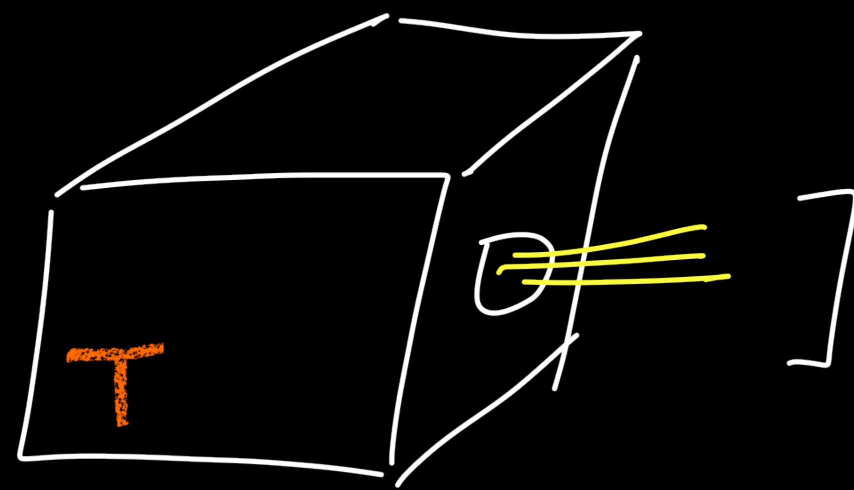
AD POLOSA — SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA

MECCANICA QUANTISTICA E FISICA DELLE PARTICELLE

LO SPETTRO DEL CORPO NERO



$$\frac{L}{\lambda} = n \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

$$q = \frac{2\pi}{L} n$$

con $q = \frac{2\pi}{\lambda}$

LO SPETTRO DEL CORPO NERO

$$q = \frac{2\pi}{L} n$$

$$e^{iq\frac{L}{2}} = e^{-iq\frac{L}{2}}$$

Condizioni al contorno *periodiche*

$$L \gg 1$$

Al variare di n, q varia in modo $\sim$ continuo

$$\sum_n 1 \rightarrow \frac{L}{2\pi} \int dq \, 1$$

LO SPETTRO DEL CORPO NERO

$$\sum_{n} 1 \rightarrow \frac{L}{2\pi}\int dq \, 1$$

In 3 dimensioni

$$\sum_{\vec{n}} \rightarrow \frac{V}{(2\pi)^3}\int d^3q$$

$$\int d^3q = \int 4\pi q^2 dq = \frac{4\pi (2\pi)^3}{c^3}\int \nu^2 d\nu \quad \text{poiché } \omega = ck$$

$$\frac{N(\nu)d\nu}{V} = \frac{4\pi \frac{V}{(2\pi)^3}\frac{(2\pi)^3}{c^3}\nu^2 d\nu}{V}$$

LO SPETTRO DEL CORPO NERO

$$\frac{N(\nu)\,d\nu}{V} = \frac{4\pi \frac{V}{(2\pi)^3} \frac{(2\pi)^3}{c^3} \nu^2 d\nu}{V}$$

$$= \frac{4\pi\nu^2}{c^3} d\nu$$

Ogni modo normale ha una energia media

$$\bar{E}(T) = \frac{\int_0^\infty e^{-\beta E} E\,dE}{\int_0^\infty e^{-\beta E}\,dE} = kT$$

$$\beta = 1/kT$$

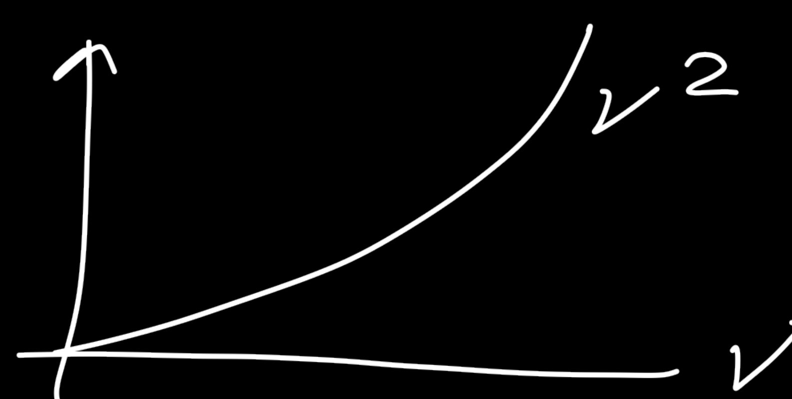
LO SPETTRO DEL CORPO NERO

$$\frac{N(\nu)\,d\nu}{V}\,\overline{E}(T) = \frac{4\pi\nu^2}{c^3}d\nu\,(kT) =$$

$$= \rho(\nu,T)\,d\nu$$

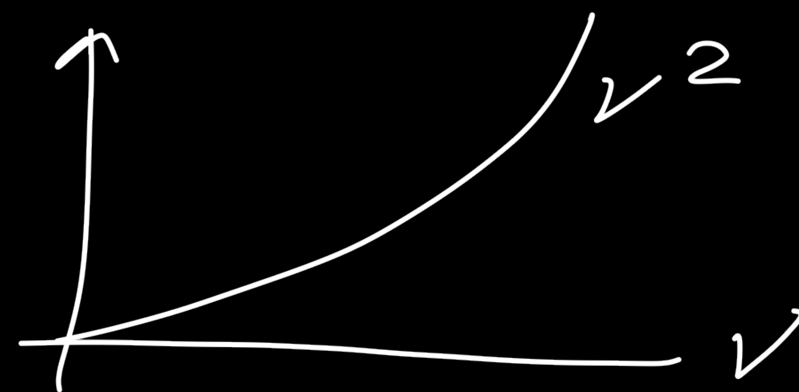
DENSITA' DI ENERGIA
$\nu \leq \nu \leq \nu + d\nu$ @ T

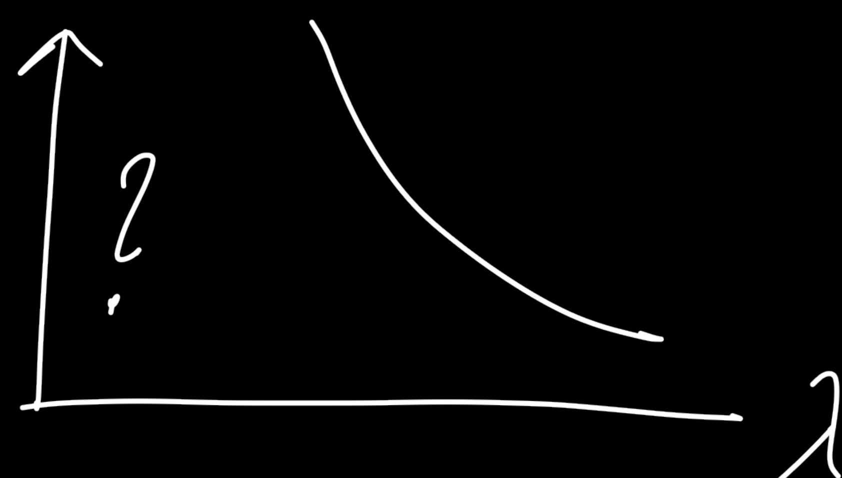
$$\rho(\nu,T)\,d\nu = \frac{4\pi\nu^2}{c^3}d\nu\,(kT)$$



LO SPETTRO DEL CORPO NERO

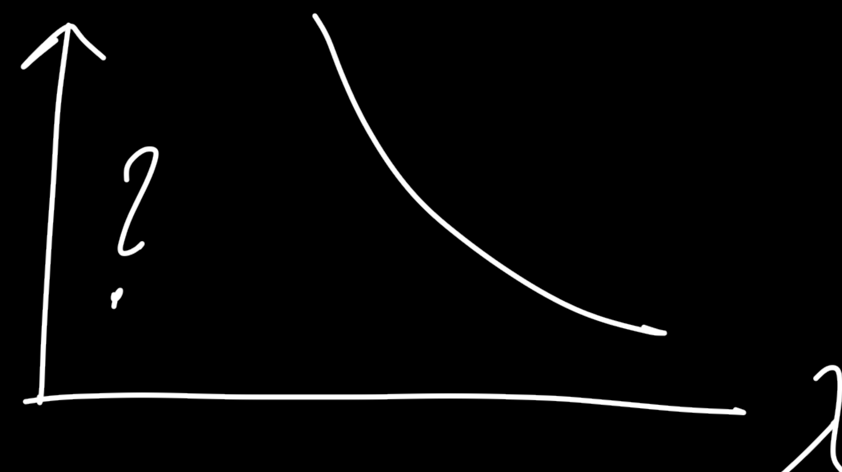
$$\rho(\nu,T)\,d\nu = \frac{4\pi\nu^2}{c^3}\,d\nu\,(kT)$$





