

Il principio di Hamilton

Vita e opere di Sir William Rowan Hamilton (1805-1865)



LNf OpenLabs 2016, 14 Maggio 2016, Frascati

1805

William Rowan Hamilton nasce a Dublino il 3 Agosto.
A Ottobre la battaglia di Trafalgar





Between 1845 and 1855 one-quarter of inhabitants, more than 2 million people, were removed from their homeland.



1808, 3 anni



1808, 3 anni

***A 3 anni al convitto di
zio James***



1808 - 1823

L'infanzia di un Enfant prodige



1818, 13 anni

La sfida con Zerah Colburn, le prime curiosità sui misteri della matematica

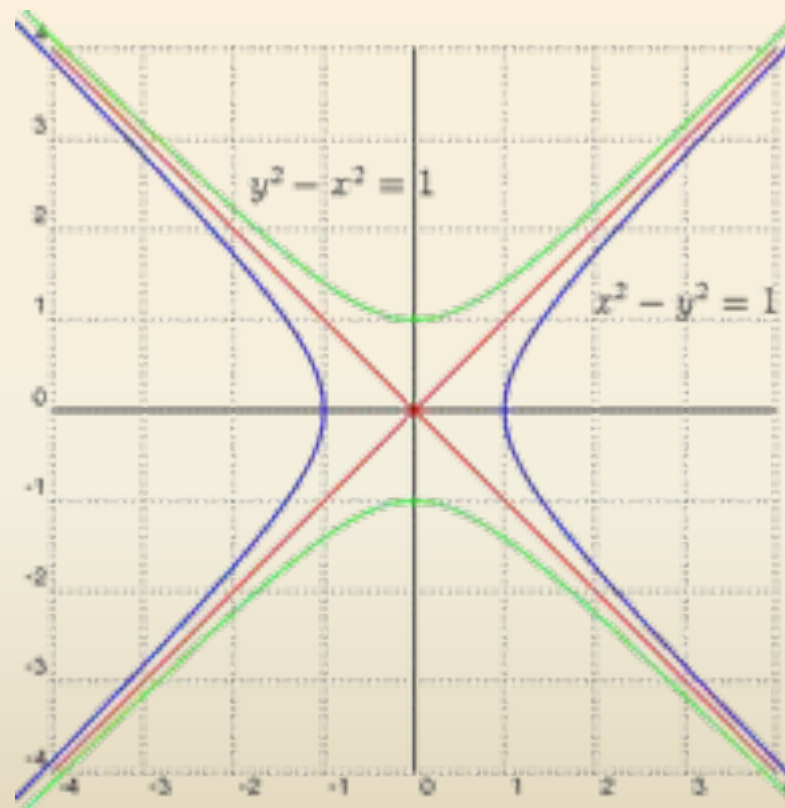
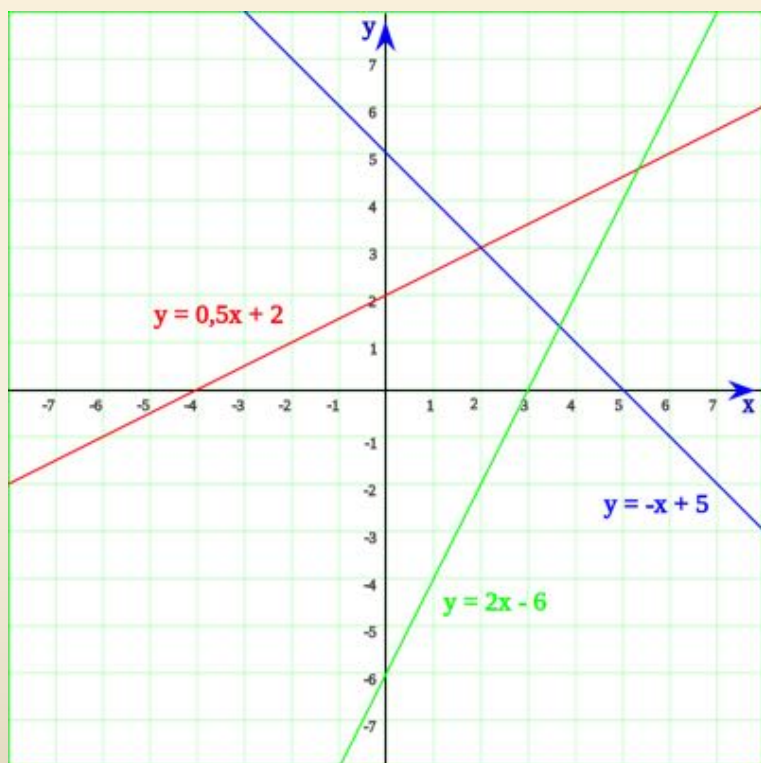


ZERAH COLBURN.



1821, 16 anni

La scoperta della geometria analitica



1824, 19 anni

Il suo primo articolo scientifico. Rifiutato.

*Theory of Systems of Rays. By W. R. Hamilton, Professor of
Astronomy in the University of Dublin.*

Read Dec. 3, 1824.*

INTRODUCTION.

THOSE who have hitherto written upon the properties of Systems of Rays, have confined themselves for the most part to the consideration of those particular systems, which are produced by ordinary reflexion and refraction at plane surfaces and at surfaces of revolution. Malus, indeed, in his *Traité D'Optique*, has considered the subject in a more general manner, and has made some valuable remarks upon systems of rays, disposed in any manner in space, or issuing from any given surface according to any given law; but besides that those remarks are far from exhausting the subject, Malus appears to me to have committed some important errors, in the application of his theory to the systems produced by combinations of mirrors and lenses. And with the exception of this author, I am not aware that any one has hitherto sought to investigate, in all their generality, the properties of optical systems; much less to establish principles respecting systems of rays in general, which shall be applicable not only to the theory of light, but also to that of sound and of heat. To establish such principles, and to investigate such properties is the aim of the following essay. I hope that mathematicians will find its results and reasonings interesting, and that they will pardon any defects which they may perceive in the execution of so abstract and extensive a design.

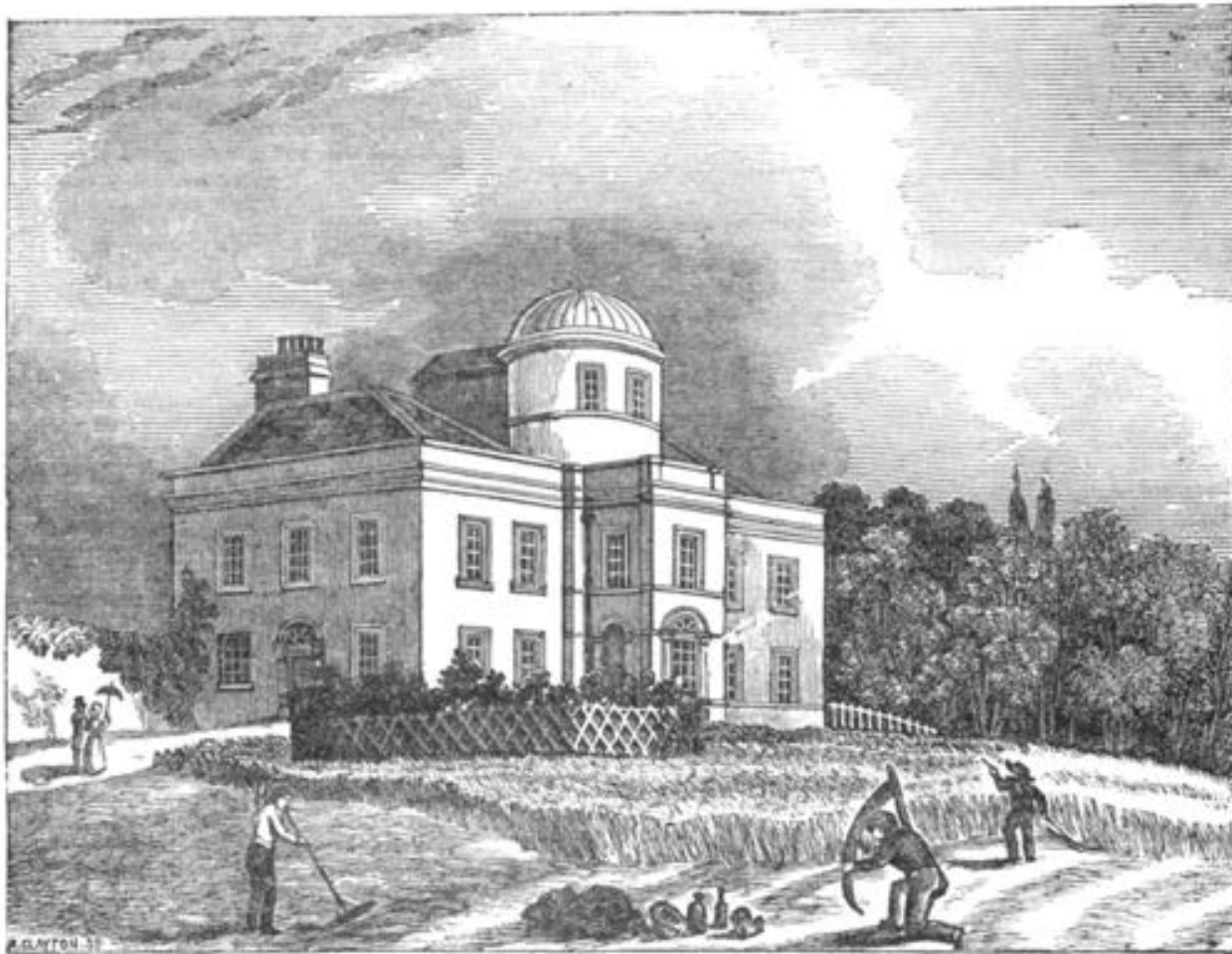
*Observatory,
June 1827.*

* Since this paper was first read before the Academy, various delays have occurred, which postponed the printing until the present time. I have availed myself of these delays, to add some developments and applications of my Theory, which would, I thought, be useful.

