

Interazione Radiazione - Materia

Indice

➤ **Concetti preliminari**

grandezze fondamentali e loro unità di misura, sezione d'urto, cammino libero medio

➤ **Interazioni delle Particelle Cariche**

particelle pesanti, elettroni e positroni
ionizzazione, scattering coulombiano, irraggiamento

➤ **Interazioni dei Fotoni**

effetto fotoelettrico, Compton, creazione coppie e^+e^-

Concetti preliminari

1. Grandezze fondamentali

Energia E [eV] – energia acquisita da un elettrone sottoposto alla d.d.p. di 1 Volt

$$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J} \quad \text{Multipli: keV, MeV, GeV, TeV, ...}$$

Massa a riposo m [eV/c²] – misurata tramite $E = mc^2$

$$1 \text{ eV}/c^2 = 1.78 \times 10^{-36} \text{ kg}$$

Impulso p [eV/c] – misurata tramite $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$

$$1 \text{ eV}/c = 0.535 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Concetti preliminari

2. Sorgenti radioattive

2 parametri fondamentali:

❖ **Attività** – n. di decadimenti al secondo → Becquerel (Bq)

$$1 \text{ Bq} = 1 \text{ dec./s}$$

N.B. – vecchia unità: Curie (Ci) → $1 \text{ Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ dec./s}$

❖ **Costante di decadimento** – velocità di decadimento

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \quad [\lambda] = t^{-1}$$

Concetti preliminari

Grandezze derivate da λ :

- **vita media** τ - intervallo di tempo dopo il quale il n. iniziale di nuclei si è ridotto di un fattore **e**

$$\tau = \lambda^{-1}$$

- **tempo di dimezzamento** $t_{1/2}$ - intervallo di tempo dopo il quale metà dei nuclei iniziali è decaduta

$$t_{1/2} = \tau \ln 2 \cong 0.693 \tau$$

Concetti preliminari

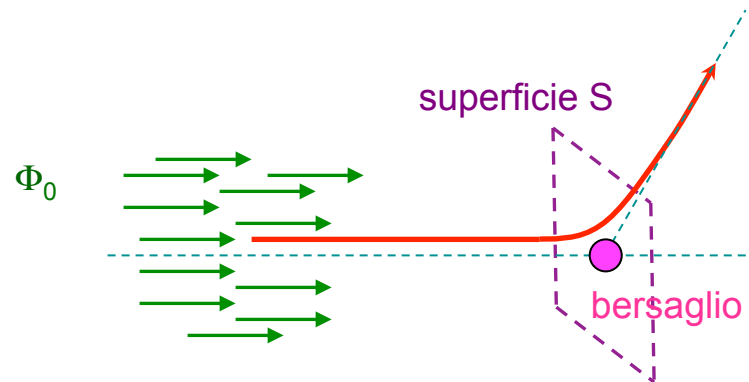
3. Sezione d'urto misura della **probabilità** che si verifichi un certo processo d'interazione

Fasci di particelle → **Flusso Φ** - n. particelle per unita' di tempo e di area

$$[\Phi] = t^{-1} L^{-2}$$

Fascio di particelle che incide su un bersaglio :

- Ipotesi** – fascio molto + esteso del bersaglio;
- particelle distribuite in modo uniforme nello spazio e nel tempo
 - si considera solo il flusso incidente (uniformemente) su una superficie trasversa S



Superficie S \perp alla direzione del fascio

Probabilità di colpire il bersaglio:

$$P = \frac{\text{proiezione del bersaglio su } S}{\text{Superficie trasversa } S} = \frac{\sigma}{S}$$

sezione d'urto



Numero particelle che colpiscono il bersaglio per unità di tempo e di area:

$$\Phi \text{ diffuso} = \Phi \text{ incidente} \times P = \frac{\sigma \Phi_0}{S}$$

da cui:

$$\sigma = \frac{\Phi \text{ diffuso}}{\Phi \text{ incidente} / S}$$

Concetti preliminari

- ✓ natura **casuale** del processo → **valori medi** su un numero elevato di intervalli di tempo di durata finita;
- ✓ $[\sigma] = L^2$ → posso immaginarla come l'area del centro di diffusione proiettata sul piano \perp alla direzione del fascio;
- ✓ **ordini di grandezza:**
 - $\sigma_{\text{atomica}} \approx 10^{-24} \text{ cm}^2$ (= 1 barn)
 - nucleo di raggio r → $\sigma_{\text{geom.}} = \pi r^2$
 $r \approx 10^{-13} \text{ cm}$ (= 1 fm) → $\sigma_{\text{geom.}} \approx 3 \times 10^{-26} \text{ cm}^2 = 30 \text{ mb}$

Concetti preliminari

Bersaglio reale: dimensioni finite → molti centri diffusori

Ipotesi – centri diffusori distribuiti uniformemente;

- bersaglio sottile (spessore = dx) → piccola probabilità che un centro diffusore sia esattamente dietro un altro



N = n. centri/Volume → n. centri su superficie $S \perp$ alla direzione di propagazione del fascio = $N S dx$



Probabilità di collisione di una singola particella del fascio nello spessore dx :

$$dp = \frac{\Phi \text{ diffuso}}{\Phi \text{ incidente}} = \frac{\sigma \Phi_0 / S}{\Phi_0} N S dx = \underbrace{N \sigma}_{\downarrow w} dx$$

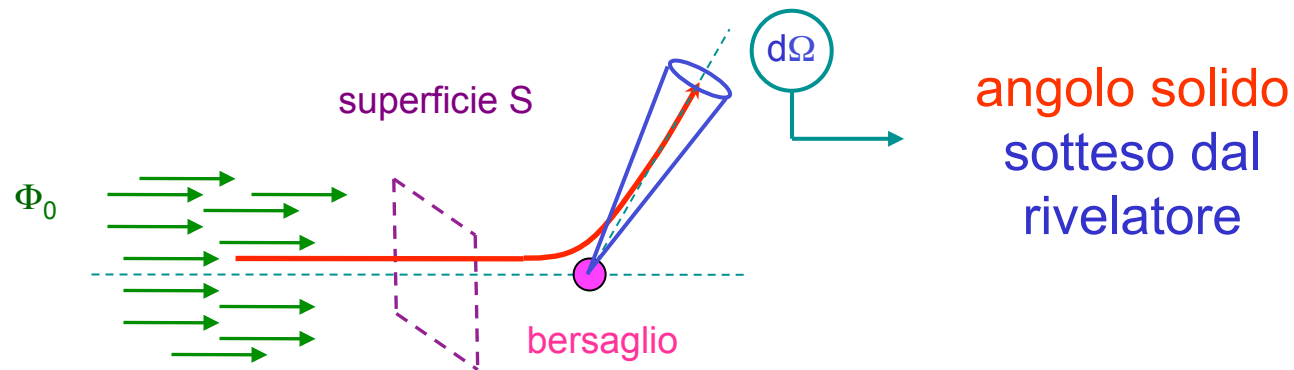
Concetti preliminari

N.B. – densità centri diffusori N $\left\{ \begin{array}{l} \text{nucleo} \rightarrow \rho N_0 / A \\ \text{elettroni} \rightarrow \rho N_0 Z / A \end{array} \right.$