LO SPETTRO DEL CORPO NERO

$$\rho(\nu,T)\,d\nu = \frac{4\pi\nu^2}{c^3}\,d\nu\,(kT)$$



Esperimento

$$\lambda_m \sim 0.3\,\frac{1}{T(°K)}$$

LO SPETTRO DEL CORPO NEROE
MAX PLANCK

$$\rho(\nu,T)\,d\nu = 2\cdot\frac{4\pi\nu^2}{c^3}\,d\nu\,(kT)$$

$$\rho(\nu,T)\,d\nu = 2\cdot\frac{4\pi\nu^2}{c^3}\,d\nu\left(\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}\right)$$

che riproduce la precedente se $h\nu \ll kT$

e introduce $e^{-h\nu/kT}$ se $h\nu \gg kT$

$$\boxed{h = 6.6\times10^{-27}\,\text{erg}\cdot\text{sec}}$$

LO SPETTRO DEL CORPO NEROE
MAX PLANCK

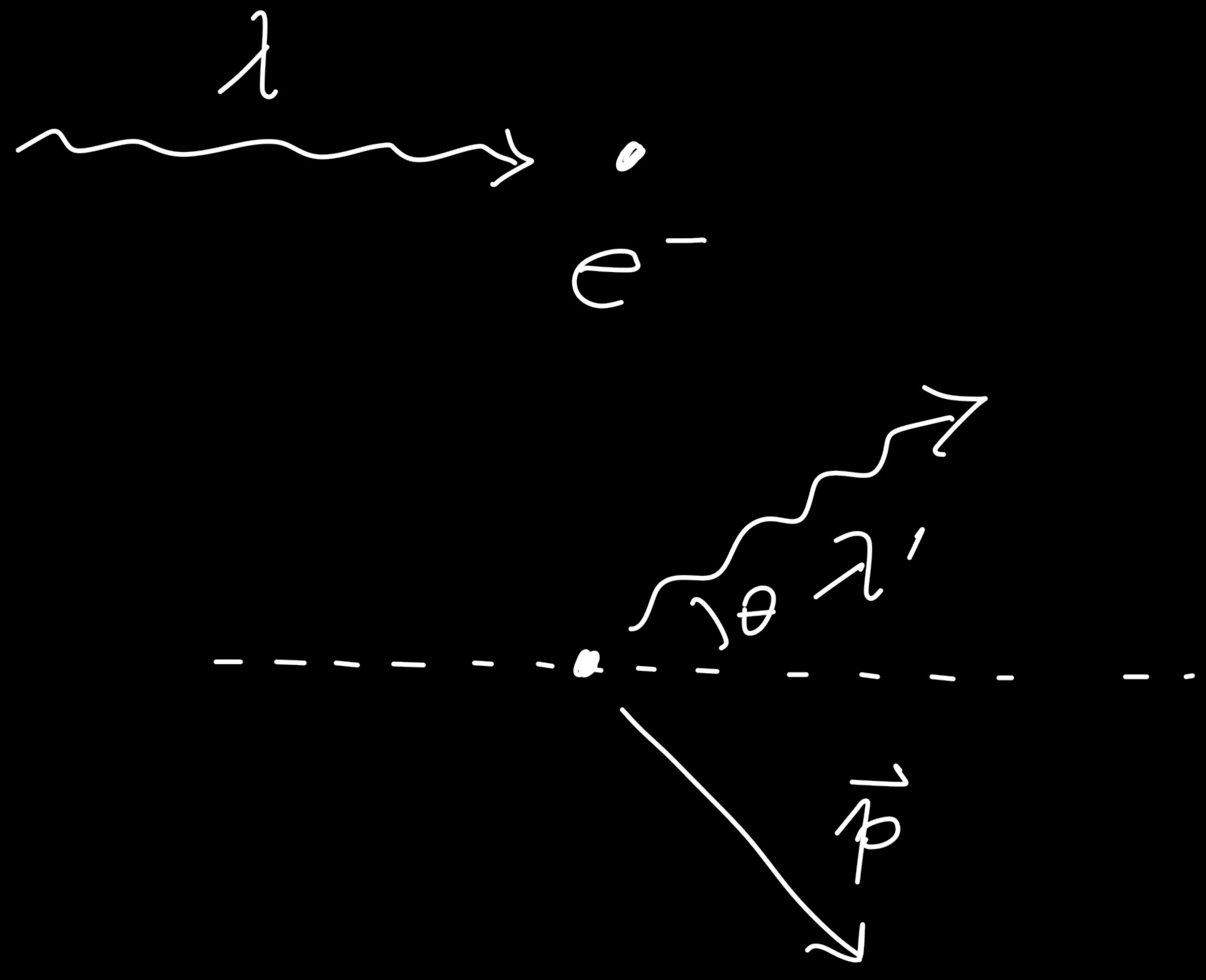
$$\rho(\nu, T)\, d\nu = 2 \cdot \frac{4\pi\nu^2}{c^3} d\nu \left(\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \right)$$

$$\boxed{h = 6.6 \times 10^{-27}\ \mathrm{erg \cdot sec}}$$

$$E = nh\nu$$ EINSTEIN

$$\bar{E} = \frac{\sum_n e^{-\beta n h\nu}(nh\nu)}{\sum_n e^{-\beta n h\nu}} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \ !$$

LA LUCE E' FATTA DI FOTONI



LA LUCE E' FATTA DI FOTONI

$$\begin{cases} h\nu + mc^2 = h\nu' + \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} \\ \dfrac{h\nu}{c}\vec{n} + 0 = \dfrac{h\nu'}{c}\vec{n}' + \vec{p} \end{cases}$$

$$\left(h\nu + mc^2 - h\nu'\right)^2 = p^2c^2 + m^2c^4 = \left(h\nu\vec{n} - h\nu'\vec{n}'\right)^2 + m^2c^4$$

$$2h\nu\, mc^2 - 2h\nu h\nu' - 2mc^2 h\nu' = -2h\nu h\nu' \cos\theta$$

$$\nu\, mc^2 = \nu h\nu'(1-\cos\theta) + mc^2\nu'$$

$$\nu' = \frac{\nu mc^2}{\nu h(1-\cos\theta) - mc^2} = \frac{\nu}{\nu\frac{h}{mc^2}(1-\cos\theta) + 1}$$

LA LUCE E' FATTA DI FOTONI

$$\nu' = \frac{\nu m c^2}{\nu h (1-\cos\theta) + m c^2} = \frac{\nu}{\nu \frac{h}{mc^2}(1-\cos\theta) + 1}$$

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$$

$$\boxed{\lambda' = \lambda + \lambda_C (1-\cos\theta)}$$

$$\lambda_C = \frac{h}{mC}$$

La lunghezza d'onda Compton.

