

Luce [**c**], quanti [**ħ**] e gravità [**G**]

Gino Isidori [*INFN-Frascati*]

Un seminario *sperimentale*...

...per introdurre l'affascinante mondo della fisica teorica

Luce [**c**], quanti [**ħ**] e gravità [**G**]

Gino Isidori [*INFN-Frascati*]

Un seminario *sperimentale*...

...per introdurre l'affascinante mondo della fisica teorica

- ▶ Le unità fondamentali
- ▶ La teoria della relatività
- ▶ La meccanica quantistica
- ▶ La teoria quantistica dei campi
- ▶ Conclusioni

## ► Le unità fondamentali

Come ci ha insegnato Galileo, lo scopo della fisica è quello di trovare modelli matematici in grado di descrivere (e prevedere) i fenomeni naturali

*Modello matematico* = insieme di principi logici (leggi di simmetria, etc...)

⇒ serie di equazioni per *variabili adimensionali*

Unità  
di misura

Fenomeni naturali [*grandezze dimensionali*]

## ► Le unità fondamentali

Come ci ha insegnato Galileo, lo scopo della fisica è quello di trovare modelli matematici in grado di descrivere (e prevedere) i fenomeni naturali

*Modello matematico* = insieme di principi logici (leggi di simmetria, etc...)

⇒ serie di equazioni per *variabili adimensionali*

*Esempio:*

$$h(t) = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

Coefficiente numerico

[fissato dalla teoria]

Costante fisica dimensionale

[determinata dagli esperimenti]

Unità  
di misura

Fenomeni naturali [*grandezze dimensionali*]

## ► Le unità fondamentali

Come ci ha insegnato Galileo, lo scopo della fisica è quello di trovare modelli matematici in grado di descrivere (e prevedere) i fenomeni naturali

*Modello matematico* = insieme di principi logici (leggi di simmetria, etc...)

⇒ serie di equazioni per variabili adimensionali

In una teoria ideale tutti i **coefficienti numerici**  
(costanti adimensionali) sono calcolabili

e le unità di misura sono automaticamente determinate  
da **costanti fisiche dimensionali universali**

Unità  
di misura

Fenomeni naturali [grandezze dimensionali]

## ► Le unità fondamentali

Come ci ha insegnato Galileo, lo scopo della fisica è quello di trovare modelli matematici in grado di descrivere (e prevedere) i fenomeni naturali

*Modello matematico* = insieme di principi logici (leggi di simmetria, etc...)

⇒ serie di equazioni per variabili adimensionali

In una teoria ideale tutti i **coefficienti numerici**  
(costanti adimensionali) sono calcolabili

Unità  
di misura

e le unità di misura sono automaticamente determinate  
da **costanti fisiche dimensionali universali**

[spazio, tempo, energia]  $\Leftrightarrow$  3 unità fondamentali

Fenomeni naturali [grandezze dimensionali]

## ► Le unità fondamentali

La scelta più naturale per queste 3 unità (costanti) fondamentali è data da:

### ► La velocità della luce nel vuoto [ **c** ]

*Planck 1900*

*Gamov, Ivanenko, Landau 1928*

- Elettromagnetismo (eq.<sup>ni</sup> di Maxwell)
- Relatività ristretta ( $E = m c^2$ , ...)

### ► La costante di Planck [ **ħ** ]

- Meccanica quantistica (spin elettrone =  $\hbar/2$ ,  
principio di indeterminazione:  $\Delta x \Delta p > \hbar$  &  $\Delta E \Delta t > \hbar$ , ...)

### ► La costante di gravitazione universale [ **G** ]

- Legge gravitazione di Newton ( $F = G m_1 m_2 / r^2$ )
- Relatività generale

## ▶ Le unità fondamentali

La scelta più naturale per queste 3 unità (costanti) fondamentali è data da:

### ▶ La velocità della luce nel vuoto

$$c = 2.9979... \times 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad [ \text{velocità} = \text{lunghezza} / \text{tempo} ]$$

### ▶ La costante di Planck

$$\hbar = 1.0054... \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \text{ kg} \quad [ \text{azione} = \text{energia} \times \text{tempo} ]$$

### ▶ La costante di gravitazione universale

$$G = 6.6742... \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1} \quad [ \text{energia} \times \text{lunghezza} / \text{massa}^2 ]$$

Le 3 unità hanno valori molto poco naturali nel Sistema Internazionale (**m kg s**) poiché quest'ultimo è un sistema **convenzionale**, scelto *a misura d'uomo*.

Ma l'**universalità** di queste costanti fisiche ci segnala che in natura esistono delle unità fondamentali (non convenzionali)

## ► Le unità fondamentali

La scelta più naturale per queste 3 unità (costanti) fondamentali è data da:

### ► La velocità della luce nel vuoto

$$c = 2.9979... \times 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad [ \text{velocità} = \text{lunghezza} / \text{tempo} ]$$

### ► La costante di Planck

$$\hbar = 1.0054... \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \text{ kg} \quad [ \text{azione} = \text{energia} \times \text{tempo} ]$$

### ► La costante di gravitazione universale

$$G = 6.6742... \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1} \quad [ \text{energia} \times \text{lunghezza} / \text{massa}^2 ]$$

Combinando opportunamente queste 3 costanti otteniamo delle unità di spazio, tempo e massa (o energia):

$$L_{\text{Planck}} = (\hbar G / c^3)^{1/2} \sim 10^{-35} \text{ m}$$

$$T_{\text{Planck}} = (\hbar G / c^5)^{1/2} \sim 10^{-43} \text{ s}$$

$$M_{\text{Planck}} = (\hbar c / G)^{1/2} \sim 10^{19} M_{\text{protone}}$$

## ► Le unità fondamentali

La scelta più naturale per queste 3 unità (costanti) fondamentali è data da:

### ► La velocità della luce nel vuoto

$$c = 2.9979... \times 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad [ \text{velocità} = \text{lunghezza} / \text{tempo} ]$$

### ► La costante di Planck

$$\hbar = 1.0054... \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \text{ kg} \quad [ \text{azione} = \text{energia} \times \text{tempo} ]$$

### ► La costante di gravitazione universale

$$G = 6.6742... \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1} \quad [ \text{energia} \times \text{lunghezza} / \text{massa}^2 ]$$

Combinando opportunamente queste 3 costanti otteniamo delle unità di spazio, tempo e massa (o energia):