- ρ = densità materiale;
- N_0 = n. di Avogadro (6.02×10^{23});
- A = n. di massa (n. protoni + n. neutroni);
- Z = n. atomico (n. elettroni)

Concetti preliminari

Rivelazione particelle **diffuse** → apparato di dimensioni **finite**



sezione d'urto differenziale

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\Phi \text{ diffuso in } d\Omega}{\Phi_0 / S}$$

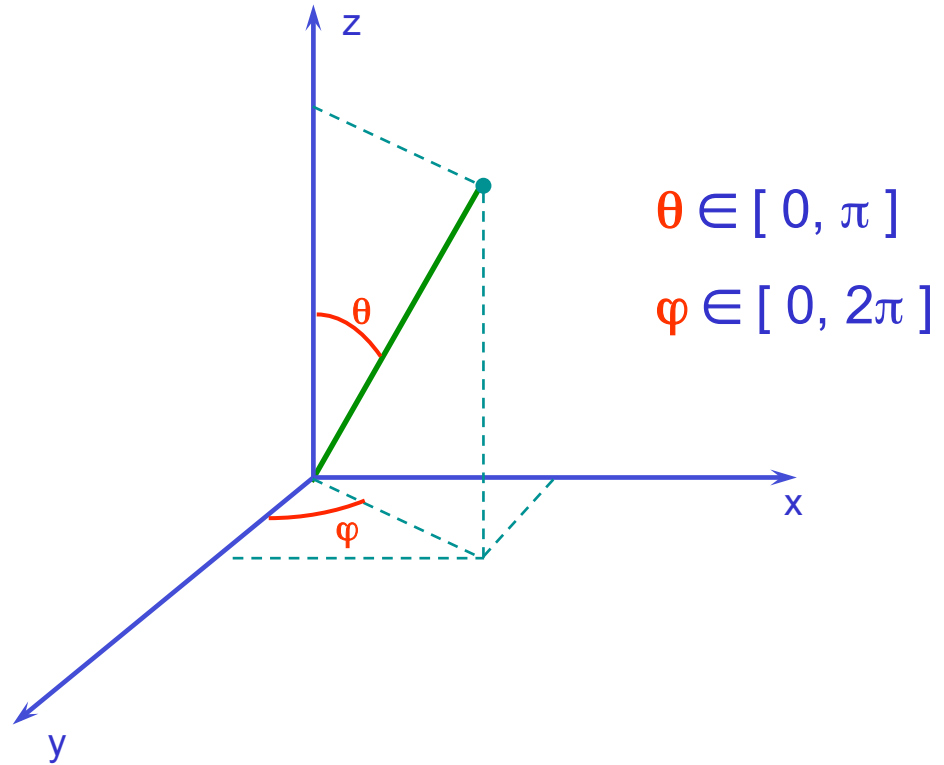
Concetti preliminari

Coordinate polari

$$d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$$



sezione d'urto totale



$$\sigma = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \sin\theta \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

Concetti preliminari

4. Cammino Libero Medio

Situazione reale: bersaglio di spessore **finito** (arbitrario) x

Calcolo della probabilità che la particella **non** subisca interazioni in x : **probabilità di sopravvivenza**

- $P_0(x)$ = probabilità di **0** interazioni in x
- $w dx$ = probabilità di **1** interazione in $[x, x + dx]$

→ probabilità di **non** avere interazioni in $[0, x + dx]$:

$$P_0(x + dx) = P_0(x) (1 - w dx)$$



$$P_0(x) = e^{-w x}$$

Concetti preliminari

- probabilità di avere 1 interazione ovunque entro x

$$P_1(x) = 1 - P_0(x) = 1 - e^{-w x}$$

- probabilità di avere 1 interazione in $[x, x + dx]$ essendo sopravvissuto entro x

$$P'_1(x) dx = P_0(x) w dx = w e^{-w x} dx$$



cammino libero medio : distanza media percorsa dalla particella entro il mezzo senza subire collisioni

Concetti preliminari

$$\ell = \frac{\int dx x P_0(x)}{\int dx P_0(x)} = \frac{\int dx x e^{-w x}}{\int dx e^{-w x}} = \frac{1}{w} = \frac{1}{N \sigma}$$



$$P_0(x) = e^{-x/\ell}$$

N.B. – w e ℓ dipendono da : interazione (σ) & materiale (N) ;

– w = coefficiente d' assorbimento $[w] = L^{-1}$;

– spessore attraversato in termini di massa equivalente $d\xi = \rho dx$
→ coefficiente d' assorbimento di massa: $\mu = w / \rho$

Radiazioni (Particelle)

4 tipi fondamentali di **radiazioni (particelle)** i cui processi d'interazione con la materia sono classificabili in base alle loro **proprietà elettromagnetiche** (e la loro massa)

Cariche

Neutre

particelle pesanti



neutroni (n)

protoni (p), **muoni** (μ), pioni (π), ...

elettroni



fotoni

raggi X, raggi γ

Particelle Cariche

Interazioni

1. collisioni inelastiche con e⁻ atomici ✓
2. diffusione elastica dal nucleo atomico ✓
3. reazioni nucleari
4. irraggiamento (bremsstrahlung) nel campo coulombiano del nucleo
5. emissione radiazione Čerenkov



Effetti

- ❖ perdita d'energia
- ❖ deflessione della traiettoria

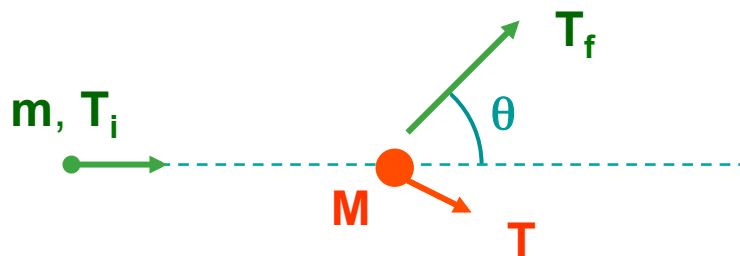
✓ = dominanti

Particelle Pesanti

ΔE essenzialmente tramite collisioni con e^- atomici ($\sigma \approx 10^7$ barn)

- Collisioni :
- i. soft \rightarrow eccitazione atomica
 - ii. hard \rightarrow ionizzazione atomica
(se e^- prodotto ionizza: knock-on)

