Lo strano mondo della Meccanica Quantistica

Danilo Babusci

INFN - Laboratori Nazionali di Frascati

Stage Estivo LNF 2010

.. I think I can safely say that nobody understands quantum mechanics.

R. Feynman

A year or so ago, while Philip Candelas and I were waiting for an elevator, our conversation turned to a young theorist who had been quite promising as a graduate student and who had then dropped out of sight. I asked Phil what had interfered with the ex-student's research. Phil shook his head sadly and said, "He tried to understand quantum mechanics".

S. Weinberg

La verità è che la meccanica quantistica non è familiare, non segue il senso comune ed è strana, ma è perfettamente logica e razionale. Infatti, nel mondo bizzarro della meccanica quantistica, è la logica e non il senso comune a essere la sola luce guida sicura.

L'aspetto forse più strano e difficile da accettare (cfr Einstein) è che, contrariamente alla fisica classica (anche nella versione relativistica), la meccanica quantistica è una teoria oggettivamente probabilistica: anche in presenza di una conoscenza esatta di una certa situazione sperimentale, è in linea di principio impossibile predirne esattamente l'evoluzione futura.

Però la meccanica quantistica è la teoria fisica di maggior successo mai sviluppata dall'umanità …

Esempio: momento magnetico anomalo del muone

Esp.	$a_\mu = 1.16592080(63) \times 10^{-3}$
Teo.	$a_\mu = 1.16591786(66) \times 10^{-3}$

$$|\delta a_\mu| = (294 \pm 89) \times 10^{-11} \quad !!$$

… e alla base della nostra comprensione della materia (dai quarks agli elementi chimici); dell'evoluzione stellare, delle reazioni chimiche, del laser, del transistor, dei superconduttori …

Onde & Particelle

✓ Particella

- possiede massa;
- localizzata in un punto → dimensioni finite;
- caratterizzata da energia

?

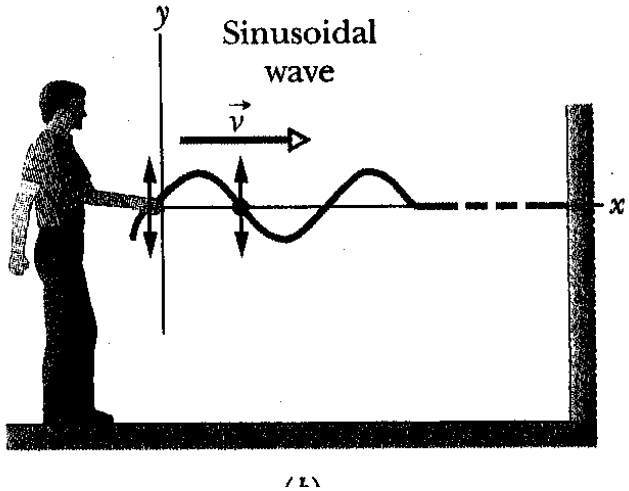
✓ Onda

- priva di massa;
- diffusa nello spazio → dimensioni mal definite;
- caratterizzata da: ampiezza, lunghezza d'onda (frequenza)

Similitudine: trasporto energia/informazione tra 2 punti

(anche se le particelle lo possono fare con velocità diverse in base al valore dell'energia)

Onde



Onda trasversa: descrizione matematica in termini di una funzione periodica in x e t

$$y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t)$$

ampiezza

fase

Onde

✓ $t = 0 \quad \rightarrow \quad y(x,0) = y_m \sin(kx)$

periodo in x : $y_m \sin(kx) = y_m \sin[k(x+\lambda)]$

(k = n. d'onda)

$$\Rightarrow \quad \boxed{\lambda = \frac{2\pi}{k}}$$

✓ $x = 0 \quad \rightarrow \quad y(0,t) = -y_m \sin(\omega t)$

periodo in t : $y_m \sin(\omega t) = y_m \sin[\omega(t+T)]$

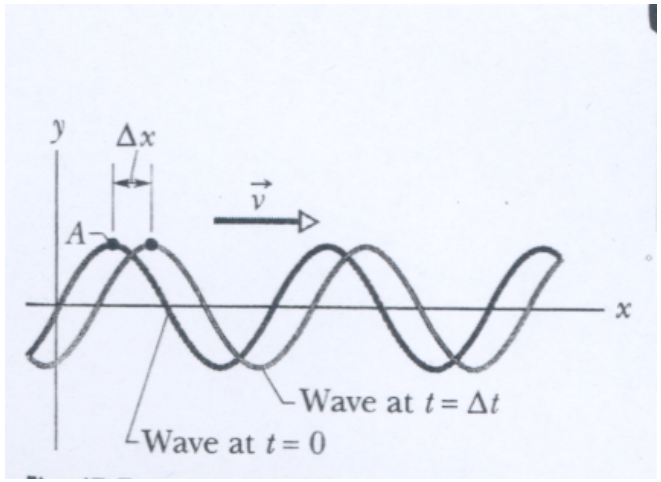
(ω = frequenza angolare)

$$\Rightarrow \quad \boxed{T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}}$$

Onde

Velocità dell'onda

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



intera onda si muove di Δx nel tempo Δt → ogni punto della forma d'onda mantiene spostamento y → fase rimane costante

$$kx - \omega t = k(x + \Delta x) - \omega(t + \Delta t)$$

$$k\Delta x - \omega\Delta t = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = \frac{\omega}{k}\left(= \frac{2\pi\nu}{2\pi/\lambda} = \nu\lambda = \frac{\lambda}{T}\right)}$$

i.e., in un periodo T l'onda si muove di λ

L'esperimento delle 2 fenditure

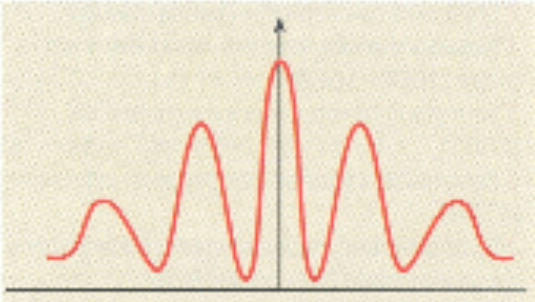
COMMENT: CRITICAL POINT

The most beautiful experiment

The most beautiful experiment in physics, according to a poll of *Physics World* readers, is the interference of single electrons in a Young's double slit. **Robert P Crease** reports

When I asked readers earlier this year to submit candidates for the "most beautiful experiment in physics" (*Physics World* May p17), I was pleased to receive more than 200 replies. The responses covered a broad spectrum, ranging from actual experiments to thought experiments, and from proposed experiments to proofs, theorems and models. However, one experiment – the double-slit experiment with electrons – was cited more often than any other, receiving a total of 20 votes.

Others in the top 10 included Galileo's experiments with falling bodies, Millikan's

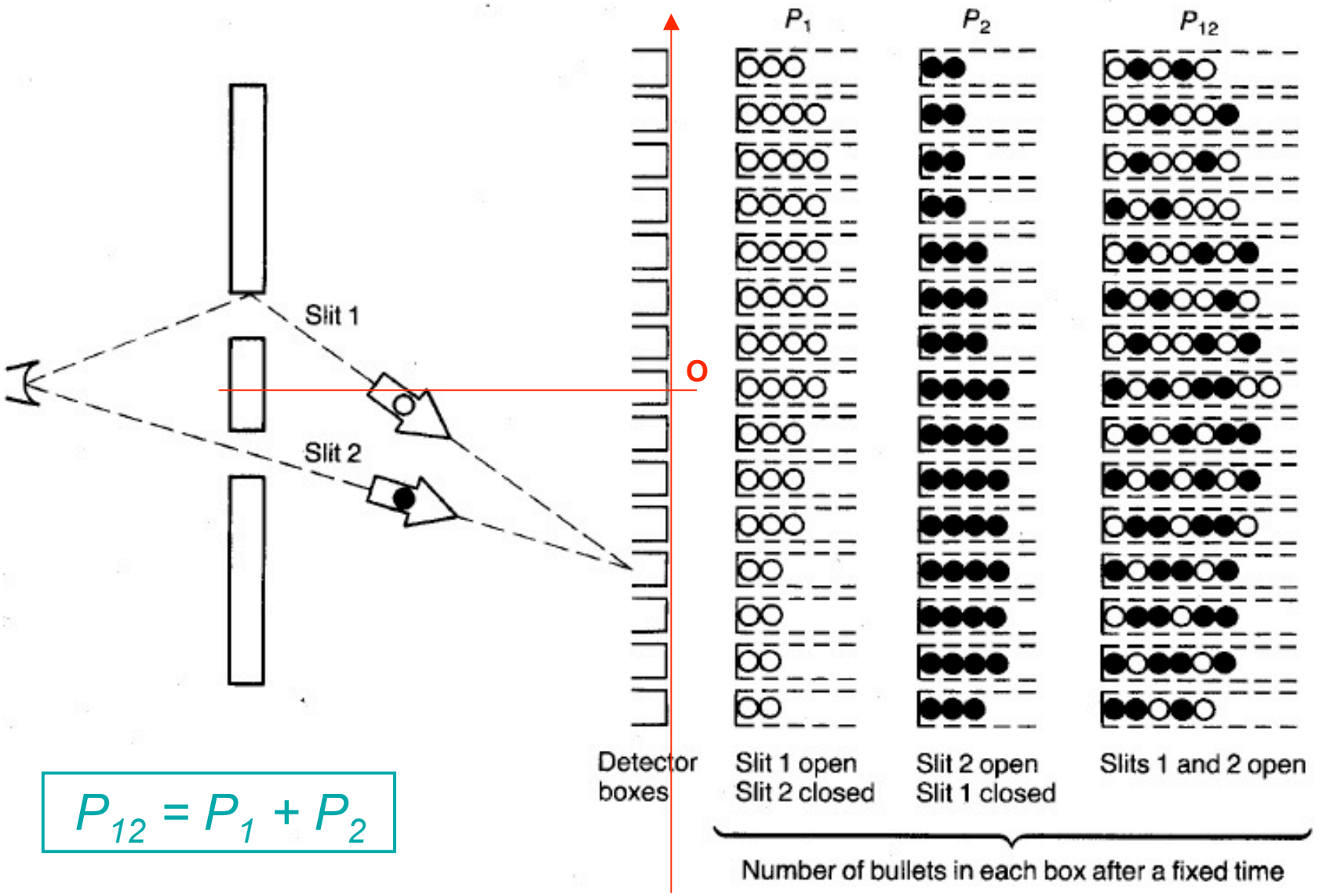


Simply beautiful – the spatial intensity distribution of electrons that have interfered in a Young's double-slit experiment.

out. Economy might refer to either the nature from a detached distance. Readers found beauty in small-scale play with simple things like balls, waves, sounds and coins – allowing order in apparently random and contradictory events to show itself. Other readers found beauty in much larger play – such as Roemer's observations of Jupiter's moon Io to determine the speed of light or Eddington's measurement of the bending of starlight. These astronomical observations turn the entire solar system – and even the galaxy and beyond – into a vast playing field for experiment.

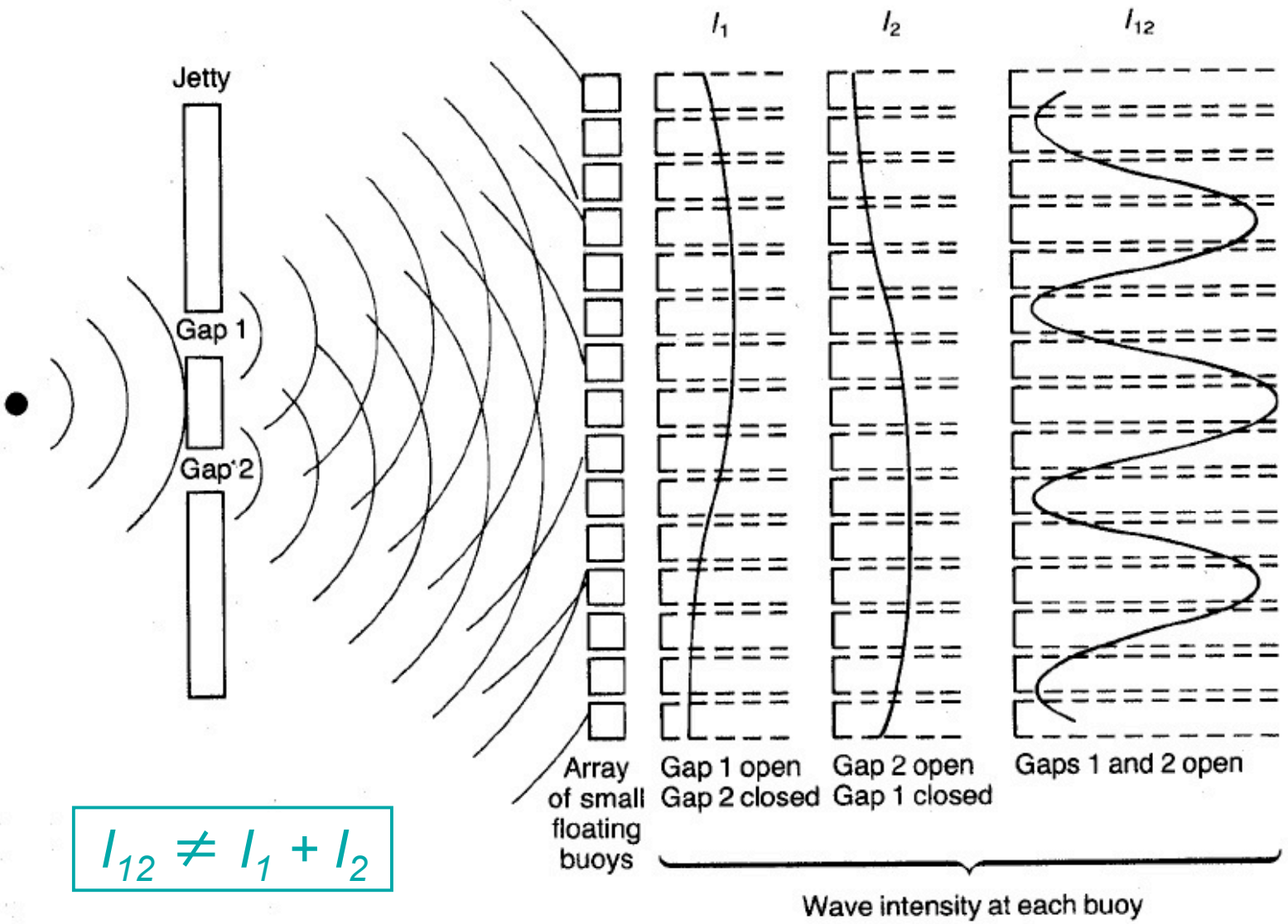
Thomas Young (1802) dimostra definitivamente
la natura ondulatoria della luce

2 fenditure:proiettili



$$P_{12} = P_1 + P_2$$

2 fenditure:onde d'acqua



$I_{12} \neq I_1 + I_2$

2 fenditure:onde d'acqua

A = ampiezza dell'onda

I = intensità (energia) dell'onda $\rightarrow \propto A^2$

$$
\begin{aligned}
I_{12} \propto A_{12}^2 &= (A_1 + A_2)^2 \\
&= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \\
&= I_1 + I_2 + 2A_1A_2
\end{aligned}
$$

diversamente da quanto accade con i proiettili, la figura con entrambe le fenditure aperte non si ottiene sommando quelle osservate, a turno, con una sola fenditura aperta

interferenza

Interferenza

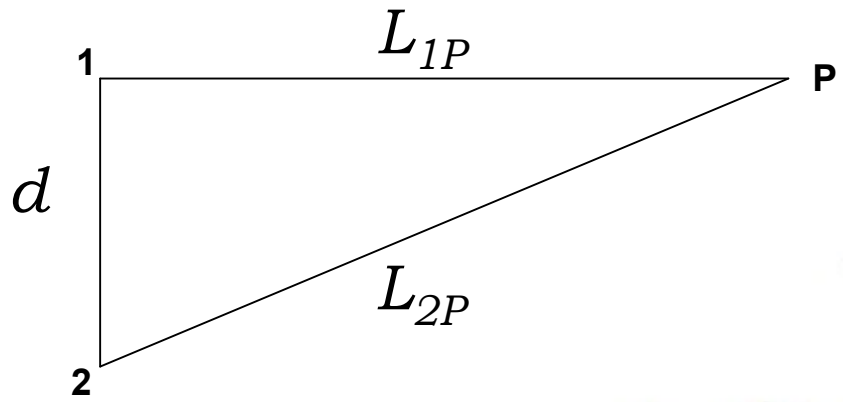
Ipotesi: rivelatore è a una distanza dalle 2 sorgenti >> di quella che le separa (approssimazione di campo lontano)

- le 2 sorgenti sono alla stessa distanza dal rivelatore → le ampiezze delle rispettive onde sono uguali

- la direzione sorgente 1- rivelatore P è // a quella sorgente 2 - rivelatore P → fase relativa delle due ampiezze in P coincide con quella tra le 2 sorgenti

N.B. - non più vero se $L_{2P} - L_{1P} \geq \frac{\lambda}{2}$

Campo lontano



$$L_{2P}^2 - L_{1P}^2 = d^2$$

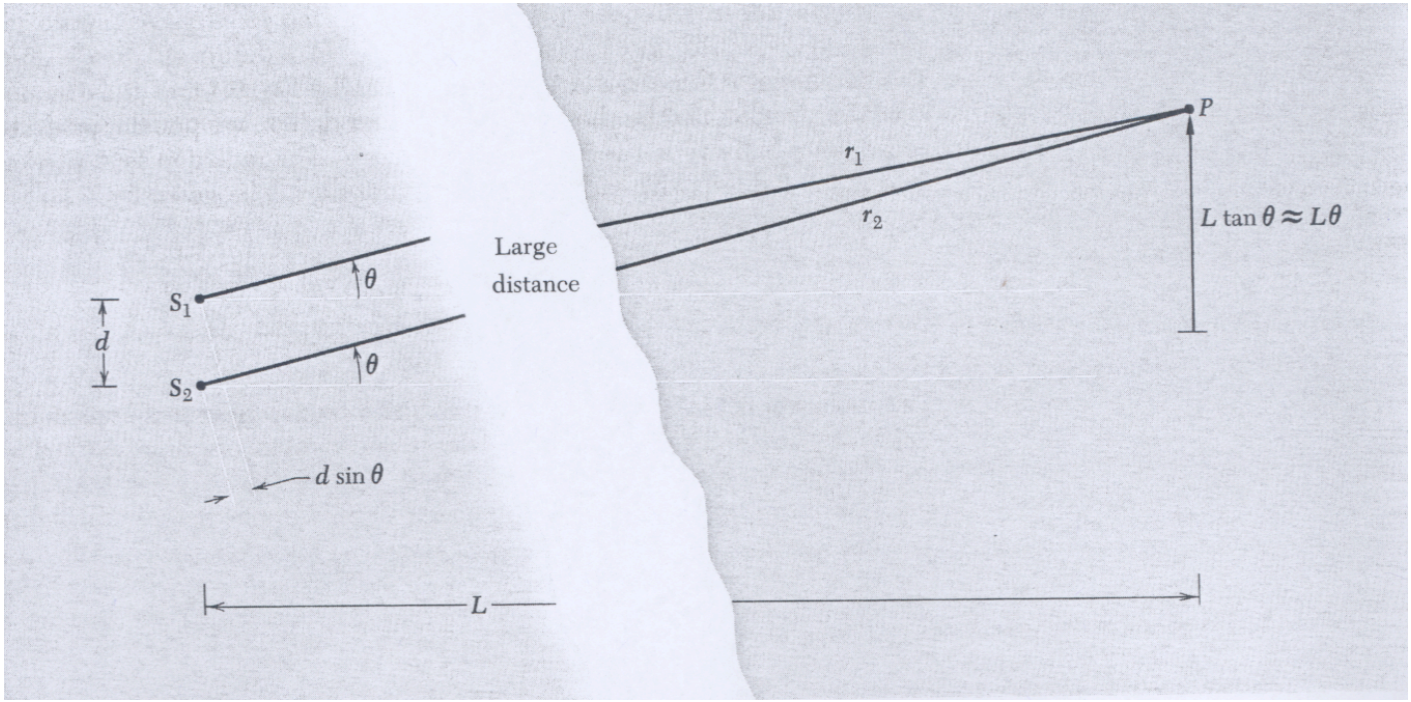
$$\Rightarrow \quad (L_{2P} - L_{1P})(L_{2P} + L_{1P}) = d^2$$

$$L_{2P} \simeq L_{1P} = L_0 \quad \oplus \quad L_{2P} - L_{1P} \leq \frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow \quad d^2 \leq \lambda L_0 \quad \Rightarrow \quad L_0 \geq \frac{d^2}{\lambda}$$