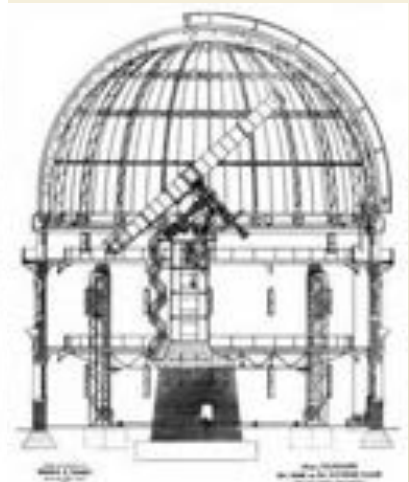
...the results at which the author has arrived are novel and highly interesting, and that **considerable analytical skill** has been manifested in the investigations which lead to them. But we conceive that the discussions included in the Memoir are of a nature so **very abstract**, and the formulæ so general, as to require that the reasoning by which some of the **conclusions** have been obtained **should be more fully developed**, and that the analytical process by which some of the formulæ have been obtained should be distinctly specified...

1827, 22 anni

Nomina a direttore dell'osservatorio di Dunsink



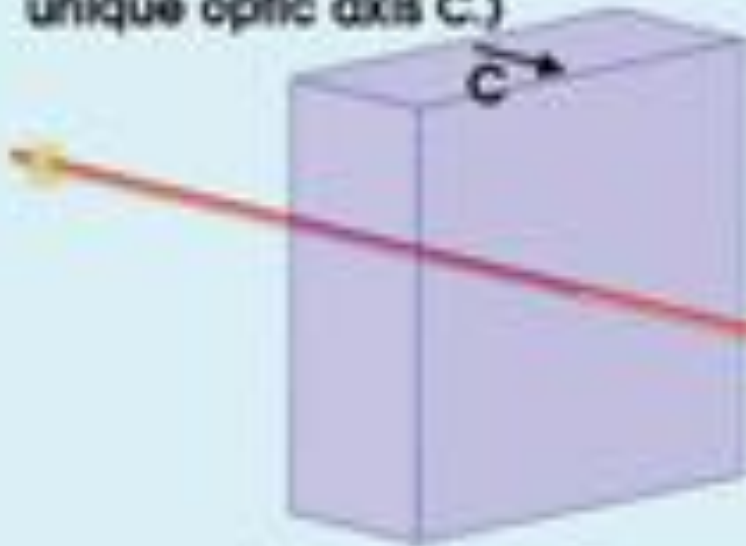
OBSERVATORY, DUNSINK.



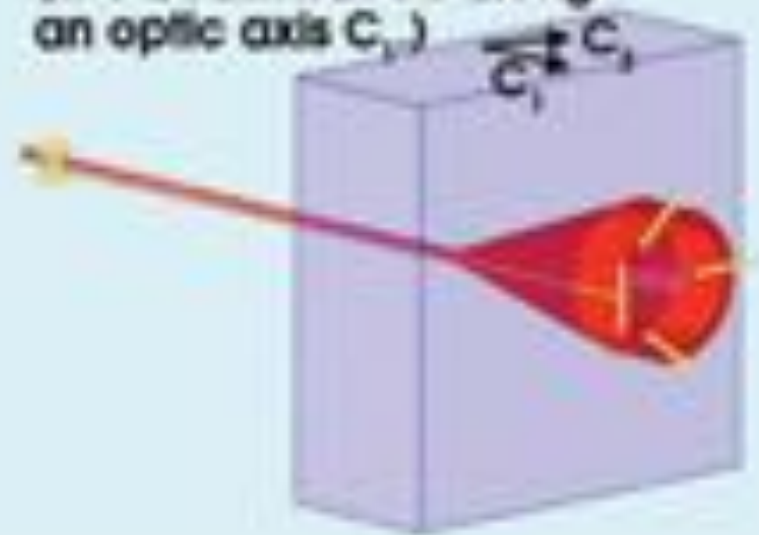
1832

La sorprendente predizione

Optically Uniaxial Crystal
(The beam travels along the
unique optic axis C .)



Optically Biaxial Crystal
(The beam travels along
an optic axis C_1 .)



Nov. 22, 1832: Hamilton announces his solution.
Dec. 14, 1832: Lloyd observes the predicted ring.