Massimo trasferimento d' energia nella collisione:



$$T^{\max} = T (\theta = \pi)$$
$$= 4 \frac{m M}{(m + M)^2} T_i$$

Particelle Pesanti

1. collisioni inelastiche con e⁻ atomici

$$m \gg M \rightarrow T^{\max} \cong 4 \frac{M}{m} T_i \longrightarrow \text{piccola } \delta E \text{ nella singola collisione}$$

elevata densità del mezzo attraversato \rightarrow grande n. di collisioni per cammino unitario \rightarrow fluttuazioni molto piccole nella ΔE

\rightarrow possibile utilizzare il concetto di energia media persa per unità di cammino: stopping power dE/dx

2. diffusione elastica dal nucleo atomico ($\sigma_2 < \sigma_1$)

$$m \ll M \rightarrow T^{\max} \cong 4 \frac{m}{M} T_i \longrightarrow \text{ancora piccola } \delta E$$

Stopping Power

Ipotesi

- i. e^- libero e in quiete
- ii. e^- si muove poco durante l'interazione
- iii. particella incidente non deflessa dall'interazione:
 $M (= m_e) \ll m$

Simbologia:

particella incidente:

v = velocità iniziale ($\beta = v/c$)

q = carica elettrica (in unità di e)

mezzo attraversato:

N_e = densità e^- atomici

ν = frequenza media del moto orbitale degli e^- atomici

Stopping Power

1) Teoria Classica (Bohr)

$$(\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2})$$

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi N_e \frac{q^2 e^4}{m_e v^2} \ln \left(\frac{\gamma^2 m_e v^3}{q e^2 v} \right)$$

2) Teoria Quantistica (Bethe & Bloch)

$$-\frac{dE}{dx} = 0.1535 \rho \frac{Z q^2}{A \beta^2} L(\beta)$$

$$L(\beta) = \ln \left(\frac{2 \gamma^2 m_e v^2 W_M}{I^2} \right) - 2 \beta^2$$

$I = h\nu$ = potenziale di
eccitazione medio

W_M = max. energia trasferita
nella collisione

Stopping Power

Campo elettrico della particella incidente polarizza gli atomi lungo il cammino → e^- lontani sentono campo elettrico + debole
→ collisioni con tali e^- danno contributo alla perdita d'energia < di quello previsto dalla **Bethe & Bloch**



Alti β → maggiore influenza delle collisioni con e^- lontani → effetto densità riduzione dello **stopping power** → correzione δ
(? densità: polarizzazione del mezzo cresce con ρ !)

$\beta \leq$ velocità orbitale degli e^- atomici → non è più possibile considerare gli e^- stazionari rispetto alla particella incidente
→ correzione di **shell C**



$$L(\beta) \rightarrow L(\beta) - \delta - 2 \frac{C}{Z}$$

Mass Stopping Power

N.B. – conveniente riesprimere lo stopping power in funzione dello spessore in termini di massa equivalente $\xi = \rho x$

$$x \rightarrow \xi \quad \longrightarrow \quad -\frac{dE}{d\xi} = -\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = q^2 \frac{Z}{A} F(\beta, I)$$

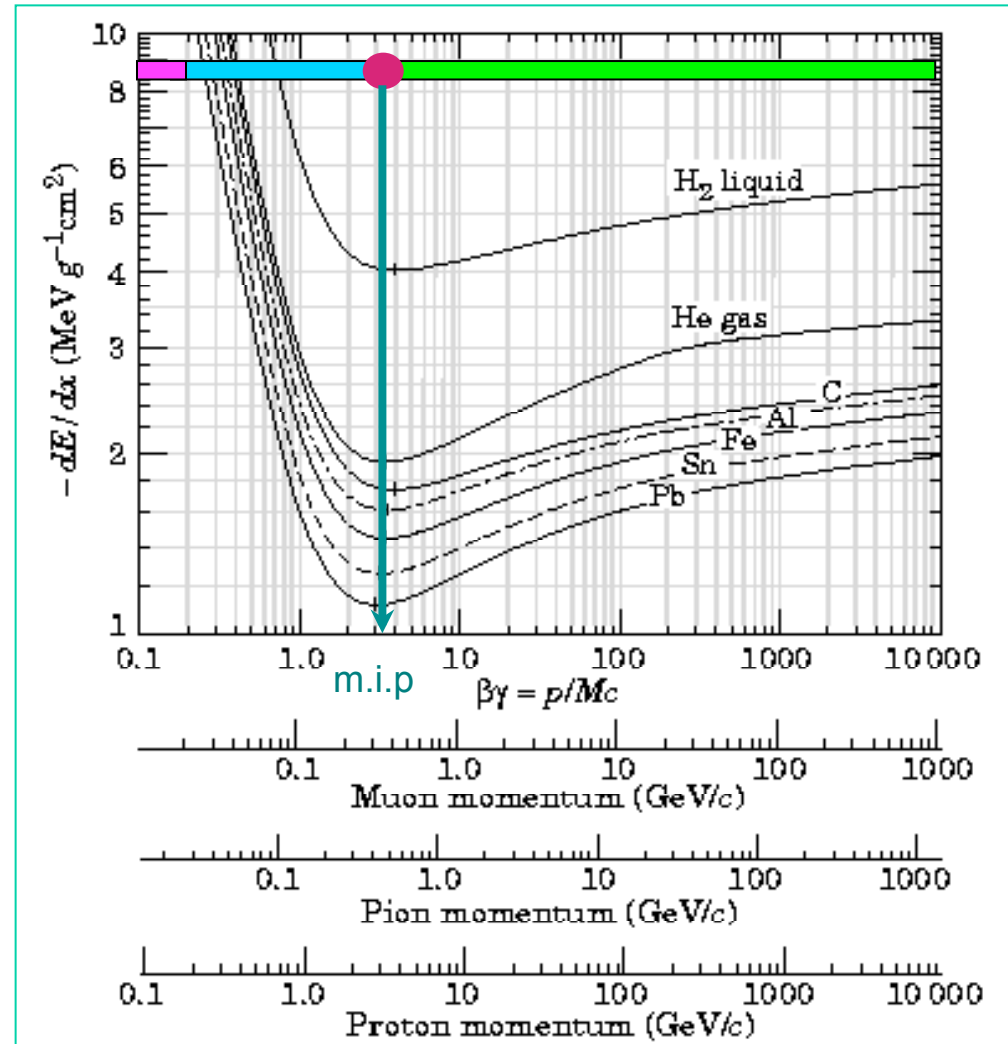
mass stopping power

per valori di Z non troppo diversi $\left\{ \begin{array}{l} \frac{Z}{A} \sim \text{costante} \\ \text{debole dipendenza} \\ \text{da } I(Z) \text{ (logaritmica)} \end{array} \right.$

$$\longrightarrow \quad -\frac{dE}{d\xi} \sim \text{indipendente dal materiale}$$

Mass Stopping Power

Mass Stopping Power
vs.
Energia particella
incidente



Mass Stopping Power

 $\beta < 0.2$  $-\frac{dE}{d\xi} \propto \beta$

 $0.2 < \beta < 0.96$  $-\frac{dE}{d\xi} \propto \frac{1}{\beta^2}$

dipendenza diversa per particelle $\neq \rightarrow$ discriminazione (P.Id.)

