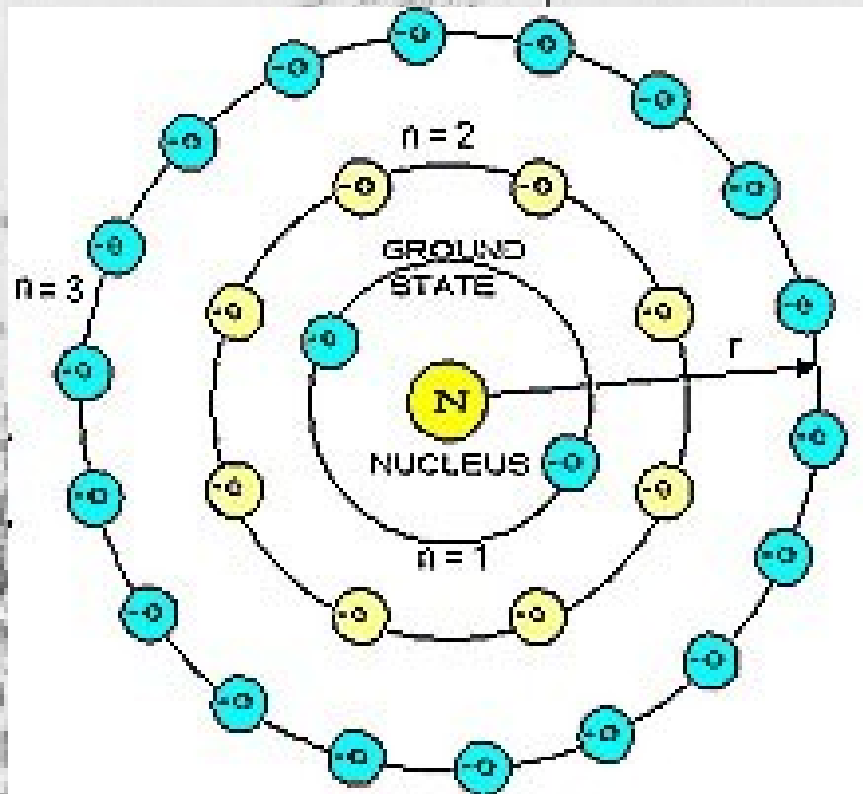
...infatti carica che
accelera
irraggia energia

Il problema dell'atomo

- Qualunque orbita ellittica dovrebbe essere consentita
- Gli elettroni, essendo soggetti a un moto accelerato, dovrebbero irraggiare e cadere nel nucleo
- Lo spettro dell'irraggiamento dovrebbe essere continuo



Il modello di Bohr



$$f = \frac{E_i - E_f}{h} = k_e \frac{e^2}{2a_0 h} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$



Astrophysical origin of Dark Matter

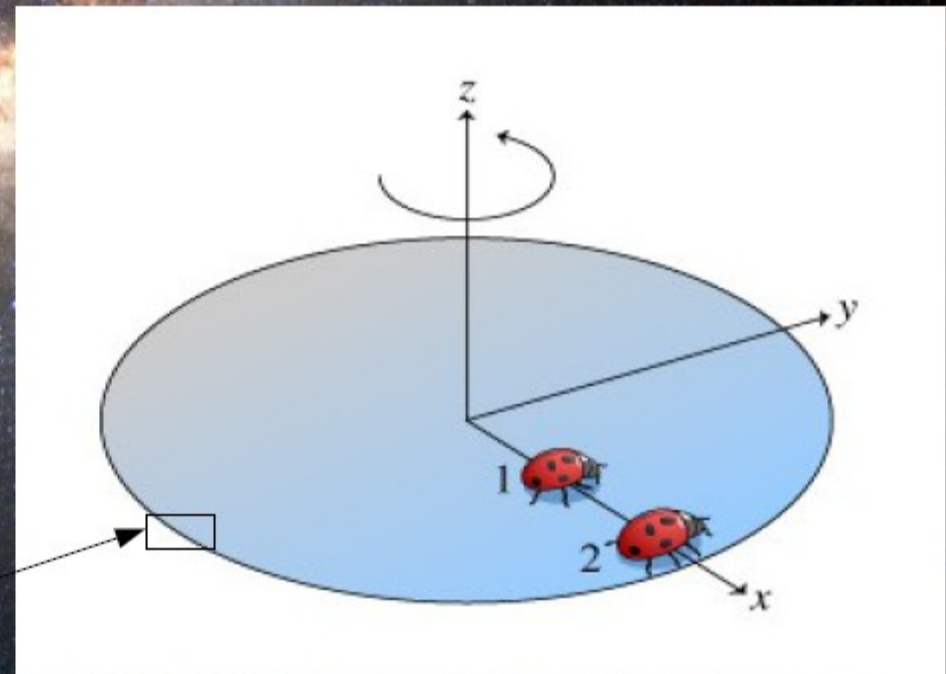
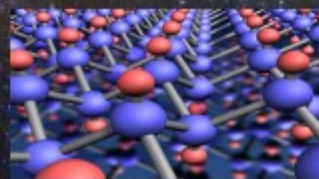
the curve of rotation of galaxies