1500



Nicolaus Copernicus;
1473 – 1543

1600



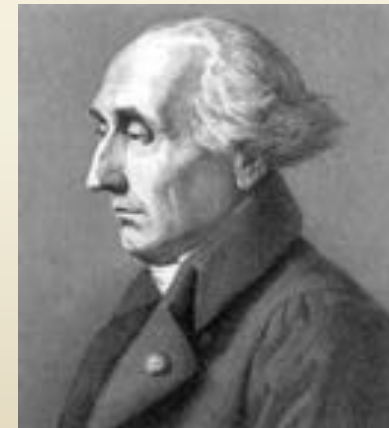
Galileo Galilei,
1564 – 1642

1700



Isaac Newton,
1642 – 1727

1800



Joseph-Louis Lagrange
1736 – 1813



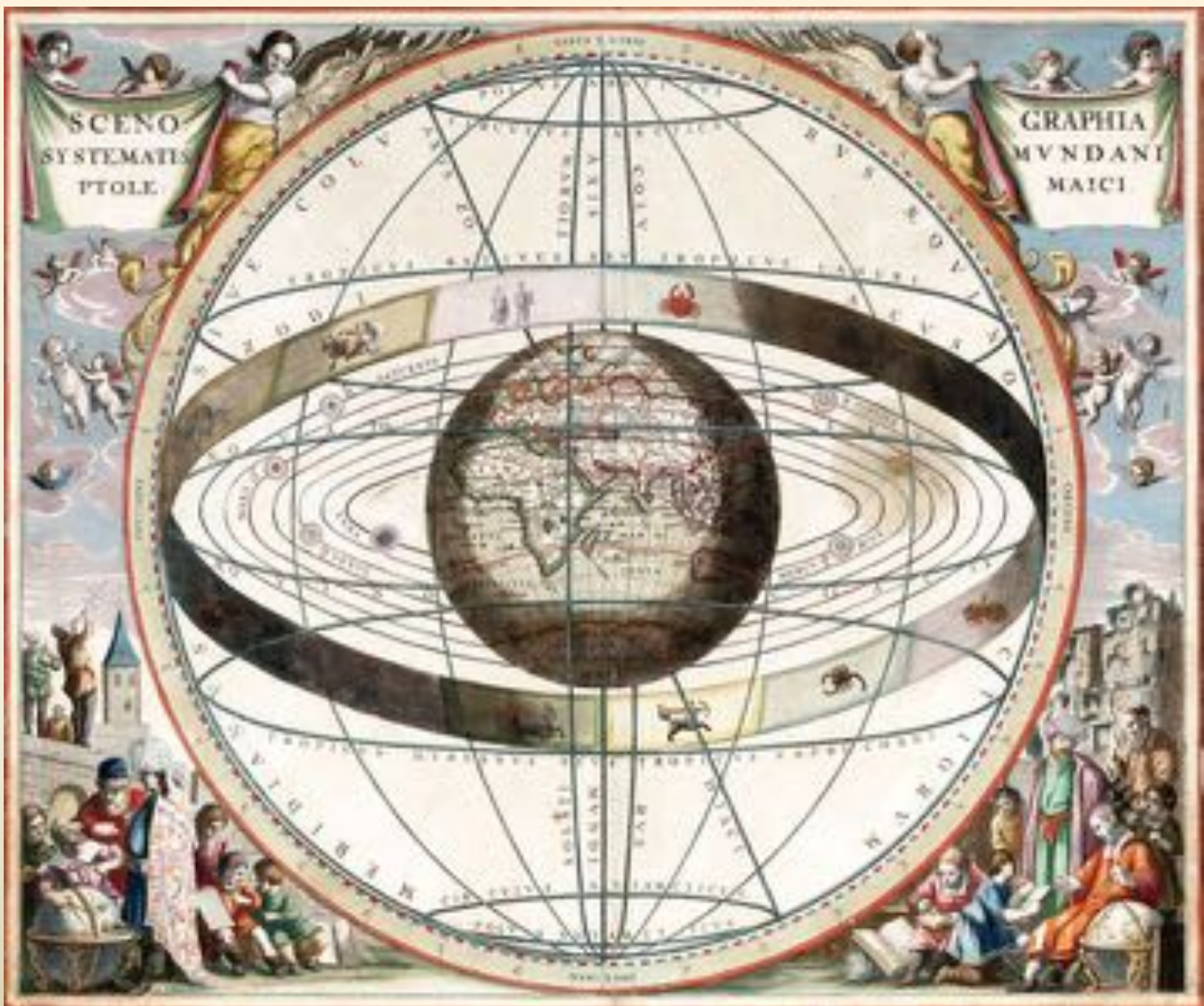
Renè Descartes
1596– 1650

1600-1700, *l'irruzione della scienza*



Isaac Newton, 1642 – 1727)

Galileo Galilei, 1564 – 1642

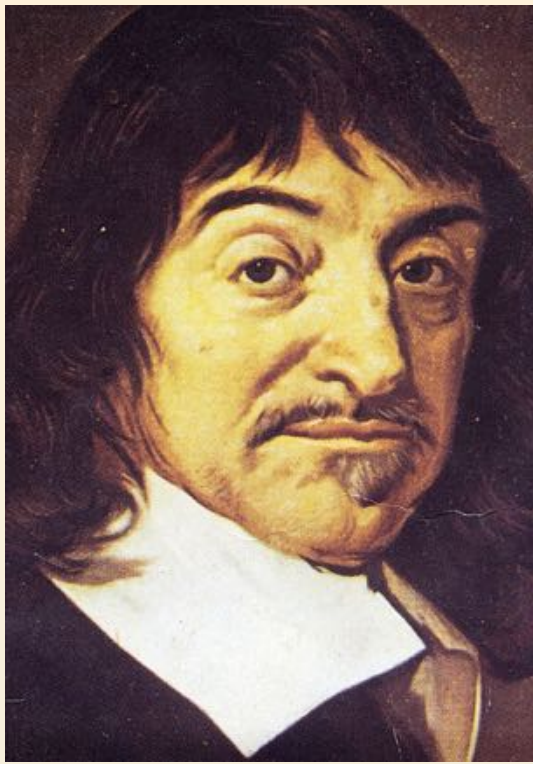


Nicolaus Copernicus; 1473 – 1543

Andreas Cellarius Harmonia Macrocosmica, 1660/61.



Portion of Hubble Extreme Deep Field. Ogni spot e macchia in questa immagine è una galassia. Credit: NASA, ESA



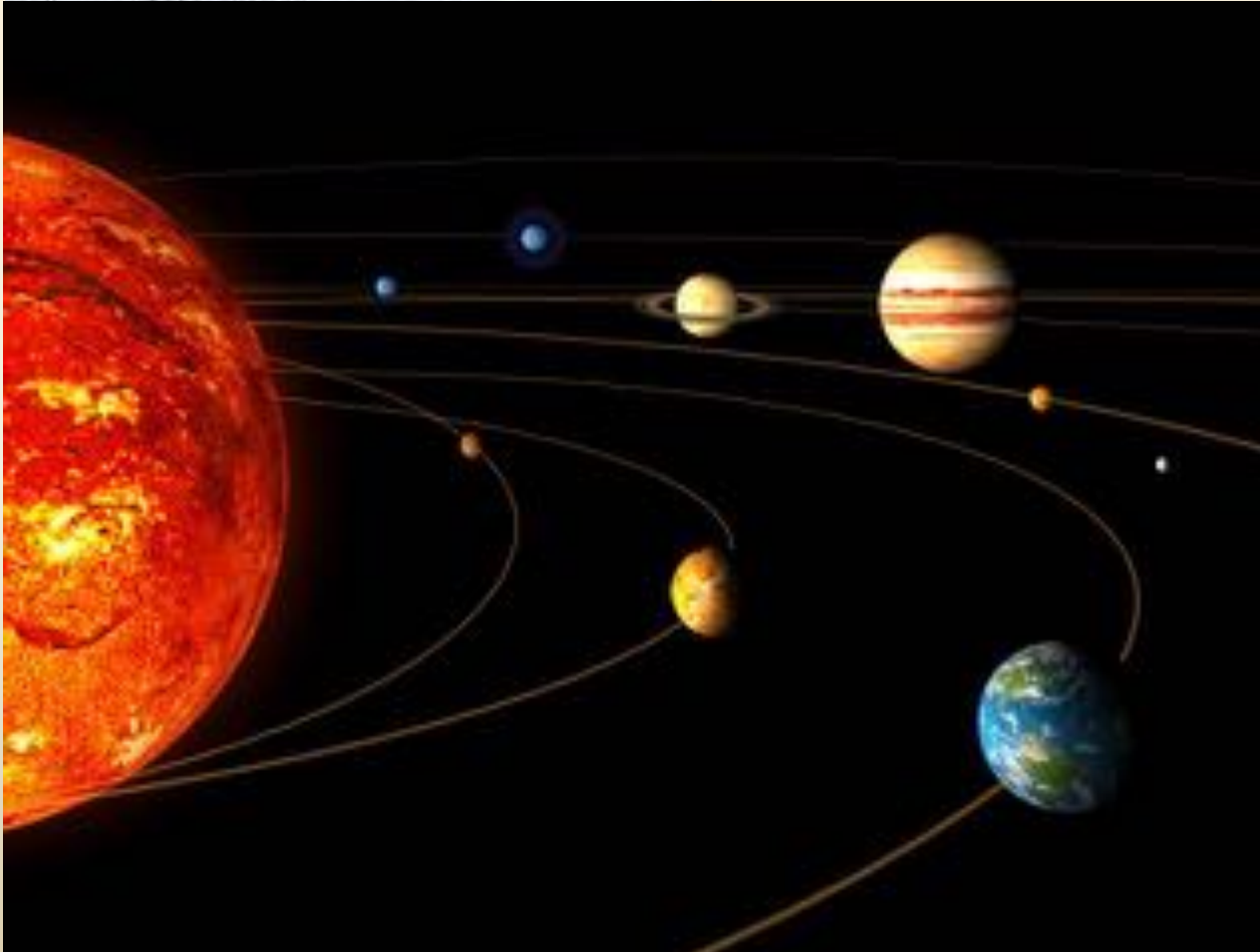
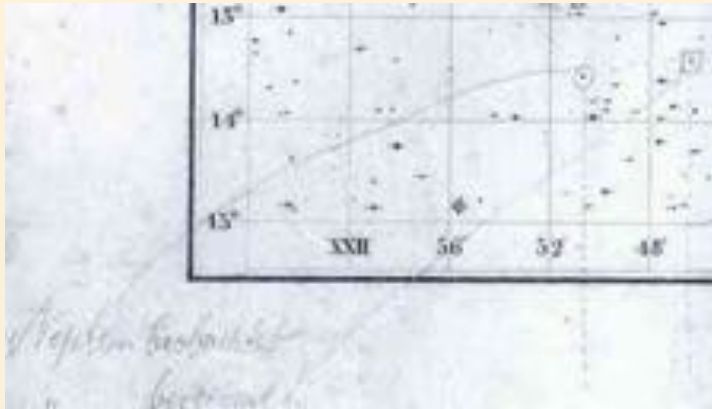
René Descartes

(31 marzo 1596 – Stoccolma, 11 febbraio 1650)

La matematica “è lo strumento di conoscenza più efficace di qualsiasi altro che ci sia stato lasciato in eredità da altri uomini...”