NB - ondoscopio: $\lambda \sim 1$ cm, $d \sim 2$ cm $\rightarrow$ $L_0 > 4$ cm

Interferenza



Moto delle 2 sorgenti all'istante di emissione *t'*

$$y_1(t') = y_2(t') = A_0 \cos(\omega t')$$

N.B. - le sorgenti oscillano in fase

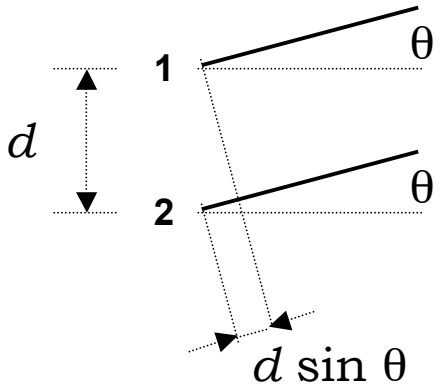
Interferenza

punto P : ampiezze delle onde dovute a ciascuna sorgente all'istante t

$$A_i(r,t) = A(r)\cos(\omega\, t_i') \qquad (i = 1,2)$$

$$r = \frac{r_1 + r_2}{2} \qquad \omega\, t_i' = \omega\left(t - \frac{r_i}{c}\right) = \omega\, t - k\, r_i$$

Differente cammino → differenza di fase tra le 2 onde in P



$$\Delta\varphi = \omega\, t_1' - \omega\, t_2' = k\,(r_2 - r_1)$$
$$= k\, d\, \sin\theta = 2\pi\frac{d}{\lambda}\sin\theta$$

Interferenza

Ampiezza dell'onda risultante in P

$$A(r,t;\theta) = A_1(r,t) + A_2(r,t)$$
$$= A(r)\,\{\cos(\omega t - k r_1) + \cos(\omega t - k r_2)\}$$

N.B. $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

$$A(r,t;\theta) = A(r,\theta)\cos(\omega t - k r)$$

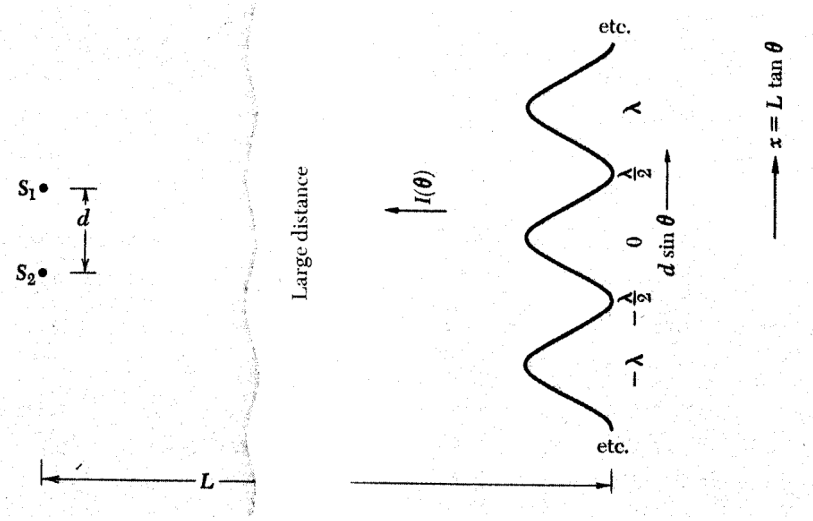
con $A(r,\theta) = 2\,A(r)\cos\left(\dfrac{\Delta\varphi}{2}\right)$

Interferenza

Flusso d'energia = media temporale del quadrato dell'ampiezza

$$
\begin{aligned}
I(r,\theta) &= < A^2(r,t;\theta) >_t \\
&= A^2(r,\theta) \underbrace{< \cos^2(\omega t - k r) >_t}_{=1/2} \\
&= 2\,A^2(r)\,\cos^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)
\end{aligned}
$$

per un certo r,
al variare di θ



Interferenza

$$\text{Max.} \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta\varphi}{2} = m\pi \qquad m = 0, 1, 2, \ldots$$

$$\text{Min.} \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta\varphi}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2} \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

figura d'interferenza determinata dal parametro

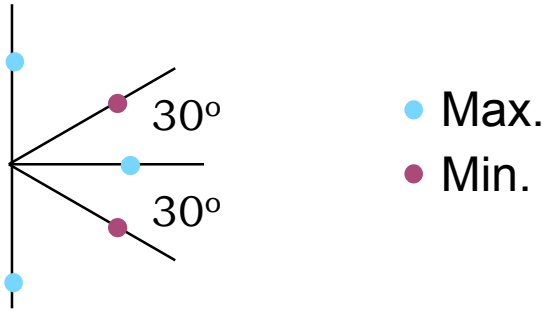
$$a = \frac{d}{\lambda}\sin\theta$$

$$a = m \in \mathrm{Z} \quad \rightarrow \quad \text{Max.}$$

$$a = \frac{2k+1}{2} \qquad k \in \mathrm{Z} \quad \rightarrow \quad \text{Min.}$$

Interferenza

$$i) \qquad d = \lambda \qquad \rightarrow \qquad |\sin\theta| = \begin{cases} 0, 1 \text{ (Max.)} \\ 1/2 \text{ (Min.)} \end{cases}$$



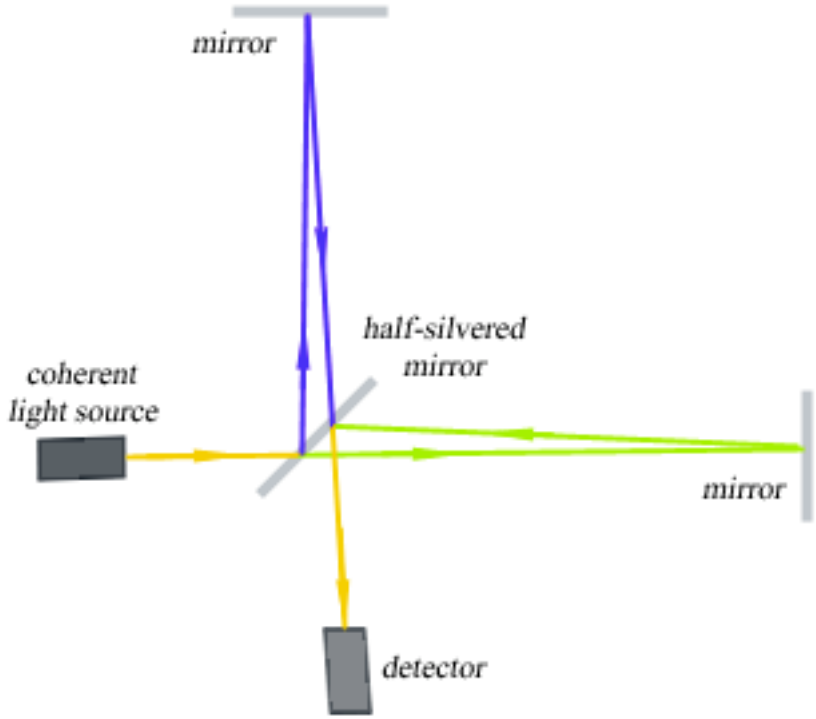
$$ii) \qquad d \gg \lambda \qquad \rightarrow \qquad \sin\theta \simeq 0$$

$\rightarrow$ intorno a $\theta = 0$ molti massimi & minimi.

$$iii) \qquad d \ll \lambda \qquad \rightarrow$$ no interferenza

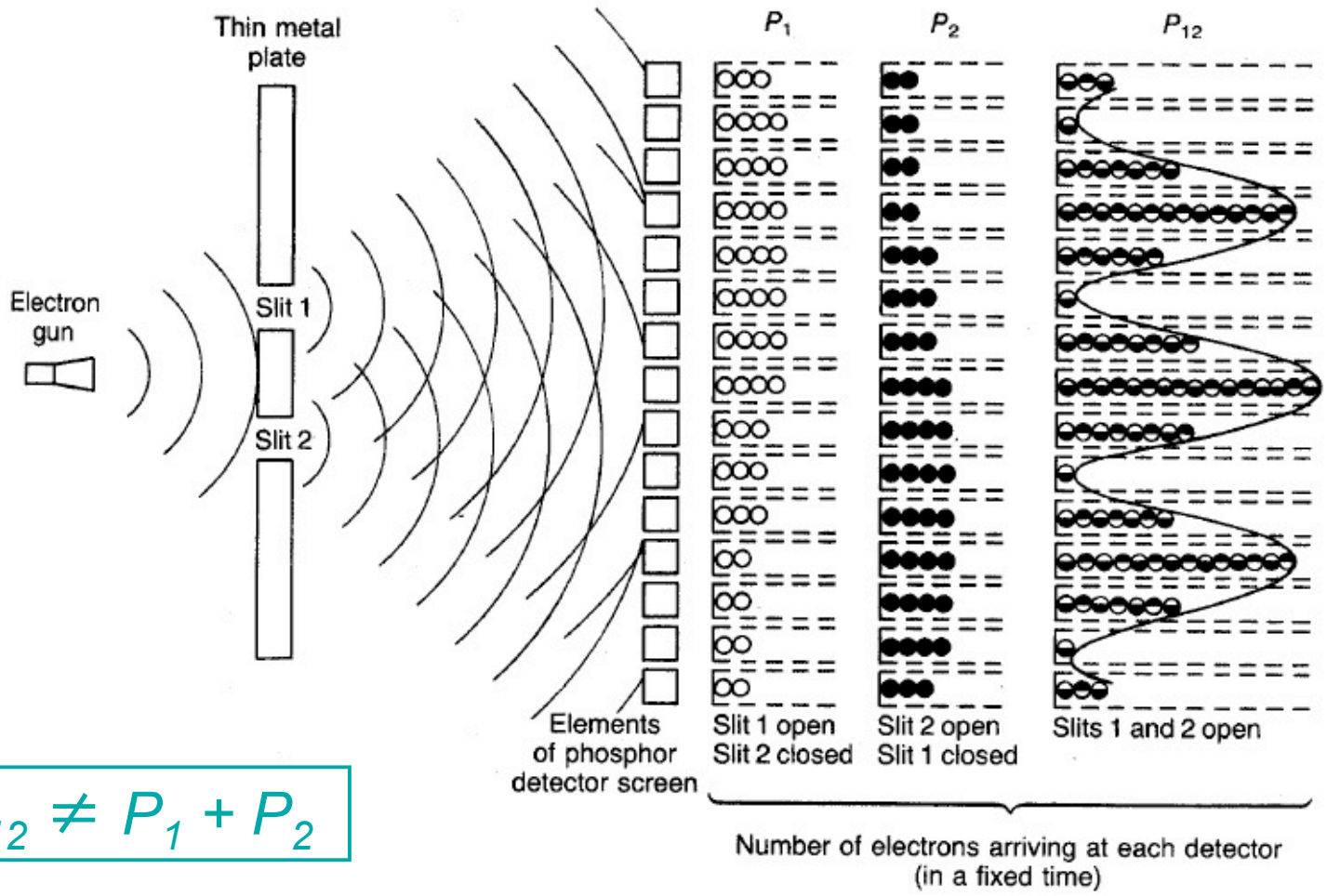
2 fenditure:luce

… anche la luce si comporta come un'onda



interferometro di Michelson

2 fenditure:elettroni



$$P_{12} \neq P_1 + P_2$$

… anche gli elettroni producono una figura d'interferenza (!?)

2 fenditure:elettroni

come spiegare questo risultato?

1) teoria “della divisione”: elettroni si dividono a metà e ciascuna di queste attraversa un foro diverso

NO: gli elettroni arrivano interi sullo schermo

2) teoria “del percorso complicato”: elettroni passano prima per il foro 1 e poi per quello 2 → chiudendo il 2 cambio probabilità d’arrivo sullo schermo di tutti quelli che attraversano il foro 1

NO: ci sono punti dello schermo in cui arrivano pochi elettroni con entrambe le fenditure aperte, e tanti se ne chiudo una

2 fenditure:elettroni

3) teoria "dell'ingorgo": moltissimi elettroni in gioco → elettroni che attraversano una fenditura collidono con quelli che attraversano l'altra

NO: la figura d'interferenza permane anche con un solo elettrone nell'apparato

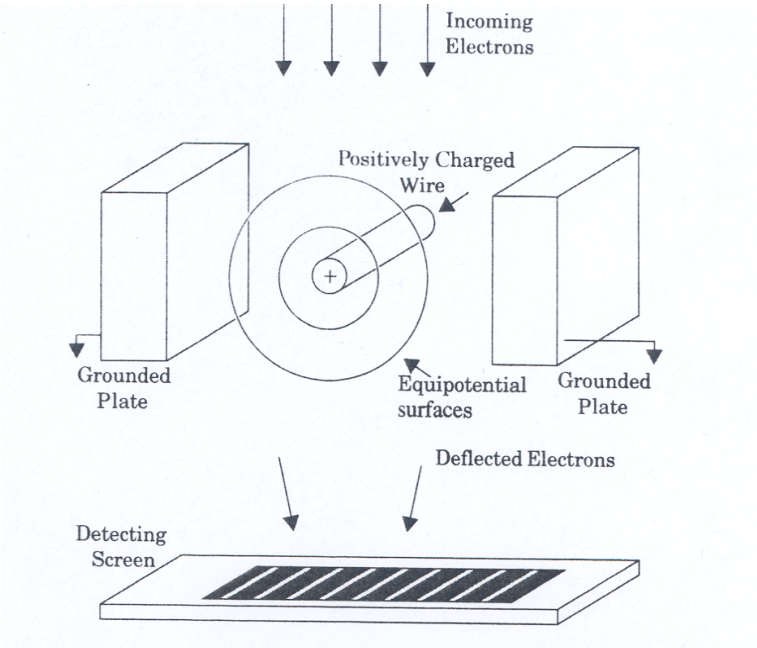
Esperimento di Tonomura et al. (1989)

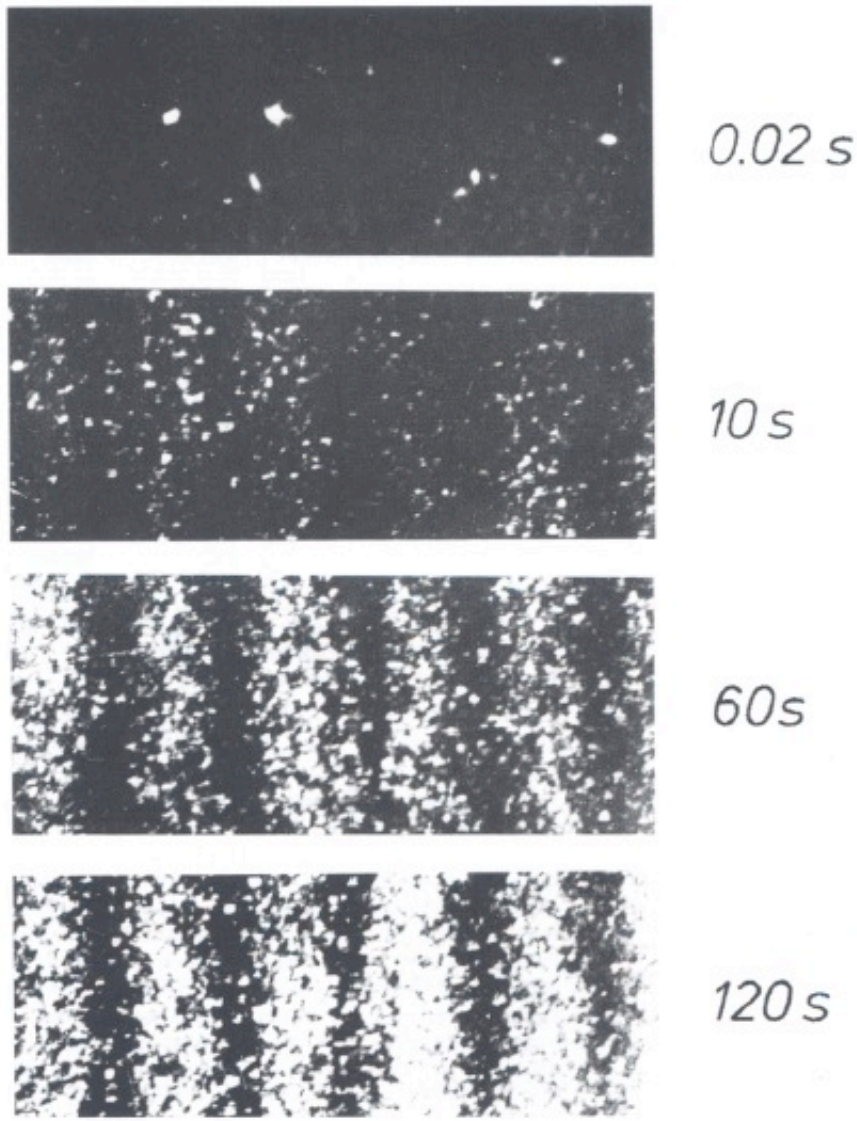
10^3 elettroni/secondo con velocità 10^8 m/s → nell'ipotesi di emissione uniforme, la distanza tra elettroni successivi è $10^8/10^3 = 100$ km

→ no ingorgo !

2 fenditure:elettroni

A. Tonomura et al. *American Journal of Physics* **57**, 117 (1989)





2 fenditure:elettroni

… ogni singolo elettrone parte dal cannone e arriva al rivelatore come particella, ma percorre lo spazio tra questi comportandosi come onda, i.e. attraversando contemporaneamente entrambe le fenditure !

Ma come è possibile? Abbiamo sempre pensato l'elettrone come particella: può stare qui, lì, mai in due posti nello stesso istante … incredibile, ma vero, non è questo che ci dice l'esperimento !!

