

Esperimento di von Eötvös

I risultati più precisi circa l'uguaglianza $m_i = m_g$ sono stati ottenuti usando bilance di torsione, con un metodo messo a punto per la prima volta da Roland von Eötvös attorno al 1890. L'apparato sperimentale utilizzato è riprodotto in Fig. 1. Due pesi di materiale diverso (ad esempio, rame e pla-

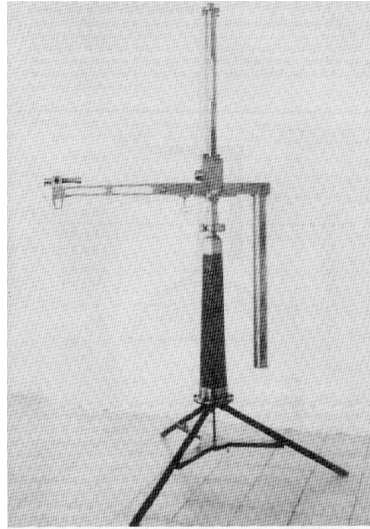


Figura 1: Strumento utilizzato da von Eötvös e collaboratori per la prima indagine sulla gravità sul lago Balaton (1902).

tino) sono attaccati ai bracci della bilancia a torsione. Una sorgente di luce illumina uno specchietto posto sul fulcro della bilancia. L'eventuale variazione nell'equilibrio dei bracci era segnalata dallo spostamento del fascio riflesso dallo specchio. La sospensione asimmetrica (l'apparato era realizzato per un altro scopo) è influente ai fini dell'esperimento che ci interessa.

Lo schema delle forze agenti sui pesi è riportato in Fig. 2. La direzione dell'asse z è definita dalla direzione di \vec{g} , non da quella del filo a piombo, che includerebbe gli effetti centrifughi. Il braccio della bilancia è orientato lungo la direzione Est-Ovest. Il momento di torsione attorno all'asse z , risulta

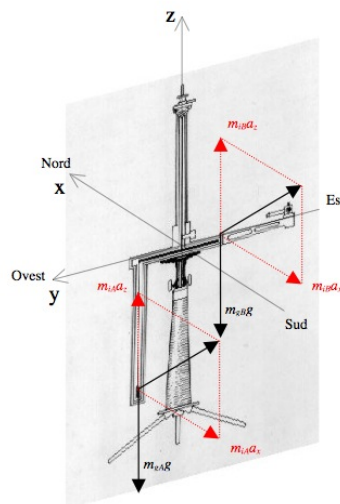


Figura 2: Schema delle forze nella bilancia di torsione; in rosso le sono indicate le componenti delle forze centrifughe dovute alla rotazione della Terra, agenti sui due pesi.

essere:

$$\tau_z = m_{iA} a_x L_A - m_{iB} a_x L_B \quad (1)$$

Dalla condizione di equilibrio per la rotazione intorno all'asse x

$$(m_{gA} g - m_{iA} a_z) L_A = (m_{gB} g - m_{iB} a_z) L_B$$

ricaviamo:

$$L_B = \frac{m_{gA} g - m_{iA} a_z}{m_{gB} g - m_{iB} a_z} L_A$$

che, inserita nella (1), fornisce:

$$\begin{aligned} \tau_z &= m_{iA} a_x L_A - m_{iB} a_x \frac{m_{gA} g - m_{iA} a_z}{m_{gB} g - m_{iB} a_z} L_A \\ &= m_{iA} a_x L_A - m_{iA} a_x \frac{(m_{gA}/m_{iA}) g - a_z}{(m_{gB}/m_{iB}) g - a_z} L_A \\ &= m_{iA} a_x L_A \left[1 - \frac{(m_{gA}/m_{iA}) g - a_z}{(m_{gB}/m_{iB}) g - a_z} \right] \end{aligned}$$

i.e.,

$$\tau_z = m_{iA} a_x L_A \frac{(m_{gB}/m_{iB}) - (m_{gA}/m_{iA})}{(m_{gB}/m_{iB}) - (a_z/g)} \quad (2)$$

da cui si vede che un momento torcente esiste se e solo risulta

$$\frac{m_{gA}}{m_{iA}} \neq \frac{m_{gB}}{m_{iB}}$$

All'equilibrio il momento generato dal filo di sospensione bilancia quello di torsione gravitazionale (2). La presenza di quest'ultimo può essere evidenziata ruotando la bilancia di π intorno all'asse z . Se prima della rotazione la posizione di equilibrio del braccio fosse esattamente lungo la direzione est-ovest, dopo la rotazione risulterebbe leggermente spostata. Questa variazione nella posizione d'equilibrio è dovuta al fatto che, ruotando l'apparato, il momento (2) cambia segno (dal punto di vista matematico ruotare la bilancia significa cambiare segno alle lunghezze dei bracci nella (1) e (2)).