LA LUCE E' FATTA DI FOTONI

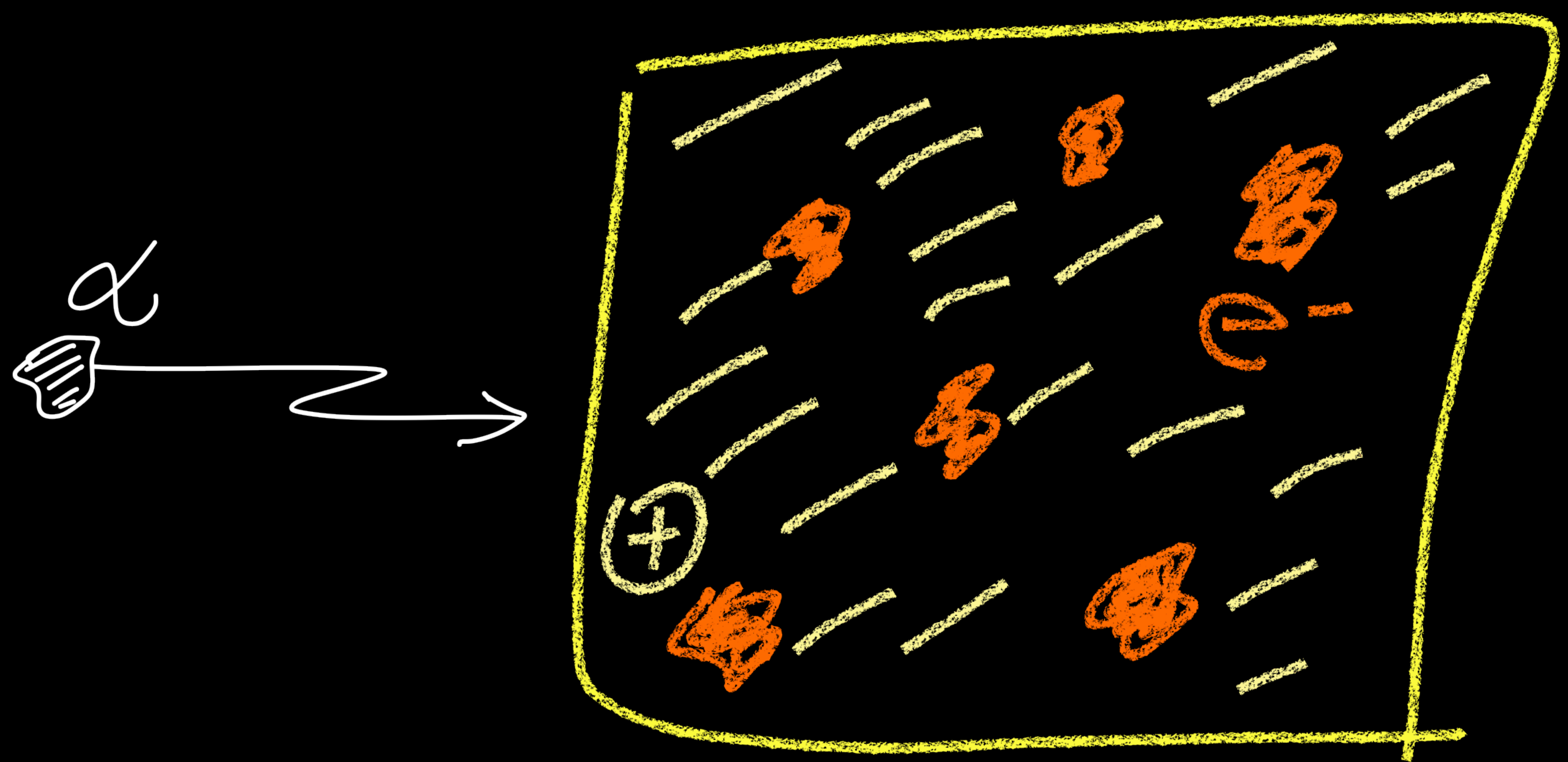
$$\lambda_c = \frac{h}{mc}$$

La lunghezza d'onda Compton.

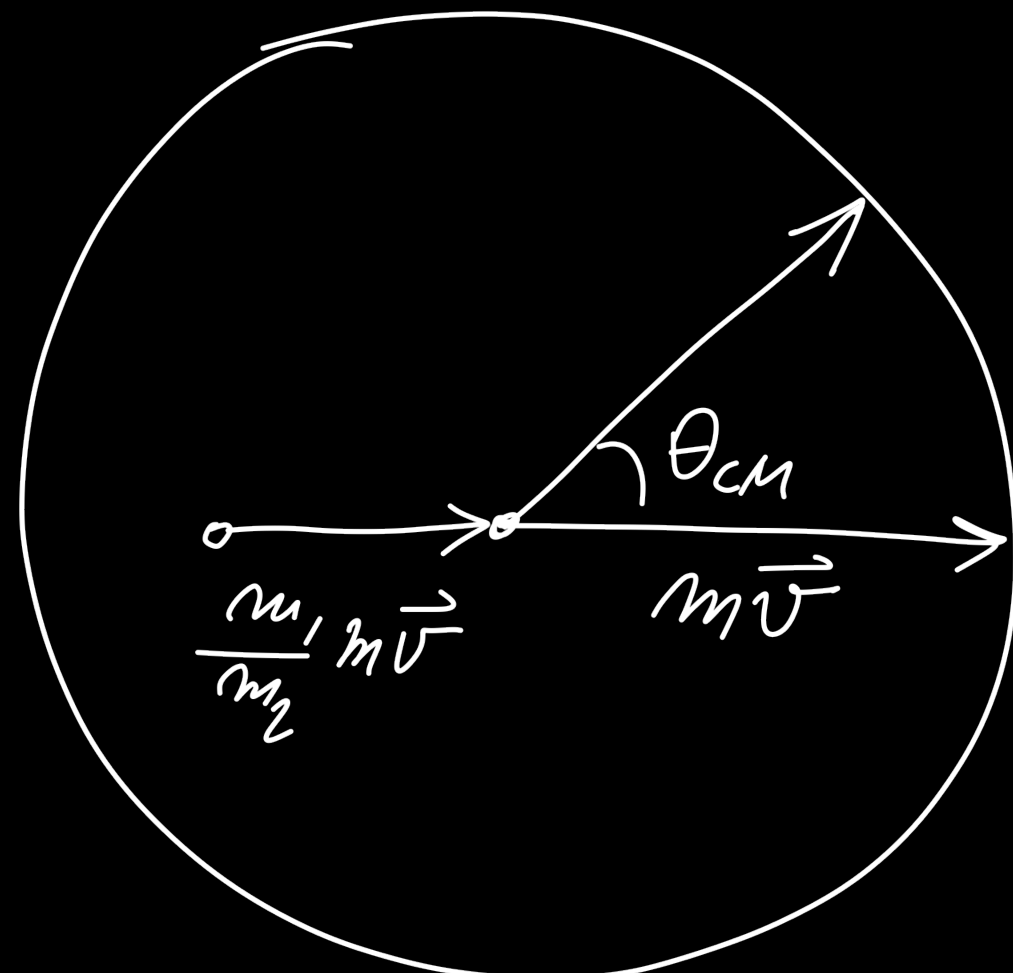
$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \stackrel{!}{=} mc^2$$

$$\lambda = \frac{h}{mc} = \lambda_c$$

L'ATOMO DI RUTHERFORD



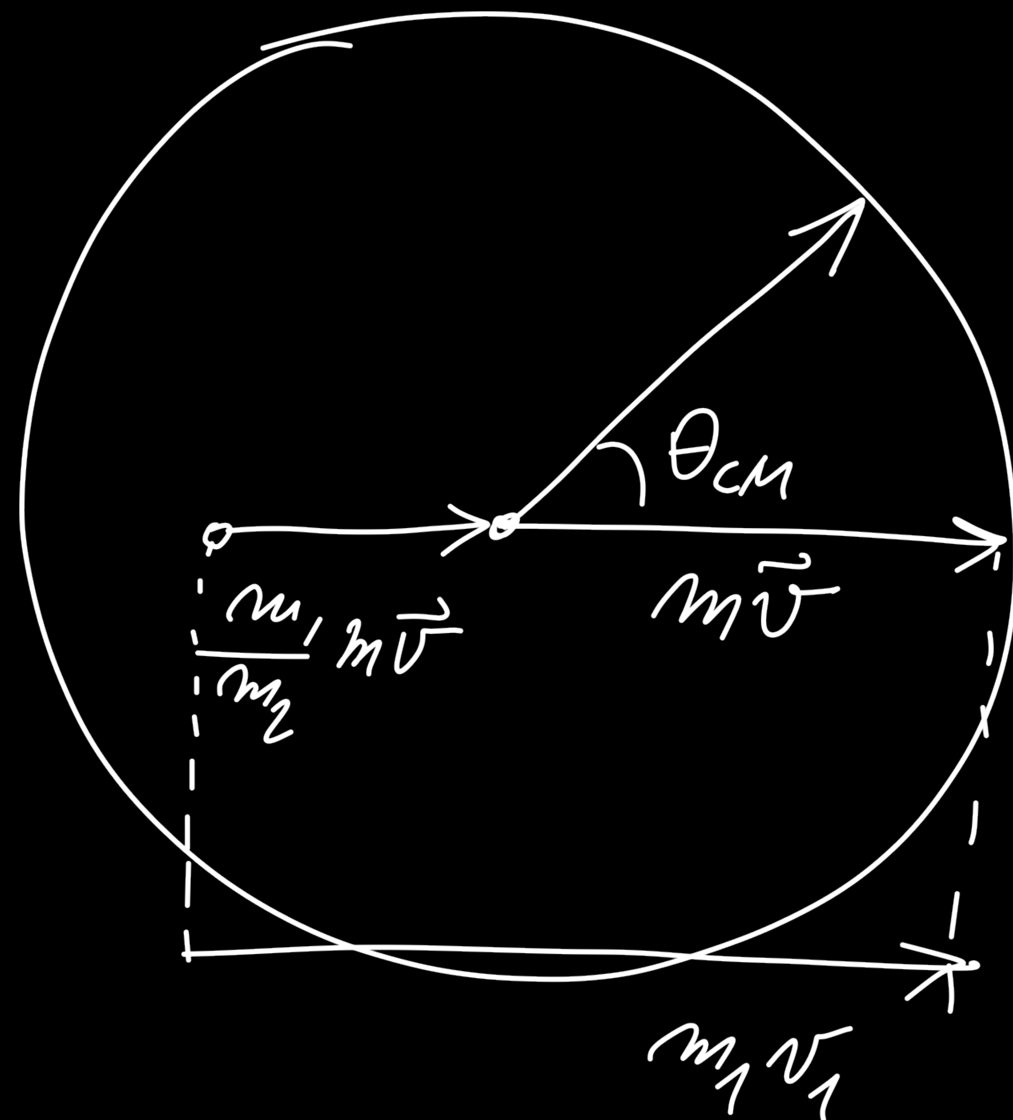
L'ATOMO DI RUTHERFORD



$$\vec{v} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \\ = \vec{v}_{10} - \vec{v}_{20}$$