2 fenditure:neutroni

Zeilinger et al., *Rev. Mod. Phys.* **60**, 1067 (1988)

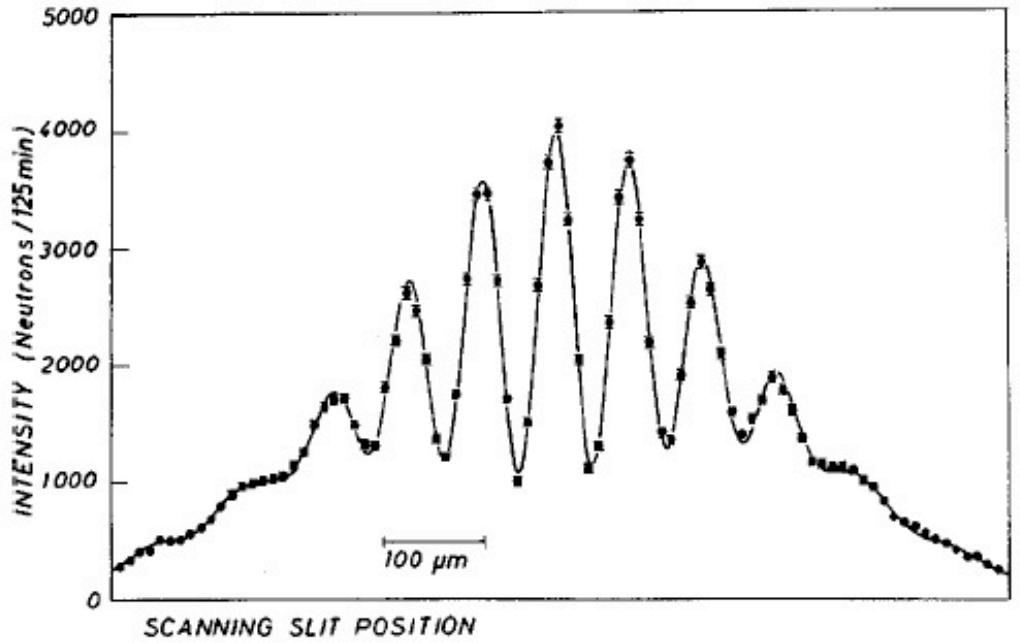


FIG. 1. A double-slit diffraction pattern measured with very cold neutrons with a wavelength of 2 nm corresponding to a velocity of 200 ms^{-1}. The two slits were 22 μm and 23 μm wide, respectively, separated by a distance of 104 μm. The resulting diffraction angles were only of the order of 10 μrad, hence the observation plane was located 5 m downstream from the double slit in order to resolve the interference pattern.

2 fenditure:atomi

(elio metastabile)

O. Carnal and J. Mlynek, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2689 (1991)

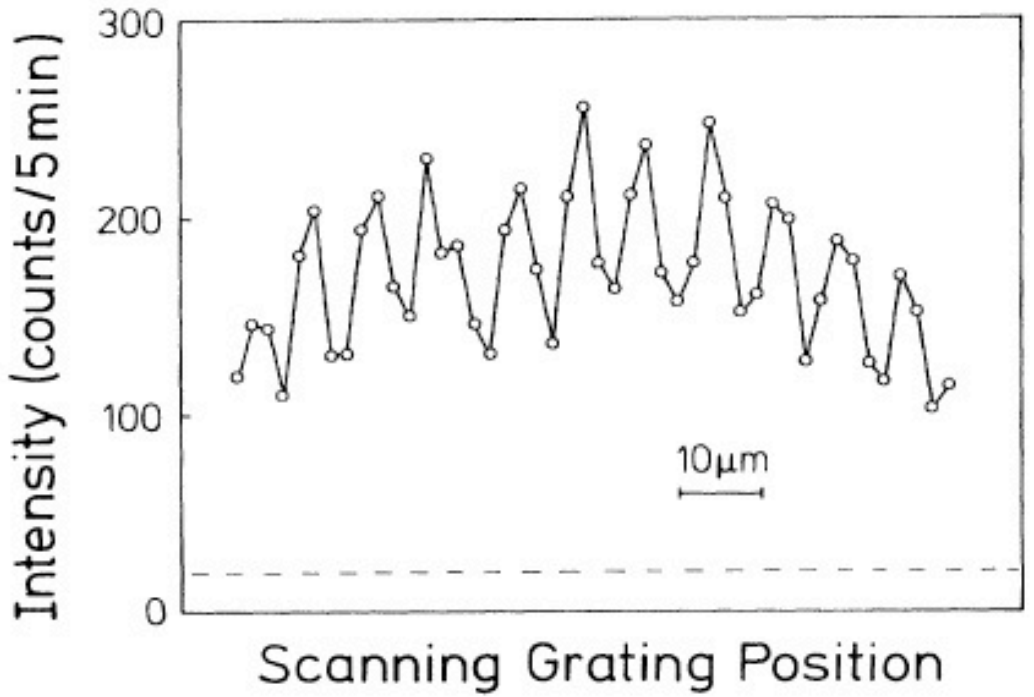


FIG. 5. Atomic density profile, monitored with the 8-μm grating in the detector plane, as a function of the lateral grating displacement. The dashed line is the detector background. The line connecting the experimental points is a guide to the eye.

2 fenditure:fullerenes

L. Hackermüller et al., *Nature* **427**, 711 (2004)

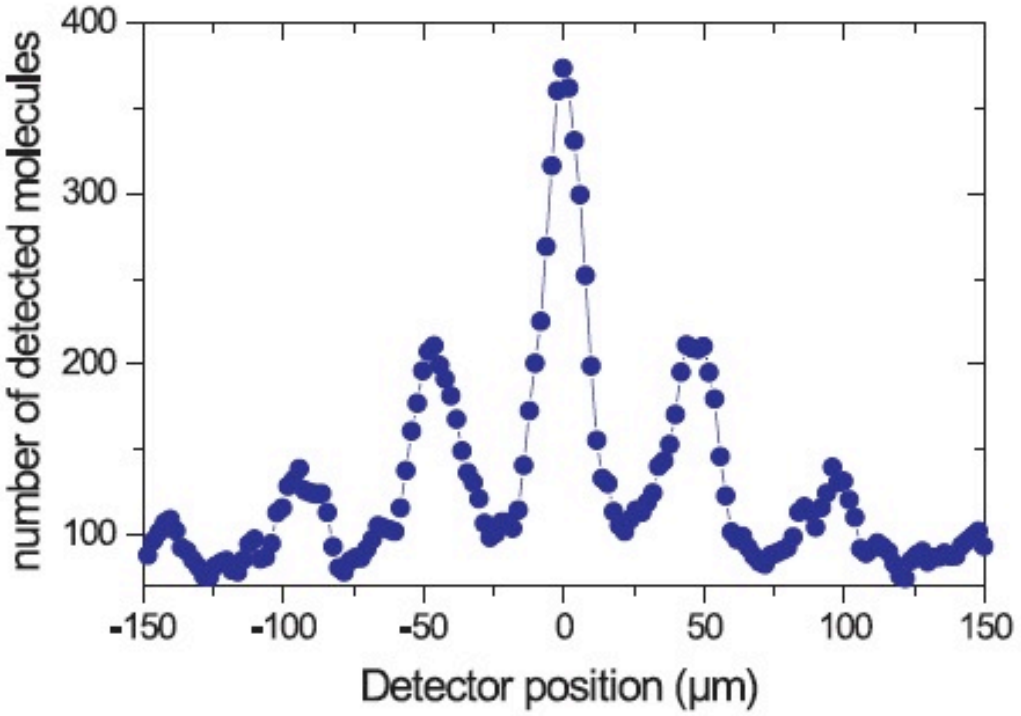
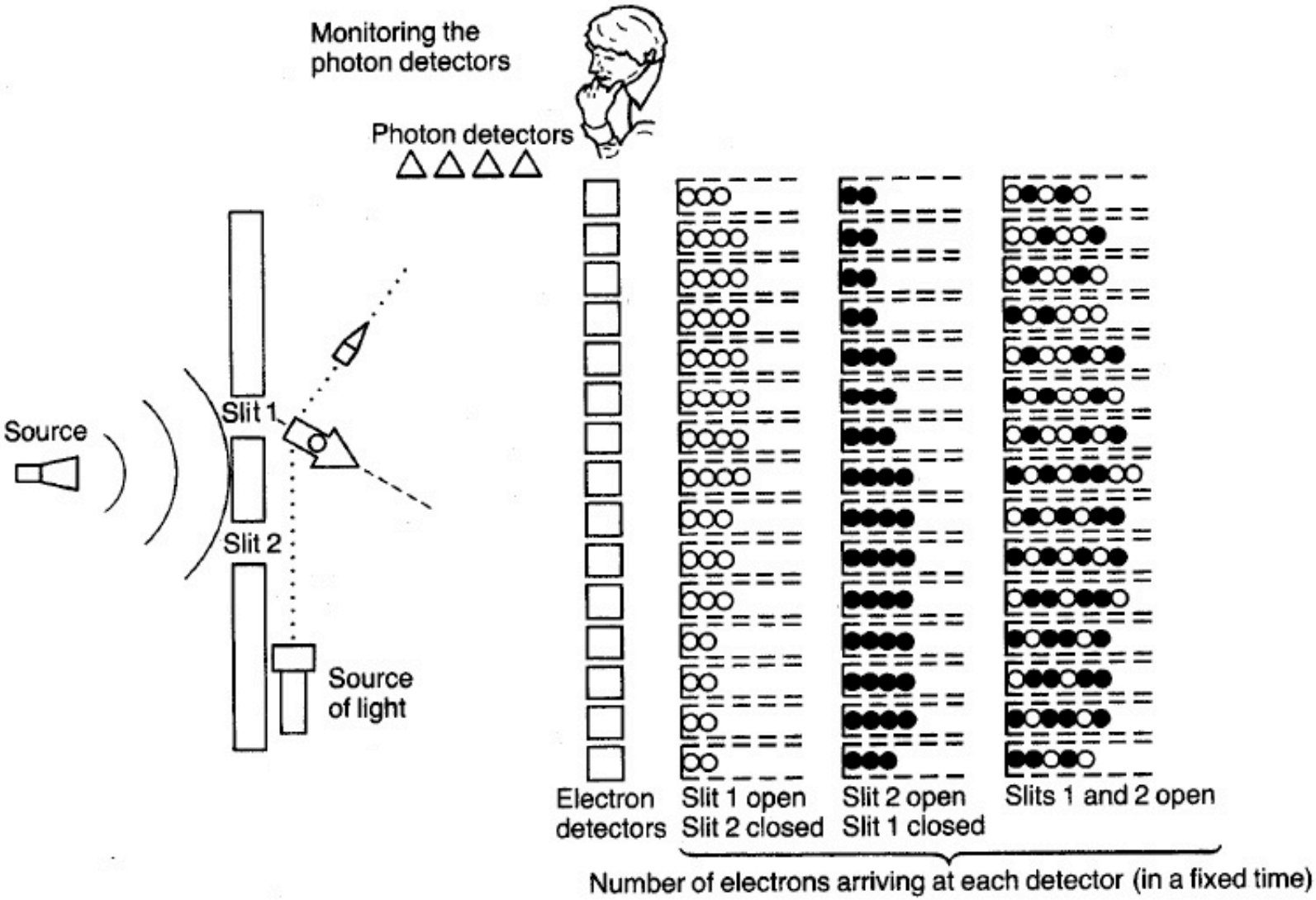


FIG. 2. Interference pattern of C-60 molecules behind a 100 nm grating, which proves the absence of thermal decoherence in the experiment [6], even for molecules with internal temperatures as high as 900 K (M. Arndt, O. Nairz, and A. Zeilinger, in preparation).

Osservando gli elettroni



Osservando gli elettroni

- Non si vedono mai 2 lampi (di intensità dimezzata) simultaneamente: il lampo proviene sempre o dalle vicinanze del foro 1 o di quello 2, mai da tutti e due insieme → elettroni passano per un solo foro

- Distribuzioni P_1' e P_2' della posizione d'arrivo sullo schermo di questi 2 gruppi di elettroni sono simili a quelle ottenute con una sola fenditura aperta

… insomma, nulla di paradossale come passare attraverso entrambe le fenditure:
quando li osserviamo, gli elettroni si comportano come i proiettili: $P_{12}' = P_1' + P_2'$

Osservando gli elettroni

e se spegniamo la luce? otteniamo P_{12}, ovvero riappare la figura d'interferenza e, quindi, il problema è nella pretesa di capire quale cammino segue l'elettrone

Interpretare un comportamento di questo tipo richiede una nuova base concettuale per tutta la fisica

dualità onda-corpuscolo: i sistemi quantistici quando vengono rivelati, si comportano come particelle; quando si propagano indisturbati, come onde

Onde di materia

Elettroni come onde: de Broglie (1924)* → ogni particella si propaga "a cavallo" di un'onda "pilota" con

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

→ costante di Planck

→ impulso particella (mv)

rappresentazione matematica della schizofrenia degli elettroni: connette una caratteristica ondulatoria (λ) a una particellare (p); non dice nulla sul "*meccanismo*": come è possibile che uno stesso oggetto sia in un istante un'onda e in quello successivo una particella ?

* 3 anni prima dell'osservazione sperimentale di Davisson & Germer e G. P. Thomson

Onde di materia

… ma se tutte le particelle sono onde, allora lo sono anch'io, i.e. 84 kg che si muovono a 5 km/h

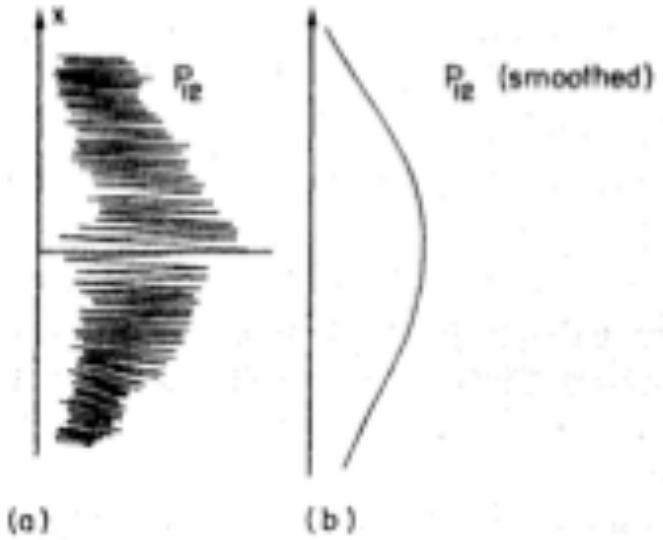
$h = 6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$ ⟹ $\lambda \simeq 5.7 \times 10^{-36}\ \mathrm{m}$

Poiché h è piccolissima e $\lambda \propto m^{-1}$ è evidente che tutte le "particelle" del mondo "classico" risultano associate a onde con λ estremamente piccola, << della scala di distanze caratteristica dei processi che li coinvolgono

Onde di materia

Ad esempio, nell'esperimento delle 2 fenditure con i proiettili m = 20 g, v = 1000 km/h $\rightarrow$ $\lambda \sim 10^{-34}$ m

$d >> \lambda$ frange d'interferenza sono molto sottili e fitte $\rightarrow$ sorta di media che corrisponde alla figura "classica"



Onde di materia

Invece, per l'elettrone dell'atomo d'idrogeno

$$m_e \simeq 9.1 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg} \qquad v \simeq 3 \times 10^{3}\ \mathrm{km/s}$$

$$\rightarrow \quad \boxed{\lambda \simeq 2.4 \times 10^{-10}\ \mathrm{m}}$$

i.e. confrontabile con le dimensioni dell'atomo, per cui, se l'ipotesi di de Broglie è vera, nella descrizione dell'atomo si dovrà tener conto della natura ondulatoria dell'elettrone

$\rightarrow$ modello atomico di Bohr

Atomo di Bohr

Carica elettrica accelerata emette radiazione e.m. → modello "planetario" di Rutherford è instabile: in un tempo ~ 10^{-11} s l'elettrone precipita sul nucleo

Aspetti peculiari della materia (difficili da spiegare con la fisica dell'inizio del '900)

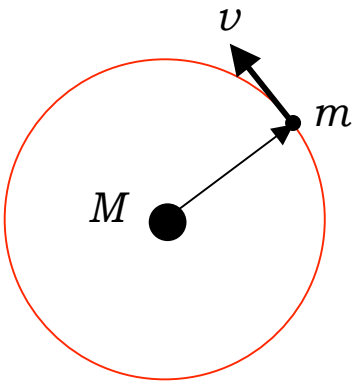
- ✓ costanza delle proprietà;
- ✓ cambiamento radicale delle proprietà tra atomi contigui nella tabella di Mendeleev

Osservazione sperimentale: quantizzazione dell'energia degli elettroni atomici (esperimento di Franck-Hertz)

Atomo di Bohr

Ipotesi: quantizzazione del momento angolare dell'elettrone in rotazione intorno al nucleo

N.B. - $[\ h\ ] = [\ E\ T\ ] = [\ M\ L^2\ T^{-2}\ T\ ]$
$= [\ M\ L^2\ T^{-1}\ ] = [\ M\ L\ T^{-1}\ ]\ x\ [\ L\ ]$
= impulso x distanza