$$L_{\text{Planck}} = (\hbar G / c^3)^{1/2}$$

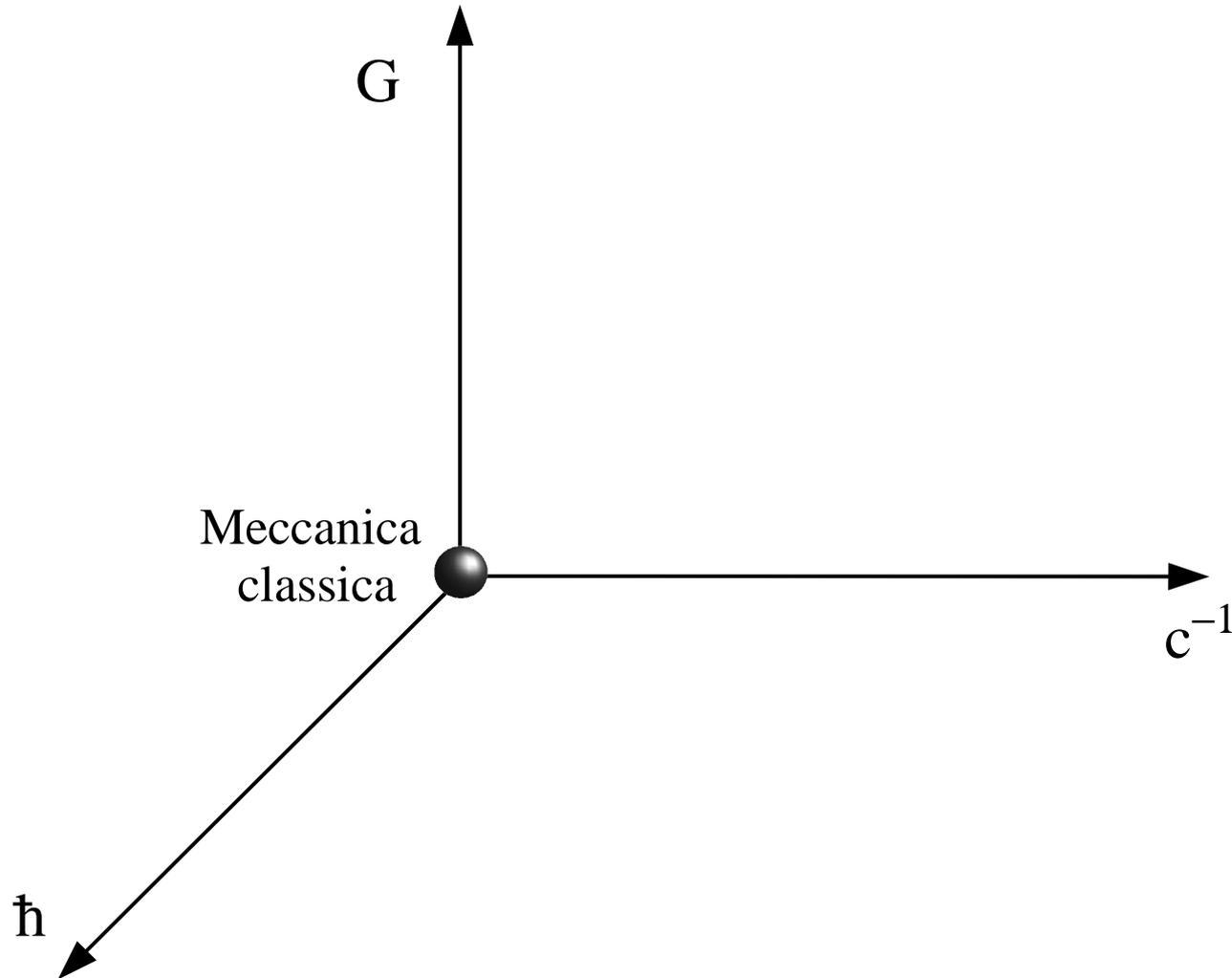
$$T_{\text{Planck}} = (\hbar G / c^5)^{1/2}$$

$$M_{\text{Planck}} = (\hbar c / G)^{1/2}$$

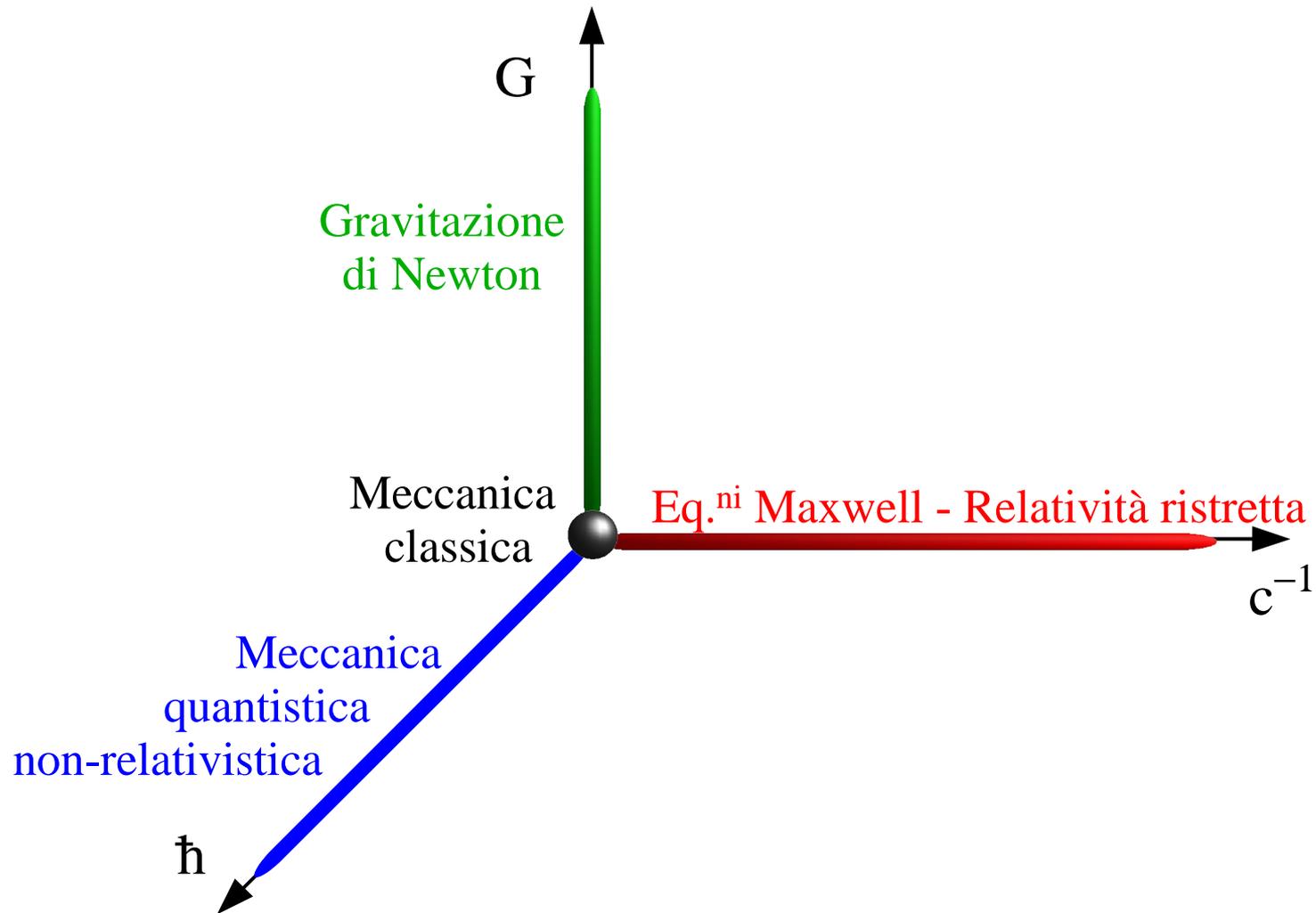
In realtà il carattere fondamentale di queste unità, ovvero l'esistenza di una scala fondamentale in natura per spazio (o energia) è un problema aperto:

è sostanzialmente la sfida più grande e affascinante della fisica moderna

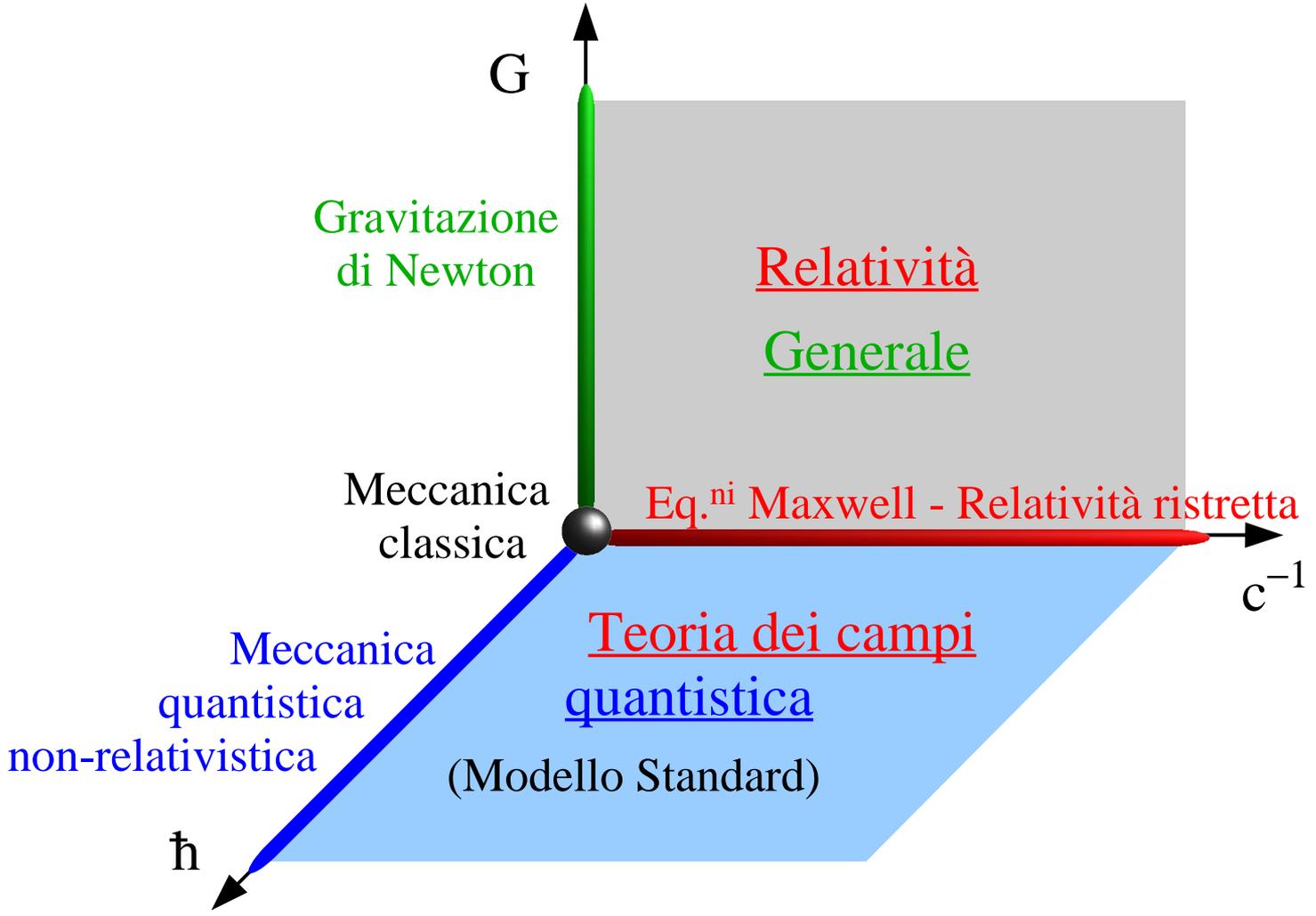
► Le unità fondamentali... e il “cubo” della fisica teorica



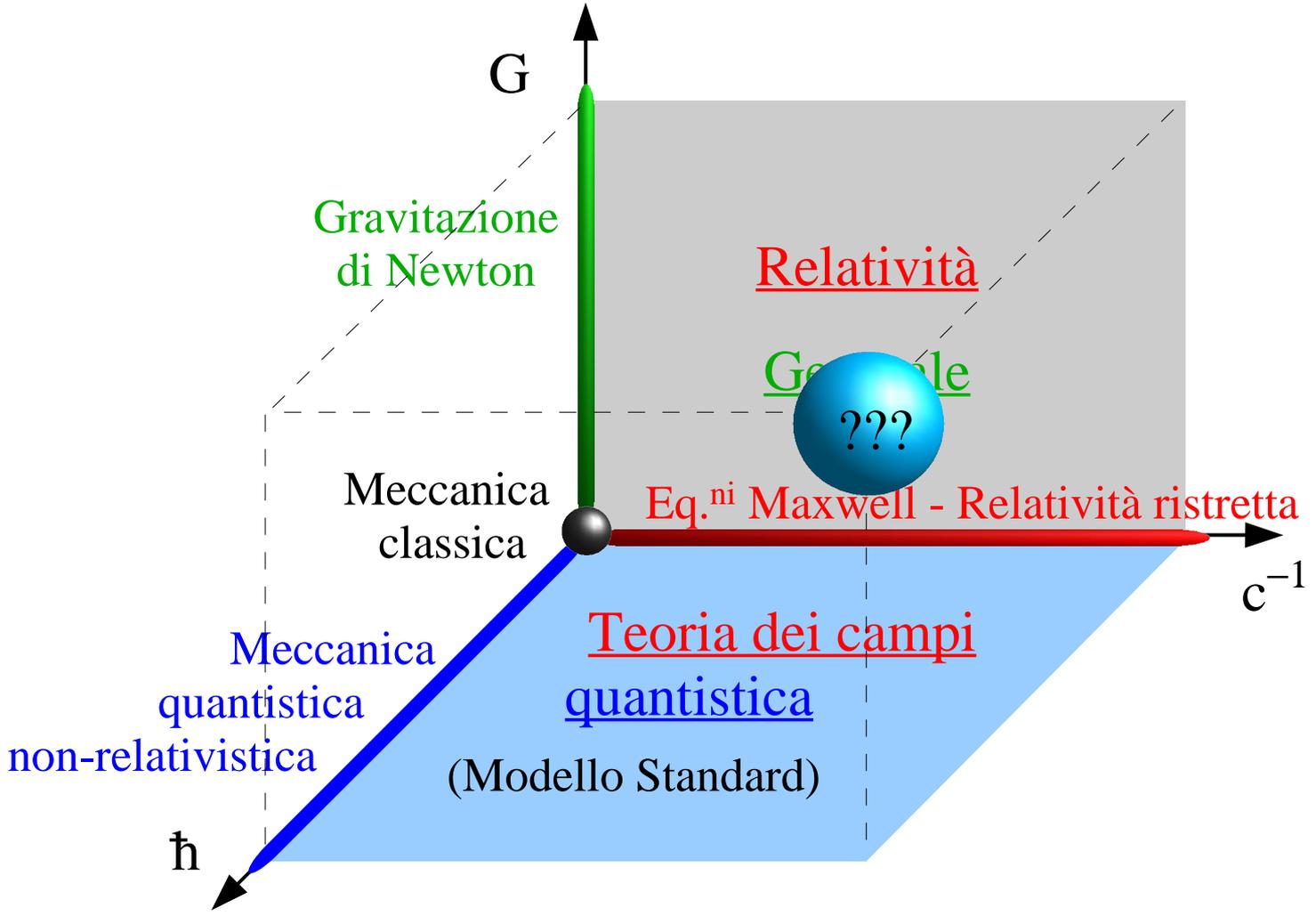
► Le unità fondamentali... e il “cubo” della fisica teorica