 $\beta = 0.96$  minimo di ionizzazione (m.i.p.)

\sim costante per particelle di = carica: $q = 1 \rightarrow \cong 2 \text{ MeV} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^2$

 $\beta > 0.96$  $-\frac{dE}{d\xi} \propto \ln \beta$

risalita relativistica attenuata dall'effetto densità

Elettroni & Positroni

Differenza fondamentale con le particelle pesanti: causa piccolo valore di m_e diviene importante l'irraggiamento !!

1. Collisioni inelastiche con e^- atomici

meccanismo uguale a quello per particelle pesanti, ma con 2 differenze sostanziali:

- non più valida l'ipotesi che la particella incidente si mantiene sulla traiettoria iniziale
- urto tra **particelle identiche** → modifiche di natura puramente quantistica: indistinguibilità




modifiche nella **Bethe - Bloch**

Elettroni & Positroni

$$W_M = T_i / 2$$

$$L(\beta) \rightarrow L_e(\beta) \neq L(\beta)$$


$$-\frac{dE}{dx} = 0.1535 \rho \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} L_e(\beta)$$

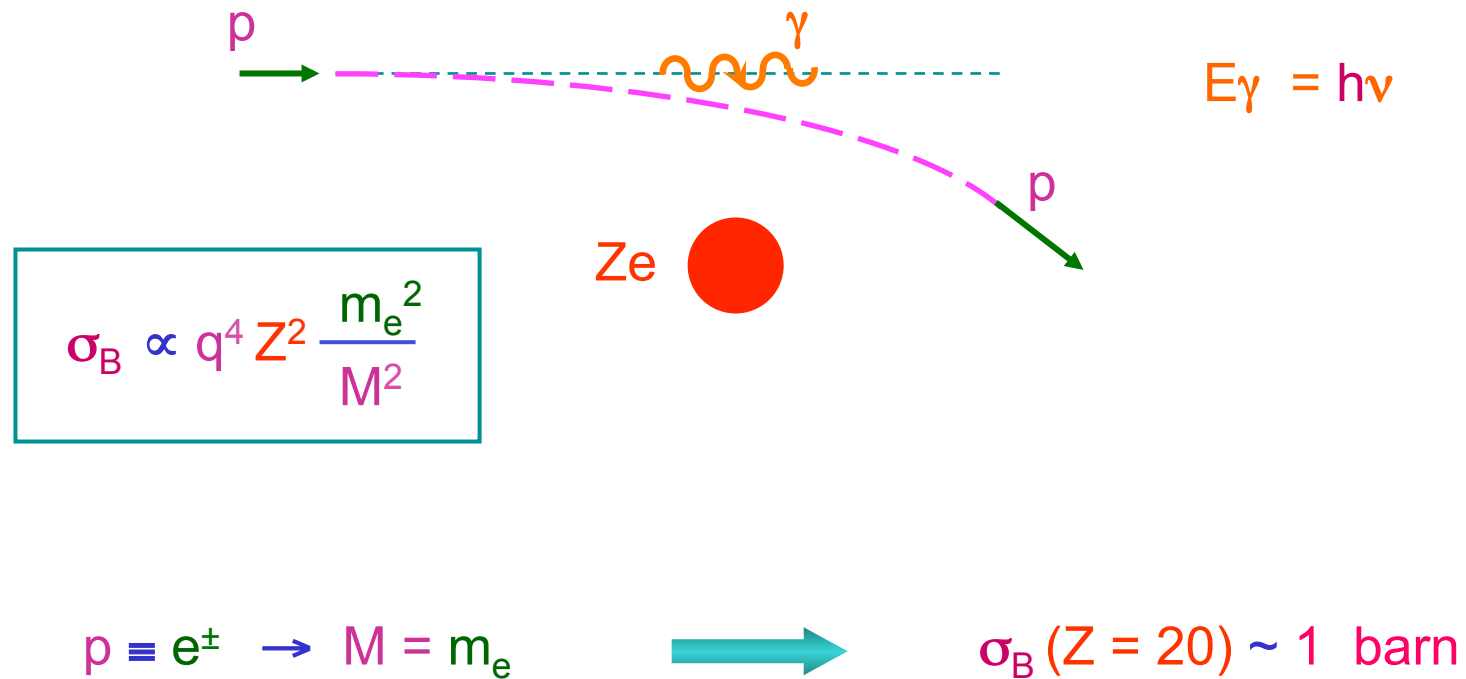
$$L_e(\beta) = \ln\left(\frac{m_e^2 (\gamma^2 - 1)^2}{2 I^2}\right) + F(\gamma) - \delta - 2 \frac{C}{Z}$$

dove la funzione F è diversa per elettroni e positroni

Elettroni & Positroni

2. Bremsstrahlung nel campo coulombiano del nucleo

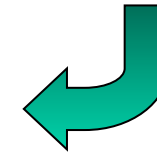
accelerazione nel campo del nucleo atomico → deflessione della traiettoria ⊕ emissione di radiazione e.m. (fotoni)



Elettroni & Positroni

N.B. – $\frac{\sigma_B^{(e)}}{\sigma_B^{(\mu)}} = \frac{m_\mu^2}{m_e^2} = 4 \times 10^4$ \longrightarrow bremms. importante solo per e^\pm (con $T > 10$ MeV)