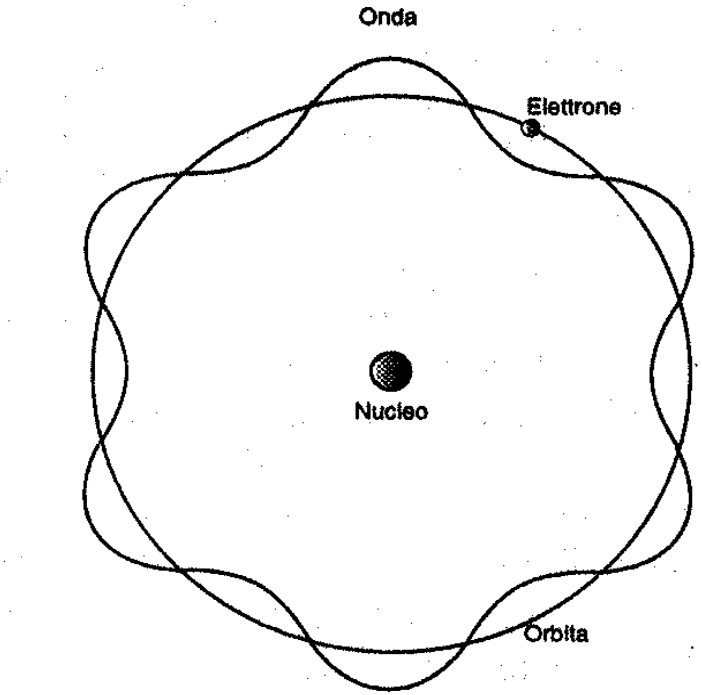
$$m\,v_n\,r_n = n\,\hbar \qquad (n \in N) \qquad (1)$$

$$\rightarrow \quad r_n = n\,\frac{h}{2\pi}\,\frac{1}{m v_n}$$

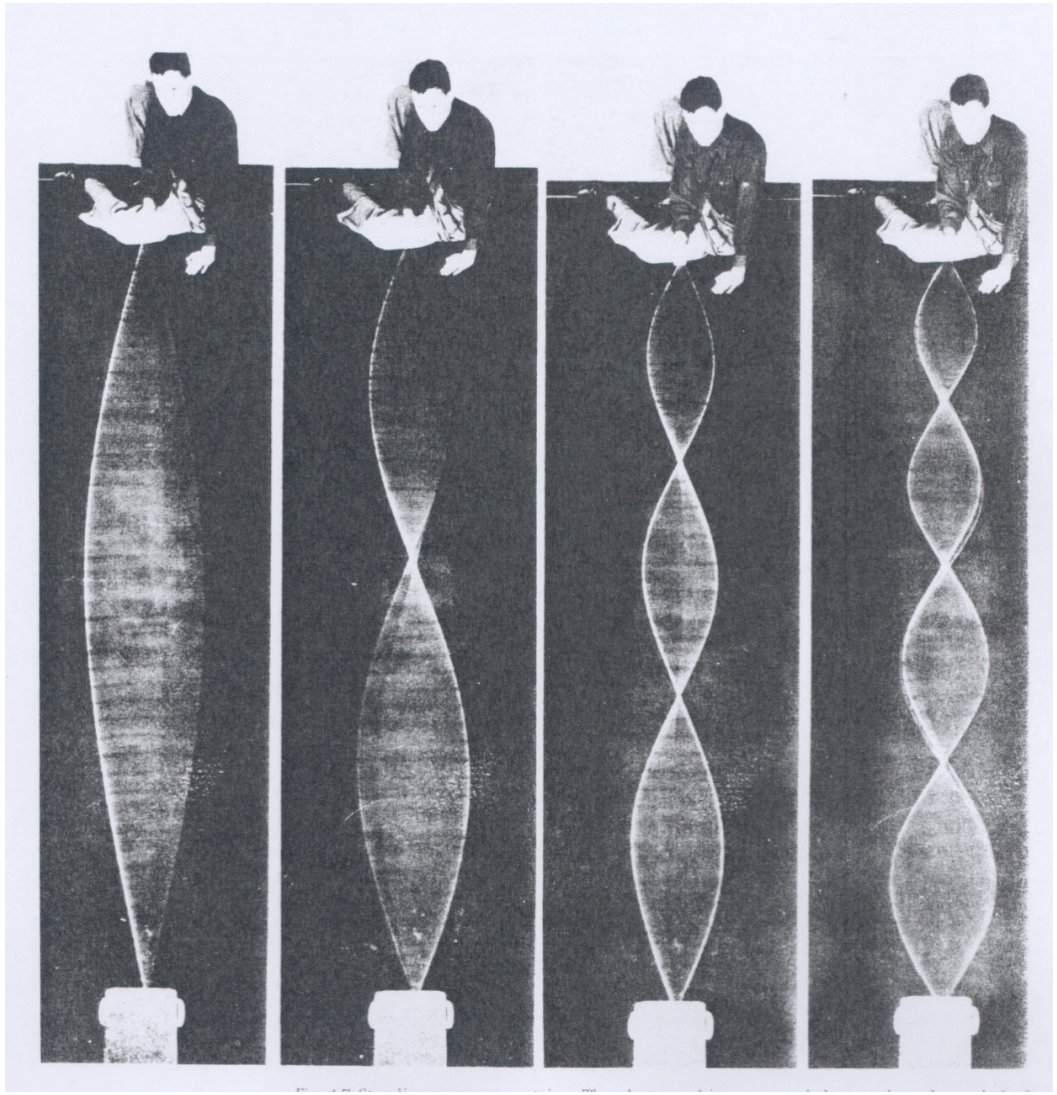
de Broglie $\rightarrow$ $\quad r_n = \frac{n}{2\pi}\,\lambda \quad \rightarrow \quad 2\,\pi\,r_n = n\,\lambda$

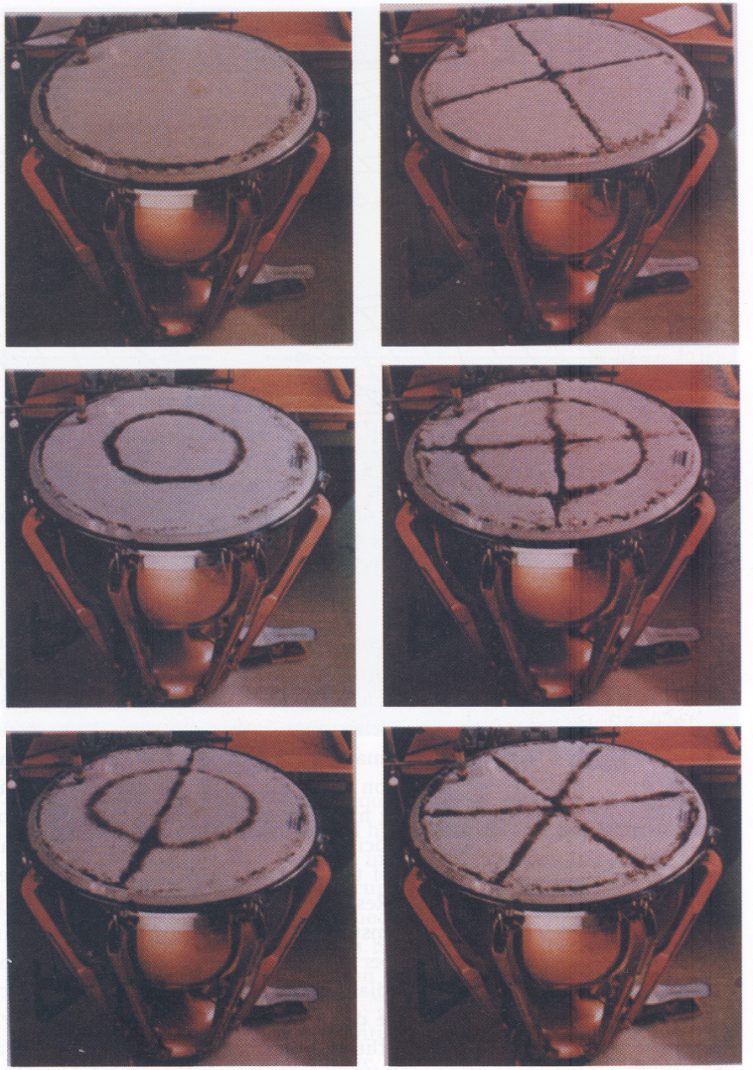
Atomo di Bohr

i.e., le orbite permesse sono quelle nella cui circonferenza sono contenute un numero intero di lunghezze d'onda → condizione di stazionarietà per l'onda di de Broglie associata all'elettrone atomico → l'elettrone non irraggia → proprietà atomiche costanti



Atomo di Bohr





Atomo di Bohr

Conseguenze dell'ipotesi di Bohr

Attrazione coulombiana e^- - p agisce come forza centripeta

$$\frac{m\,v_n^2}{r_n} = k_e\,\frac{e^2}{r_n^2} \qquad (2)$$

$$\rightarrow \quad (m\,v_n)^2 = m\,k_e\,\frac{e^2}{r_n} = n^2\,\frac{\hbar^2}{r_n^2} \qquad (1)$$

i.e. $\quad r_n = n^2\,a_0 \quad (3) \qquad a_0 = \dfrac{\hbar^2}{k_e\,e^2\,m} = 0.53\ \text{Å}$

(raggio di Bohr)

Atomo di Bohr

Energia dell'elettrone che percorre n-esima orbita

$$E_n = \frac{1}{2} m v_n^2 - k_e \frac{e^2}{r_n}$$

(2) $\rightarrow$ $$= \frac{1}{2} k_e \frac{e^2}{r_n} - k_e \frac{e^2}{r_n} = -\frac{1}{2} k_e \frac{e^2}{r_n}$$

(3) $\rightarrow$ $$= -\frac{1}{2\,n^2} \frac{k_e\, e^2}{a_0}$$

l'energia è quantizzata

N.B. - livello di minima energia E_1 = -13.6 eV
(potenziale di ionizzazione dell'idrogeno)

Onde di probabilità

Elettroni come onde, ma che tipo di onde? Come la luce ?
La luce è una vibrazione del campo e.m.: cosa vibra nel caso dell'elettrone?

de Broglie: onda associata all'elettrone è distinta da questo
→ difficile da immaginare: solo utile formula

2-fenditure: misura della probabilità d'arrivo degli elettroni, questa mostra interferenza, i.e. è l'analogo dell'intensità dell'onda d'acqua → ottenuta come "quadrato" di un'ampiezza di probabilità quantistica ψ (funzione d'onda)

$$P_1 = |\psi_1|^2 \qquad P_2 = |\psi_2|^2 \qquad P_{12} = |\psi_1 + \psi_2|^2$$

→ $\boxed{P_{12} \neq P_1 + P_2}$

Onde di probabilità

(M. Born)

1. La probabilità di un evento in un esperimento ideale è data dal quadrato di un n. complesso detto ampiezza di probabilità $P = |\psi|^2$

2. Quando un evento può avvenire secondo varie alternative, l'ampiezza di probabilità per l'evento è la somma delle ampiezze di probabilità per le varie alternative considerate separatamente, i.e. si ha interferenza $\psi = \psi_1 + \psi_2 \Rightarrow P = |\psi_1 + \psi_2|^2$

3. Se si effettua un esperimento in grado di determinare se una o l'altra delle possibili alternative è realizzata, la prob. è la somma delle prob. di ciascuna delle alternative, i.e. non si ha interferenza $P = P_1 + P_2$

Onde di probabilità

Probabilità è ingrediente essenziale: limitazione di "principio", su cosa possiamo conoscere di un sistema e non (fisica classica) come mera limitazione "pratica"

2-fenditure → punto d'arrivo degli elettroni intrinsecamente impredicibile: possiamo fare solo affermazioni di natura statistica

Arrivo dell'elettrone sullo schermo → f.d'o., inizialmente diffusa in tutto lo spazio, collassa alla regione di spazio delimitata dal rivelatore, in un modo che non sappiamo descrivere (… uno dei tanti misteri) → impossibile definire il concetto di traiettoria: prima che arrivi al rivelatore non possiamo dire nulla di definito sulla posizione dell'elettrone

Effetto Fotoelettrico

Emissione di eletttroni da parte di metalli la cui superficie è investita da un inteso fascio di luce (von Lénárd, 1902)

Osservazioni sperimentali:

- maggiore è l'intensità della luce, maggiore è il numero di elettroni, della stessa energia, emessi
- maggiore è la frequenza della luce incidente, maggiore è l'energia degli elettroni

inspiegabili nell'ambito della fisica classica: l'energia di un'onda e.m. dipende dall'intensità, non da frequenza ν

Einstein (1905): l'energia del fascio di luce è distribuita in pacchetti (quanti) di grandezza $h\nu$, interamente trasferibili all'elettrone

Effetto Fotoelettrico

Energia elettroni emessi: $T = h\nu - W$

lavoro d'estrazione dell'elettrone dal metallo, indipendente da ν

maggiore intensità luminosa → maggior n. di quanti → maggior n. di elettroni emessi con energia T

Einstein (1915): nelle interazioni con la materia i quanti trasferiscono, oltre all'energia, anche un impulso

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

(i.e., la formula di de Broglie è di Einstein !!)

→ rafforzato lo status particellare della luce: fotoni

Fotone

Idea di Einstein corroborata dall'osservazione dell'effetto Compton: diffusione dei raggi X da parte di elettroni

$$E = h\,\nu$$ e. fotoelettrico

$$p = \frac{h}{\lambda}$$ e. Compton

$$E = h\,\frac{c}{\lambda} = p\,c$$

il fotone ha massa = 0 !!

N.B. - relatività speciale → $E = \sqrt{p^2\,c^2 + m^2\,c^4}$

Atomo di Bohr (II)

Salto dell'elettrone tra due orbite $r_n \rightarrow r_m$ $(n > m) \rightarrow$ emissione di un fotone di energia

$$E_{nm} = E_n - E_m$$

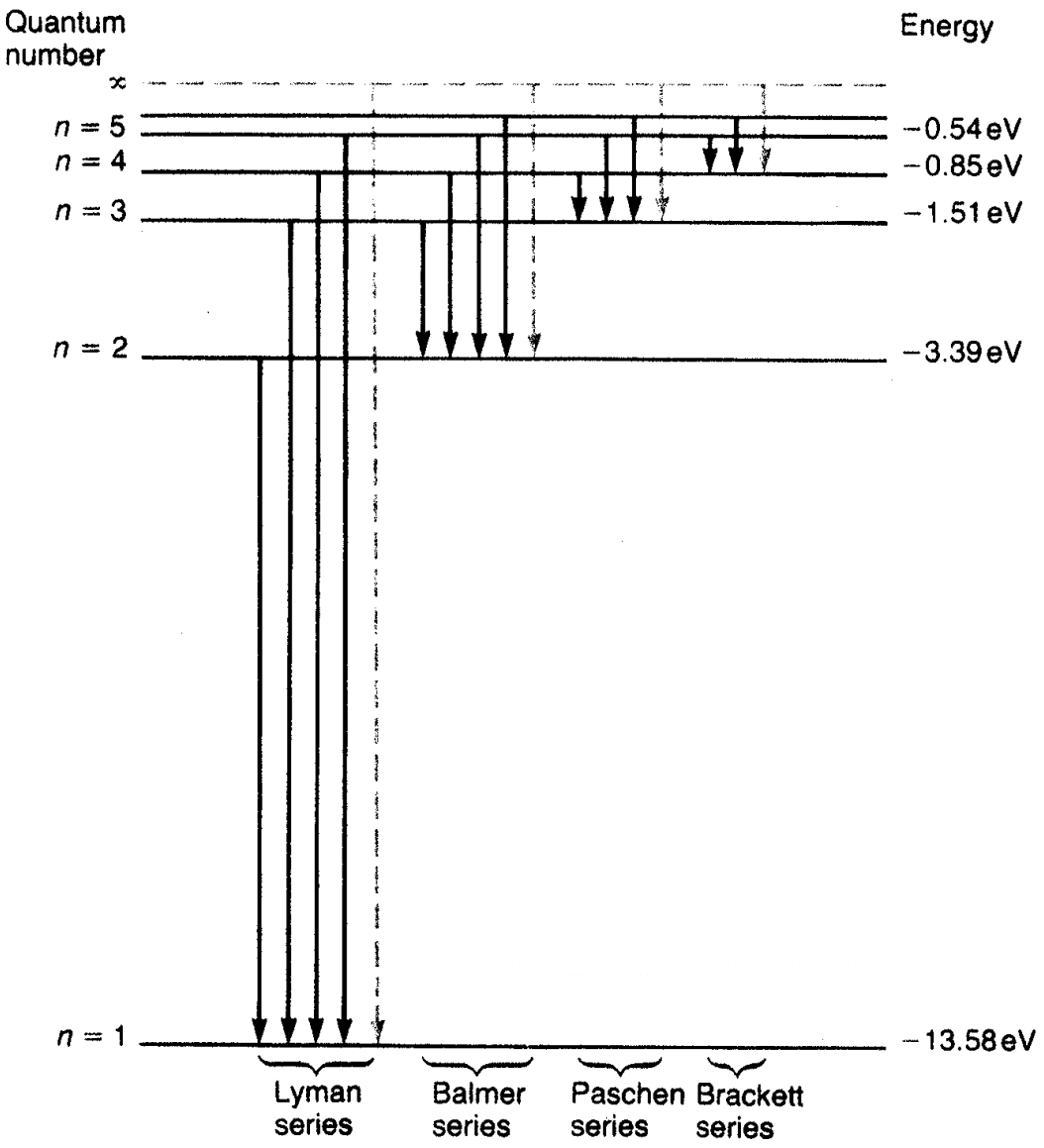
$$= \left(-\frac{1}{2\,n^2} + \frac{1}{2\,m^2}\right) \frac{k_e\,e^2}{a_0}$$

e, quindi (formula di Einstein), di frequenza

$$\nu = \frac{E_{nm}}{h} = \frac{k_e\,e^2}{4\,\pi\,\hbar\,a_0} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

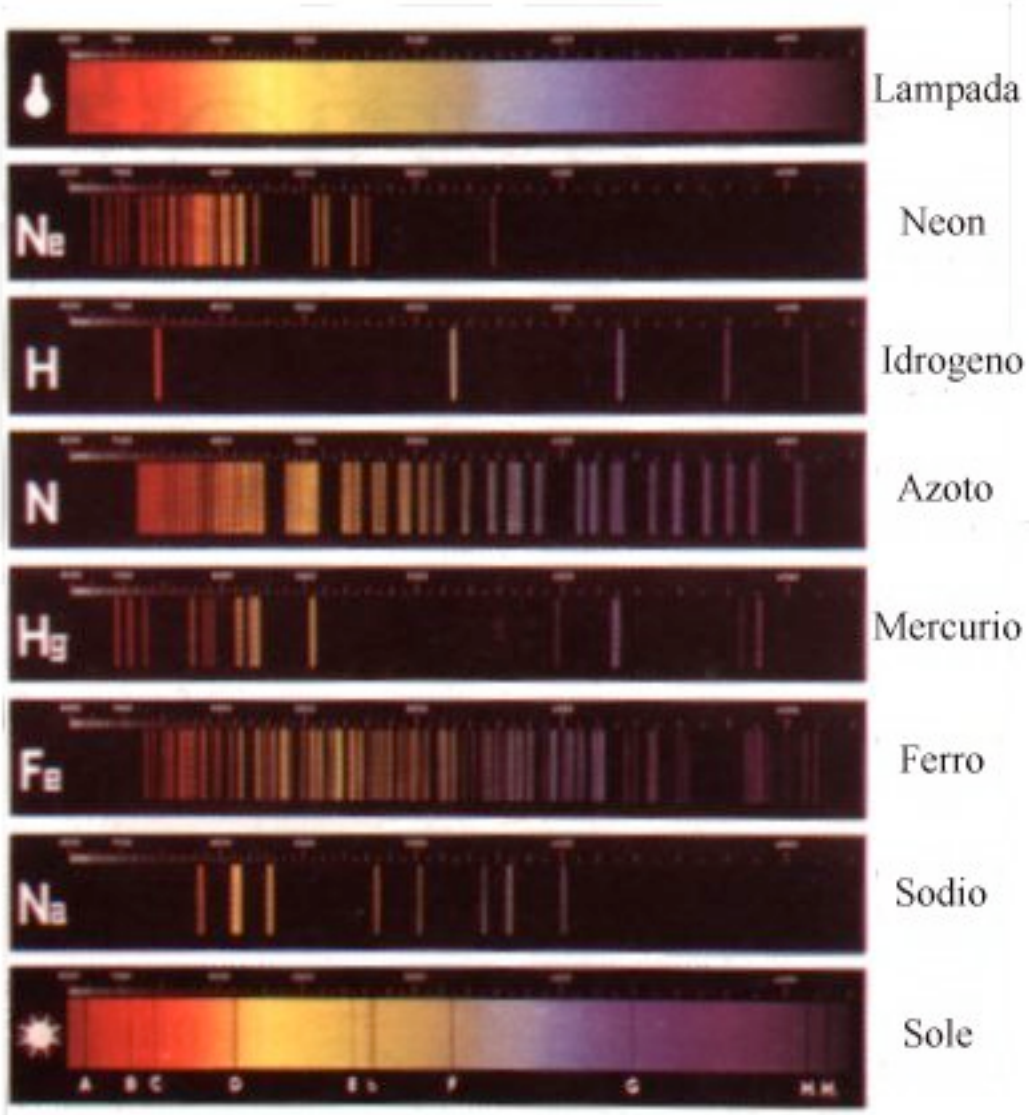
(formula di Rydberg)

Atomo di Bohr (II)