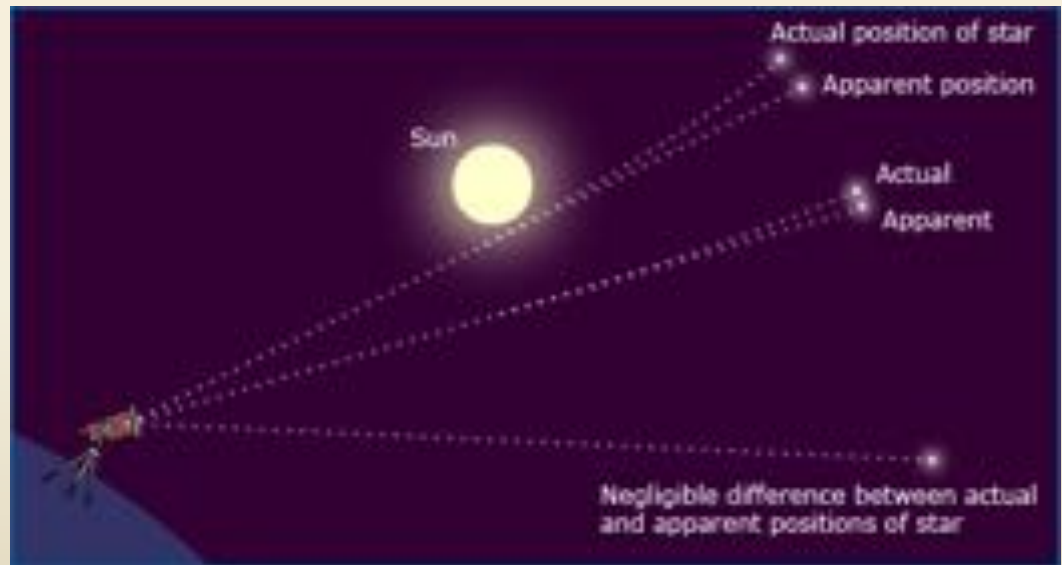
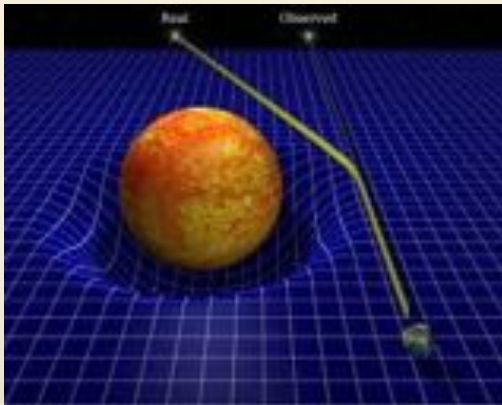
1846

La scoperta di Nettuno



1919

La conferma della relatività generale di Eddington





Eugene Paul Wigner
(Budapest, 1902
Princeton, 1995)

The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences

E.P. Wigner, Nobel per la Fisica nel 1963,
in *Symmetries and reflections*, Scientific essays of
Indiana University Press, 1967

[Home](#)
[Didattica](#)
[Studenti](#)
[Dottorati](#)
[Ricerca](#)
[Attività](#)
[Personale](#)

15

15

Seminario: Mathematics and Physics: two facets of the same path?

A. Di Nicola [View profile](#) [View posts](#)

COLLOQUIUM DE MATHEMATICA

Prof. G. Jona-Lasinio

Università Roma Sapienza

Topic: Mathematics and Physics: two facets of the same path?

Mercoledì 22 Aprile 2015 (ore 16:00)

Dipartimento di Matematica e Fisica

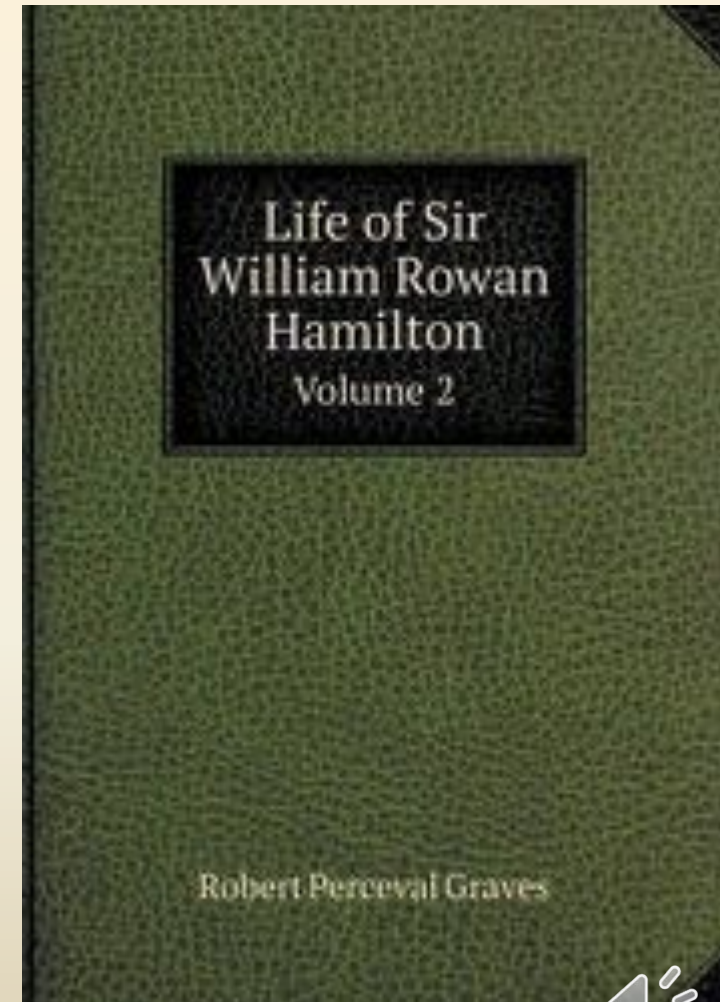
Università degli Studi Roma Tre

Aula E, primo piano, edificio Aula Largo San Leonardo Murialdo, 1

Abstract

E. Wigner spoke of the 'unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences', an expression that St. Adyiah echoed forty years later arguing about 'the unreasonable effectiveness of physics in mathematics'. In the colloquium I will discuss these statements.

Le fonti



1805

Turner dipinge *Il Naufragio*



1824

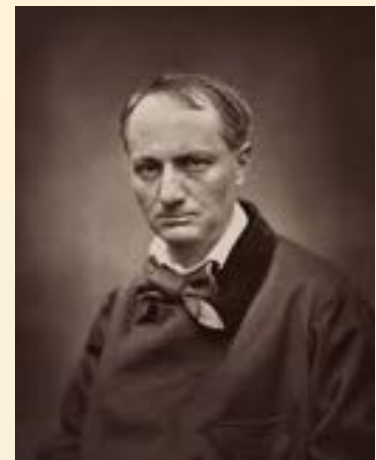
Hamilton poeta

*Eppure era l'ora in cui il Poeta ama
vagare da solo per i boschi,
Inascoltato, incontrollato, a riversare
il suo spirito in versi; per salire
Fino al cielo dei cieli, per salire
Sopra i limiti di spazio e tempo;*

*Per chiamare mondi ideali a vedere,
La sua stessa creazione luminosa e nuova.
E io, sebbene non osi reclamare
Quella alta ricompensa, il nome di poeta,
vi chiedo Godetevi in Solitudine ciò che vi porgo
Una parte della beatitudine del Poeta*

1821

Nasce Baudelaire



Charles Baudelaire, 1821-1867

...

Tiene il Diavolo i fili che ci muovono!

**Scopriamo un fascino nelle cose ripugnanti;
ogni giorno d'un passo, col fetore delle tenebre,
scendiamo verso l'Inferno, senza orrore.**

**Come un misero vizioso che bacia e morde
il martoriato seno d'una vecchia puttana,
noi rubiamo in fretta un piacere furtivo
spremendolo con forza come una vecchia arancia.**

...

Le fleurs du mal, pubblicato 1857

1824, 19 anni

Hamilton incontra Catherine

Conosciuta quando lui aveva 19 anni,
scriveva ancora nel 1848, 24 anni dopo

"Il ricordo di lei è rimasto sempre lo stesso e ha attraversato come un fiume tutta la mia vita, apparentemente nascosto per lunghi periodi per poi riemergere prepotentemente con una improvvisa potenza che mi terrorizzava, con un grado di forza e vividezza che mi sconvolgeva".