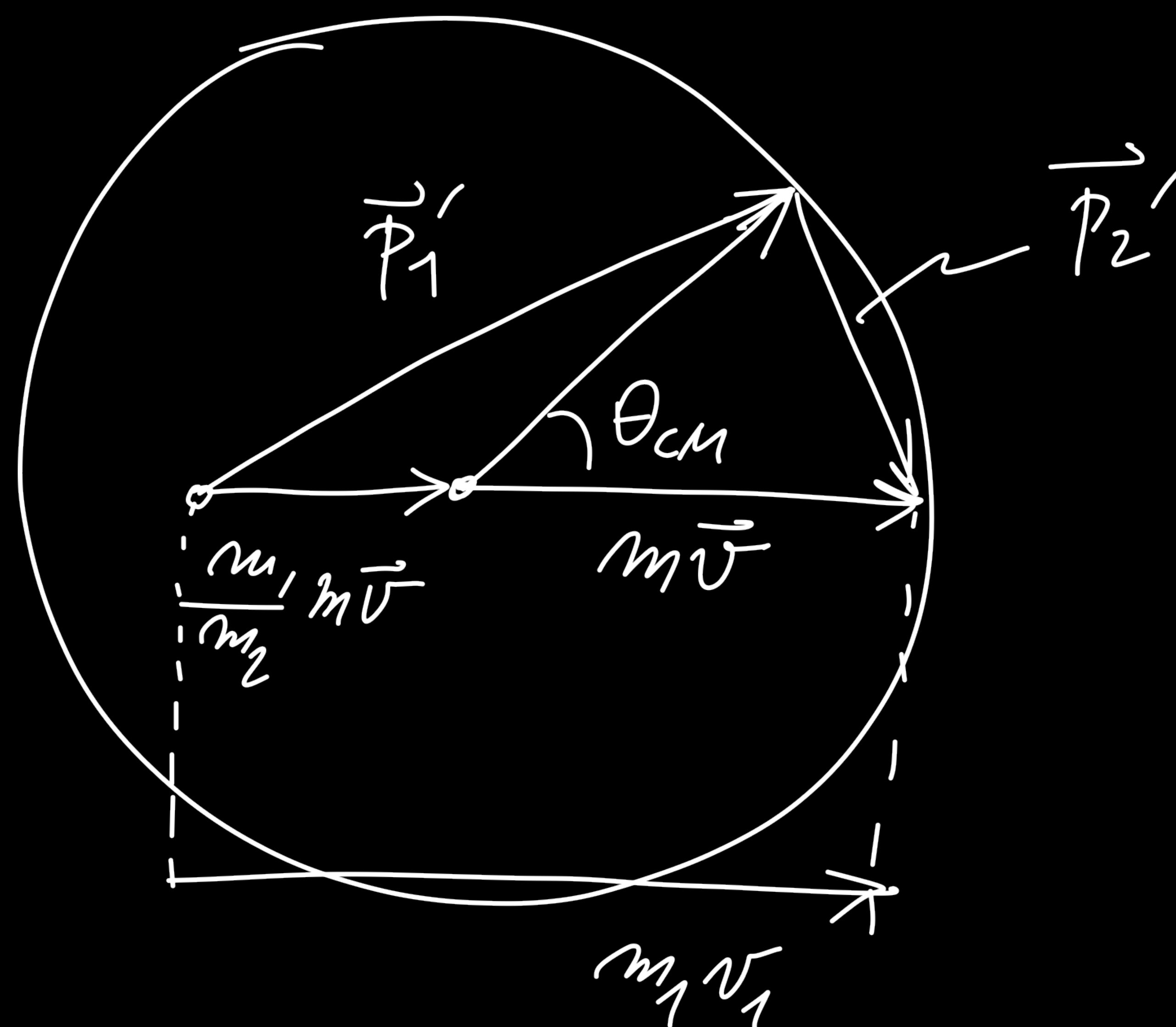
$$m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