► Le unità fondamentali... e il “cubo” della fisica teorica



► Le unità fondamentali... e il “cubo” della fisica teorica



## ► La teoria della relatività

La teoria della relatività ristretta [Einstein 1905, ma anche Lorentz, Poincare e Minkowski] nasce dall'esigenza di conciliare due principi molto semplici, apparentemente in contraddizione fra loro:

- Invarianza delle leggi fisiche per sistemi di riferimento in moto uniforme [relatività Galileiana]
- Invarianza della velocità della luce nel vuoto [vari esperimenti ad inizio '900 + eq.<sup>ni</sup> di Maxwell]

## ► La teoria della relatività

La teoria della relatività ristretta [Einstein 1905, ma anche Lorentz, Poincare e Minkowski] nasce dall'esigenza di conciliare due principi molto semplici, apparentemente in contraddizione fra loro:

- Invarianza delle leggi fisiche per sistemi di riferimento in moto uniforme [relatività Galileiana]
  - ➔ Non esiste un sistema di riferimento privilegiato
  - ➔ La velocità  $v = \Delta x / \Delta t$  è una grandezza relativa (dipende dall'osservatore)
  - ➔ Le misure di spazio e tempo sono indipendenti dal sistema di riferimento
- Invarianza della velocità della luce nel vuoto [vari esperimenti ad inizio '900 + eq.<sup>ni</sup> di Maxwell]

## ► La teoria della relatività

La teoria della relatività ristretta [Einstein 1905, ma anche Lorentz, Poincare e Minkowski] nasce dall'esigenza di conciliare due principi molto semplici, apparentemente in contraddizione fra loro:

- Invarianza delle leggi fisiche per sistemi di riferimento in moto uniforme [relatività Galileiana] ←

- Non esiste un sistema di riferimento privilegiato
- La velocità  $v = \Delta x / \Delta t$  è una grandezza relativa (dipende dall'osservatore)

E' un ipotesi  
addizionale !

- ~~→ Le misure di spazio e tempo sono indipendenti dal sistema di riferimento~~

- Invarianza della velocità della luce nel vuoto [vari esperimenti ad inizio '900 + eq.<sup>ni</sup> di Maxwell] ←

Non c'e' alcuna  
contraddizione !

- Le misure di spazio e tempo ( $\Delta x$  &  $\Delta t$ ) sono grandezze relative (dipendono dall'osservatore)
- La variazione delle misure di spazio e tempo è tale che tutti gli osservatori vedono la luce viaggiare alla stessa velocità ( $c$ )

## ► La teoria della relatività

Le tre coordinate spaziali ed il tempo costituiscono uno spazio vettoriale a quattro dimensioni [**spazio-tempo**]:



Nel caso classico queste trasformazioni conservano separatamente gli intervalli di spazio e tempo ( $dt$  &  $d\vec{x}$ ).

Nel caso relativistico si conserva solo la combinazione:

$$ds^2 = c^2 (dt)^2 - (d\vec{x})^2$$

## ► La teoria della relatività

Le tre coordinate spaziali ed il tempo costituiscono uno spazio vettoriale a quattro dimensioni [**spazio-tempo**]:



Nel caso classico queste trasformazioni conservano separatamente gli intervalli di spazio e tempo ( $dt$  &  $d\vec{x}$ ).

Nel caso relativistico si conserva solo la combinazione:

$$ds^2 = c^2 (dt)^2 - (d\vec{x})^2$$

L'invarianza delle eq.<sup>ni</sup> del moto sotto tali trasformazioni implica:

- ➔ Conservazione impulso
- ➔ Conservazione energia
- ➔ Conservazione momento angolare
- ➔ Equivalenza massa energia [ $E=mc^2$ ]

## ► La teoria della relatività

La quantità  $ds^2$  che resta invariante sotto trasformazioni spazio-temporali definisce la *metrica* (o la geometria) dello spazio tempo

Il (grande!) salto logico necessario per passare dalla relatività ristretta alla **relatività generale** è abbandonare anche l'ipotesi che esista una geometria prestabilita.

## ► La teoria della relatività

La quantità  $ds^2$  che resta invariante sotto trasformazioni spazio-temporali definisce la *metrica* (o la geometria) dello spazio tempo

Il (grande!) salto logico necessario per passare dalla relatività ristretta alla **relatività generale** è abbandonare anche l'ipotesi che esista una geometria prestabilita. In questo modo è possibile interpretare la gravità non come una forza esterna, ma come una deformazione dello spazio tempo:

$$ds^2 = c^2 (dt)^2 - (d\vec{x})^2 \quad \longrightarrow \quad ds^2 = \sum_{\mu, \nu} g_{\mu\nu}(x) dx^\mu dx^\nu$$

sistema inerziale

$$g_{\mu\nu} = f(G; \text{distribuzione energia})$$

La distribuzione di materia ed energia nello spazio non induce una forza, ma deforma lo spazio tempo: i corpi (e la luce) si muovono sempre secondo le traiettorie di minima energia, che tuttavia in generale non sono più delle rette.

## ► La teoria della relatività

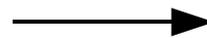
La quantità  $ds^2$  che resta invariante sotto trasformazioni spazio-temporali definisce la *metrica* (o la geometria) dello spazio tempo

Il (grande!) salto logico necessario per passare dalla relatività ristretta alla **relatività generale** è abbandonare anche l'ipotesi che esista una geometria prestabilita. In questo modo è possibile interpretare la gravità non come una forza esterna, ma come una deformazione dello spazio tempo.

**N.B.:** questa interpretazione geometrica della forza di gravità è possibile grazie all'equivalenza fra massa *inerziale* e massa *gravitazionale*

$$a = F_{\text{generica}} / m$$

$$F_{\text{gravity}} = G m M / r^2$$



*particelle con masse diverse hanno la stessa accelerazione in uno stesso campo gravitazionale*

⇒ Difficile (impossibile?) generalizzazione nel caso delle altre interazioni

## ► La meccanica quantistica

Storicamente, la formulazione matematica della meccanica quantistica (e della teoria quantistica dei campi) è stato un processo molto diverso (per molti aspetti più tormentato) rispetto alla formulazione della teoria della relatività.

Probabilmente anche per questo motivo la meccanica quantistica viene spesso introdotta in modo (semi-)storico, partendo dai vari fenomeni (non facilmente collegabili fra loro) che dimostrarono l'inadeguatezza della meccanica classica:

Quantizzazione dell'energia [radiazione corpo nero, effetto fotoelettrico, spettri atomici] - Principio di indeterminazione [  $\Delta x \Delta p > \hbar$  &  $\Delta E \Delta t > \hbar$  ]  
- Dualismo onda particella, interferenza quantistica [esperimenti di diffrazione degli elettroni]

## ► La meccanica quantistica

Storicamente, la formulazione matematica della meccanica quantistica (e della teoria quantistica dei campi) è stato un processo molto diverso (per molti aspetti più tormentato) rispetto alla formulazione della teoria della relatività.

Probabilmente anche per questo motivo la meccanica quantistica viene spesso introdotta in modo (semi-)storico, partendo dai vari fenomeni (non facilmente collegabili fra loro) che dimostrarono l'inadeguatezza della meccanica classica:

Quantizzazione dell'energia [radiazione corpo nero, effetto fotoelettrico, spettri atomici] - Principio di indeterminazione [  $\Delta x \Delta p > \hbar$  &  $\Delta E \Delta t > \hbar$  ]  
- Dualismo onda particella, interferenza quantistica [esperimenti di diffrazione degli elettroni]

Un approccio complementare più moderno - basato sul cosiddetto metodo dell'*integrale sui cammini* [Feynman 1942] - ci permette di evidenziare meglio il limite classico della teoria, il carattere unitario dei fenomeni quantistici e la naturale connessione con la teoria quantistica dei campi.