1833

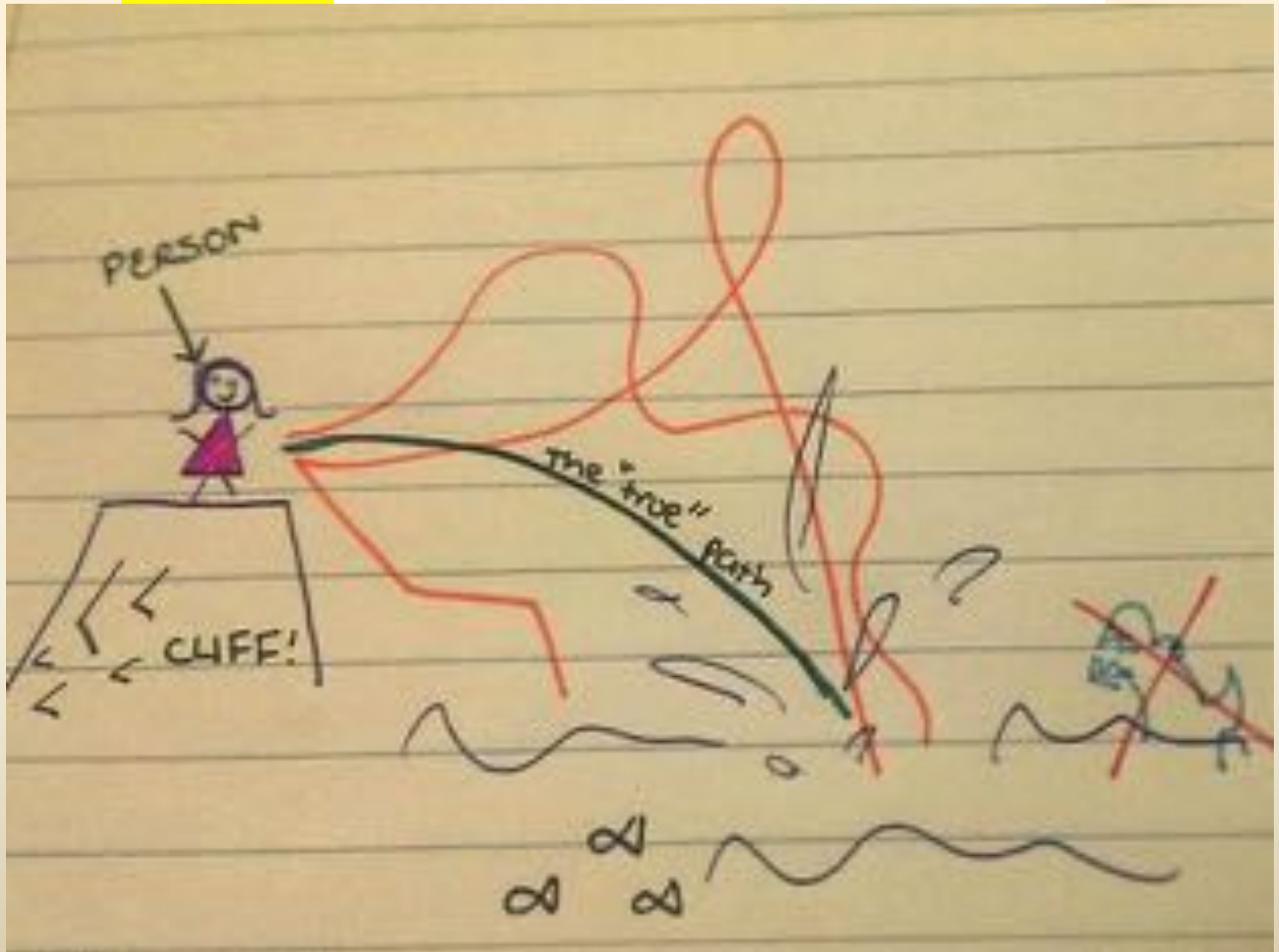
Il matrimonio con Helen Bayly



Sir William Rowan Hamilton and Lady Hamilton (née Helen Bayly)

1834

Il principio di Hamilton



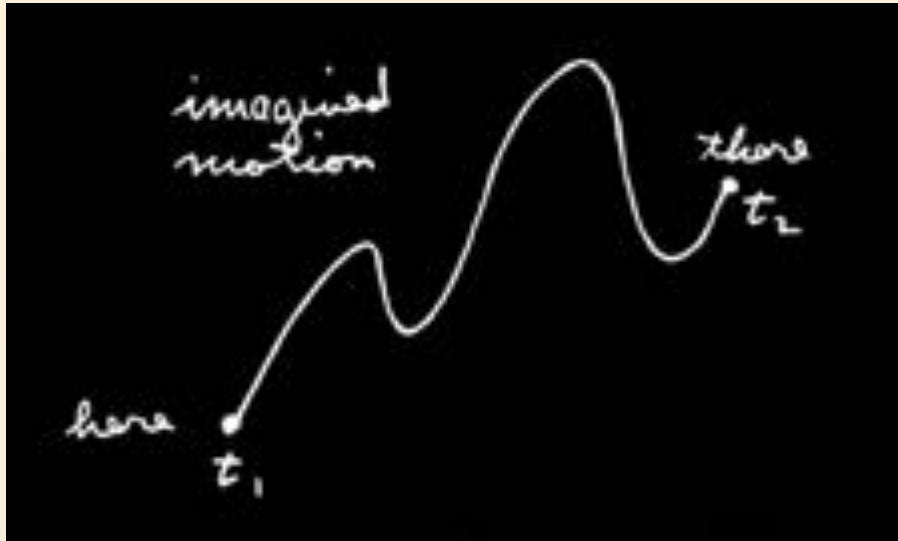
1834

Il principio di minima azione

...potremmo immaginare qualche altro movimento che è andato molto in alto ed è venuto su e giù in qualche modo particolare...

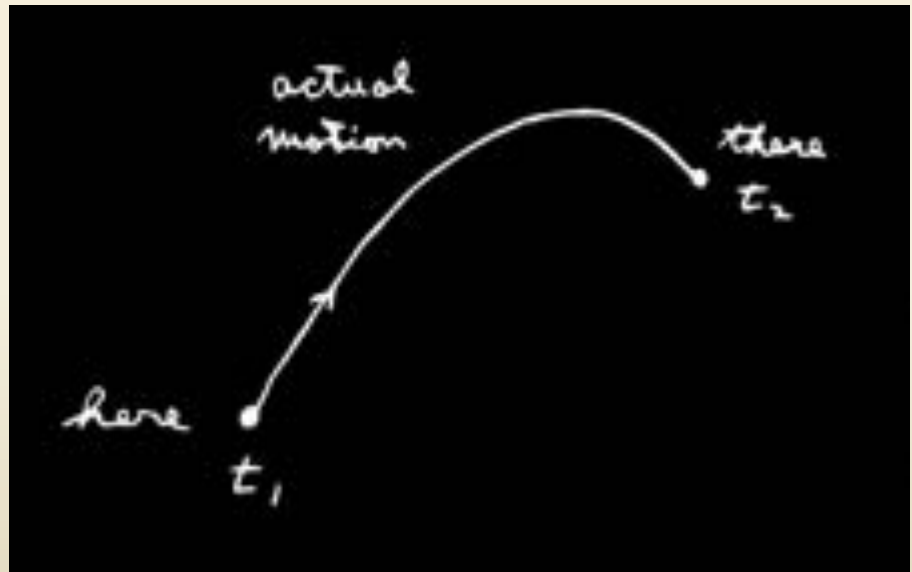
Possiamo calcolare l'energia cinetica meno l'energia potenziale e integrare per un tale percorso ... o per qualsiasi altra via vogliamo. ..

Il miracolo è che il percorso effettivamente effettuato è quello per cui tale integrale ha il valore più basso.



$$s = \int_0^T (\text{kinetic energy} - \text{potential energy}) dt$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 - m g x \right] dt$$



La irriducibile difficoltà della divulgazione

§ 2. Il principio di minima azione

Una formulazione piú generale della legge del moto di sistemi meccanici è data dal *principio di minima azione* (o *principio di Hamilton*). Secondo questo principio, ogni sistema meccanico è caratterizzato da una determinata funzione

$$L(q_1, q_2, \dots, q_s, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_s, t)$$

o, brevemente, $L(q, \dot{q}, t)$; inoltre, il moto del sistema soddisfa la seguente condizione.

Supponiamo che negli istanti $t = t_1$ e $t = t_2$ il sistema occupi posizioni determinate, caratterizzate dai due insiemi di valori delle coordinate $q^{(1)}$ e $q^{(2)}$. Allora, entro queste posizioni, il sistema si muove in modo tale che l'integrale

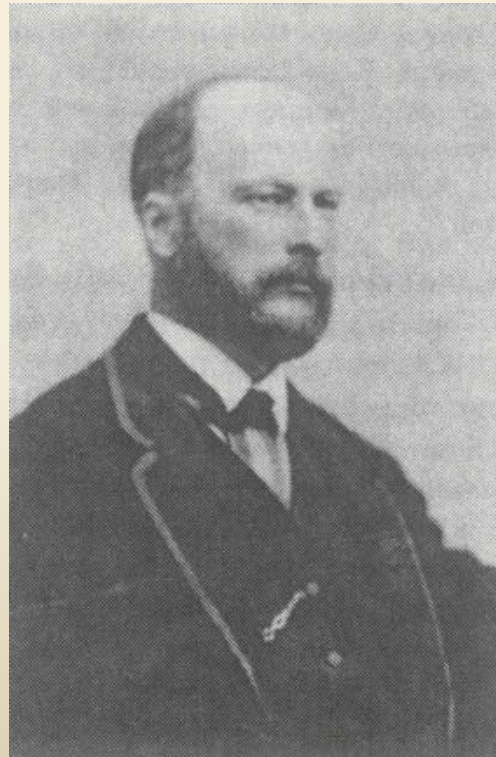
$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t) dt \quad (2,1)$$

abbia il piú piccolo valore possibile²). La funzione L è detta *funzione di Lagrange* del dato sistema, e l'integrale (2,1), *azione*.