L’ATOMO DI RUTHERFORD

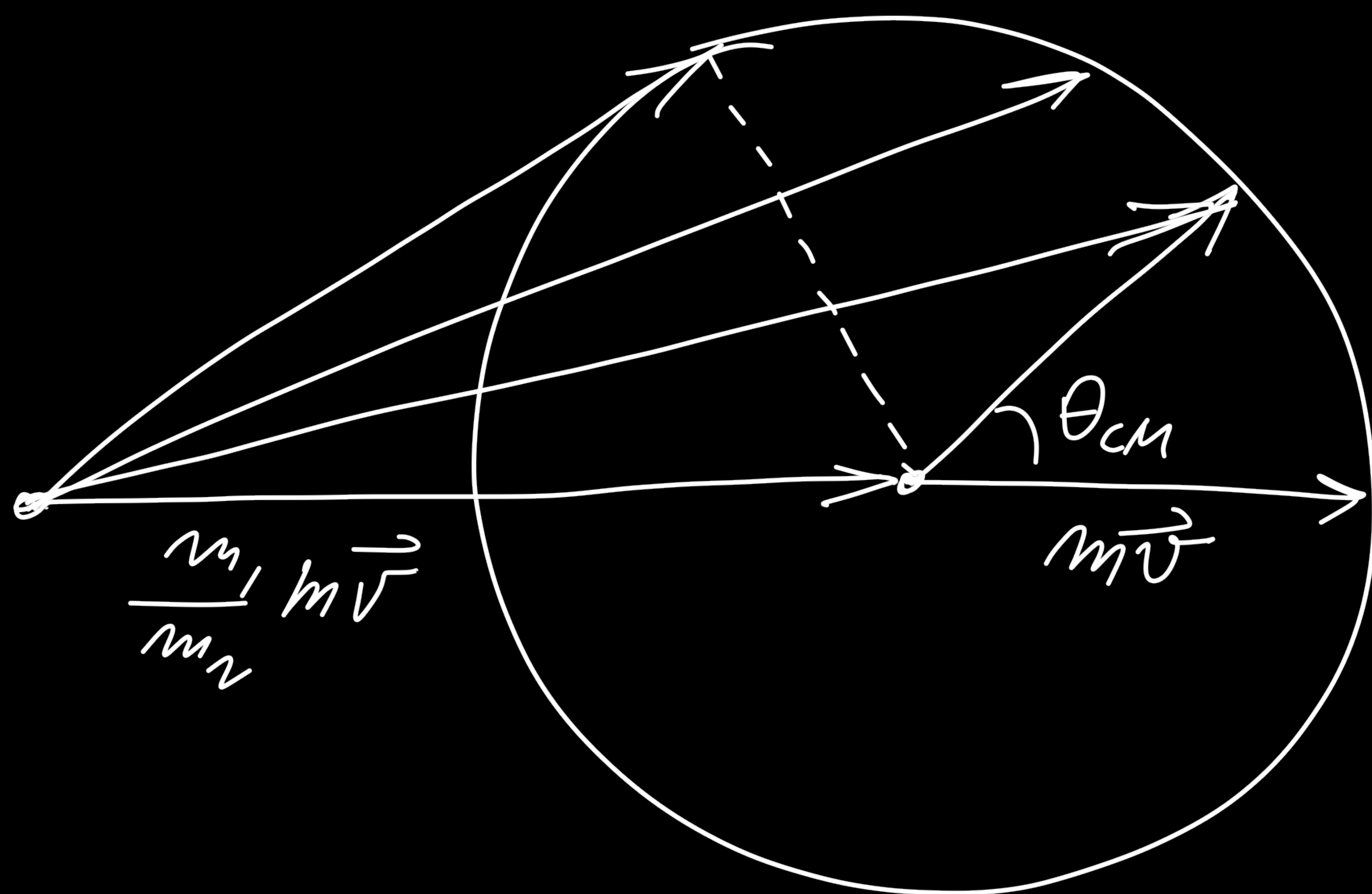


$$\frac{1}{m_2} m\vec{v} = \vec{V}_{CM}$$

L'ATOMO DI RUTHERFORD



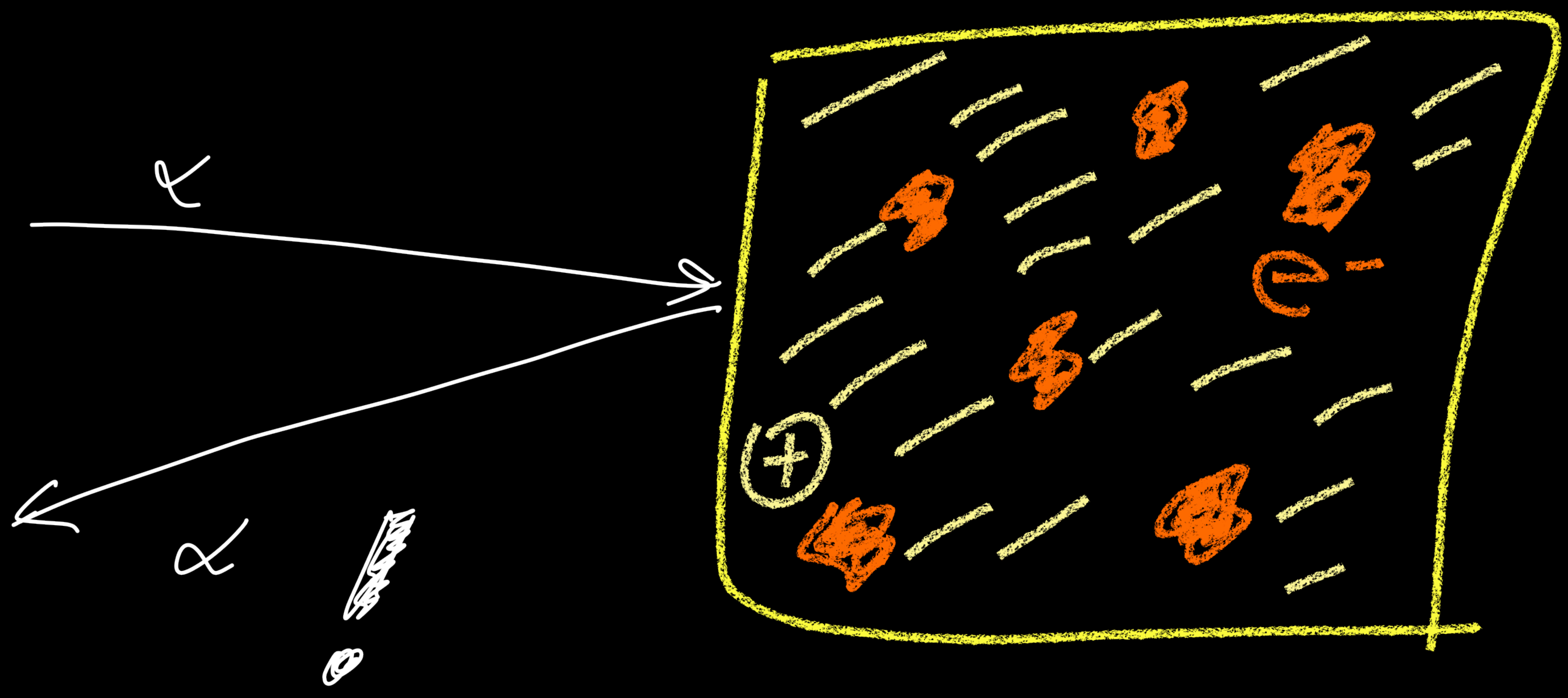
L'ATOMO DI RUTHERFORD



$$\frac{m_1}{m_2} m v \sin\theta_{max} = m v$$

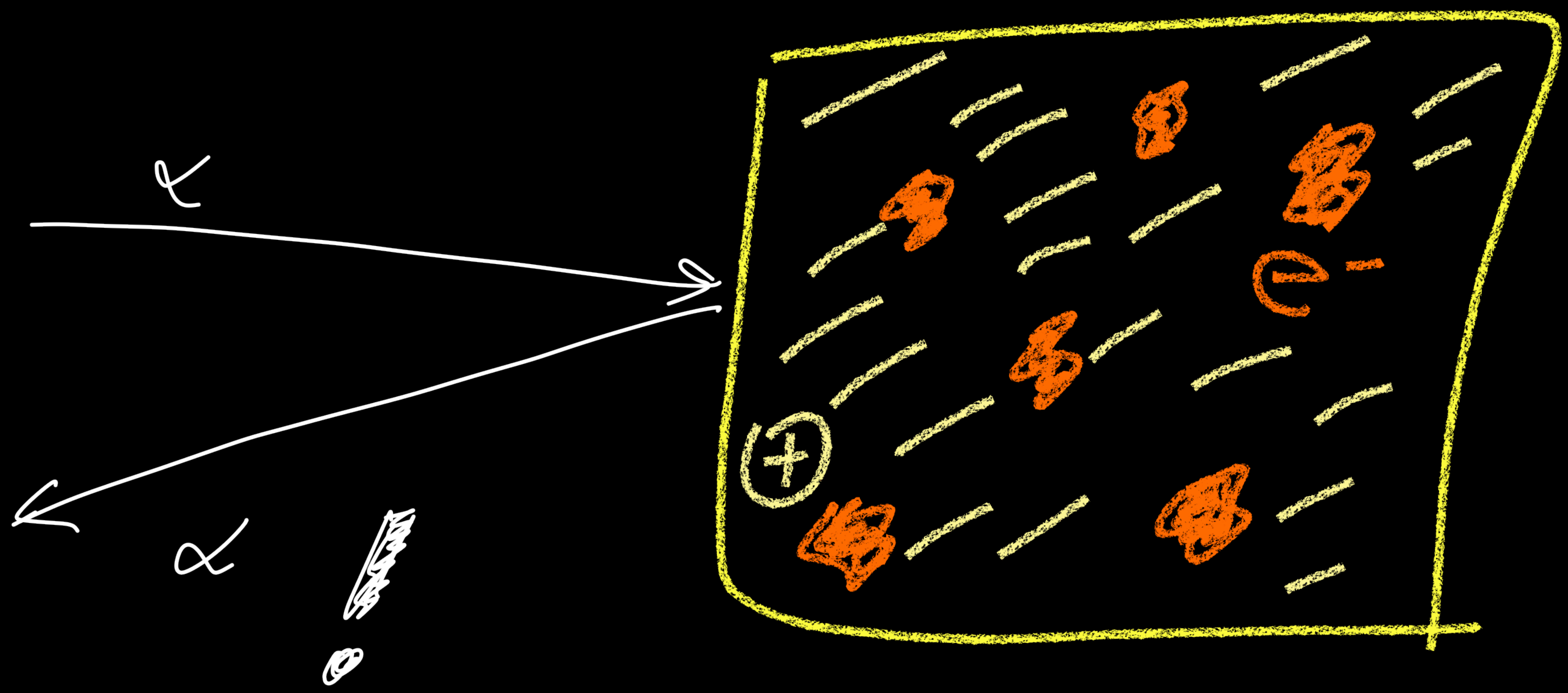
$$\sin\theta_{max} = \frac{m_2}{m_1}$$

L'ATOMO DI RUTHERFORD



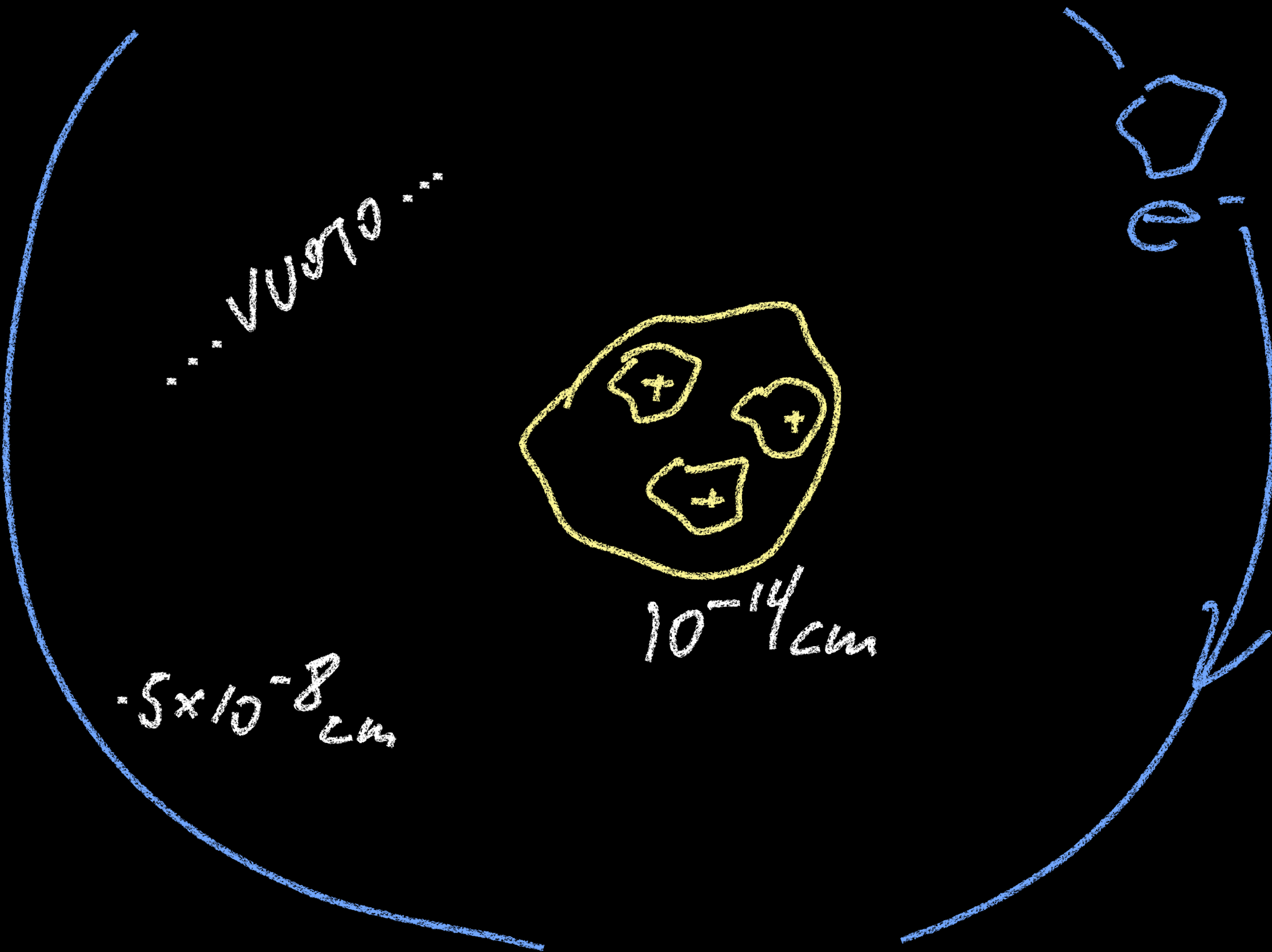
$$m_\alpha \ll M \Rightarrow M \neq m_{e^-}$$

L'ATOMO DI RUTHERFORD