## ► La meccanica quantistica

Nella meccanica classica, ma anche nell'ambito della teoria della relatività, le eq.<sup>ni</sup> che ci permettono di descrivere (**in modo deterministico**) la traiettoria di una particella [ $\mathbf{x}(t)$  &  $\mathbf{v}(t)=d\mathbf{x}/dt$ ] possono essere dedotte da un principio variazionale: il *principio di minima azione*

## ► La meccanica quantistica

Nella meccanica classica, ma anche nell'ambito della teoria della relatività, le eq.<sup>ni</sup> che ci permettono di descrivere (**in modo deterministico**) la traiettoria di una particella [ $x(t)$  &  $v(t)=dx/dt$ ] possono essere dedotte da un principio variazionale: il **principio di minima azione**

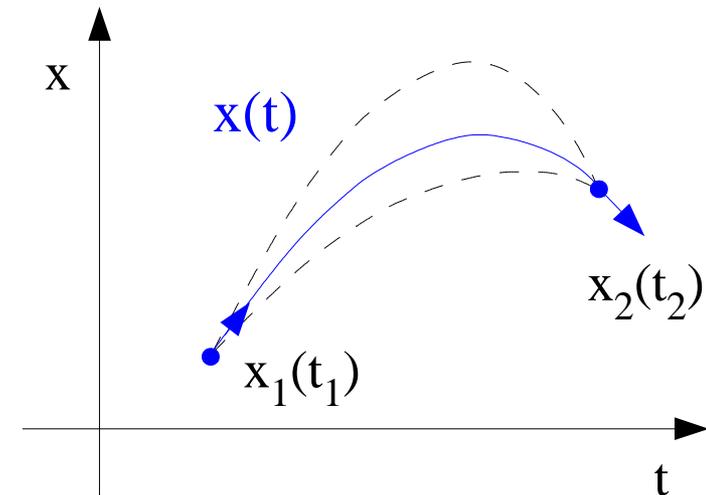
$$\text{Esempio: } S[x(t)] = \int dt \left[ \frac{1}{2} m v^2 - V(x) \right]$$

$\nearrow$   
 $E_{\text{cinetica}}$

$\uparrow$   
 $E_{\text{potenziale}}$

*particella non  
relativistica ( $v \ll c$ )  
in un potenziale  $V$*

**Fra tutte le traiettorie possibili, la particella “sceglie” quella che minimizza l'azione  $S$**



## ► La meccanica quantistica

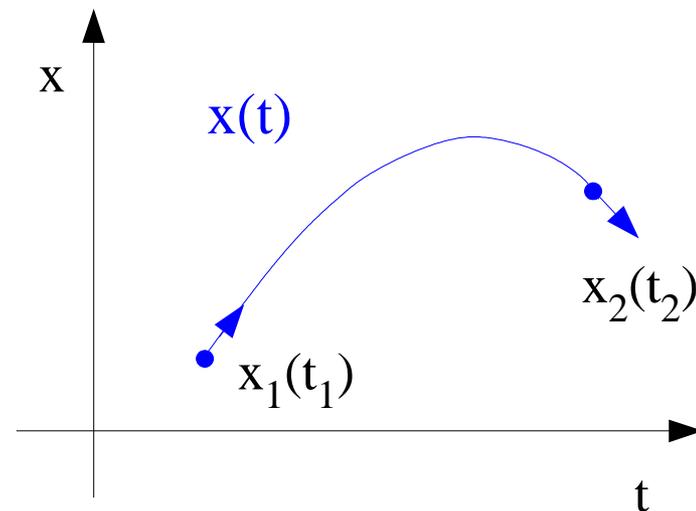
Nella meccanica classica, ma anche nell'ambito della teoria della relatività, le eq.<sup>ni</sup> che ci permettono di descrivere (**in modo deterministico**) la traiettoria di una particella [ $\mathbf{x}(t)$  &  $\mathbf{v}(t)=d\mathbf{x}/dt$ ] possono essere dedotte da un principio variazionale: il ***principio di minima azione***

$$\text{Esempio: } S[\mathbf{x}(t)] = \int dt \left[ \frac{1}{2} m v^2 - V(\mathbf{x}) \right] \stackrel{\text{def}}{=} \int dt L(\mathbf{x}, \mathbf{v})$$

*particella non  
relativistica ( $v \ll c$ )  
in un potenziale  $V$*

$E_{\text{cinetica}}$

$E_{\text{potenziale}}$



Fra tutte le traiettorie possibili, la particella “sceglie” quella che minimizza l'azione  $S$

$$\delta S[\mathbf{x}(t)] = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} \quad \rightarrow \quad m \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = - \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \quad \dots\text{ovvero...} \quad \mathbf{F} = m \mathbf{a}$$

## ► La meccanica quantistica

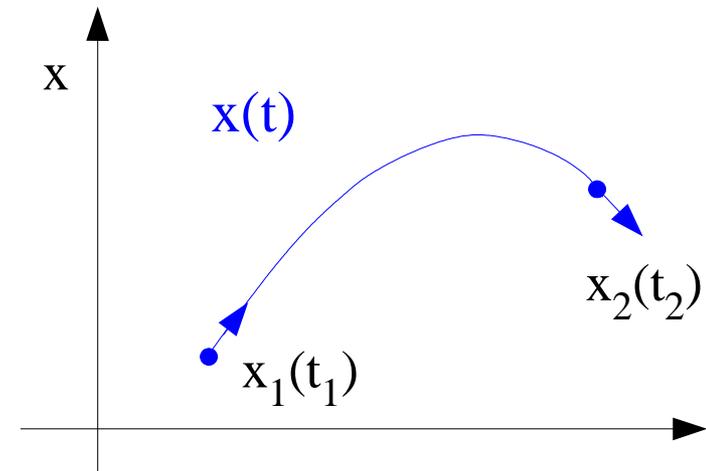
Nella meccanica classica, ma anche nell'ambito della teoria della relatività, le eq.<sup>ni</sup> che ci permettono di descrivere (**in modo deterministico**) la traiettoria di una particella [ $x(t)$  &  $v(t)=dx/dt$ ] possono essere dedotte da un principio variazionale: il **principio di minima azione**

$$\text{Esempio: } S[x(t)] = \int dt \left[ \frac{1}{2} m v^2 - V(x) \right] \stackrel{\text{def}}{=} \int dt L(x, v)$$

*particella non  
relativistica ( $v \ll c$ )  
in un potenziale  $V$*

$E_{\text{cinetica}}$

$E_{\text{potenziale}}$



**Fra tutte le traiettorie possibili, la particella “sceglie” quella che minimizza l'azione  $S$**

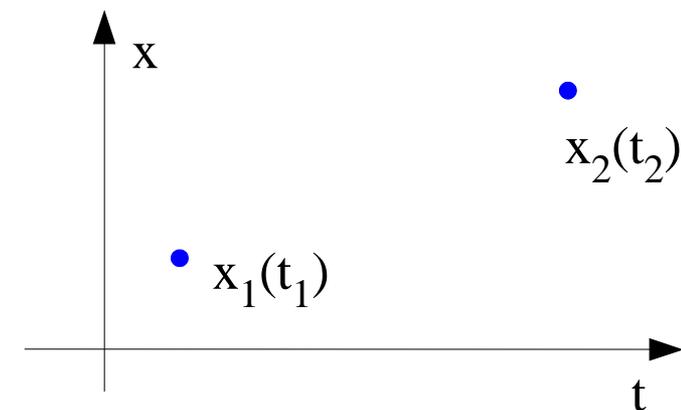
Mentre il concetto di eq.<sup>ni</sup> del moto perde di significato nell'ambito della meccanica quantistica, quello di azione (e traiettoria) continuano a rivestire un ruolo molto importante.