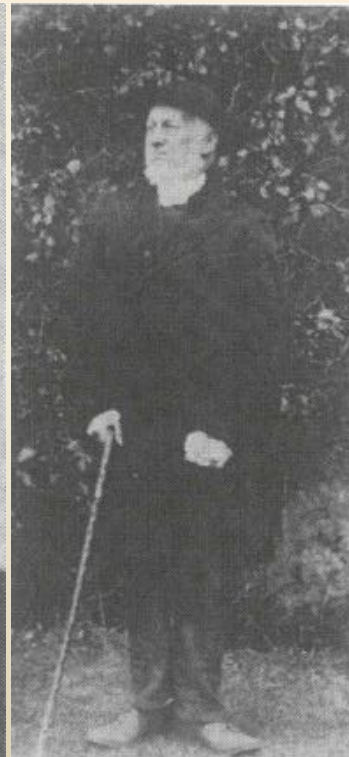


- **William, un avventuriero**
- **Archibald, un prete bisbetico**
- **Helen, una donna mite**, sposò per amore un reverendo più grande di lei ma non sopravvisse al primo parto

I figli



William Edwin



Archibald Henry

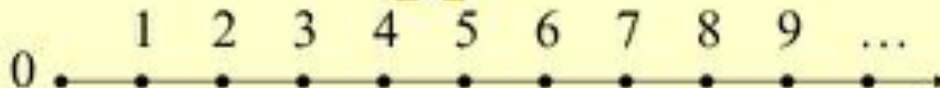


Helen Eliza

Dai numeri reali...



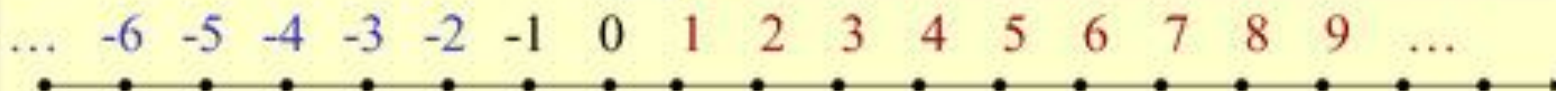
u



N

I Numeri interi positivi o Naturali sulla retta orientata: la retta è in realtà una semiretta costituita da un numero discreto di punti.

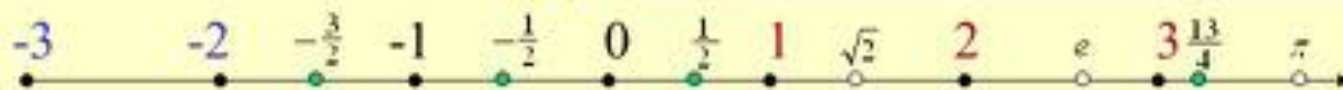
u



Z

Numeri interi con segno o Relativi sulla retta orientata (costituita da un numero discreto di punti)

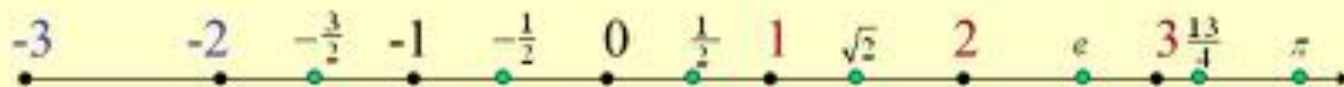
u



Q

Numeri esprimibili come frazioni o Razionali rappresentati sulla Retta orientata: la retta presenta ancora "buchi" determinati dai numeri Irrazionali

u

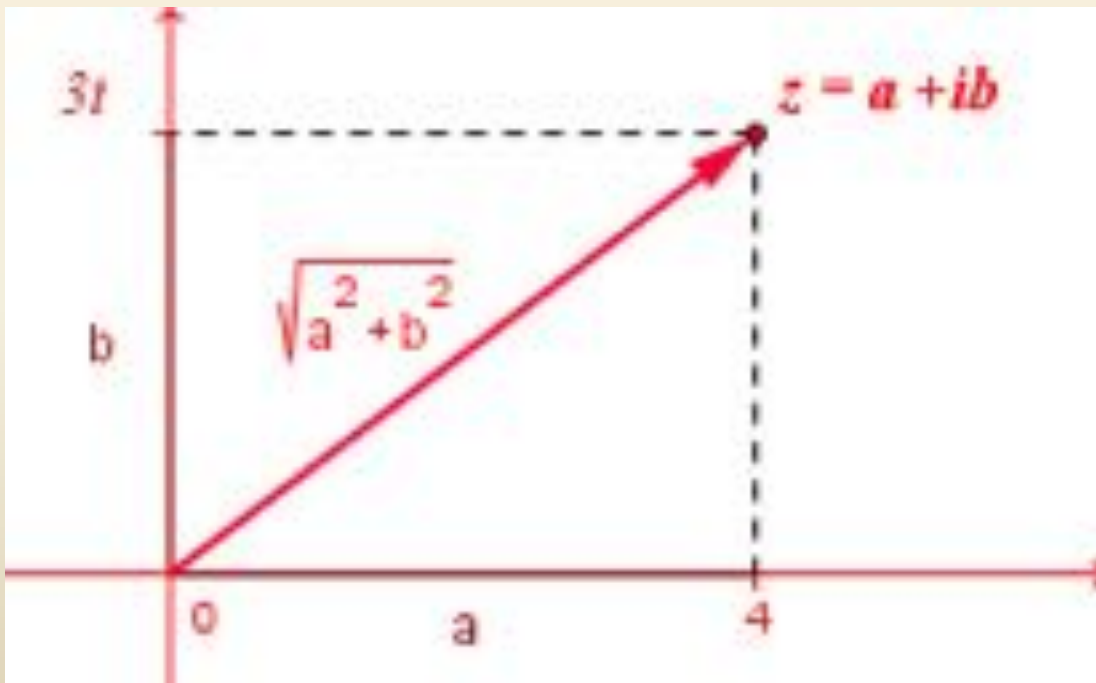


R

Numeri Reali: Razionali ed Irrazionali sulla retta reale; i numeri Reali "coprono", in modo continuo, tutti i punti della retta orientata.

...ai numeri complessi...

$$x^2 = -1$$



Tentò una tripletta contenente una parte reale e due parti immaginarie

$$x + iy + jz$$

Con la naturale tentazione di immaginare il terzo elemento perpendicolare agli altri due e per il quale valesse ancora $i^2 = j^2 = -1$. Il problema è che il quadrato di un tale tripletto da