luce di sincrotrone solo da macchine ad elettroni



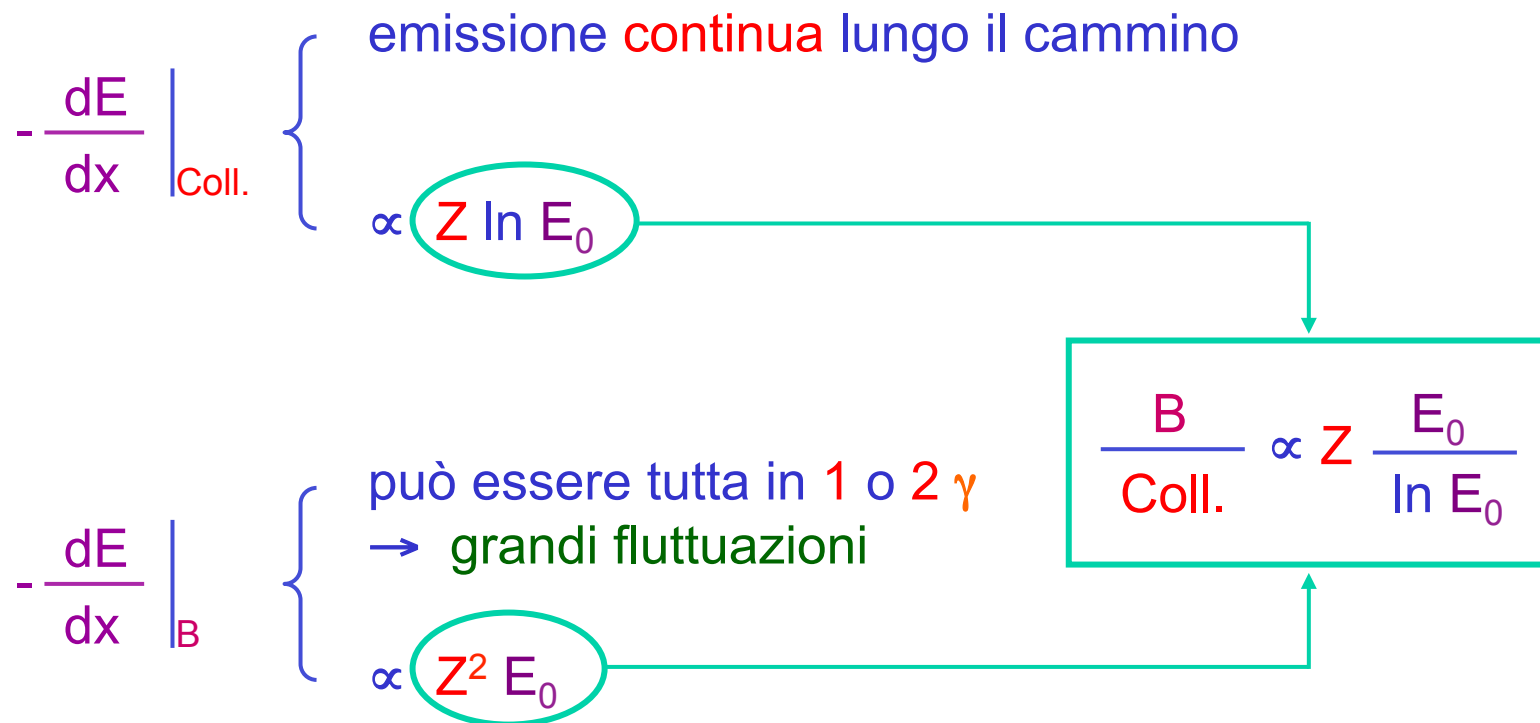
Perdita d' energia di e^\pm di energia iniziale $E_0 (= h\nu_0)$

$$-\frac{dE}{dx} \Big|_B = N \int_0^{\nu_0} d\nu \, h\nu \frac{d\sigma}{d\nu}(E_0, \nu) = N E_0 \Phi_R$$

N.B. – $\frac{d\sigma}{d\nu} = \frac{G(Z)}{\nu}$ \longrightarrow Φ_R dipende solo dal materiale

Elettroni & Positroni

Confronto tra le perdite di energia associate alle
Collisioni atomiche e alla Bremsstrahlung



Elettroni & Positroni

2 parametri importanti :

1. Energia critica E_c

energia particella incidente per la quale risulta

$$-\frac{dE}{dx} \Big|_{\text{Coll.}} = -\frac{dE}{dx} \Big|_B$$

$E > E_c \rightarrow$ domina Bremsstrahlung

e^\pm

$$E_c \sim \frac{800}{Z} \text{ MeV} \quad (\text{Bethe \& Heitler})$$

Elettroni & Positroni

2. Lunghezza di radiazione X_0

$$-\frac{dE}{dx} \Big|_B = N E \Phi_R \quad \longrightarrow \quad -\frac{dE_B}{E} = N \Phi_R dx$$

Limite di energie elevate:

- dominano perdite d'energia per **Bremmstrahlung**
- Φ_R indipendente da E



$$E = E_0 e^{-x/X_0}$$

$$X_0 = \frac{1}{N \Phi_R}$$

(X_0 = cammino necessario affinché $E \rightarrow E / e$)

Elettroni & Positroni

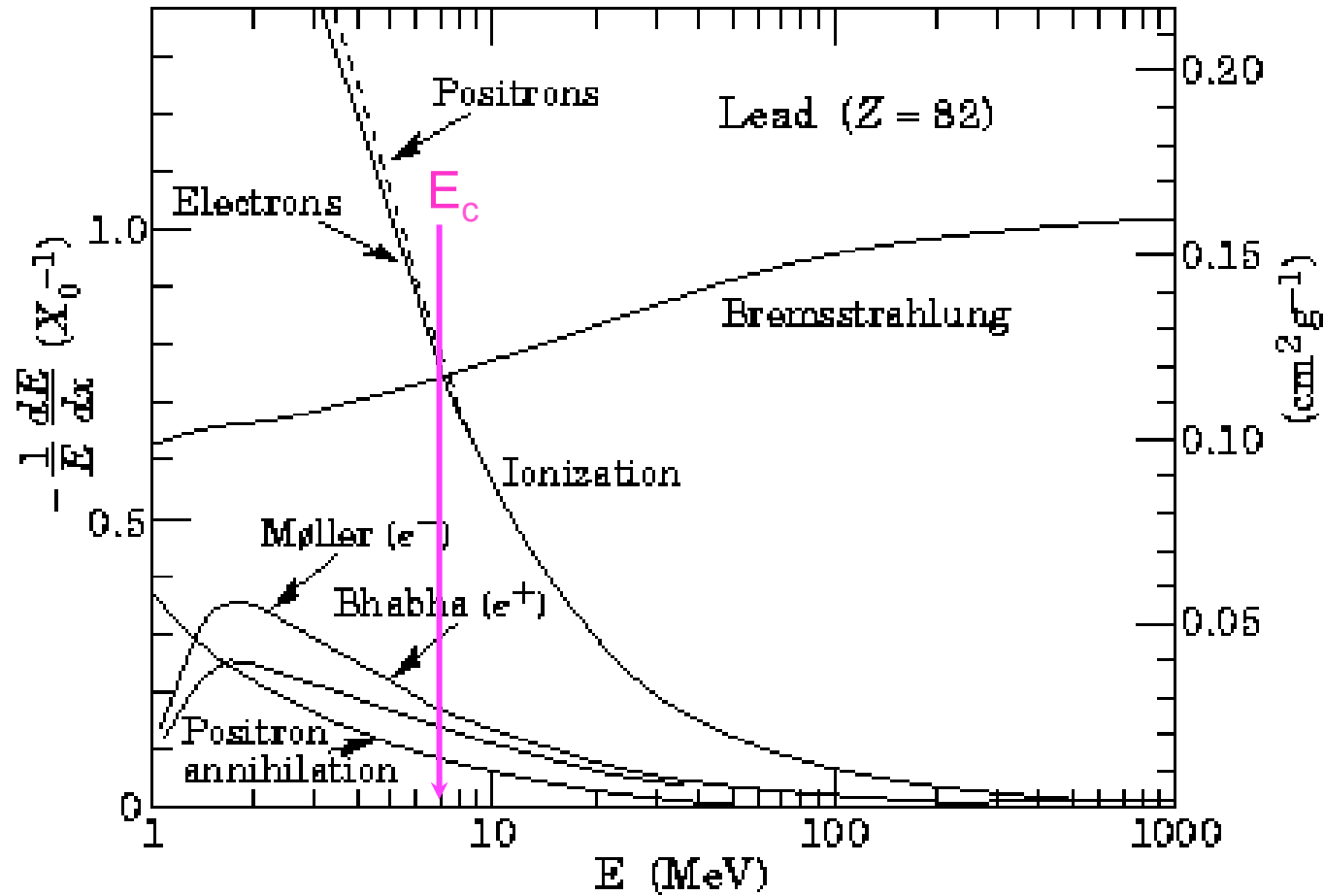
$$N.B. \quad - \quad t = \frac{x}{X_0} \quad \longrightarrow \quad - \frac{dE}{dt} = E$$

