

ALLA RICERCA del REALE.
PARADOSSI della
MECCANICA
QUANTISTICA

Rinaldo Baldini Ferroli
Laboratori Nazionali di Frascati
Centro Studi e Ricerche Enrico Fermi

Corsi di Fisica per Insegnanti di Scuola Media Superiore
LNF, 16 Settembre 2002

- SOGGETTO DI QUESTO SEMINARIO:
Aspetti paradossali della Meccanica Quantistica (MQ)

- COSA NE PENSAVANO ALCUNI GRANDI:

Einstein: "Quanto piu' la teoria dei quanti incontra rilevanti successi, tanto piu' mi appare folle... in ogni caso sono convinto che Dio non gioca a dadi col mondo"

Bohr: "Chiunque non resti sbalordito dalla teoria quantistica, sicuramente non l'ha capita"

Feynman ("La Legge Fisica") : *"C'era un tempo in cui i giornali dicevano che solo dodici uomini al mondo capivano la Teoria della Relativita'. Non credo che ci sia mai stato un simile momento. Puo' darsi che ci sia stato un momento in cui solo un uomo capiva la teoria, perche' era il solo che l'aveva intuita prima che scrivesse il suo lavoro scientifico. Ma dopo che la gente ha letto il suo lavoro molti, certamente piu' di dodici, capirono la Teoria della Relativita' in un modo o nell'altro. D'altra parte io mi sento di poter affermare con sicurezza che nessuno ha mai capito la Meccanica Quantistica."*

- Nonostante queste premesse, nonostante le basi concettuali concepite in un tempo breve (~1920 - '30): la MQ e' rimasta sostanzialmente inalterata e mai contraddetta sinora.
- Tuttavia, in un futuro prossimo (??), dalla unione della MQ e della Relativita' Generale ci aspettiamo un cambiamento.

Test della simmetria CPT (DAΦNE ad alta luminosita')

SOMMARIO

- Meccanica Classica → MQ
- Principi della MQ nella interpretazione di "Copenhagen"; aspetti paradossali.
- Effetto Bohm-Aharonov
- Paradossi su scala macroscopica:
 - Paradosso EPR
 - Paradossi a DAFNE
 - Variabili nascoste e disuguaglianza di Bell
- Sviluppi futuri e teorie alternative:
 - Tests del "collasso" su sistemi complessi
 - Effetti della gravita'
 - Teorie simmetriche nel tempo

MECCANICA CLASSICA → MQ

- Meccanica Classica:

- Materia/sorgente: corpuscoli
- Radiazione: onde (eq. D'Alembert e onde progress.)
- Interazione Materia-Radiazione (eq. Maxwell)

- Radiazione del Corpo Nero:

- $dE/dVdv$: funz. universale

$$\Rightarrow v^2 kT/c^3$$

- k, c : cost. universali

- modi vibrazionali $\sim v^2 dv$

$$\Rightarrow v^2 kT/c^3$$

- energia/modo : kT

- Legge di Wien : $dE/dVdv = v^2 kT/c^3 f(hv/kT)$
- Meccanica Classica illogica : E_{rad} infinita !!
- Ipotesi di Planck:

radiazione = corpuscoli (fotoni γ)

massa nulla

$$E = h \nu , P = h/\lambda$$

$$f(hv/kT) = hv/kT / (e^{hv/kT} - 1)$$

$$h = 6.62606876(32) \times 10^{-36} \text{ J} \cdot \text{sec} \quad !!$$

- Effetto fotoelettrico (Einstein)

- Stabilita' degli atomi:

- Impossibile a causa dell'irraggiamento !!
- Spettro di emissione continuo

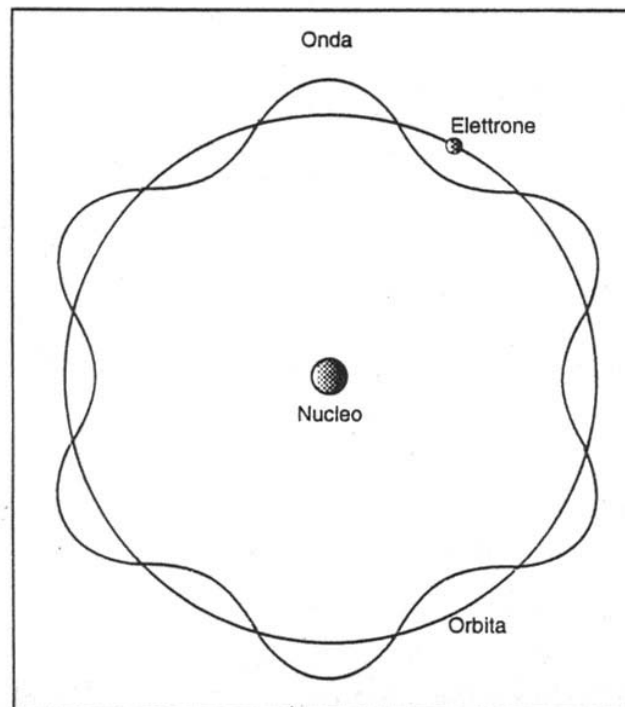
- Modello ondulatorio degli elettroni (De Broglie):