## ► La meccanica quantistica

Il principi fondamentali della meccanica quantistica possono essere formulati nel modo seguente:

- A livello fondamentale [o meglio per processi fisici la cui azione complessiva è confrontabile con la costante di Planck] è impossibile determinare l'evoluzione di un sistema in modo deterministico. Tuttavia, ad ogni processo possiamo associare - e calcolare con precisione - un'*ampiezza di probabilità*, ovvero un numero complesso il cui modulo quadro determina la probabilità con cui il processo avviene:

$$P[ x_1 \rightarrow x_2 ] = | A_{12} |^2$$



## ► La meccanica quantistica

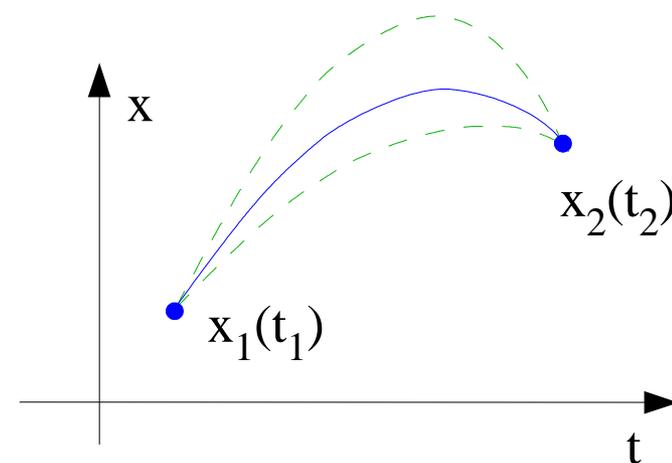
Il principi fondamentali della meccanica quantistica possono essere formulati nel modo seguente:

- A livello fondamentale [o meglio per processi fisici la cui azione complessiva è confrontabile con la costante di Planck] è impossibile determinare l'evoluzione di un sistema in modo deterministico. Tuttavia, ad ogni processo possiamo associare - e calcolare con precisione - un'*ampiezza di probabilità*, ovvero un numero complesso il cui modulo quadro determina la probabilità con cui il processo avviene:

$$P[ x_1 \rightarrow x_2 ] = | A_{12} |^2 \quad A_{12} = N \int D[x] \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} S[x(t)] \right\}$$

- L'ampiezza di probabilità si ottiene sommando su tutte le possibili traiettorie, ciascuna pesata per un *fattore di fase* determinato dall'*azione della traiettoria in unità della costante di Planck*

↑  
integrale su  
tutte le  
possibili  
traiettorie



## ► La meccanica quantistica

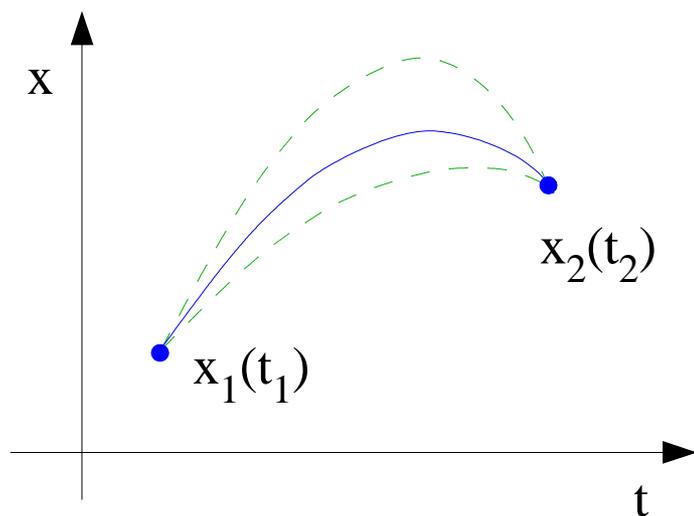
$$P[ x_1 \rightarrow x_2 ] = | A_{12} |^2$$

$$A_{12} = N \int \mathbf{D}[x] \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} S[x(t)] \right\}$$

I processi “classici”  
sono quelli per  
cui  $S[x(t)] \gg \hbar$

*limite  
classico*

Appena ci “spostiamo” dalla  
traiettoria classica il fattore di  
fase varia molto rapidamente  
 $\Rightarrow$  contributo nullo in media.  
L'unico termine che conta e'  
quello della traiettoria che  
minimizza l'azione (la fase  
non cambia per piccole  
perturbazioni della traiettoria)

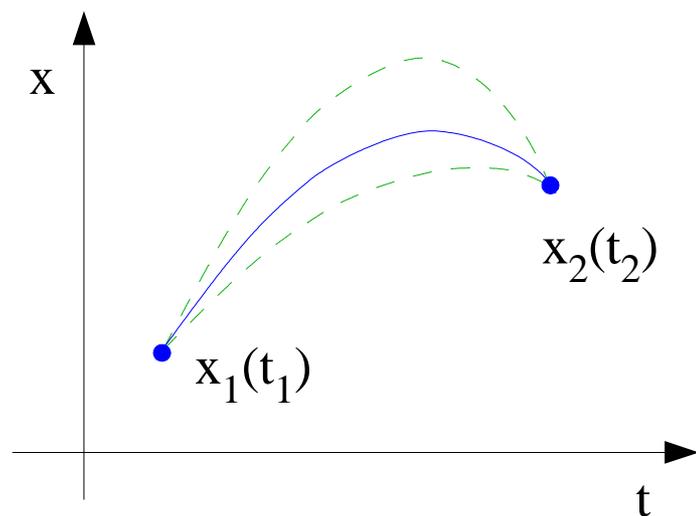


$$A_{12} \approx 1 \quad \text{traiettoria classica } x(t)$$

$$A_{12} \approx 0 \quad \text{altre traiettorie}$$

## ► La meccanica quantistica

$$P[ x_1 \rightarrow x_2 ] = | A_{12} |^2 \quad A_{12} = N \int \mathbf{D}[\mathbf{x}] \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} S[\mathbf{x}(t)] \right\}$$



I processi “classici”  
sono quelli per  
cui  $S[\mathbf{x}(t)] \gg \hbar$

*limite  
classico*

Appena ci “spostiamo” dalla  
traiettoria classica il fattore di  
fase varia molto rapidamente  
 $\Rightarrow$  contributo nullo in media.  
L'unico termine che conta e'  
quello della traiettoria che  
minimizza l'azione (la fase  
non cambia per piccole  
perturbazioni della traiettoria)

$$A_{12} \approx 1 \quad \text{traiettoria classica } \mathbf{x}(t)$$

$$A_{12} \approx 0 \quad \text{altre traiettorie}$$

Viceversa se  $S[\mathbf{x}(t)] \sim \hbar$  non possiamo più  
definire una traiettoria nel senso classico.