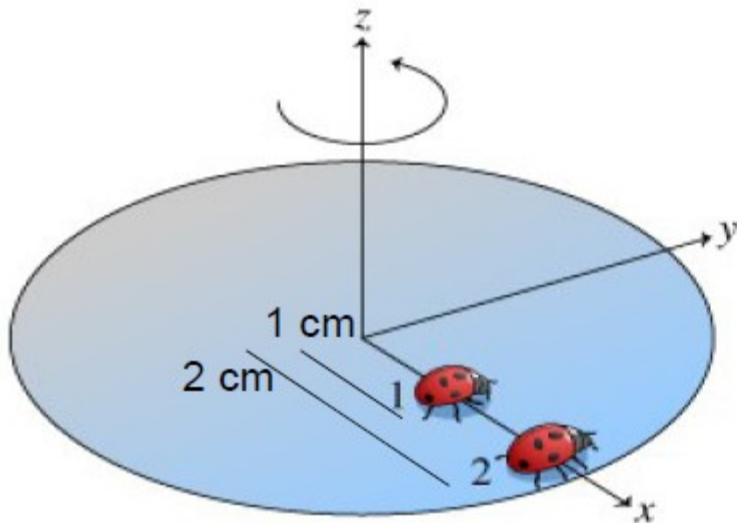


the disc rotates around the center, the velocity of the circular motion of stars depends on the distance from the center..

..but why?

*let us consider a rigid disk
(for example a CD)
whose atoms maintain FIX
positions in a crystal*



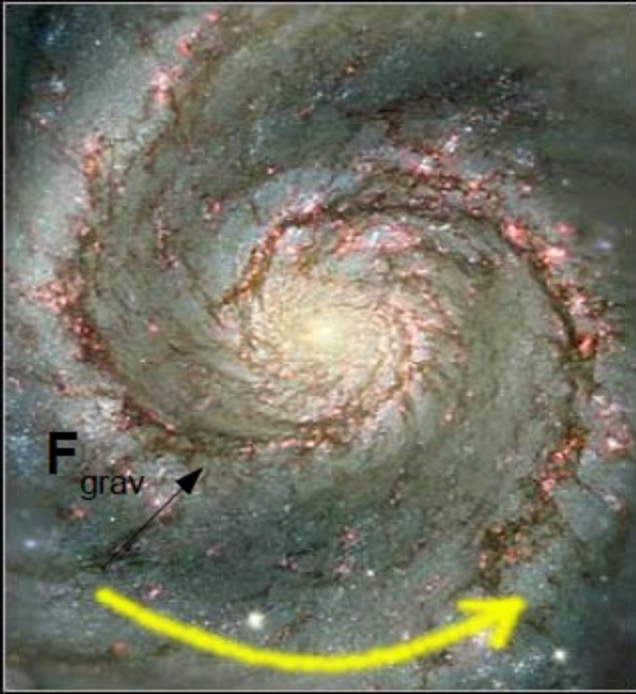


*Ladybug 1 covers $2\pi \times 1\text{cm} \approx 6\text{ cm}$
in a time t*

*Ladybug 2 covers $2\pi \times 2\text{cm} \approx 12\text{ cm}$
in the SAME TIME t*