$$\frac{1}{2} m v_\alpha^2 = \frac{Ze^2}{r^*} \Rightarrow \underline{\underline{r^* \approx 10^{-14}\,cm}}$$

L'ATOMO DI RUTHERFORD



LE ESPERIENZE DI FRANK & HERTZ

Bombardare gli atomi con elettroni (in un gas)

$$\bar{E} = \frac{3}{2} kT \longrightarrow \frac{3}{2} kT = h\nu \quad \left(\begin{array}{c}\text{quanto}\\ \text{di eccitazioni}\end{array}\right)$$

$$T = 300\,°K \to \nu = 10^{13}\,Hz$$

L'eccitazione termica degli atomi diventa possibile se

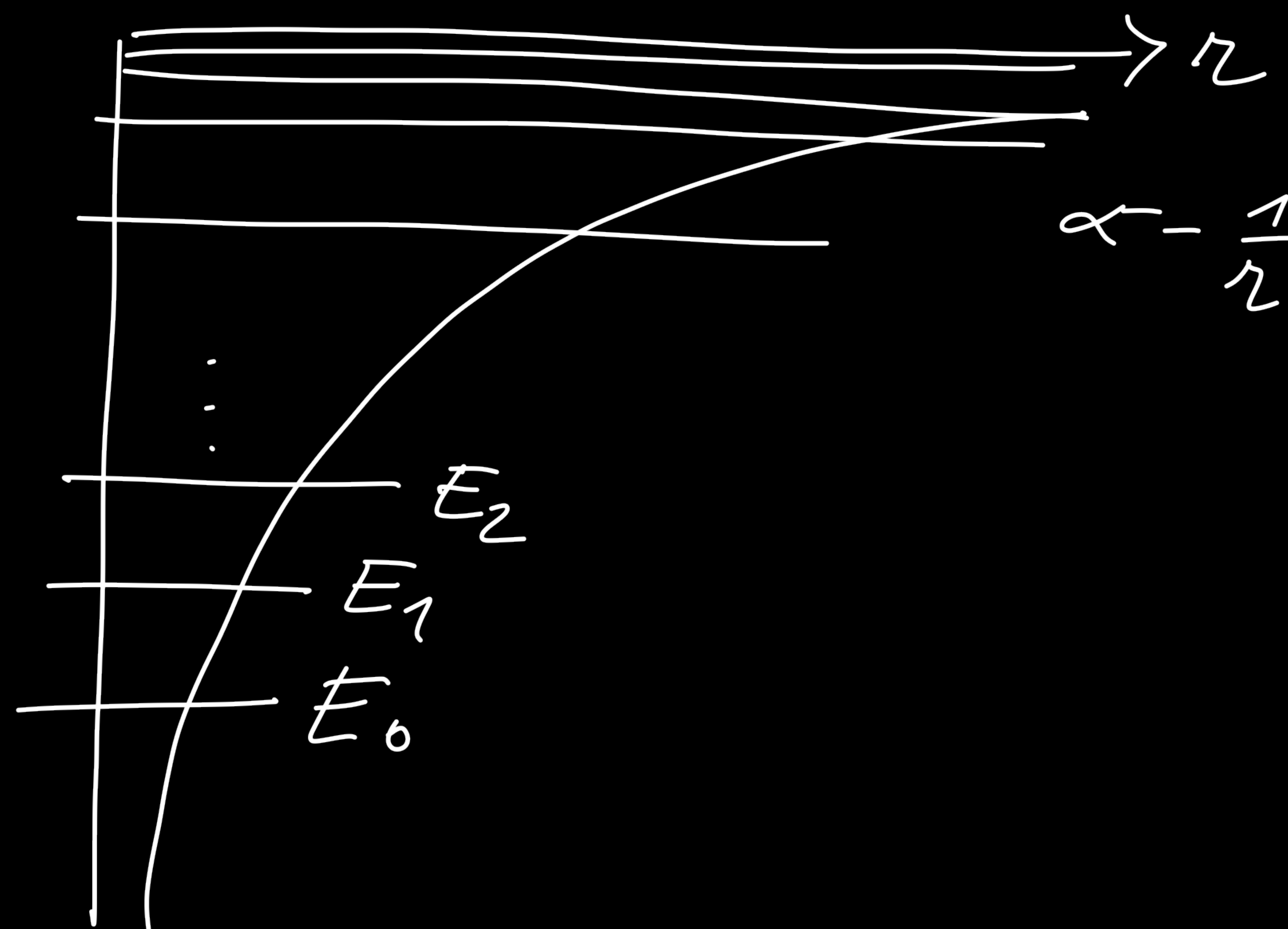
$$10^{14}\,Hz \leq \nu \leq 10^{15}\,Hz$$