i.e. in termini della variabile t la perdita d'energia per Bremsstrahlung è indipendente dal materiale

$$(\Xi_0 = \rho X_0)$$

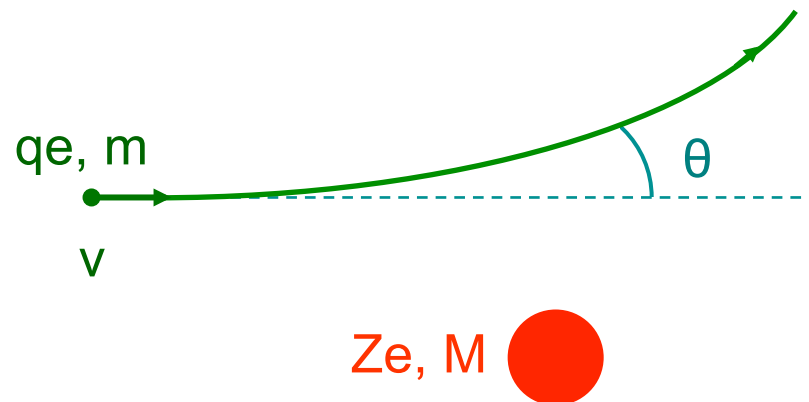
	X_0 (cm)	Ξ_0 ($\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}$)	E_c (MeV)
Air	30050	36.20	102
Pb	0.56	6.37	9.51
Al	8.9	24.01	51.0
NaI	2.59	9.49	17.4

Elettroni & Positroni



Scattering Coulombiano

Sezione d'urto « di quella relativa alle collisioni con gli e⁻ atomici



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{qZ e^2}{p v} \right)^2 \frac{1}{4 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

(Rutherford)

Scattering Coulombiano

➤ $\sin^4 \frac{\theta}{2}$ al denominatore  collisioni con piccole deviazioni sono quelle più probabili

➤ $M \gg m \rightarrow$ piccolo trasferimento d'energia al nucleo



particella nell' attraversare il materiale segue percorso random a zig-zag \rightarrow effetto netto: deviazione dalla traiettoria iniziale

Scattering Coulombiano

$D = n \cdot \text{medio}$ di diffusioni all' interno del materiale \rightarrow 3 regimi :

- i. **Single** : assorbitore molto sottile \rightarrow Probabilità ($D > 1$) $\ll 1$
 \rightarrow valida la formula di Rutherford
- ii. **Plural** : $D < 20$ \rightarrow caso più difficile da trattare: né Rutherford, né metodi statistici sono applicabili
- iii. **Multiple**: $D \geq 20$ \rightarrow caso più comune: se l' energia persa nella singola collisione è piccola posso applicare metodi statistici \rightarrow calcolo della distribuzione di probabilità per l' angolo di deflessione totale in funzione dello spessore di materiale attraversato

Scattering Coulombiano

Multiple Scattering: trascuro le diffusioni a grande angolo ($\theta > 10^\circ$)
→ approssimazione gaussiana

$$P(\theta) \propto \exp\left(-\frac{\theta^2}{\langle \theta^2 \rangle}\right)$$

$$\langle \theta^2 \rangle = \int d\Omega \theta P(\theta)$$


N.B. - Stima empirica per $\langle \theta^2 \rangle$

Ipotesi

i. $Z > 20$

ii. $10^{-3} X_0 < x < 10 X_0$

Scattering Coulombiano


$$\langle \theta^2 \rangle^{1/2} \sim \frac{21 q}{p \text{ [MeV/c]} \beta} \left(\frac{x}{X_0} \right)^{1/2} \text{ [rad]}$$

Livello di confidenza di questa formula $\sim 5 \%$.

Diventa $\sim 20 \%$ per bassi β e alti Z

N.B. - presenza di X_0 nella formula è puramente accidentale:
nessuna relazione tra Bremsstrahlung e il Multiple Scattering

Elettroni: $m_e \ll M \rightarrow$ alta probabilità di scattering a grande angolo
 \rightarrow probabilità non trascurabile di backscattering \rightarrow
albedo $\eta = N_{\text{back}} / N_{\text{inc}}$ può essere dell'ordine di 0.8 !!

Fotoni

Interazioni

1. effetto fotoelettrico
2. effetto Compton (inclusi Thomson e Rayleigh)
3. produzione di coppie e^+/e^-
4. reazioni nucleari (trascurabili)

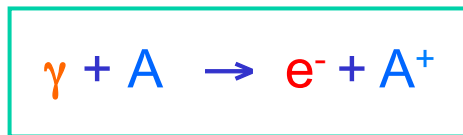
- ❖ $\sigma_{\text{tot}} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \ll \sigma$ (collisioni atomiche) \rightarrow raggi X e γ sono più penetranti di qualunque particella carica
- ❖ $1 \oplus 2 \oplus 3 \rightarrow$ rimozione fotone dal fascio \rightarrow fotoni che emergono dal materiale lungo la stessa direzione d'ingresso sono quelli che non hanno interagito \rightarrow no degradazione in energia ma solo attenuazione nell'intensità:

$$I = I_0 e^{-w x} \quad w = f(Z) \propto \sigma_{\text{tot}}$$

Fotoni

1. Effetto Fotoelettrico

assorbimento completo del fotone da parte di un elettrone atomico → espulsione elettrone di energia $E = h\nu - E_b$