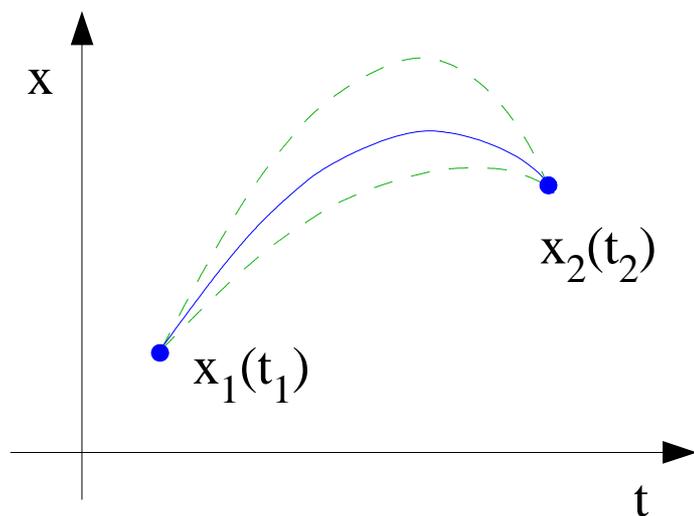
$$[ \text{N.B.: } S \sim \Delta E \Delta t \sim \Delta x \Delta p ]$$



principio di  
indeterminazione

## ► La meccanica quantistica

$$P[ x_1 \rightarrow x_2 ] = | A_{12} |^2 \quad A_{12} = N \int \mathbf{D}[x] \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} S[x(t)] \right\}$$



I processi “classici”  
sono quelli per  
cui  $S[x(t)] \gg \hbar$

*limite  
classico*

Appena ci “spostiamo” dalla  
traiettoria classica il fattore di  
fase varia molto rapidamente  
 $\Rightarrow$  contributo nullo in media.  
L'unico termine che conta e'  
quello della traiettoria che  
minimizza l'azione (la fase  
non cambia per piccole  
perturbazioni della traiettoria)

**N.B.:**  $x_1$  &  $x_2$  rappresentano  
genericamente due stati fisici differenti  
[in generale descritti da molte variabili]

$$A_{12} \approx 1 \quad \text{traiettoria classica } x(t)$$

$$A_{12} \approx 0 \quad \text{altre traiettorie}$$

Viceversa se  $S[x(t)] \sim \hbar$  non possiamo più  
definire una traiettoria nel senso classico.

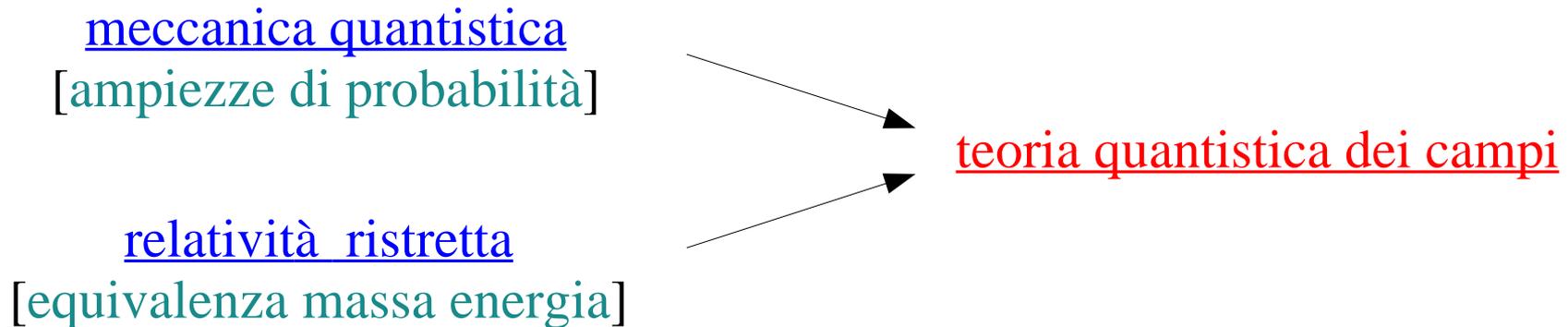
$$[ \text{N.B.: } S \sim \Delta E \Delta t \sim \Delta x \Delta p ]$$



principio di  
indeterminazione

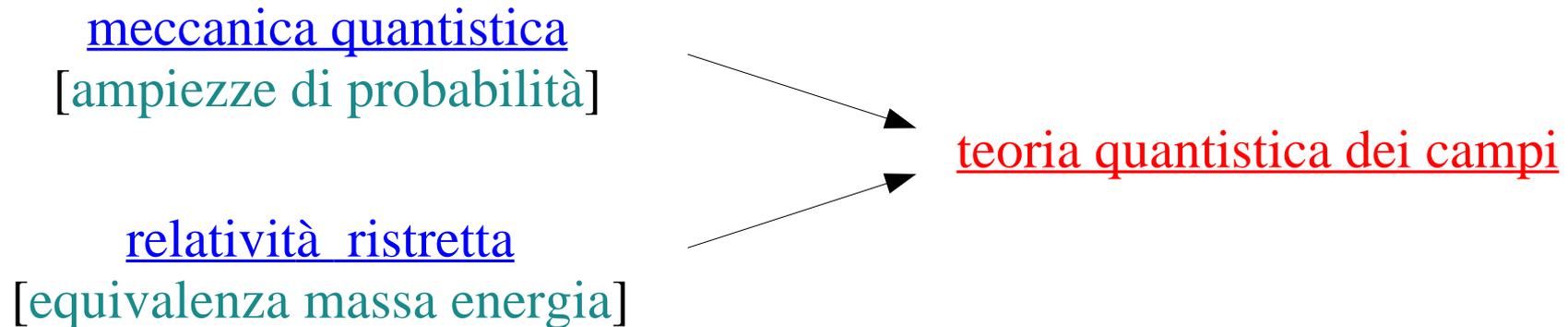
## ► La teoria quantistica dei campi

Oltre a ritrovare in modo elegante tutti i risultati noti della meccanica quantistica e a semplificare la connessione fra meccanica quantistica e meccanica classica, la formulazione della meccanica quantistica tramite l'integrale sui cammini è quella che meglio si presta per introdurre la *teoria quantistica dei campi*



## ► La teoria quantistica dei campi

Oltre a ritrovare in modo elegante tutti i risultati noti della meccanica quantistica e a semplificare la connessione fra meccanica quantistica e meccanica classica, la formulazione della meccanica quantistica tramite l'integrale sui cammini è quella che meglio si presta per introdurre la *teoria quantistica dei campi*



L'ultimo concetto classico che dobbiamo abbandonare è l'idea che esistano delle particelle indistruttibili (ovvero che il numero di costituenti elementari della materia si conservi)

(tutte) le particelle elementari non sono altro che delle *eccitazioni* di particolari *campi* [come il fotone è l'eccitazione del campo elettromagnetico, così anche l'elettrone è l'eccitazione di un particolare campo, che possiamo chiamare il campo dell'elettrone].