LA PERDITA DI ENERGIA DI UN ELETTRONE A CAUSA DELLA COLLISIONE CON ATOMO $= \underline{E_n - E_0}$

L'ATOMO DI NIELS BOHR

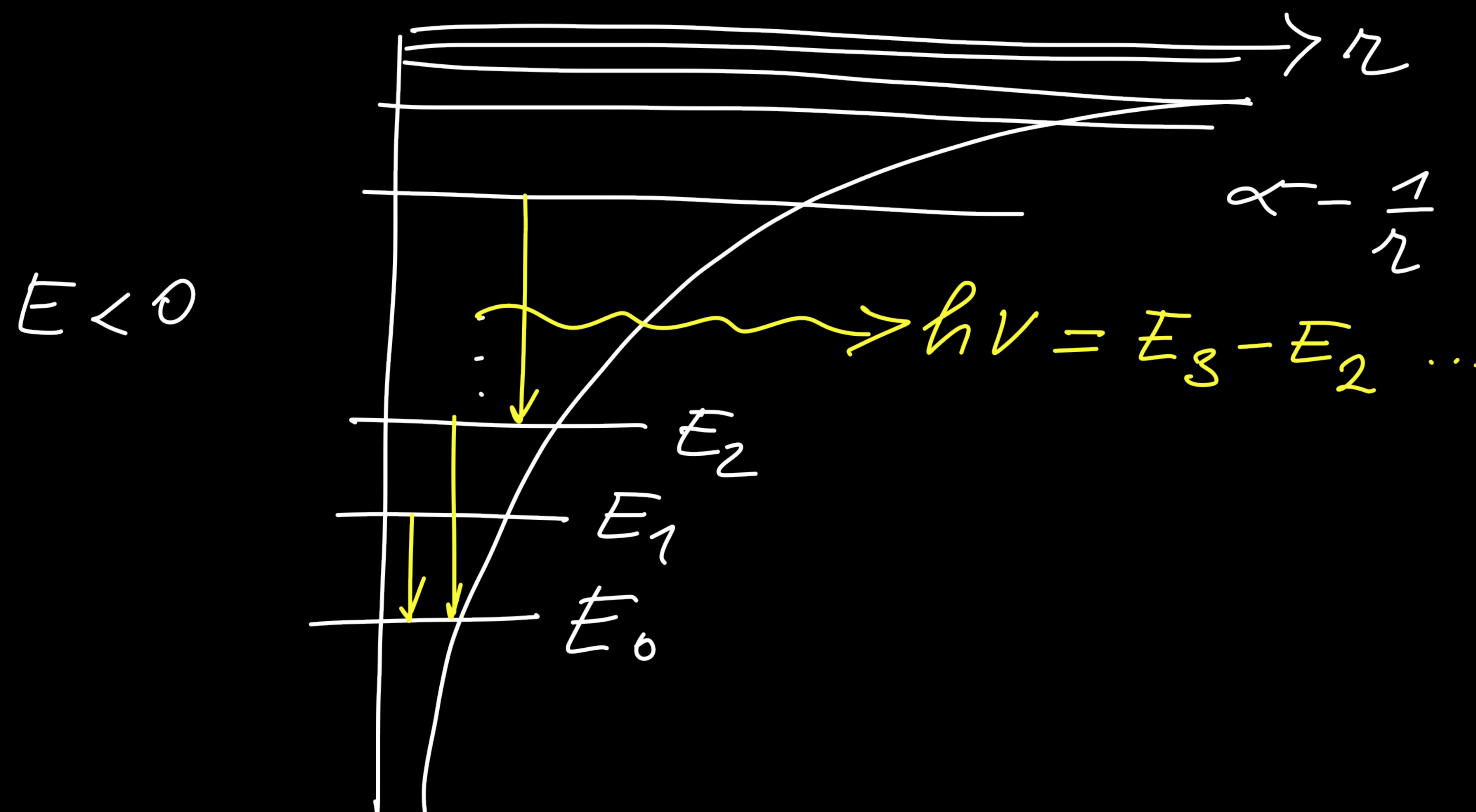
$$E_0,\ E_1,\ E_2,\ \ldots\ E_\infty$$

$E<0$



L'ATOMO DI NIELS BOHR

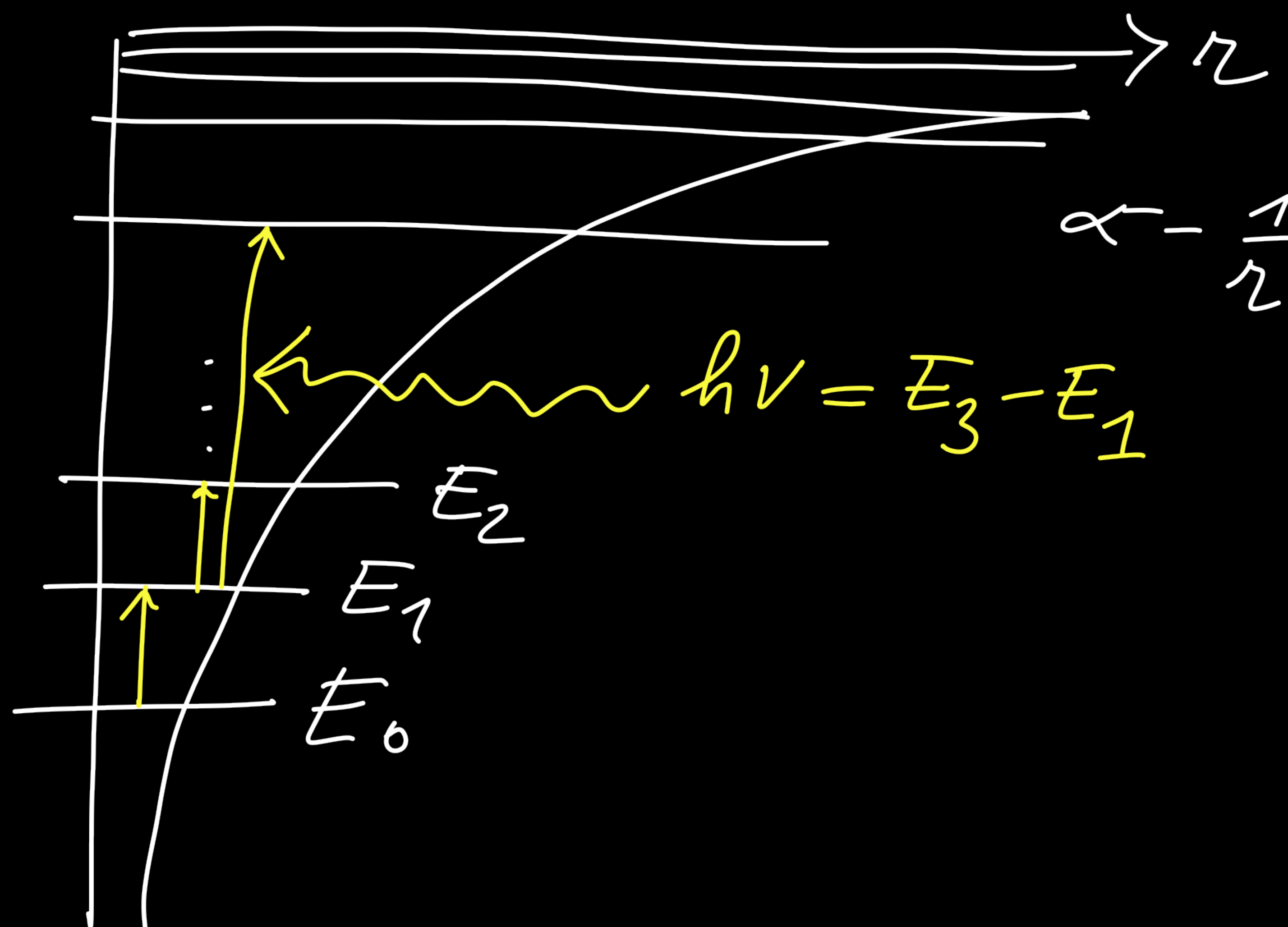
$$E_0 , E_1 , E_2 , \dots \; E_\infty$$



L'ATOMO DI NIELS BOHR

$$E_0, E_1, E_2, \ldots\ E_\infty$$

$E < 0$



L'ATOMO DI NIELS BOHR

$$mvr = n\hbar \quad (\hbar \neq h)$$

$$m\frac{v^2}{r} = \frac{Ze^2}{r^2}$$

$$r = \frac{Ze^2}{mv^2} = \frac{Ze^2 m}{m^2 v^2} =$$

$$= \frac{Ze^2 m}{\left(\frac{n\hbar}{r}\right)^2} = r^2 \frac{Ze^2 m}{n^2 \hbar^2}$$

$$r_n = \frac{n^2}{Z}\left(\frac{\hbar^2}{me^2}\right) = \frac{n^2}{Z} a_B$$

L'ATOMO DI NIELS BOHR

$$a_B \simeq .5 \times 10^{-8}\,\mathrm{cm}$$

$$a_B = \frac{\hbar^2}{me^2} = \frac{\hbar^2 c^2}{(mc^2)e^2} = \frac{\hbar c}{(mc^2)\frac{e^2}{\hbar c}} =$$

$$= \frac{\hbar c}{(mc^2)\alpha} = \frac{197\ \mathrm{MeV\cdot fm}}{(0.5\ \mathrm{MeV})\frac{1}{137}}$$

$$\left(\frac{e^2}{\hbar c} \equiv k_{coulomb} \cdot \frac{e^2}{\hbar c}\right)$$