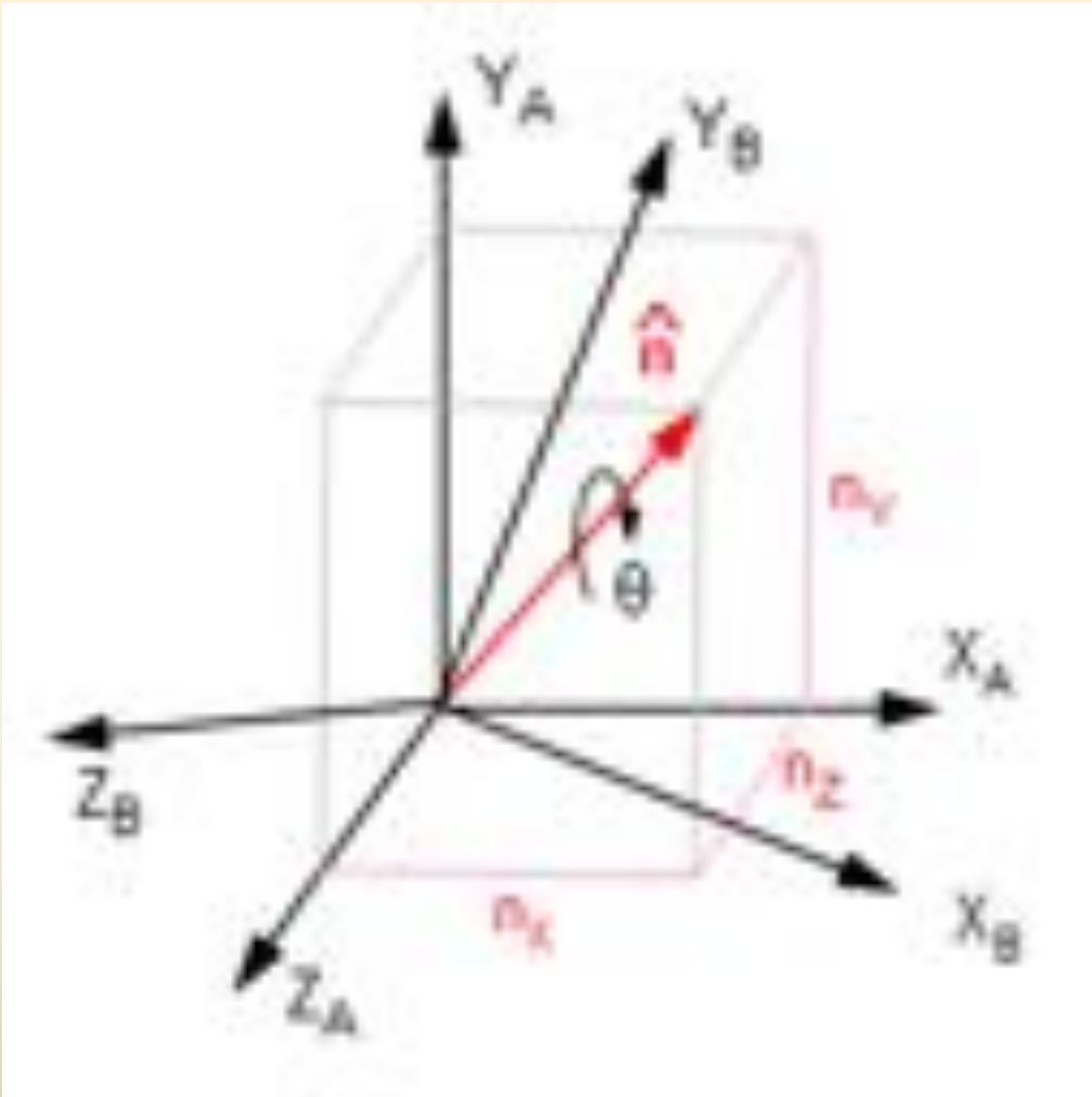
$$(x + iy + jz)(x + iy + jz) = (x^2 - y^2 - z^2) + i(2xy) + j(2xz) + ij(2xz)$$

Questo non è un grande risultato perché dal prodotto di due tripletti non si ottiene un altro tripletto bensì un termine con 4 elementi. In particolare il termine ij appare di troppo e dovrebbe diventare o zero o assimilabile a qualcuno degli altri termini.



$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$$

1843 ...ai quaternioni

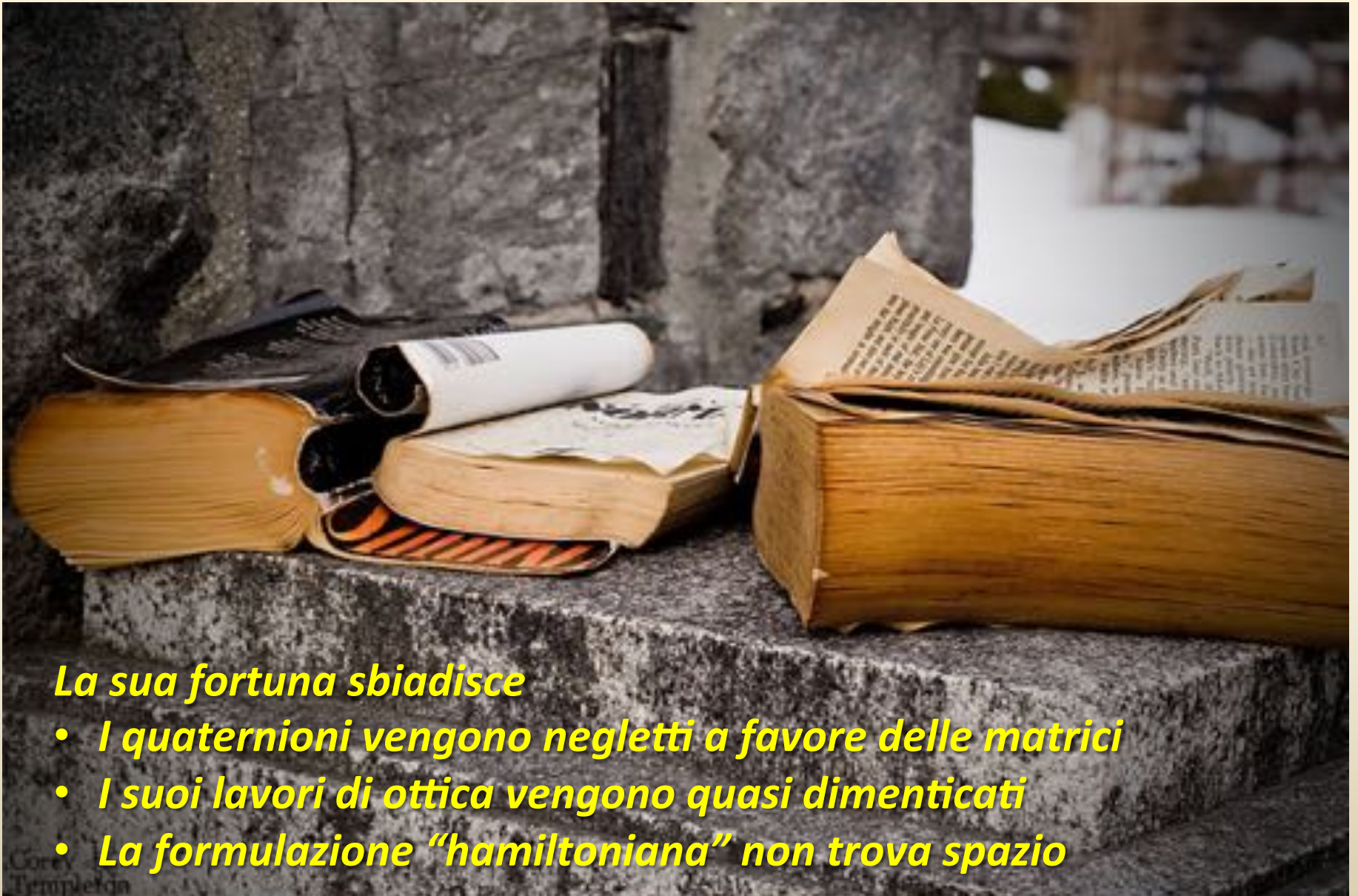


- *Computer graphics*
- *Videogames*
- *Stabilizzazione satelliti*
-

Un quaternione può essere interpretato come un angolo combinato con un assi 3D attorno a cui una singola rotazione definisce l'orientazione finale di un sistema rispetto ad un sistema iniziale di riferimento.