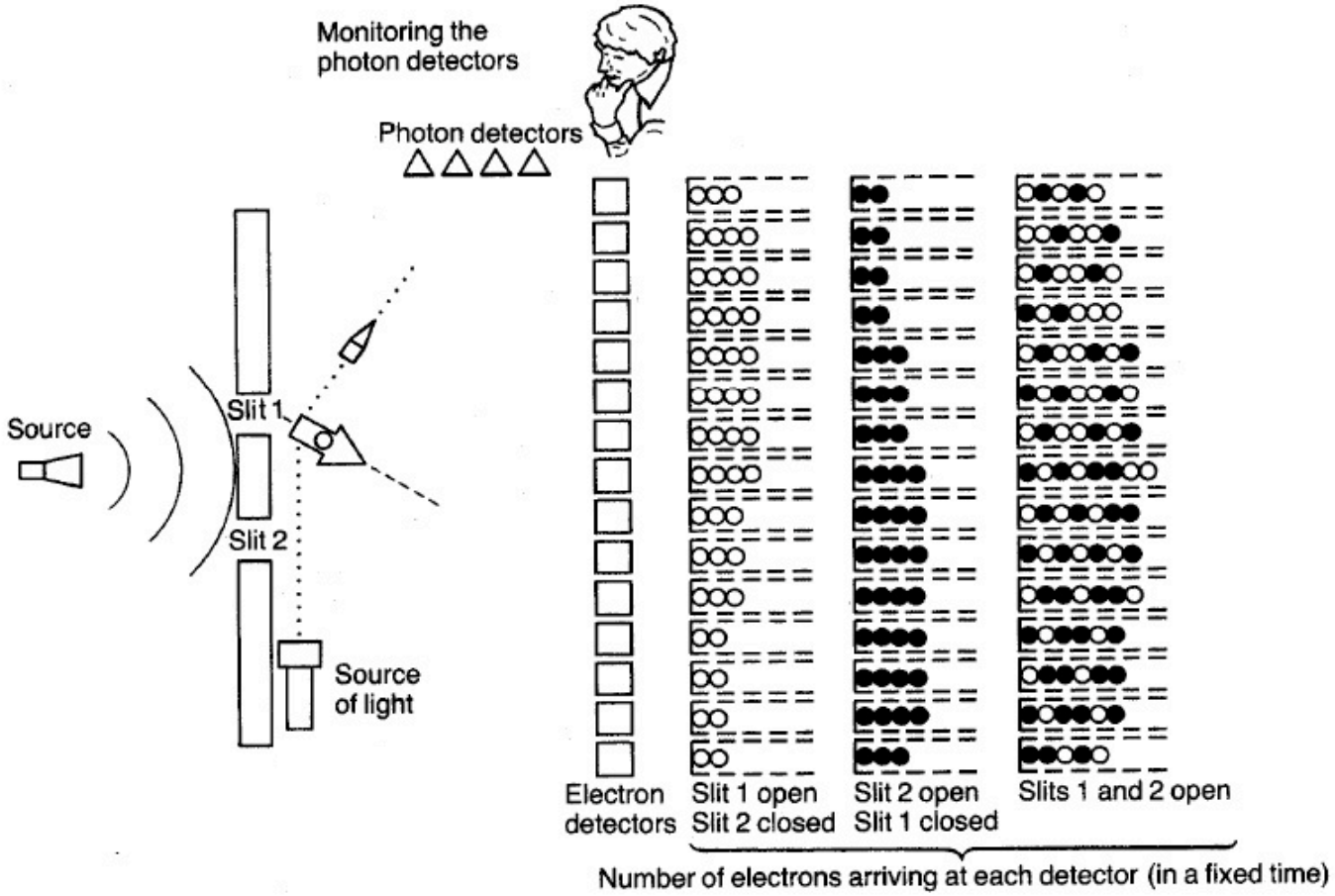
Atomo di Bohr (II)

Atomo di Bohr (II)



Osservando gli elettroni (II)

2-fenditure con gli elettroni + osservatore rivisto alla luce del concetto di fotone



Osservando gli elettroni (II)

per osservare un oggetto ci vuole almeno un fotone: effetto trascurabile su un proiettile, considerevole sull'elettrone

come ridurre tale effetto? diminuiamo l'intensità della sorgente di luce? NO! riduciamo solo il n. dei fotoni, bisogna ridurne l'impulso p, i.e. diminuire (aumentare) ν (λ)

quando λ diviene confrontabile con d il lampo diviene sfocato → non siamo più in grado di stabilire per quale fenditura è passato l'elettrone e $P_{12}' \rightarrow P_{12}$

per lunghezze d'onda >> della separazione tra le fenditure la perturbazione introdotta dal fotone è trascurabile → riotteniamo l'interferenza

Principio d'Indeterminazione

(Heisenberg)

Risultato generale della teoria quantistica:

è impossibile realizzare un dispositivo il cui scopo sia quello di determinare per quale foro passa l'elettrone senza nel contempo perturbarlo a tal punto da distruggere la figura d'interferenza

Matematicamente: $\Delta x \, \Delta p \geq h$

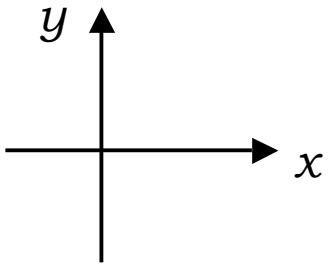
incertezza nella posizione

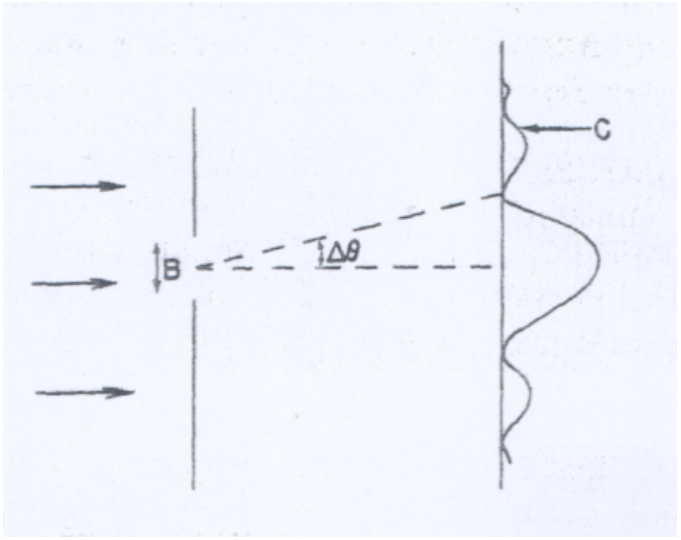
incertezza nell' impulso

Principio d'Indeterminazione

L'indeterminazione è diretta conseguenza del carattere ondulatorio delle particelle

Esempio: fascio di particelle che incide su fenditura





particelle hanno tutte $p_x = p_0$ e $p_y = 0$, i.e. componente dell'impulso $\perp$ alla fenditura è perfettamente nota

Principio d'Indeterminazione

Passaggio attraverso fenditura → conoscenza della coordinata y con incertezza $\Delta y \sim l$; diffrazione oltre la fenditura → indeterminazione in p_y

- prima della fenditura: conosco p_y ma non y
- dopo la fenditura: conosco y ma perdo informazione su p_y

$$\Delta p_y \sim p_0 \Delta\theta$$

$\Delta\theta$: angolo sotteso dal primo minimo

Principio d'Indeterminazione

$$\Delta\theta \sim \frac{\lambda}{l} \qquad \rightarrow \qquad \Delta p_y \sim p_0 \frac{\lambda}{l}$$

de Broglie $\rightarrow$ $\Delta p_y \sim \frac{h}{l}$

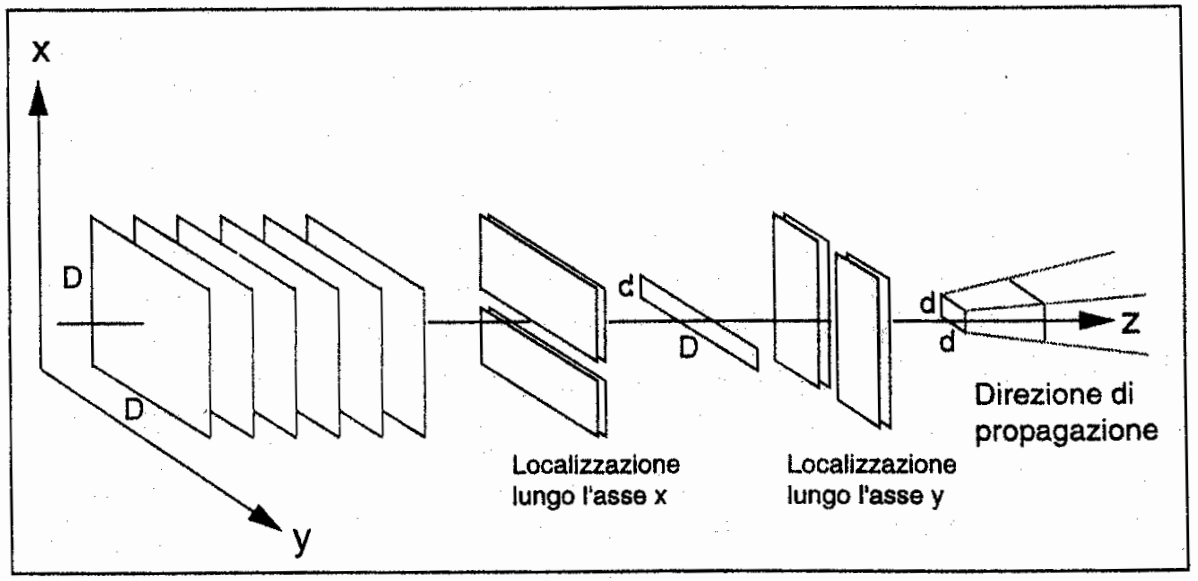
$$\Delta y \, \Delta p_y \sim h$$

i.e. y e p_y sono variabili incompatibili

Principio d'Indeterminazione

Non tutte le variabili fisiche sono incompatibili

Esempio: apparato per determinare la posizione lungo le direzioni x e y



Principio d'Indeterminazione

Fascio esteso in modo uniforme su un quadrato di lato D

1) determinazione di x → schermo con fenditura lungo y e larghezza $d << D$ lungo x → dopo lo schermo le particelle sono all'interno del rettangolo d x D

2) determinazione di y → secondo schermo con fenditura lungo x e larghezza $d << D$ lungo y

$N.B.$ - questo schermo è molto vicino al primo → particelle che escono da quest'ultimo non hanno tempo di diffondersi per diffrazione

al di là dei 2 schermi le particelle sono entro un rettangolo d x d: le misure di x e y non s'influenzano tra loro

Principio d'Indeterminazione

ogni operazione di misura disturba il sistema

✓ Mondo Classico

- possibile ridurre a piacere l'entità della perturbazione
- ogni interazione è governata da leggi deterministiche → possibile correggere l'effetto introdotto dalla perturbazione → misure con livello d'accuratezza arbitrario

✓ Mondo Quantistico

- impossibile perturbazione arbitrariamente piccola
- perturbazione non può essere corretta (effetto del fotone nell'interazione con gli elettroni è imprevedibile)

Principio d'Indeterminazione

ignoranza classica *vs* incertezza quantistica

↓ ↓

il mondo è in uno stato ben definito ma si da il caso che non sappiamo qual'è

particelle in uno stato ben definito sono perfettamente in grado di passare allo stesso tempo attraverso 2 fenditure

↓ ↓

casualità soggettiva casualità oggettiva

dicotomia non astratta: figura d'interferenza !!

Principio d'Indeterminazione

- Concetto di traiettoria

Fisica classica → richiede conoscenza simultanea di posizione e velocità → impossibile da definire nella teoria quantistica

… risultati dell'esperimento delle 2 fenditure sono così stupefacenti perché pretendiamo di applicare concetto classico di traiettoria anche dove non è possibile!!

- Modello atomico di Rutherford

Elettroni finiscono sul nucleo, i.e. confinati in regione spaziale di dimensioni ≈ 0 → impulso → ∞

Principio d'Indeterminazione

… possibile stimare le dimensione dell'atomo di H

raggio atomico $a \sim$ indeterminazione nella posizione dell'elettrone → indeterminazione nell'impulso $\sim h/a$

$$\rightarrow \quad \frac{p^2}{2m} \sim \frac{h^2}{2ma^2} \quad \rightarrow \quad E \sim \frac{h^2}{2ma^2} - k_e \frac{e^2}{a}$$

Lo stato fondamentale è di energia minima:

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}a} = 0 \qquad \rightarrow \qquad a \sim \frac{h^2}{k_e m e^2} \sim a_0$$

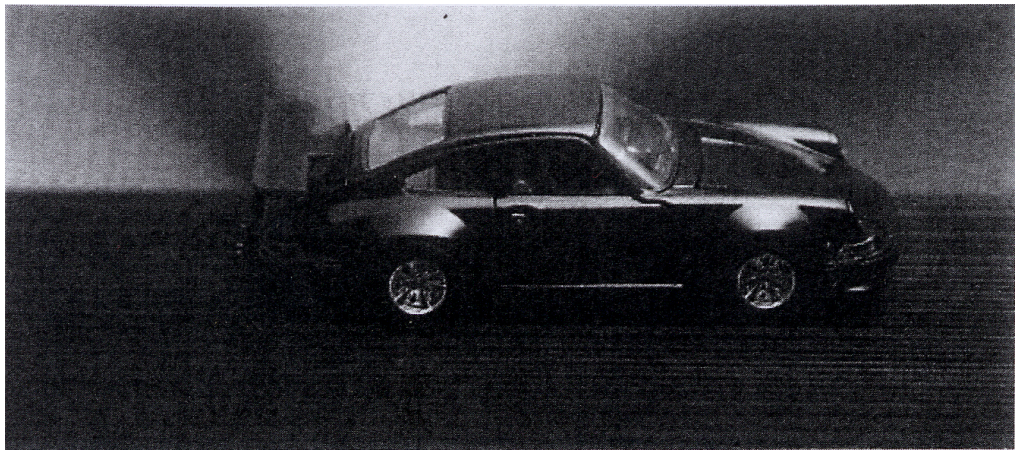
Indeterminazione Energia-Tempo

$$\Delta E \, \Delta t \geq h$$

… è concessa qualunque violazione della legge di conservazione dell'energia purché duri per un tempo corrispondentemente piccolo

Fondamentale per lo studio delle interazioni tra le particelle: bosoni vettori → particelle virtuali → incredibili proprietà del vuoto quantistico

Indeterminazione Energia-Tempo

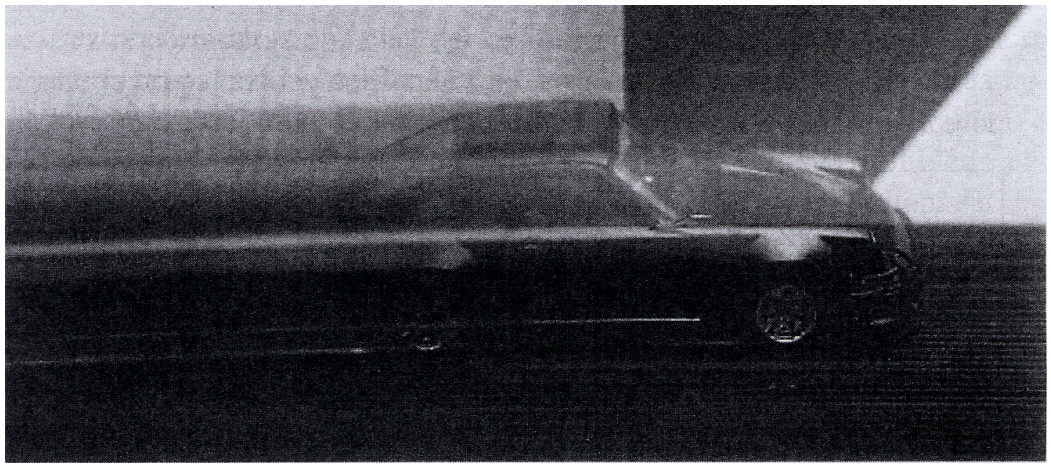


piccolo tempo
d'esposizione

forma SI - velocità NO

grande tempo
d'esposizione

forma NO - velocità SI



Indeterminazione Energia-Tempo

Decadimento esponenziale di livello atomico eccitato

$$e^{-t/\Delta t}$$

vitamedia Δt del livello $\rightarrow$ indeterminazione nell'energia

$$\Delta E = \frac{h}{\Delta t}$$

$$\Delta E = h\,\Delta\nu \qquad \rightarrow \qquad \Delta\nu = \frac{1}{\Delta t}$$

i.e. linea spettrale è di larghezza finita, inversamente $\propto$ alla vitamedia del livello

Indeterminazione Energia-Tempo

✓ atomo di H → livello eccitato: spin di elettrone e protone sono paralleli ↑ ↑ → transizione allo stato fondamentale ↓ ↑ con vitamedia τ = 12 milioni di anni !! → riga spettrale (λ = 21 cm) è incredibilmente stretta:

$$\Delta\nu = 5 \times 10^{-16} \text{ Hz}$$

fondamentale in radioastronomia: sono facilmente rivelabili minime variazioni $\Delta\lambda$ associate a shift Doppler → misura della velocità delle nubi di H → distanza tramite flusso di Hubble

✓ particelle che decadono molto rapidamente (risonanze) → energia (massa) non ben definita

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{h}{c^2 \tau}$$

mesone ρ: m = 770 MeV, $\tau = 4.4 \times 10^{-24}$ s → $\Delta E \approx 150$ MeV

Fotoni

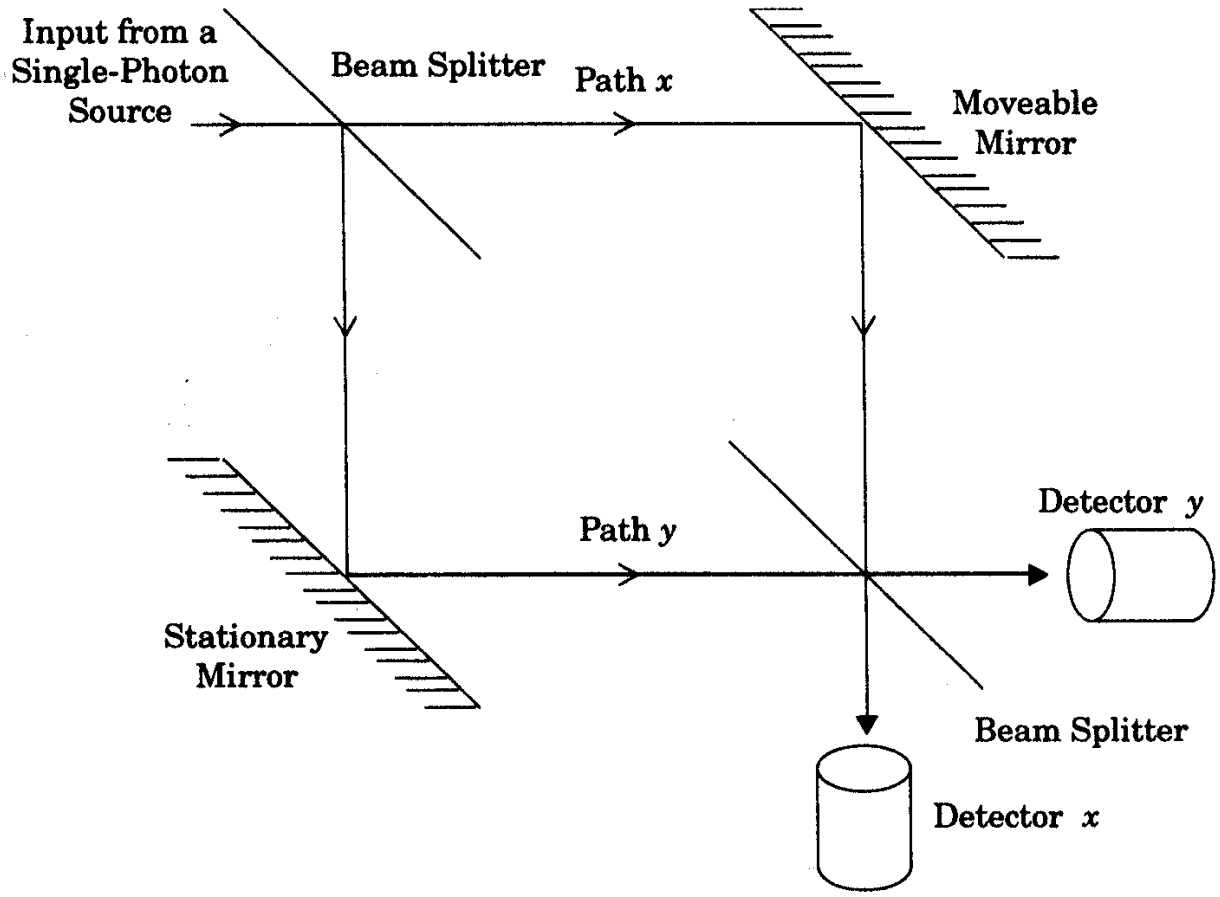
Fotone come particella? → attenuiamo intensità della sorgente di luce nell'interferometro di Michelson in modo da avere un solo fotone nell'apparato e inseriamo un rivelatore di fotoni in ciascun ramo (dopo il beam-splitter e prima dello specchio)

Cosa osserviamo? rivelatori non producono mai segnale simultaneamente: il fotone o segue il ramo → o quello ↑

N.B: - il fotone non viene "spezzato" dal beam-splitter! se così fosse si avrebbero 2 fotoni di energia, e quindi frequenza ($E = h\,\nu$), dimezzata!