## ► La teoria quantistica dei campi

In generale possiamo affermare che un campo quantistico è lo strumento matematico che ci permette di descrivere la *creazione* o la *distruzione* di un certo tipo di particella, **in qualsiasi punto dello spazio, e con qualsiasi velocità**

campo libero            particelle in moto uniforme

campi interagenti            particelle in moto non-uniforme  
processi di creazione e distruzione di particelle

In stretta analogia a ciò che accade in meccanica quantistica, l'evoluzione di un sistema fisico (ovvero il passaggio da una configurazione dei campi ad un'altra) è determinato da:

$$P[ \Phi_{\text{in}}(\mathbf{x}) \rightarrow \Phi_{\text{fin}}(\mathbf{x}) ] = |A|^2 \quad A = N \int \mathbf{D}[\phi(\mathbf{x})] \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} S[\phi] \right\}$$



integrale su tutte le configurazioni di campo che connettono la configurazione iniziale  $\Phi_{\text{in}}(\mathbf{x})$  alla configurazione finale  $\Phi_{\text{fin}}(\mathbf{x})$

## ► La teoria quantistica dei campi

$$P[ \Phi_{\text{in}}(\mathbf{x}) \rightarrow \Phi_{\text{fin}}(\mathbf{x}) ] = |A|^2 \quad A = N \int \mathbf{D}[\phi(\mathbf{x})] \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} S[\phi] \right\}$$



integrale su tutte le configurazioni  
di campo che connettono la configurazione  
iniziale  $\Phi_{\text{in}}(\mathbf{x})$  alla configurazione finale  $\Phi_{\text{fin}}(\mathbf{x})$

Fra le varie configurazioni che dobbiamo considerare vi sono quelle in cui vengono create e distrutte particelle dalla vita brevissima [diagrammi di Feynman]

*Esempio:*  $S_{\text{QED}}[\psi, A] \propto \int d^4x \psi^*(\mathbf{x}) \Gamma_{\mu} \psi(\mathbf{x}) A_{\mu}(\mathbf{x}) + \text{termini campi liberi}$

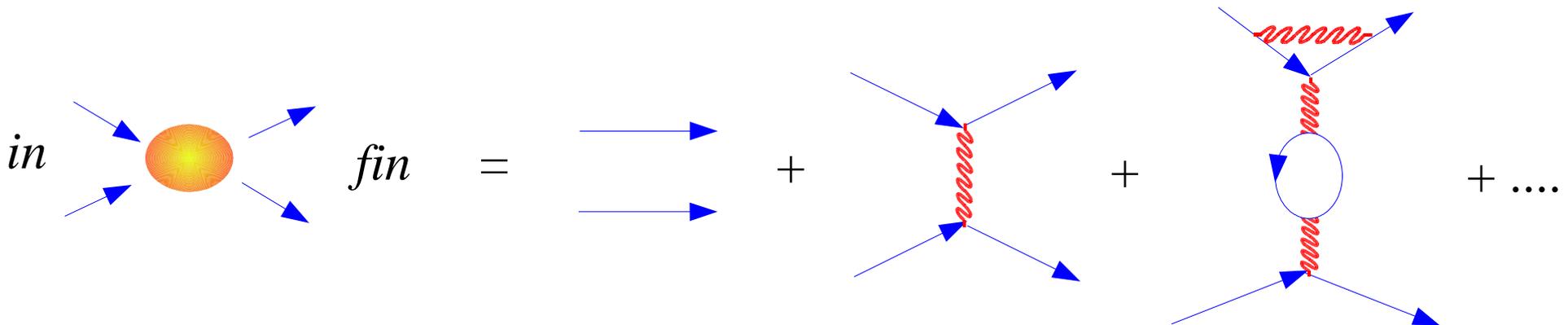
## ► La teoria quantistica dei campi

$$P[ \Phi_{\text{in}}(\mathbf{x}) \rightarrow \Phi_{\text{fin}}(\mathbf{x}) ] = |A|^2 \quad A = N \int \mathbf{D}[\phi(\mathbf{x})] \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} S[\phi] \right\}$$


 integrale su tutte le configurazioni  
 di campo che connettono la configurazione  
 iniziale  $\Phi_{\text{in}}(\mathbf{x})$  alla configurazione finale  $\Phi_{\text{fin}}(\mathbf{x})$

Fra le varie configurazioni che dobbiamo considerare vi sono quelle in cui vengono create e distrutte particelle dalla vita brevissima [diagrammi di Feynman]

*Esempio:*  $S_{\text{QED}}[\psi, \mathbf{A}] \propto \int d^4x \psi^*(\mathbf{x}) \Gamma_\mu \psi(\mathbf{x}) \mathbf{A}_\mu(\mathbf{x}) + \text{termini campi liberi}$



## ► La teoria quantistica dei campi

$$P[ \Phi_{\text{in}}(\mathbf{x}) \rightarrow \Phi_{\text{fin}}(\mathbf{x}) ] = |A|^2 \quad A = N \int \mathbf{D}[\phi(\mathbf{x})] \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} S[\phi] \right\}$$

- In principio esistono molte teorie di campo, che differiscono per la forma dell'azione [ovvero per il modo in cui i campi interagiscono fra loro] e per la natura dei campi. Il famoso Modello Standard è una di queste.
- La richiesta di simmetria [invarianza per trasformazioni spazio-temporali, per simmetrie interne, etc...] e consistenza della teoria [principio di causalità,...] restringe molto la forma dell'azione, che in genere ha una struttura molto semplice. Ciononostante, spesso è molto difficile calcolare esattamente gli integrali che definiscono le ampiezze di probabilità della teoria [integrali infinito-dimensionali, non su una variabile ma su insiemi di funzioni]...
- ... ma in tutti i casi in cui riusciamo ad ottenere predizioni precise, la teoria si è rivelata incredibilmente affidabile: attualmente non c'è alcuna evidenza sperimentale diretta che la teoria dei campi abbia una validità limitata.

## ► La teoria quantistica dei campi

$$P[ \Phi_{\text{in}}(\mathbf{x}) \rightarrow \Phi_{\text{fin}}(\mathbf{x}) ] = |A|^2 \quad A = N \int \mathcal{D}[\phi(\mathbf{x})] \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} S[\phi] \right\}$$

C'è tuttavia una limitazione teorica: quando le energie delle eccitazioni dei campi raggiungono energie confrontabili con la massa di Planck

$$M_{\text{Planck}} = (\hbar c/G)^{1/2} \sim 10^{19} M_{\text{protone}}$$

non possiamo più trascurare gli effetti della gravità  $\Rightarrow$  In base alla teoria di Einstein dovremmo tener conto delle deformazione dello spazio-tempo, ma questo porta ad una inconsistenza matematica nel calcolo delle ampiezze di probabilità.

Questa inconsistenza ci segnala l'incompatibilità di alcuni dei principi base delle due teorie. Molte estensioni della teoria dei campi sono state proposte per risolvere il problema [teoria delle stringhe, extra-dimensioni spaziali, discretizzazione dello spazio tempo] ma fino ad ora nessuna di esse ha fornito risultati incoraggianti dal punto i vista fenomenologico [teorie poco predittive]

## ► Conclusioni

Dalla *Vita di Galileo* di Berthold Brecht:

*...e in quel momento capii che l'era antica era finita stava per cominciare una nuova era... molto è stato trovato già ma quello che ancora è da scoprire è di più*

## ► Bibliografia essenziale

### Le tre costanti fondamentali [inglese]:

- M.J. Duff, L.B. Okun and G. Veneziano, *Triologue on the number of fundamental constants*, <http://arxiv.org/abs/physics/0110060>
- L.B. Okun, *Fundamental units: Physics and metrology*, <http://arxiv.org/abs/physics/0310069>

### Il principio di minima azione:

- R. Feynman, R. Leighton, M. Sands, *La Fisica di Feynman, Vol. 2* (Zanichelli)

### La meccanica quantistica:

- R. Feynman, R. Leighton, M. Sands, *La Fisica di Feynman, Vol. 3* (Zanichelli)

### Lettura generale sulla fisica teorica moderna [inglese]:

- C.N. Yang, *Thematic Melodies of Twentieth Century Theoretical Physics: Quantization, Symmetry and Phase Factor*, <http://www.worldscibooks.com/contact/cnyang.shtml>