energia di legame dell' elettrone

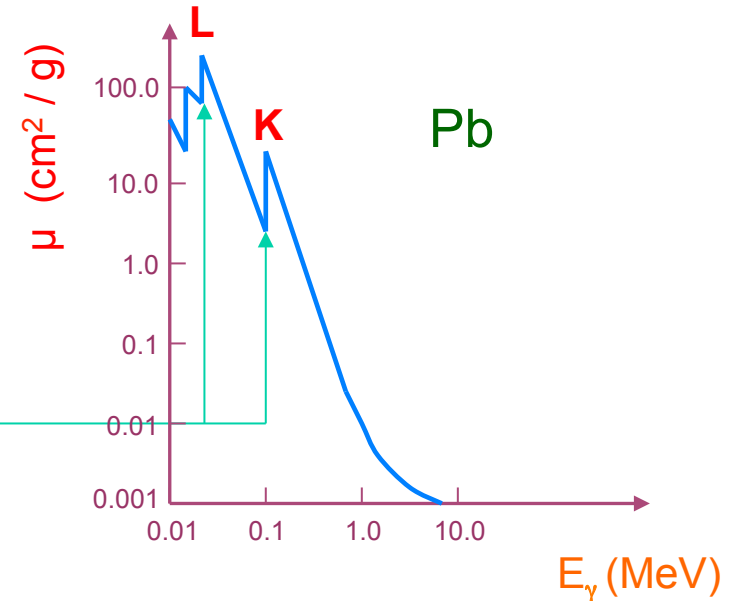
emissione e^- → creazione di uno ione con “vacanza” in una delle shell → riempimento della vacanza da parte di un e^- libero e/o tramite riarrangiamento degli e^- atomici → emissione di raggi X

N.B. - processo dominante per $E_\gamma = h\nu < 100$ keV

Fotoni

μ vs. E_γ
(andamento qualitativo)

Absorption Edges
discontinuità per valori di $h\nu =$
alle energie di legame degli e^-
nelle diverse shell atomiche



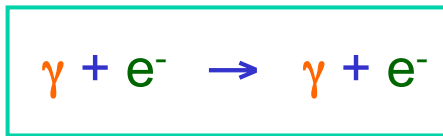
Edge ad energia maggiore $\rightarrow e^-$ che risiede nella shell più interna (K). Edges ad energie minori per gli e^- che risiedono nelle shell più esterne (L, M, ...)

N.B. - forte dipendenza della sezione d'urto da $Z \rightarrow$ materiali ad **alto** Z sia come schermi che rivelatori di fotoni

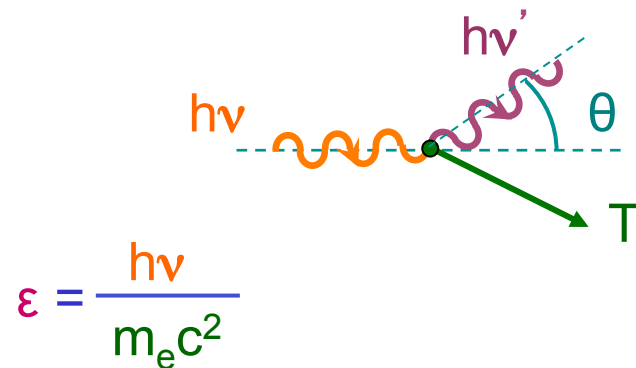
Fotoni

2. Effetto Compton

diffusione del fotone da parte di e^- quasi libero
(i.e la cui energia di legame può essere trascurata)



Cinematica :



$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \varepsilon (1 - \cos \theta)}$$

$$\varepsilon = \frac{h\nu}{m_e c^2}$$

$$T = m_e c^2 \frac{1 - \cos \theta}{1 + \varepsilon (1 - \cos \theta)} \varepsilon^2$$

Fotoni

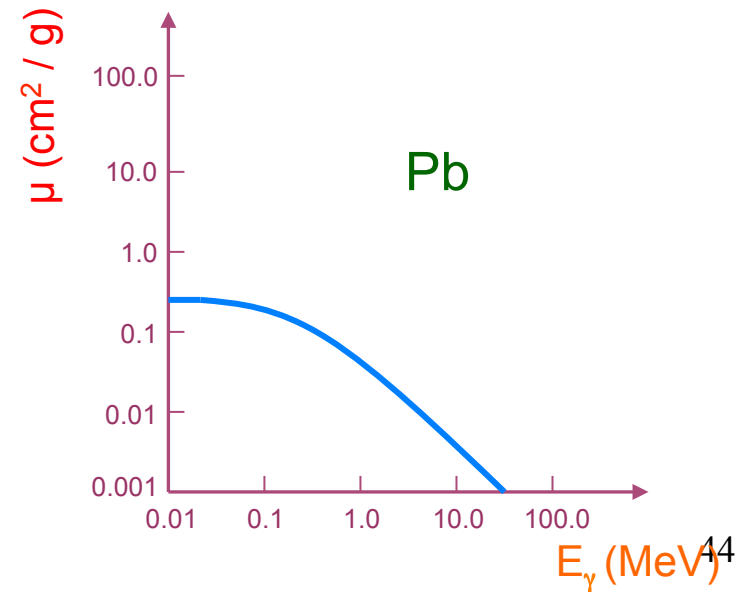
N.B. - casi particolari

i. $\theta = 0 \rightarrow \nu' = \nu \quad T = 0$

ii. $\theta = \pi \rightarrow h\nu' = \frac{h\nu}{1 + 2\varepsilon} \quad T = h\nu \frac{2\varepsilon}{1 + 2\varepsilon} \quad (\text{Compton Edge})$

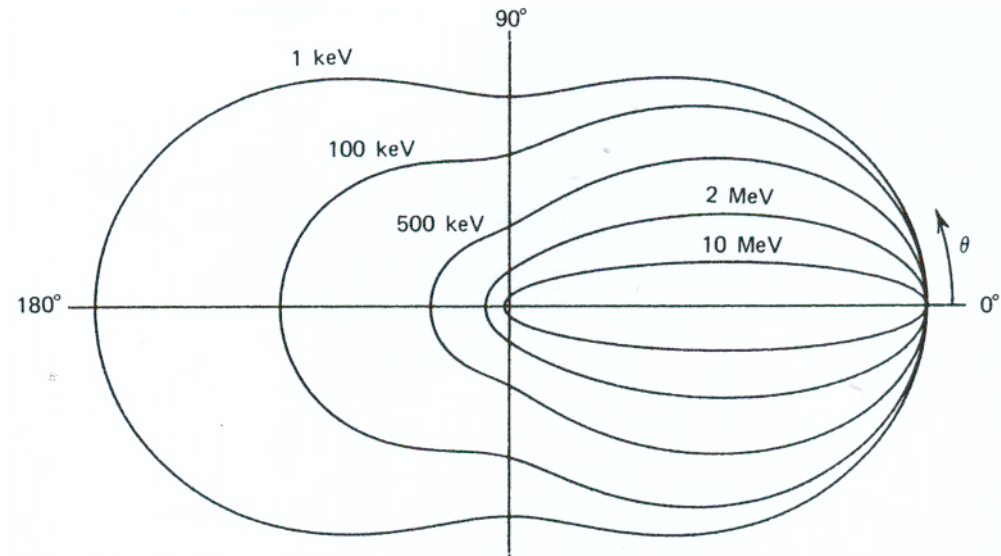
μ vs. E_γ
(andamento qualitativo)