Fotoni

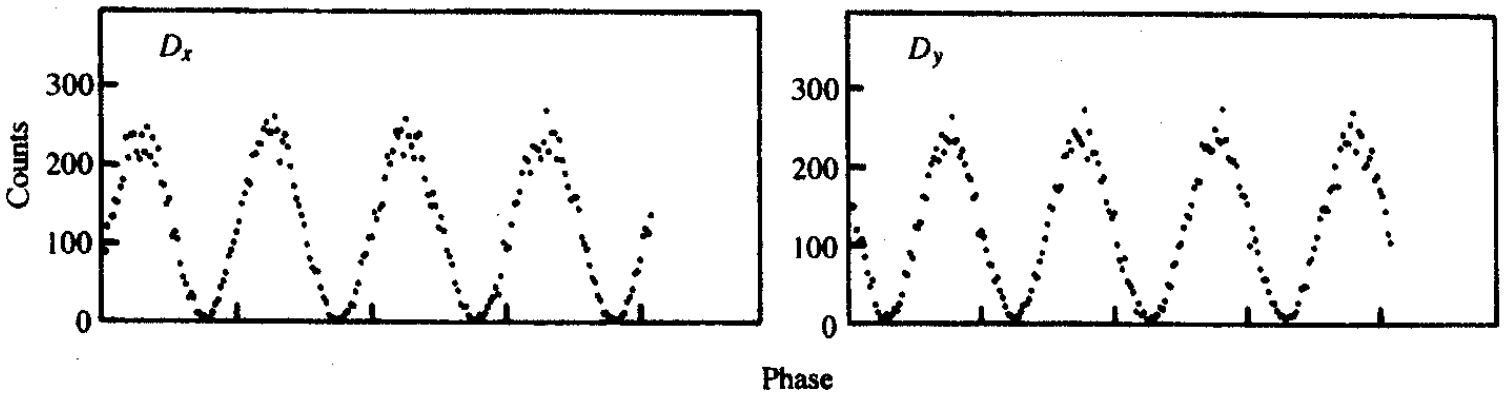
… ancora un esperimento con doppia fenditura: l'interferometro Mach-Zender



Fotoni

… con un solo fotone nell'apparato: esperimento di Grangier, Roger, Aspect (*Europhys. Lett.* **1**, 173 (1986))

figura d'interferenza registrata su ciascun rivelatore al variare della differenza di cammino ottico (fase) tra i 2 rami dell'interferometro



… il fotone percorre entrambe i rami !!

Fotoni

Teoria della cospirazione: il fotone* riconosce il tipo di apparato sperimentale costruito e aggiusta di conseguenza la sua natura → in un apparato pensato per stabilire per quale ramo (fenditura) è passato si comporta come particella; in uno realizzato per osservare l'interferenza si comporta come onda

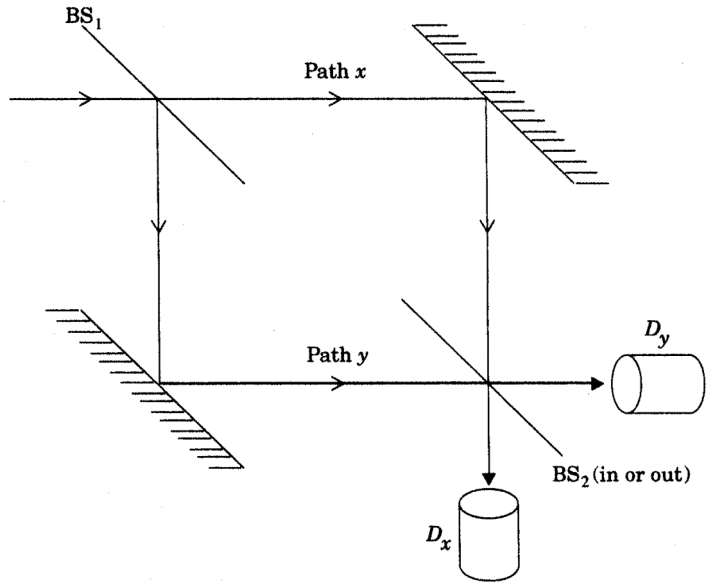
possibile che sia così perverso?

Proposta di Wheeler: ritardare la scelta su quale aspetto osservare a dopo che il fotone ha "deciso" cosa essere → esperimenti a scelta ritardata

* l'elettrone, il neutrone, l'atomo, ….

Fotoni

interferometro Mach-Zender dove il secondo beam-splitter può essere inserito o rimosso a piacere



- BS_2 assente → D_x e D_y registrano quale ramo è stato percorso dal fotone: x → D_x, y → D_y
- BS_2 inserito → esperimento d'interferenza: non sappiamo più nulla sul percorso seguito dal fotone

Fotoni

Scelta ritardata: inizialmente BS_2 è assente e viene inserito solo dopo che il fotone ha passato BS_1

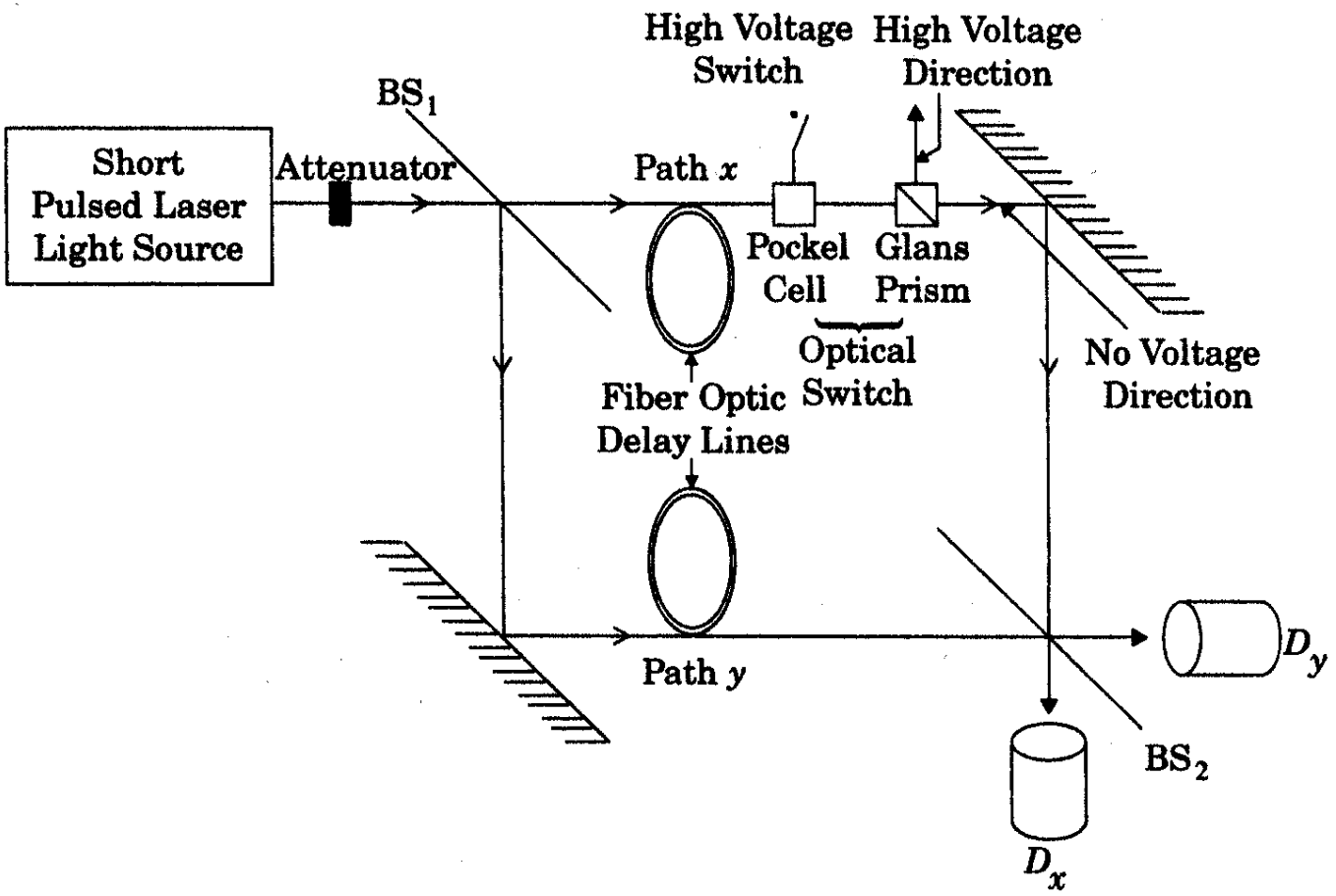
Secondo la teoria della cospirazione ciascun fotone si comporta come una particella (BS_2 è inizialmente disinserito) e sceglie uno dei 2 rami con probabilità 1/2.

La successiva inserzione di BS2 non cambia questa scelta e, anche se esso è presente, quando il fotone lo raggiunge non può dar luogo a interferenza!

Ma cosa succede nella realtà?

Fotoni

T. Hellmuth et al. *Phys. Rev. A* **35**, 2532 (1987)



Fotoni

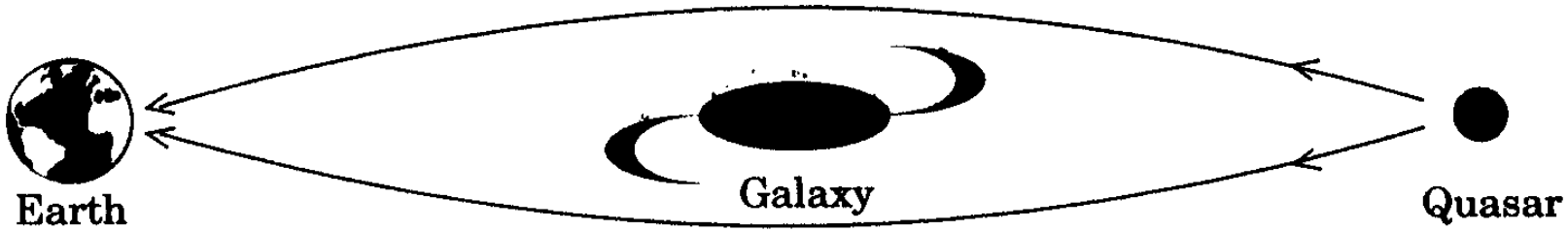
Risultato sperimentale:

non importa quando BS_2 viene inserito, si osserva una figura d'interferenza; viceversa, se si comincia con BS_2 inserito e successivamente (dopo che il fotone aveva passato BS1) lo si rimuove, l'interferenza non è mai visibile → incredibile!

Questo risultato non è quello che ci dice la teoria della cospirazione, ma è in perfetto accordo con la meccanica quantistica: il fotone può passare dal percorrere un solo ramo o entrambi in qualunque momento della sua storia, non impazzisce mai! Fa sempre la scelta giusta, anche se cambio le carte!

Fotoni

gedanken experiment proposto da Wheeler



Nel punto di intersezione delle 2 traiettorie posso mettere o meno un beam-splitter → senza vedo 2 immagini; con vedo l'interferenza

Ma il fotone è partito miliardi di anni fa, quale differenza può fare sul suo percorso la mia decisione di oggi?

Fotoni

Scelta ritardata → la semplice rappresentazione della dualità onda-corpuscolo è inadeguata: quando la luce è entrata nell'interferometro non la possiamo più pensare come un'onda o una particella → nuovo punto di vista, che non sia la composizione di parti di teorie classiche

Chiedere come il fotone sceglie il percorso è un residuo della concezione classica: possiamo solo conoscere la probabilità delle varie possibilità

Principio di sovrapposizione: singola "particella" può essere preparata in una sovrapposizione di stati, e per ciò non è più localizzabile → "… *somma di più ampiezze complesse di cui eseguire il modulo quadro …*"

Principio di Complementarità

(Bohr)

Diversi aspetti:

✓ rappresentazione mentale di una certa situazione fisica

esperimento delle 2 fenditure: uso descrizioni mutuamente inconsistenti: particella e onda → concetti complementari tra loro

✓ cosa la M.Q. ci consente di coonoscere

P.d'I. → o conosco la posizione o l'impulso; o l'energia o il tempo → due approcci possibili:

- variabili la cui conoscenza può essere solo parziale
- variabili che non esistono simultaneamente

→ x complementare a p; E complementare a t

Principio di Complementarità

✓ cosa può essere rivelato in un esperimento

2 fenditure → complementarità tra conoscenza del percorso e figura d'interferenza → nessuna versione dell'esperimento ha accesso a entrambi gli aspetti

Bohr: sempre utilizzare il linguaggio mutuato dal mondo che percepiamo direttamente, i.e. il mondo classico. Un livello al di là della nostra esperienza sensoriale richiede fusione degli opposti, tra loro esclusivi: se un esperimento mostra uno dei due, l'altro è assente

N.B. - Bohr ritiene l'idea applicabile in altri ambiti: ogni procedimento volto a evidenziare che una cellula è viva, inevitabilmente la uccide!

Principio di Complementarità

Commenti:

Schrödinger - quando non si capisce una cosa s'inventa un nuovo termine e si pensa di averla capita

Bell - complementrità è una di quelle "visioni romantiche" del mondo ispirate dalla teoria quantistica

Oggi è opinione condivisa che Bohr non sia mai stato in grado di formulare in modo chiaro e convincente il suo principio di complementarità

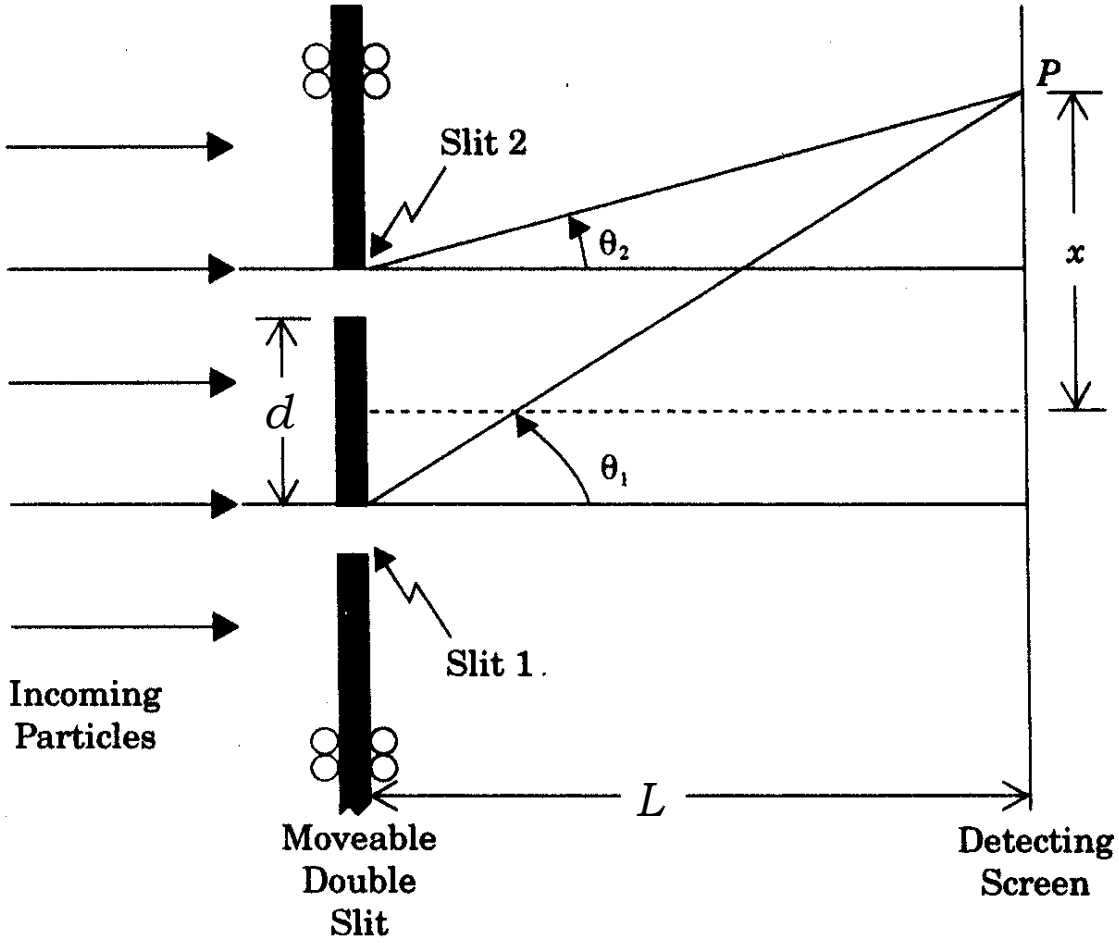
Dibattito Bohr - Einstein

Dibattito Bohr - Einstein

Congresso Solvay 1927

Dibattito Bohr - Einstein

Einstein (is the moon there when nobody looks?)
→ ancora le 2 fenditure, ma mobili



Dibattito Bohr - Einstein

particella in P → nell'attraversare una delle fenditure riceve spinta verso l'alto → schermo rincula verso il basso: (di più se passa per il foro 1, di meno se passa per foro 2)

misura dell'entità del rinculo consente di stabilire per quale fenditura è passata la particella, mantenendo la figura d'interferenza

Come Bohr smonta l'argomento

impulso ricevuto dallo schermo:

$$P(i) = P \sin\theta_i \simeq P\,\theta_i \qquad (i = 1, 2)$$

Dibattito Bohr - Einstein

se vogliamo determinare quale fenditura è stata attraversata dobbiamo misurare il rinculo dello schermo con un'accuratezza

$$\Delta P < P(1) - P(2) \simeq P\,(\theta_1 - \theta_2)$$

P.d'I. → incertezza nella posizione della fenditura

$$\Delta x > \frac{h}{\Delta P} \simeq \frac{h}{P\,(\theta_1 - \theta_2)}$$

Dibattito Bohr - Einstein

$$\frac{x + d/2}{L} = \tan\theta_1 \simeq \theta_1$$

$$\frac{x - d/2}{L} = \tan\theta_2 \simeq \theta_2$$

$$\theta_1 - \theta_2 \simeq \frac{d}{L} \quad \Rightarrow \quad \Delta x > \frac{h}{P}\frac{L}{d} = \frac{\lambda L}{d}$$

ma $\lambda L / d$ è la distanza tra due massimi della figura d'interferenza → incertezza nella misura della posizione della fenditura sufficiente a cancellare l'interferenza → il principio di complementarità è salvo !!