$$1\,\mathrm{fm} = 10^{-13}\,\mathrm{cm}.$$

L'ATOMO DI NIELS BOHR

$$mv^2 = \frac{Ze^2}{r} \quad (\text{moto circ.})$$

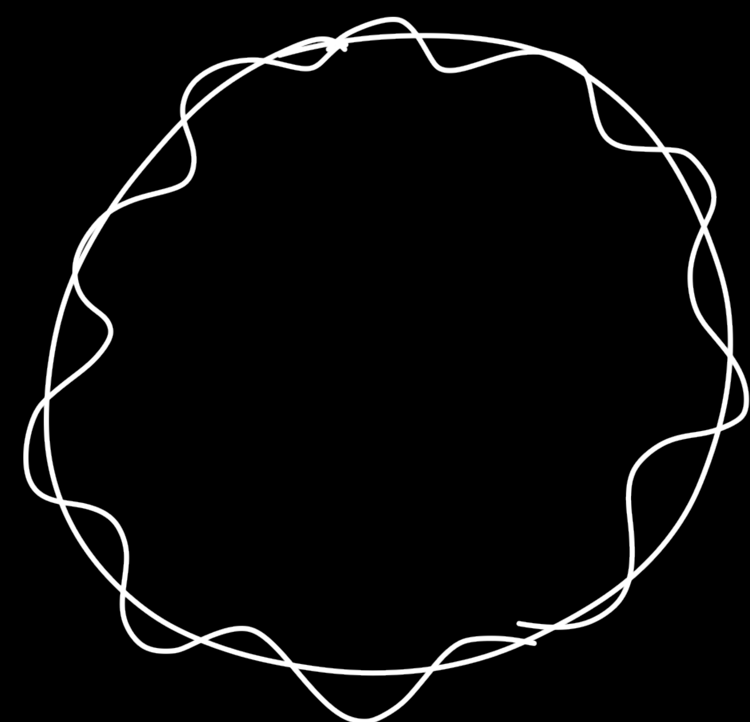
$$E_n = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{Ze^2}{r} = -\frac{1}{2}\frac{Ze^2}{r}$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{Z}{n^2}m\left(\frac{e^2}{\hbar}\right)^2 = -\frac{1}{2}\frac{Z}{n^2}mc^2\alpha^2$$

$$\underbrace{\frac{e^2}{\hbar}}_{\text{dim. di velocità!}} = \frac{e^2}{\hbar c}\cdot c$$

$$\boxed{E_n - E_{n'} = +Zmc^2\alpha^2\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right)}$$

LE ONDE DI DE BROGLIE



$$2\pi r = n\lambda$$

Qualsiasi particella materiale ha

$$\boxed{(\omega, k) = \frac{1}{\hbar}(E, p)}$$

da cui

$$\lambda = \frac{h}{p} \longrightarrow 2\pi r = n\,\frac{h}{p} \longrightarrow \underline{mvr = n\hbar}$$

L'EQUAZIONE DI SCHRODINGER

Per onde piane (part. libere)

$$e^{i(\vec{k}\cdot\vec{x}-\omega t)} = \psi$$

$$-i\hbar\vec{\nabla}\psi = p\psi$$

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = E\psi$$

In presenza di potenziale esterno

$$\left[\frac{(-i\hbar\vec{\nabla})^2}{2m} + V(|\vec{x}|)\right]\psi = E\psi$$

Per l'idrogeno si ritrova $E_n = -\frac{1}{2}\frac{Z}{n^2}mc^2\alpha$!!

L'INTERPRETAZIONE DI BORN

Per particelle confinate

$|\psi|^2 dV$ = probabilità di trovare la part. in dV

?

L'eq. di Schrödinger è deterministica.

DA DOVE VIENE LA INTERPRETAZIONE PROBABILISTICA DI $|\psi|^2 dV$ (MAX BORN)

PARTICELLE IDENTICHE

$$\psi(\xi_A, \xi_B) = \alpha\, \psi(\xi_B, \xi_A)$$

$\llcorner$ a "phase factor".

$$\alpha\, \psi(\xi_B, \xi_A) = \alpha^2 \psi(\xi_A, \xi_B)$$

$$\alpha^2 = 1$$

LE PARTICELLE HANNO SPIN

Se $\alpha = +1$, BOSONI

$$S = 0, \hbar, 2\hbar, 3\hbar \ldots$$

(γ, W, Z, g, h)

Se $\alpha = -1$, FERMIONI

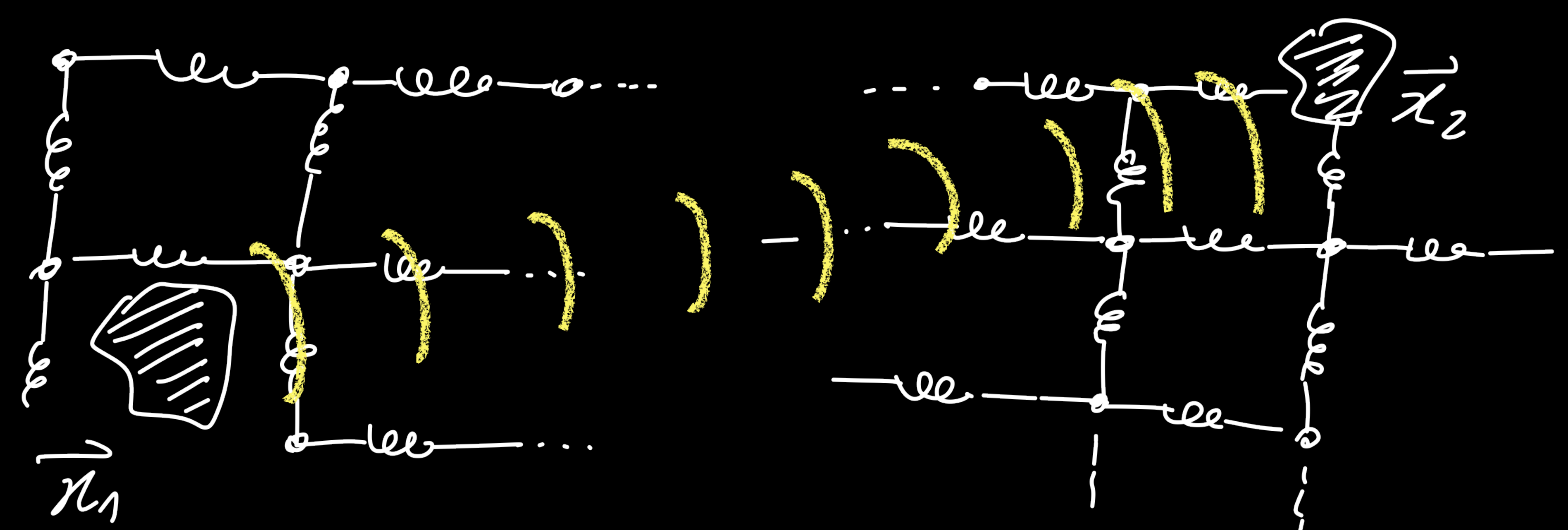
$$S = \frac{\hbar}{2}, \frac{3}{2}\hbar, \frac{5}{2}\hbar, \ldots$$

(e, μ, ν, p, n, q)

TEORIA QUANTISTICA DEI CAMPI

CAMPI : entità permanenti

PARTICELLE : create / distrutte come eccitazioni dei campi.



$$E = -\frac{e^{-mr}}{r}$$ (m del mediatore)

TEORIA QUANTISTICA DEI CAMPI

Le particelle tendono a diminuire l'energia quando più vicine.

ATTRAZIONE

In presenza di carica elettrica <u>invece</u>, due particelle uguali tendono a

RESPINGERSI

Questo è dovuto alla natura del mediatore dell'interazione: IL FOTONE.

TEORIA QUANTISTICA DEI CAMPI

Non c'è modo di distinguere la pol. del fotone mediatore.

MQ: sommare sulle pol. "intermedie"

$$\Longrightarrow \quad F = +\frac{1}{r^2}$$ fra le stesse cariche!

SPIN 0 ATTRAZ.
SPIN 1 REPULSIONE
SPIN 2 ATTRAZ.

INTERAZIONI FONDAMENTALI

	MEDIATORE	SPIN	MASSA
E.M.	γ	1	0
GRAVITAZ.	g	2	? (0)
DEBOLE	$W^{\pm}, Z$ (**)	1	$\simeq 90\,GeV$
FORTE	$g^1, \dots, g^8$ (*)	1	0

YANG-MILLS ('50) PREVEDEVANO L'ESISTENZA DI ALTRI BOSONI DI GAUGE SENZA MASSA ... NON OSSERVATI: O INOSSERVABILI(*) O PESANTI PER VIA DI QUALCHE ALTRO MOTIVO(**)