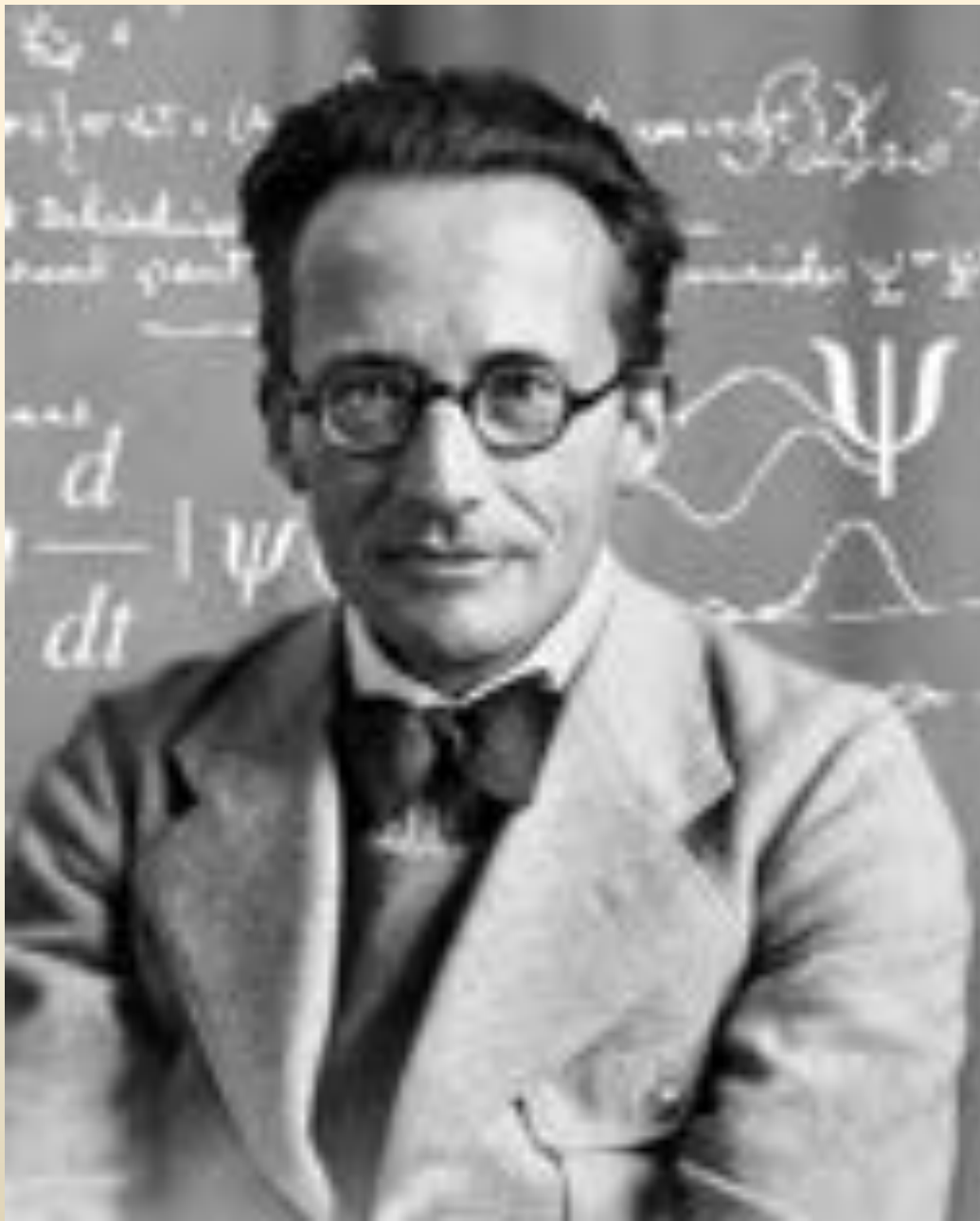
1865

Stremato, abbandona la penna. E si ricompone.



La sua fortuna sbiadisce

- *I quaternioni vengono negletti a favore delle matrici*
- *I suoi lavori di ottica vengono quasi dimenticati*
- *La formulazione "hamiltoniana" non trova spazio*



1920's

**La meccanica
quantistica
riscopre
Hamilton**

1945

***Hamilton è stato uno dei
più grandi uomini del
mondo che la scienza
abbia prodotto***

Erwin Schroedinger

Hamilton's Principle In Engineering Applications

Solved Problems in Lagrangian and Hamiltonian Mechanics



C. Gignoux - B. Silvestre-Brac

Springer

LAGRANGIAN AND HAMILTONIAN MECHANICS

Hamiltonian Mechanics of Gauge Systems

LEV V. PROKHOROV AND SERGEI V. SHABANOV

CLARENDON PRESS

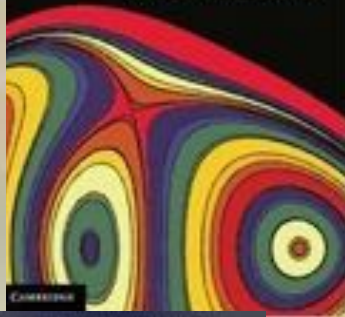
...ngian and Hamiltonian Mechanics



Miquel Haïssin
Randy Bichir

ESSENTIALS OF Hamiltonian Dynamics

John H. Lowenstein



Cambridge

Hamiltonian Methods in the Theory of Solitons

L.D.Faddeev L.A.Takhtajan

Springer

GENERALIZED HAMILTONIAN FORMALISM FOR FIELD THEORY CONSTRAINT SYSTEMS

G. Sardannabity

World Scientific

Linear Port-Hamiltonian Systems on Infinite-dimensional Spaces

Brigt Jacob
Hans J. Zwart

Birkhäuser

Mathematics and Its Applications
Renato Spigler
Applied and Industrial Mathematics



World Scientific

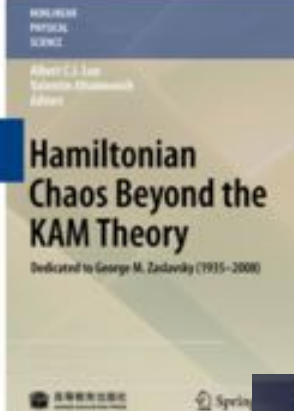
NEW TRENDS FOR HAMILTONIAN SYSTEMS AND CELESTIAL MECHANICS

Enoch A. Krause
Jesse L. Linn

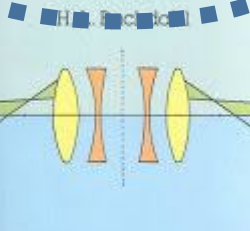
World Scientific

Hamiltonian Chaos Beyond the KAM Theory

Dedicated to George M. Zaslavsky (1915-2008)



AN INTRODUCTION TO HAMILTONIAN OPTICS



Nonlinear Hamiltonian Mechanics Applied to Molecular Dynamics

Stavros C. Farantos

Theory and Computational Methods for Understanding Molecular Spectroscopy and Chemical Reactions

Springer

Construction of Mappings for Hamiltonian Systems and Their Applications

Springer

Hamiltonian Chaos & Fractional Dynamics

George M. Zaslavsky



Jean Mawhin
Michel Willem
Applied Mathematical Sciences
Critical Point Theory and Hamiltonian Systems

Springer-Verlag

1937

La tentazione teleologica



Vito Volterra

«Queste equazioni [...] possiamo [...] ricondurle a un principio generale unico che è quello che si ritrova in un gran numero di casi, come principio supremo della natura. E' il principio di minimo secondo cui la natura agisce in modo da risparmiare il più possibile. Fermat l'aveva intravisto come base della propagazione della luce, Maupertuis come fondamento della meccanica ed evolvendo, dopo Hamilton, Jacobi e altri scienziati, esso sta penetrando in tutti i campi della filosofia naturale.» (1937)

I “principi” di Hamilton

- ✓ *Una vita per “raccontare” la scienza. Dietro grandi conquiste intellettuali c’è spesso una grande umanità, una grande passione, un groviglio inestricabile di contraddizioni che può riconciliarci con tanta astrattezza*
 - ✓ *Uno scienziato non solo del come*
 - ✓ *Un campione del periscopio della matematica*
 - ✓ *Ricerca, non solo manager. Dobbiamo difendere uno spazio per la passione della scienza, per la conoscenza “curiosity driven”. La ricerca, e la ricerca matematica in particolare, genera semi di cui è difficile prevedere i frutti*

Il fascino del principio di minima azione, viene certo dalla elegante formulazione di problemi di fisica ma anche dalla tentazione alla estensione, non autorizzata, oltre le scienze naturali

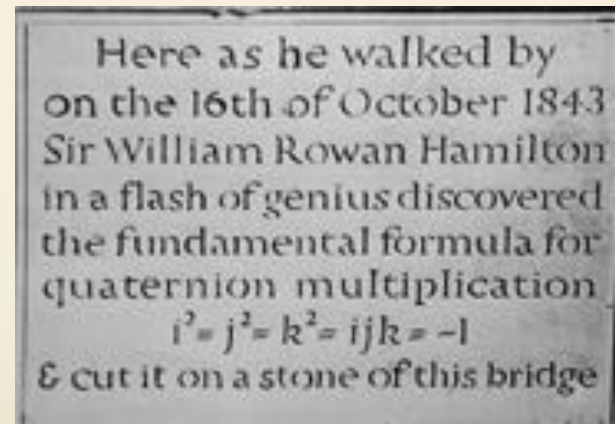


2014

20 anni del cammino di Hamilton



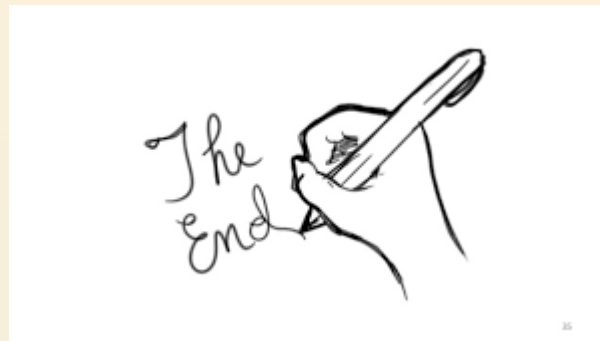
[Hamilton Walk, 16th October, 2014](#)
[Twenty Years of the Hamilton Walk](#)



The commemorative plaque now on Broome Bridge

What happened in 2014:

About 350 people participated in the walk. There were students and staff from Maynooth University, St. Patrick's College, Drumcondra, WIT, UCG, Kilbeggan Mercy school, Coláiste Mhuire, Cabra, Mount Temple Comprehensive, Gaelcholáiste Reachrann, Donaghmede, Our Lady's Templeogue, Kildare Town Community school and a great diversity of people from the general public. There were also groups from the Cabra Community Council, Royal Canal Amenity Group and the Castleknock Tennis Club. Fiacre Ó Cairbre and Eoin Gill spoke at Dunsink Observatory and Tony O'Farrell spoke at Broombridge.



giuliano.buceti@enea.it