Paradosso EPR

… Einstein non demorde e nel 1935 ci riprova …

MAY 15, 1935 PHYSICAL REVIEW VOLUME 47

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, *Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey*

(Received March 25, 1935)

In a complete theory there is an element corresponding to each element of reality. A sufficient condition for the reality of a physical quantity is the possibility of predicting it with certainty, without disturbing the system. In quantum mechanics in the case of two physical quantities described by non-commuting operators, the knowledge of one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in quantum mechanics is not complete or (2) these two quantities cannot have simultaneous reality. Consideration of the problem of making predictions concerning a system on the basis of measurements made on another system that had previously interacted with it leads to the result that if (1) is false then (2) is also false. One is thus led to conclude that the description of reality as given by a wave function is not complete.

nell'articolo viene proposto un *gedanken experiment* che dovrebbe dare sostegno all'idea che esiste una "realtà obiettiva", indipendente dalla misura

Paradosso EPR

In analogia al caso classico, Einstein ritiene che esistano certe “variabili nascoste” che, qualora fosse possibile misurarne il valore, consentirebbero di predire il risultato di un certo esperimento con certezza

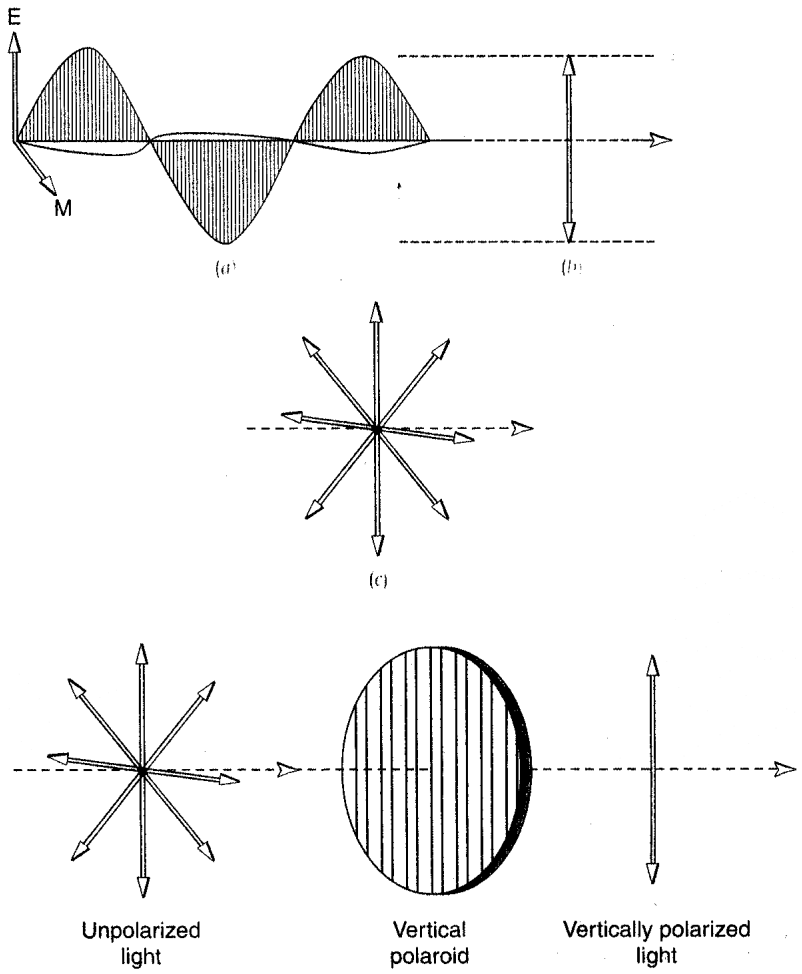
La conclusione dell’articolo è all’insegna dell’ottimismo

quantities.

Returning now to the general case contemplated in Eqs. (7) and (8), we assume that ψ_k and φ_r are indeed eigenfunctions of some non-commuting operators P and Q, corresponding to the eigenvalues p_k and q_r, respectively. Thus, by measuring either A or B we are in a position to predict with certainty, and without in any way the second system in any way. No reasonable definition of reality could be expected to permit this.

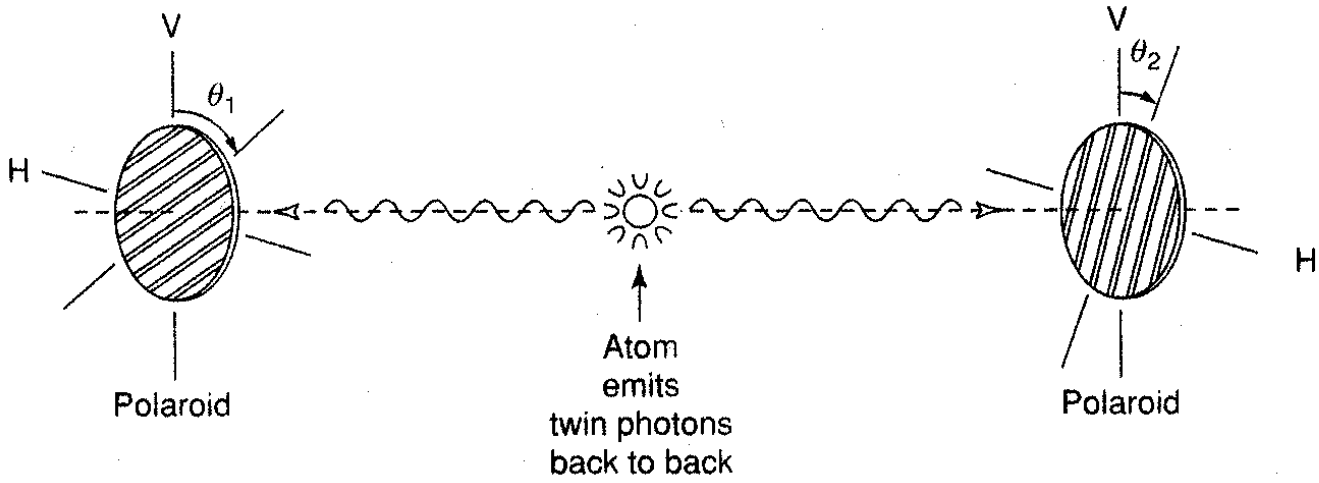
While we have thus shown that the wave function does not provide a complete description of the physical reality, we left open the question of whether or not such a description exists. We believe, however, that such a theory is possible.

Un intermezzo: polarizzazione di un'onda e.m.



Paradosso EPR

(Bohm)



- entrambi polaroid nella direzione V (H) → entrambi i fotoni passano
- un polaroid nella direzione H e l'altro nella direzione V → mai vediamo entrambi fotoni passare

i.e. si osservano coppie VV e HH, mai VH e HV !!

Paradosso EPR

polaroid a grande distanza → possiamo scegliere come vogliamo l'istante in cui fissare la direzione di ciascuno

ad es., l'asse di P2 è scelto solo dopo che il fotone è stato emesso ma prima che un qualunque segnale spedito da P1 abbia fatto in tempo a raggiungere P2
→ i risultati non cambiano: sebbene non sappiamo se vedremo V o H con certezza, registriamo sempre perfetto accordo tra le polarizzazioni dei fotoni

Einstein: gli stati di polarizzazione dei fotoni sono in qualche modo prestabiliti all'emissione. Spiegazione alternativa deve far ricorso a una "azione istantanea a distanza" tra i fotoni in grado di fissare la polarizzazione del secondo appena si misura quella del primo

Paradosso EPR

… azione istantanea in contrasto con i principi della relatività: la massima velocità di propagazione dell'informazione è quella della luce

Come risponde Bohr ? Reitera il suo punto di vista (interpretazione di Copenhagen): i 2 fotoni e i 2 polaroid sono un unico sistema e, quindi, non ha senso speculare su l'effetto di una misura di una parte sull'altra.

Soddisfatti? Einstein certamente NO! → nell'interpretazione di Copenhagen la meccanica quantistica deve contemplare una peculiare azione a distanza di origine ignota

EPR: analisi di Bell

Nel 1965 Bell studia le correlazioni originate da condizioni classiche e stabilisce una disuguaglianza che è violata dalla meccanica quantistica

Esperimento di Bohm: consideriamo il caso di polaroid con asse principale inclinato rispetto alla verticale → risultato dipende dalla coppia di angoli θ_1 e θ_2

Definiamo come variabile caratteristica dell'esperimento il n. di coppie di fotoni in disaccordo (un fotone passa e uno no) → studiamo come funzione di θ_1 e θ_2

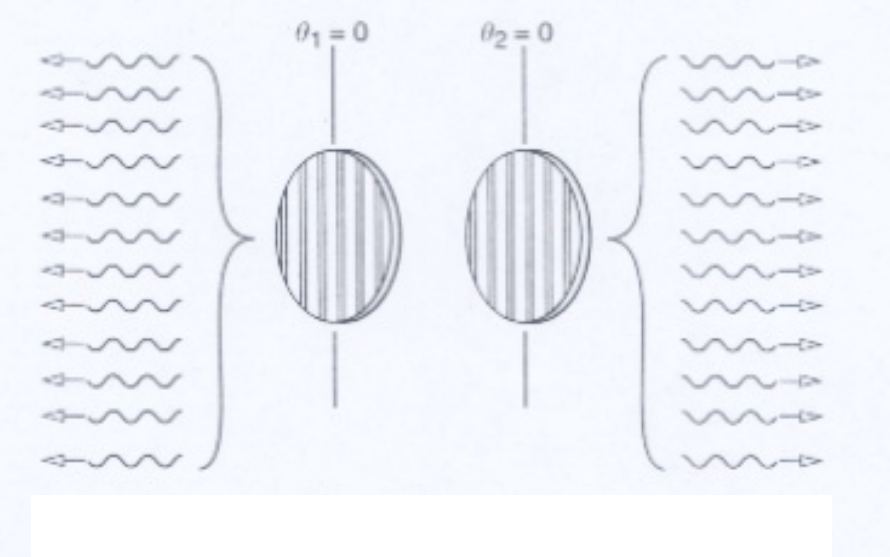
$$N(\theta_1, \theta_2)$$

EPR: analisi di Bell

✓ $\theta_1 = \theta_2 = 0$

$\downarrow$

$N(0,0) = 0$



✓ ruotiamo uno o entrambi i polaroid

- ciò che avviene in un polaroid non influenza ciò che avviene all'altro;
- fotoni emessi con polarizzazioni // (Einstein);
- al polaroid il fotone segue la M.Q. → passa o meno con una certa probabilità

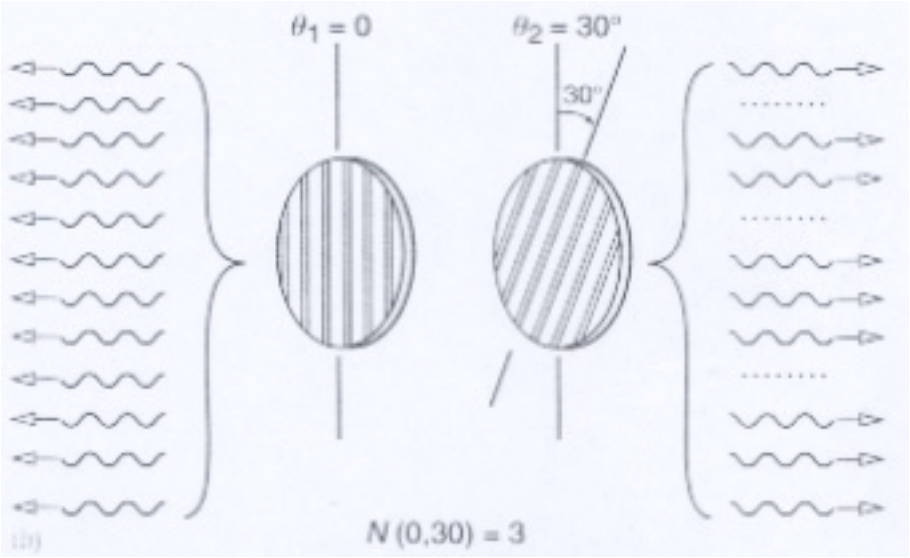
EPR: analisi di Bell

12 coppie di fotoni con polarizzazione VV; $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = 30$

$$(\cos \pi/6)^2 \times 12 = \frac{3}{4} \times 12 = 9$$

tutti i fotoni che giungono su P_1 lo attraversano

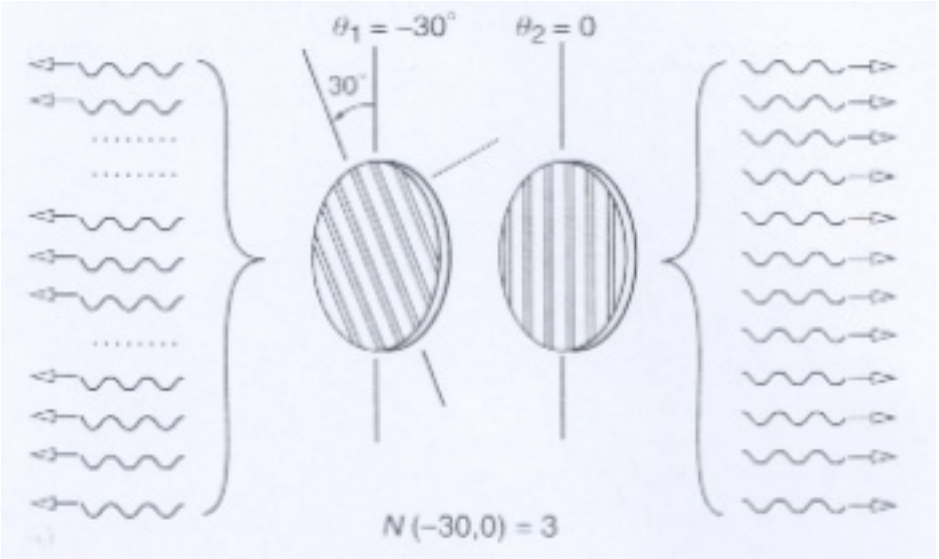
$\rightarrow$ $N(0,30) = 3$



EPR: analisi di Bell

N.B. - situazione identica se è θ_1 = -30 e θ_2 = 0

→ N (-30, 0) = 3



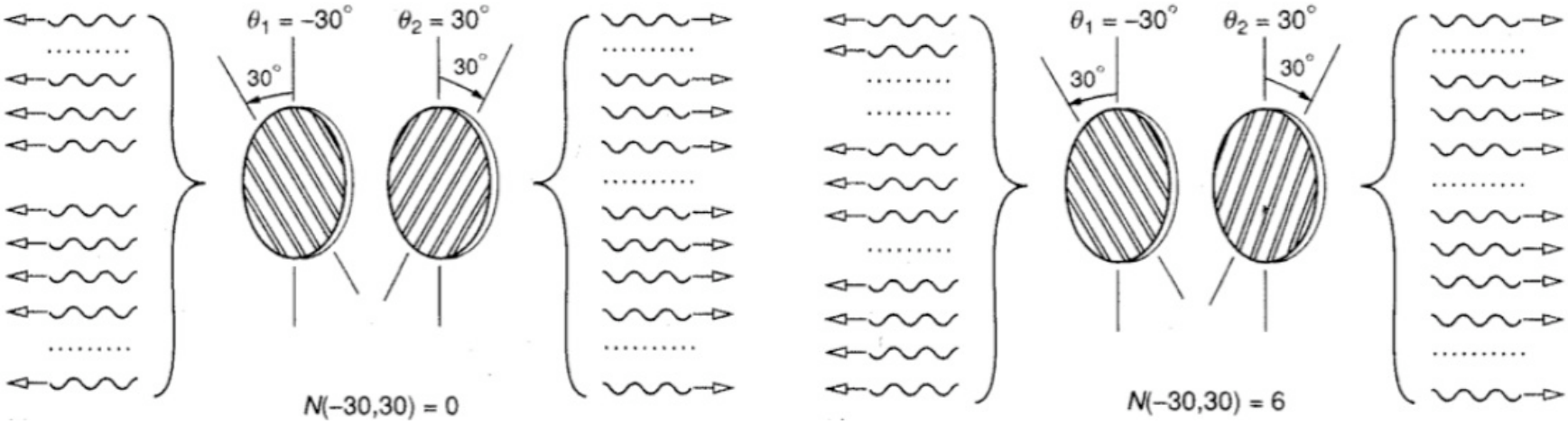
EPR: analisi di Bell

Entrambi i polaroid ruotati: θ_1 = -30 e θ_2 = 30 → P2 ferma ancora 3 fotoni e lo stesso fa P1 → fotoni assorbiti possono appartenere alla stessa coppia oppure a coppie diverse

processi indipendenti →

Fotoni ∈ stessa coppia → N = 0

Fotoni ∈ coppia diversa → N = 6



EPR: analisi di Bell

caso di alcuni fotoni assorbiti ∈ stessa coppia, altri no →
situazione intermedia: n. disaccordi compreso tra 0 e 6

$$N(-30,30) \leq N(-30,0) + N(0,30)$$

disuguaglianza di Bell

M.Q. non predetermina la direzione di polarizzazione →
ciò che conto è l'angolo di un polaroid rispetto all'altro

$\theta = 60 \quad \rightarrow \quad (\sin \pi/3)^2 = \frac{3}{4}$

mentre $N(-30,0) + N(0,30) = 2\,(\sin \pi/6)^2 = \frac{1}{2}$

Meccanica quantistica viola disuguaglianza di Bell !!

EPR: analisi di Bell

Osservazione sperimentale (Aspect et al.) → accordo con la meccanica quantistica → conferma della violazione della disuguaglianza di Bell

nessuna teoria a “variabili nascoste” (senza esplicita o implicita - sgradevole - “azione a distanza”) può riprodurre i risultati sperimentali

Einstein avrebbe certamente preferito una teoria a variabili nascoste, ma si sarebbe rifiutato di accettare l’esistenza dell’azione a distanza → la realtà è una ben strana cosa!!