N.B. - processo dominante
per $E_\gamma = h\nu \sim 1 \text{ MeV}$



Fotoni

distribuzione angolare
fotone diffuso



- basse energie ($E_\gamma \sim \text{keV}$): simmetria avanti - indietro \rightarrow Rayleigh (diffusione coerente sull'intero atomo) e Thomson (diffusione classica su e^- libero) \rightarrow no trasferimento d'energia al mezzo: solo cambiamento di direzione
- energie relativistiche ($E_\gamma > 2 \text{ MeV}$): distribuzione fortemente asimmetrica con prominente picco in avanti

Fotoni

3. Produzione di Coppie

creazione di coppia e^+/e^- per interazione del fotone
nel campo coulombiano di un nucleo



N.B. - reazione inversa (crossing) della bremsstrahlung



- processo a soglia: $E_\gamma > 2m_e$ (~ 1 MeV)

- processo dominante per $E_\gamma = h\nu > 2$ MeV

Fotoni

μ vs. E_γ
(andamento qualitativo)

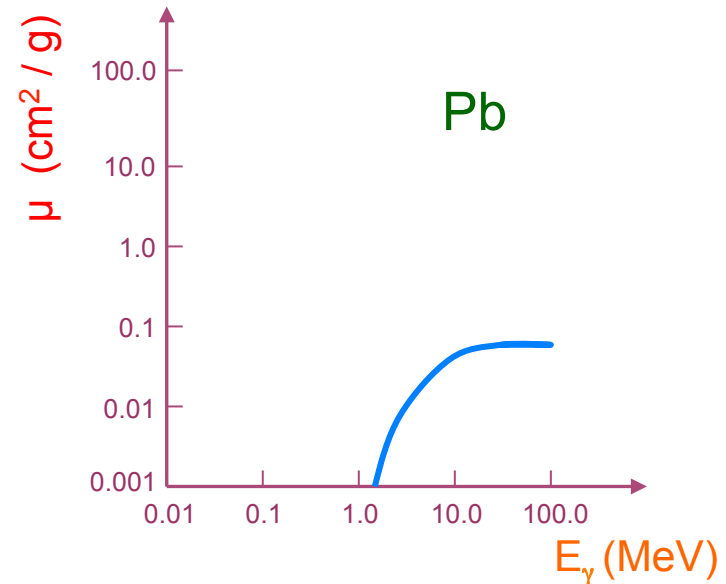
N.B. - valore asintotico del
coefficiente d'assorbimento

$$\mu \text{ (as.)} = \frac{7}{9} \frac{\rho}{X_0}$$



per fotoni di alta energia, X_0 = spessore
di materiale entro cui la creazione di
coppie avviene con probabilità

$$P = 1 - e^{-7/9} \cong 0.54$$

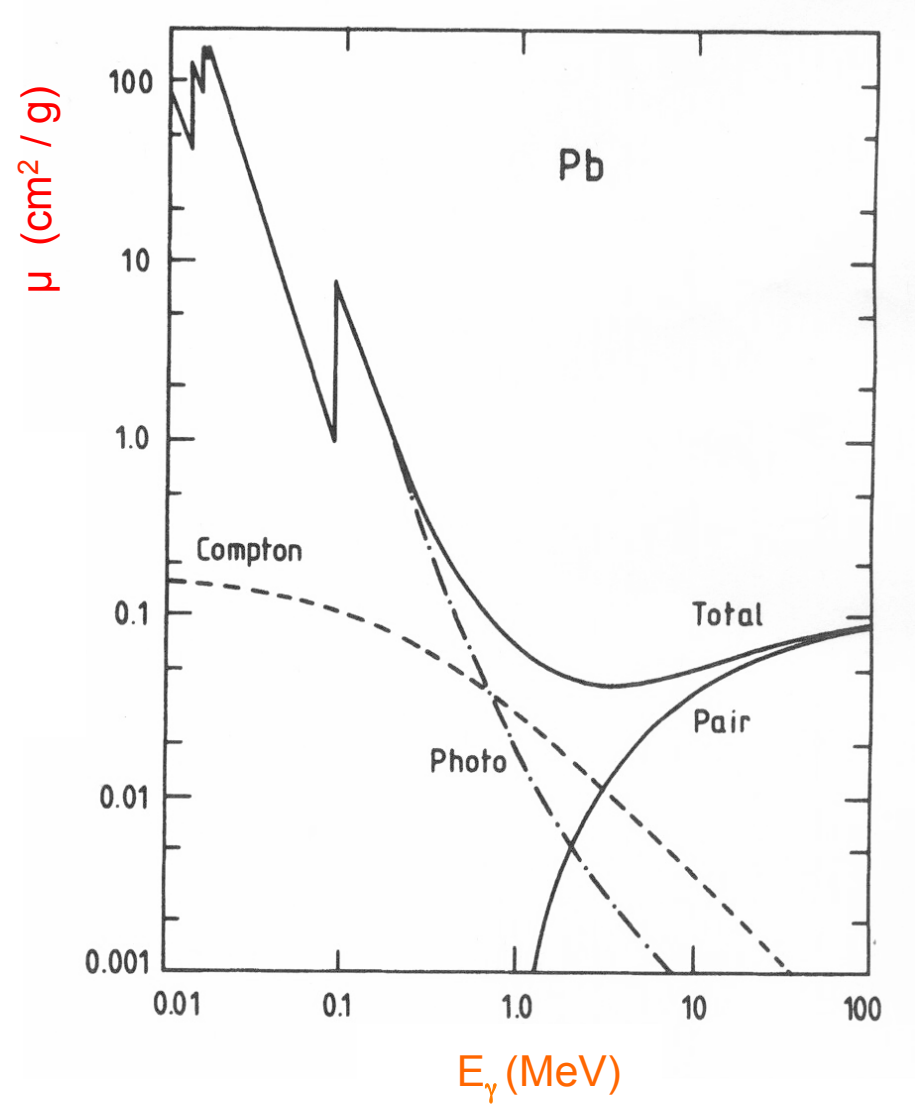


Intensita' di un fascio di fotoni di alta energia
dopo aver attraversato uno spessore x di
materiale non dipende dall'energia:

$$I(x) = I(0) e^{-(7/9) X / X_0}$$

Fotoni

μ vs. E_γ



Riassunto Interazioni

Processo	n. Atomico	Energia
Ionizzazione	Z	$1 / \beta^2$
Bremsstrahlung	Z^2	E

Fotoelettrico	$Z^4 - Z^5$	$1 / E^{7/2} - 1 / E$
Compton	Z	$\ln E / E$
Coppie	Z^2	$\ln E$