*velocity of ladybug 1 $v_1 = 6\text{cm}/t$
in a time t*

velocity of ladybug 2 $v_2 = 12\text{cm}/t = 2 \times v_1$



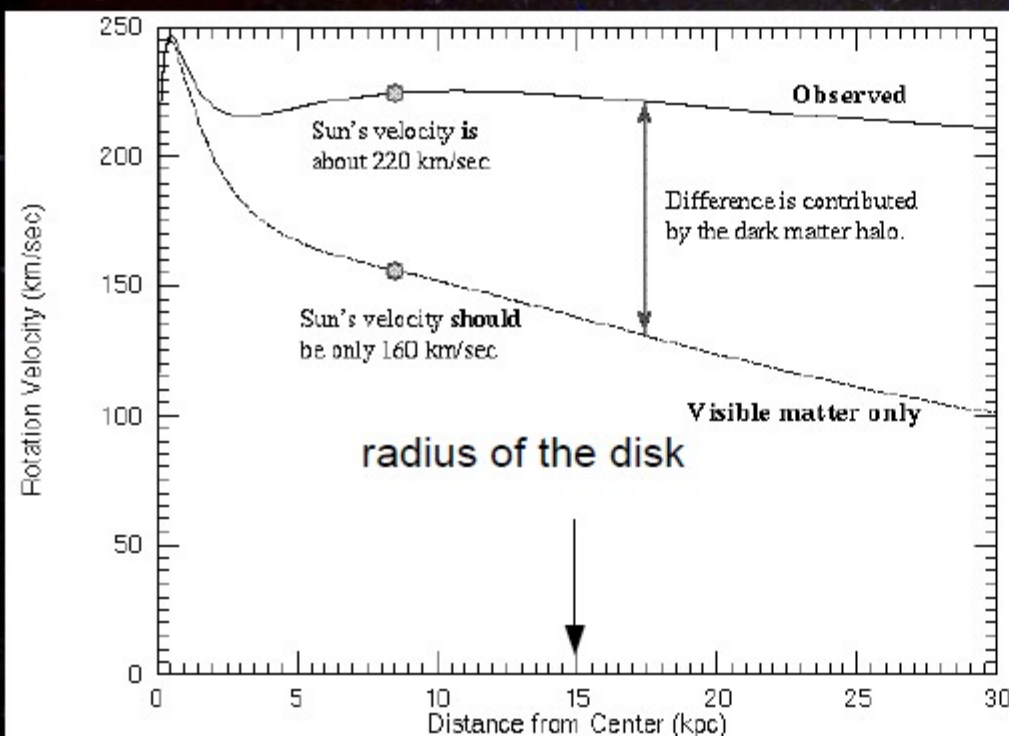
but the disk of the Galaxy is not rigid..

*stars does not form a crystal
they are held together by the
mutual gravitational
interaction!!*



*the velocity of a star at distance r from the center
is caused by the gravitational force acting on the
star:*

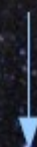
$$v = \sqrt{(r F_{\text{grav}})}$$



The gravity of the visible matter in the Galaxy is not enough to explain the high orbital speeds of stars in the Galaxy. For example, the Sun is moving about 60 km/sec too fast. The part of the rotation curve contributed by the visible matter only is the bottom curve. The discrepancy between the two curves is evidence for a **dark matter halo**.

*The velocity far away the center is **TOO HIGH!!***

the mass of the observed matter is not enough to explain the observed velocity



*the Galaxy is surrounded by a spherical crown of matter which does not emit light: **DARK MATTER***

(small stars, planetoids or new exotic particles?)