Paradosso della misura

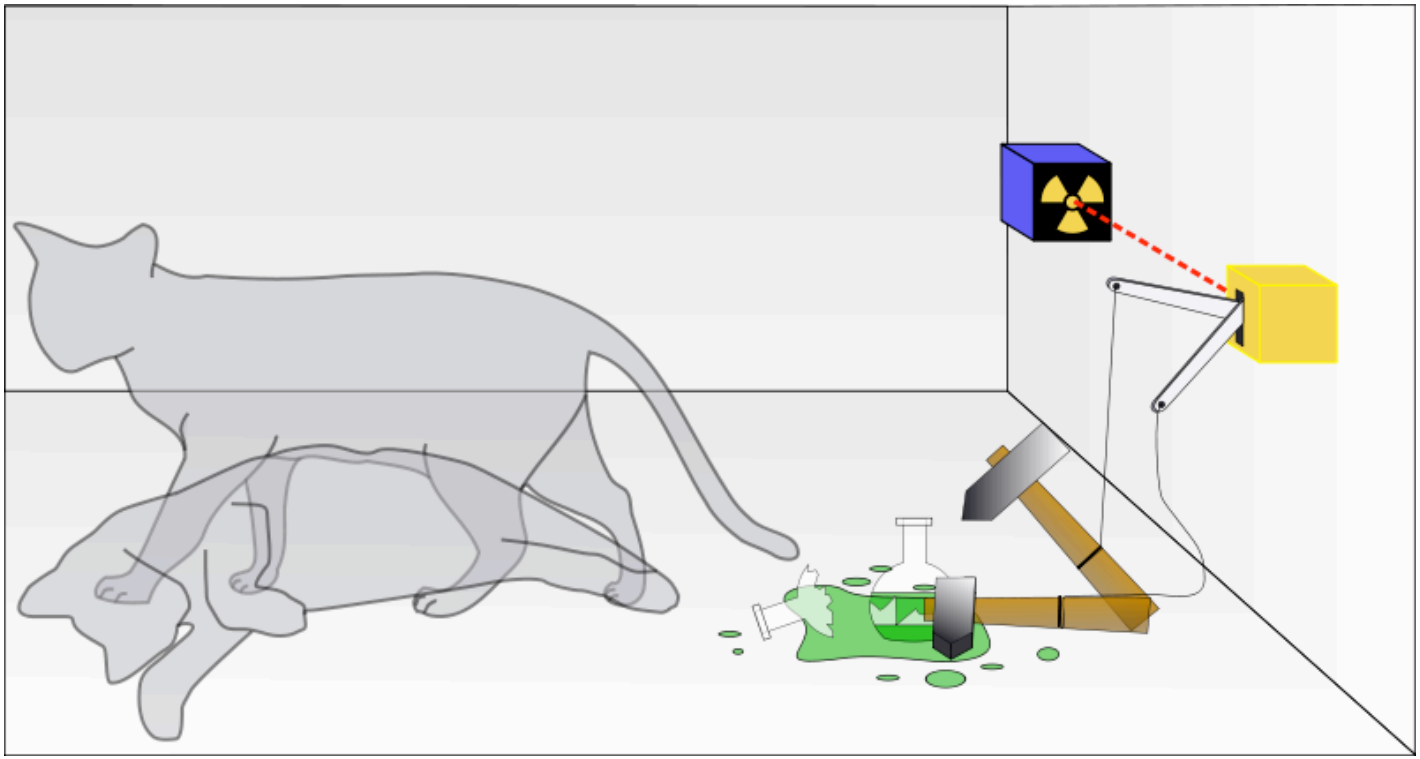
Sistema quantistico può esistere in una sovrapposizione di diversi stati quantistici → processo di misura fa collassare la sovrapposizione in uno stato classico (i.e. che può essere definito per mezzo dello stato di un rivelatore classico) → soltanto dopo la misura possiamo parlare di sistema quantistico con definite proprietà

apparentemente è l'osservatore che decide quali proprietà misurare e quando farlo

Schrödinger insoddisfatto da questa interpretazione: il problema è che ogni cosa è quantistica e quindi non si vede perché dividere il mondo in oggetti classici (rivelatori) e quantistici (atomi, …)

Paradosso della misura

Paradosso del gatto di Schrödinger



$$|\Psi> = \frac{1}{\sqrt{2}}|\text{gatto vivo}> + \frac{1}{\sqrt{2}}|\text{gatto morto}>$$

Paradosso della misura

Come possiamo immaginare oggetti classici (gatto) in 2 differenti stati allo stesso istante? Come fa l'osservazione a far collassare la f.d'o. in una delle 2 alternative?

von Neumann & Wigner: la coscienza dell'osservatore gioca un ruolo importante

Cosa accade se qualcuno può guardare dentro la scatola tramite una finestra (amico di Wigner)? Possiamo chiedergli se il gatto è morto quando è decaduto il nucleo o quando abbiamo aperto la scatola? O è l'amico di Wigner che, guardando, ha fatto collassare la f.d'o.?

> Unico aspetto non-quantistico è la coscienza? Allora perché differenti osservatori concordano sulla rappresentazione del mondo?

Interpretazione a molti mondi

(Everett)

REVIEWS OF MODERN PHYSICS VOLUME 29, NUMBER 3 JULY, 1957

"Relative State" Formulation of Quantum Mechanics*

HUGH EVERETT, III†

Palmer Physical Laboratory, Princeton University, Princeton, New Jersey

Bohr: apparato di misura classico seleziona solo uno degli stati della sovrapposizione quantistica

Everett: tutte le possibilità sono realizzate, ma ciascuna in una diversa copia dell'universo, ciascuna delle quali è essa stessa costantemente soggetta a moltiplicazione in corrispondenza di ogni processo di misura → no collasso della f.d'o. → "multiverso" di universi paralleli!!

Interpretazione a molti mondi

Idea affascinante ma problematica:

- ✓ costretti a supporre che i vari universi non possono comunicare tra loro (e che in ognuna di essi è presente una nostra copia …)

- ✓ diramazione della f.d'o. = struttura ad albero → no associazione del particolare presente con alcun particolare passato → la configurazione del mondo - noi compresi - cambia in modo discontinuo → perché, invece, abbiamo l'illusione che il mondo cambi in modo continuo?

  Bell: è la memoria - un fenomeno del presente - a darci l'impressione di continuità → *"… qualora [questa teoria] fosse presa sul serio sarebbe difficile prendere sul serio qualsiasi altra cosa"*

Teletrasporto

Beam me up!

Teletrasporto

Star Trek: scansione dell'oggetto da teletrasportare → trasmissione al luogo di ricezione → ricomposizione dell'oggetto

Ricostruzione: con quale materia?

- o quella originaria (spedita - non si sa come - nel luogo di ricezione)
- o che si trova nel luogo di ricezione

in ogni caso, separazione tra informazione e materia

Non funziona! Una pecora può essere clonata, ma uno stato quantistico no! (teorema di Wooters & Zurek)

Teletrasporto

la difficoltà sta nel fatto che non è mai possibile ricavare tutte le informazioni di un sistema con una misurazione, a meno che non si sappia già prima quali informazioni contiene il sistema (caso non interessante)

Esempio: stato di polarizzazione di un fotone

- fotone in un puro stato |V> (|H>) → misura lungo asse V(H): nessun problema → fotone in stato |V> (|H>)
- fotone nello stato $|\psi> = \cos\alpha\,|V> + \sin\alpha\,|H>$

→ misura lungo asse V (H) → ottengo con probabilità $\cos^2\alpha$ ($\sin^2\alpha$) lo stato |V> (|H>), non il fotone in $|\psi>$!!

Teletrasporto

i.e, l'operazione di misura ha distrutto lo stato di partenza

come fare il teletrasporto?

PHYSICAL REVIEW
LETTERS

VOLUME 70 | 29 MARCH 1993 | NUMBER 13

Teleporting an Unknown Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels

Charles H. Bennett,[1] Gilles Brassard,[2] Claude Crépeau,[2,3]
Richard Jozsa,[2] Asher Peres,[4] and William K. Wootters[5]
[1] *IBM Research Division, T.J. Watson Research Center, Yorktown Heights, New York 10598*
[2] *Département IRO, Université de Montréal, C.P. 6128, Succursale "A", Montréal, Québec, Canada H3C 3J7*
[3] *Laboratoire d'Informatique de l'École Normale Supérieure, 45 rue d'Ulm, 75230 Paris CEDEX 05, France*[a]
[4] *Department of Physics, Technion–Israel Institute of Technology, 32000 Haifa, Israel*
[5] *Department of Physics, Williams College, Williamstown, Massachusetts 01267*
(Received 2 December 1992)

An unknown quantum state $|\phi\rangle$ can be disassembled into, then later reconstructed from, purely classical information and purely nonclassical Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) correlations. To do so the sender, "Alice," and the receiver, "Bob," must prearrange the sharing of an EPR-correlated pair of particles. Alice makes a joint measurement on her EPR particle and the unknown quantum system, and sends Bob the classical result of this measurement. Knowing this, Bob can convert the state of his EPR particle into an exact replica of the unknown state $|\phi\rangle$ which Alice destroyed.

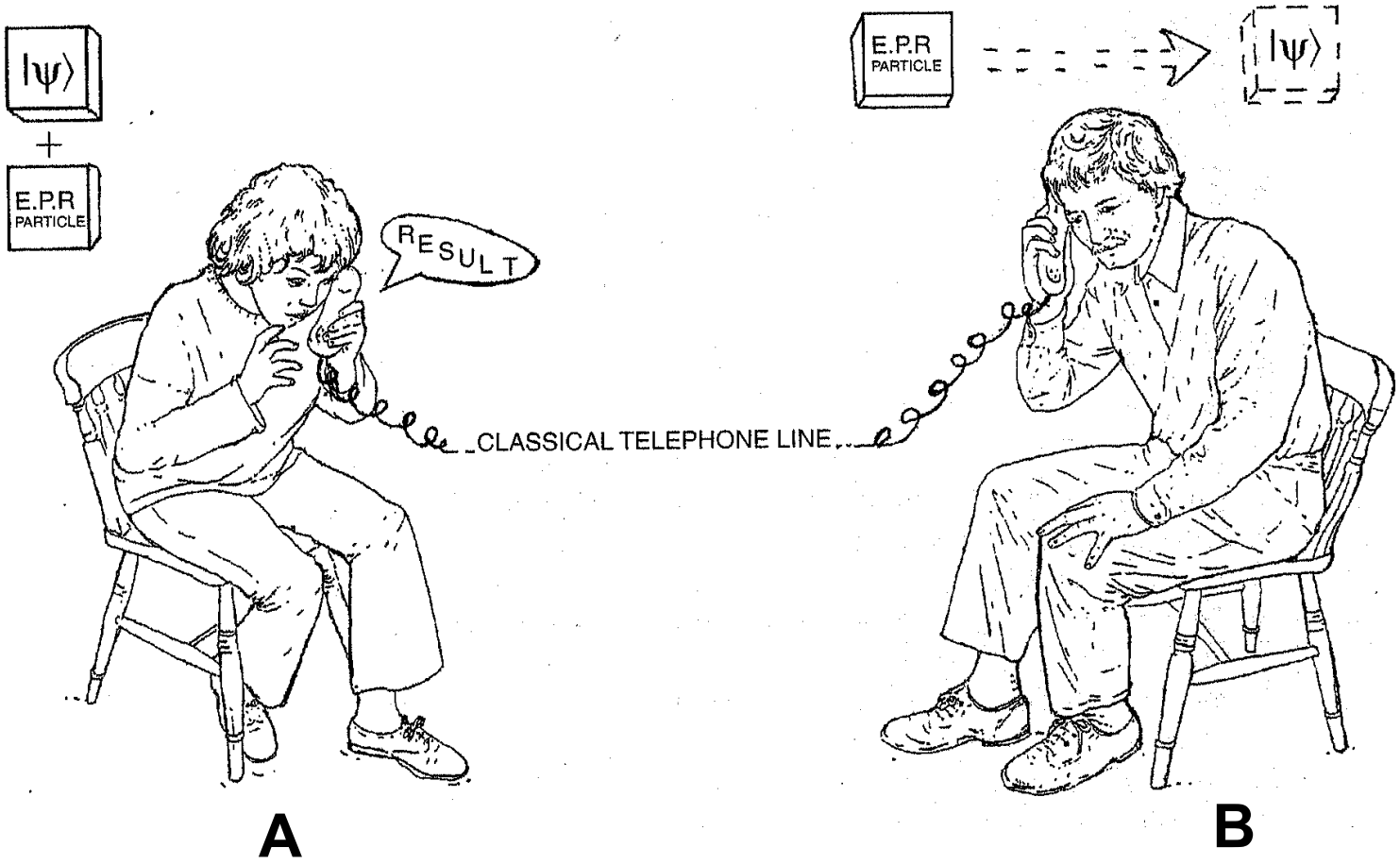
Teletrasporto

Problema: scambio stato incognito $|\Psi\rangle$ di un fotone tra **A** e **B**

Soluzione

1. **A** o **B** (o un terzo) crea una coppia di fotoni EPR entangled → **A** e **B** ricevono un fotone di questa coppia, ma nessuno di loro esegue misure;
2. Alla ricezione del fotone in $|\Psi\rangle$, **A** esegue una misura su stato a 2-fotoni ottenuto dalla combinazione di questo fotone e di quello della coppia entangled → determina istantaneamente dello stato del fotone EPR ricevuto da **B** in base al risultato di **A**
3. A "telefona" a **B** e gli comunica il risultato della sua misura → **B** esegue misura sul suo fotone EPR e genera $|\Psi\rangle$

Teletrasporto



Teletrasporto

Nature **390**, 575 (1997)

Experimental quantum teleportation

Dik Bouwmeester, Jian-Wei Pan, Klaus Mattle, Manfred Eibl, Harald Weinfurter & Anton Zeilinger

Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck, Technikerstr. 25, A-6020 Innsbruck, Austria

Quantum teleportation—the transmission and reconstruction over arbitrary distances of the state of a quantum system—is demonstrated experimentally. During teleportation, an initial photon which carries the polarization that is to be transferred and one of a pair of entangled photons are subjected to a measurement such that the second photon of the entangled pair acquires the polarization of the initial photon. This latter photon can be arbitrarily far away from the initial one. Quantum teleportation will be a critical ingredient for quantum computation networks.

trasmissione della polarizzazione di un fotone su una distanza di circa 1m

Bibliografia Meccanica Quantistica

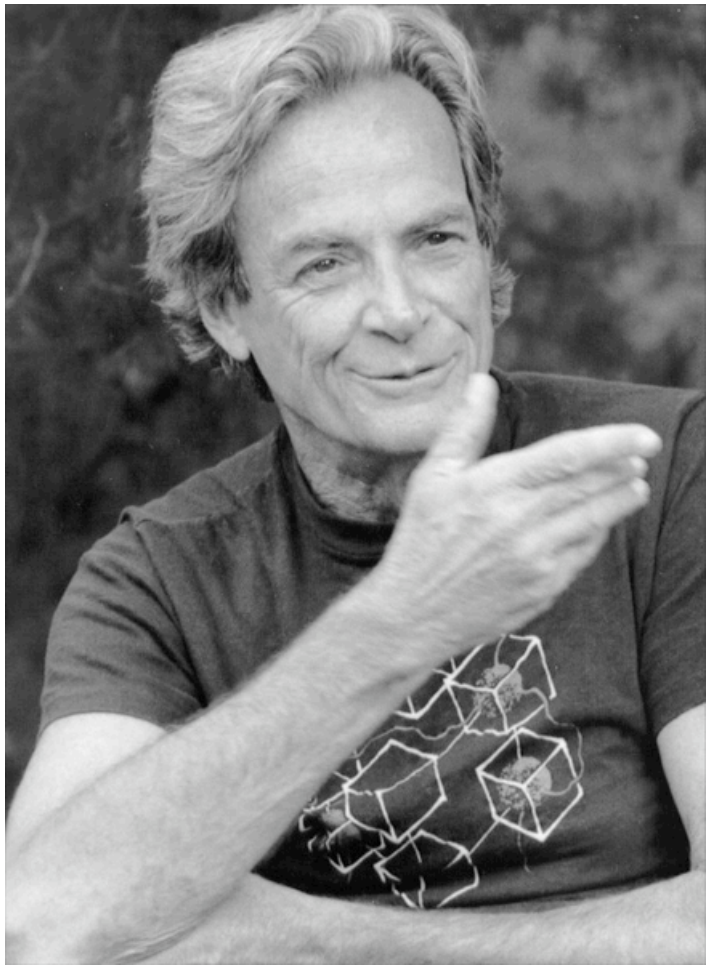
1. A. Zeilinger, *Il velo di Einstein* (Einaudi)
2. G. Ghirardi, *Un'occhiata alle carte di Dio* (Saggiatore)
3. D. Deutsch, *La trama della realtà* (Einaudi)
4. C. Bruce, *I conigli di Schördinger* (Cortina Raffaello)
5. R. Penrose, *La strada che porta alla realtà* (Rizzoli)
6. R. Penrose, *La mente nuova dell'imperatore* (Rizzoli)
7. A. Aczel, *Entanglement* (Cortina Raffaello)
8. D. Darling, *Teletrasporto* (Boringhieri)
9. Dalai Lama, *Nuove immagini dell'Universo* (Cortina Raffaello)

Equazione di Schördinger

Particella libera in 3 dimensioni

$$\imath\,\hbar\,\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$$

… concludendo



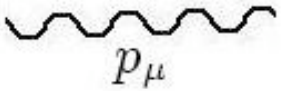
Poets say science takes away from the beauty of the stars – mere globs of gas atoms. Nothing is 'mere'. I too can see the stars on a desert night, and feel them. But do I see less or more? The vastness of the heavens stretches my imagination – stuck on this carousel, my little eye can catch one-million-year- old light … Or see them [the stars] with the greater eye of Palomar, rushing all apart from some common starting point when they were perhaps all together. What is the pattern, or the meaning, or the why? It does not do harm to the mystery to know a little about it. For far more marvellous is the truth than any artists of the past imagined! Why do the poets of the present not speak of it?

Finally, may I add that the main purpose of my teaching has not been to prepare you for some examination – it was not even to prepare you to serve industry or the military. I wanted most to give you some appreciation of the wonderful world and the physicist's way of looking at it, which, I believe, is a major part of the true culture of modern times. (There are probably professors of other subjects who would object, but I believe they are completely wrong.) Perhaps you will not only have some appreciation of this culture; it is even possible that you may want to join in the greatest adventure that the human mind has ever begun.

Richard Feynman

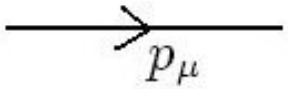
Diagrammi di Feynman

photon propagator



$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{p^2 + i\epsilon}$$

electron propagator



$$\frac{i(p_\mu\gamma^\mu + m)}{p^2 - m^2 + i\epsilon}$$

QED Vertex

$$iQe\gamma^\mu$$

Feynman QED rules

Diagrammi di Feynman

Bibliografia Feynman

1. *QED* (Adelphi)
2. *Sei pezzi facili* (Adelphi)
3. *Sei pezzi meno facili* (Adelphi)
4. *La legge fisica* (Boringhieri)
5. *La fisica di Feynman* (4 voll.) (Zanichelli)
6. *Il piacere di scoprire* (Adelphi)
7. *Il senso delle cose* (Adelphi)
8. *Sta scherzando Mr. Feynman!* (Zanichelli)
9. *Che t'importa di cosa dice la gente?* (Zanichelli)
10. *Deviazioni perfettamente ragionevoli dalle vie battute* (Adelphi)

J. Gleick - Genio (Garzanti)