- $p = h/\lambda$

- $2\pi r = n\lambda$

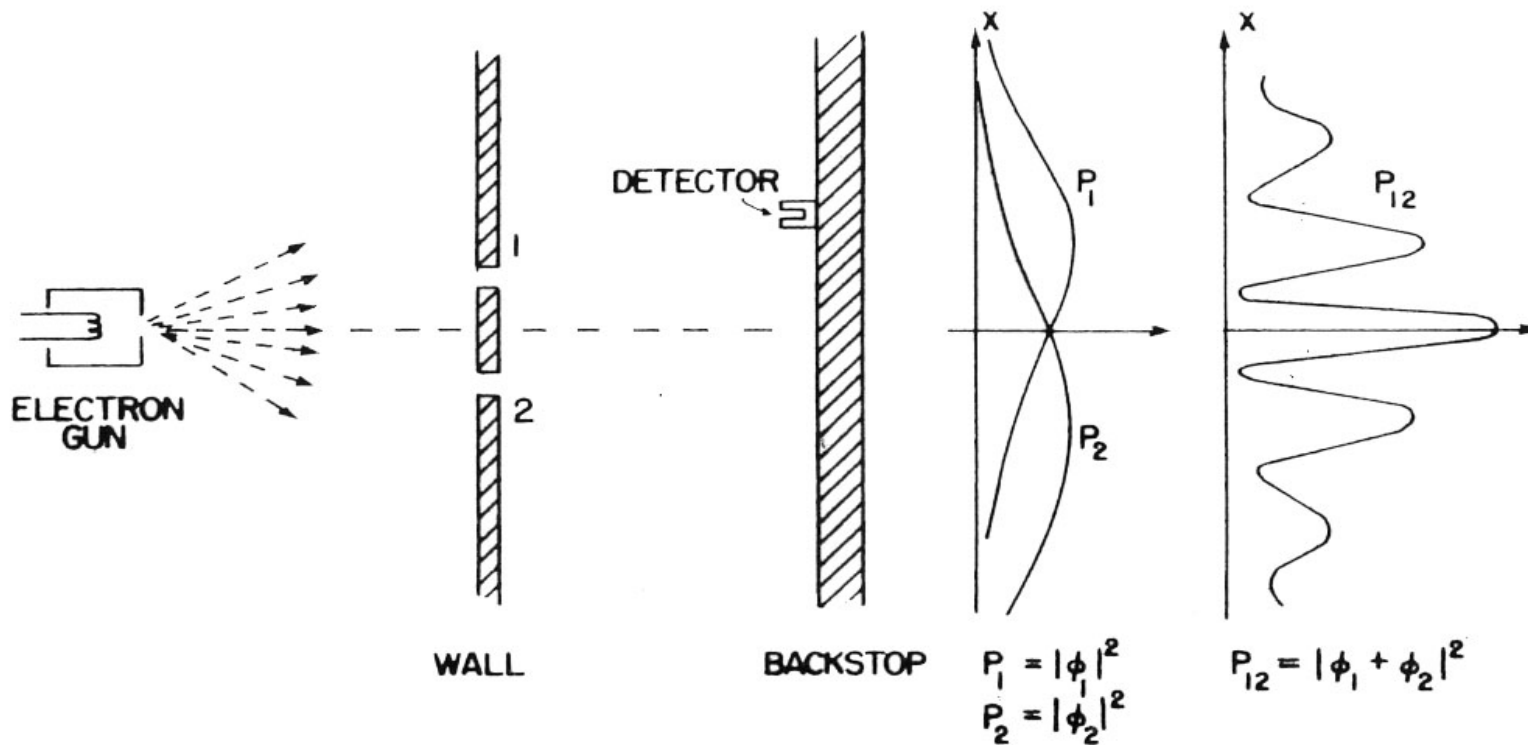
$$\Rightarrow E_n = R/n^2$$

- $e^2/(4\pi\epsilon_0 r^2) = p^2/(mr)$



- Stern-Gerlach

- Esperimento delle 2 fenditure:
Feynman: *cuore della MQ, ne contiene tutto il "mistero"*



- "Gedanken experiment" sino al 1989, per gli e^-
(Hitachi, Amer.J.Phys. 57 (1989)117)

- 1 fend : punti di impatto a caso, stringendo la fenditura la distribuzione si allarga ($\Delta z \cdot \Delta P_z \sim \hbar$)
 - 2 fend : figura di interferenza \Rightarrow elettrone = onda
 - indep. dal flusso: interferenza elettrone con se stesso !
 - Rivelatore su 1 fend : no interferenza !!
 - No interferenza anche se il rivelatore e' posto dopo il passaggio dell'elettrone (scelta ritardata) !!!
 - Misure di posizione: comportamento corpuscolare
 Misure di impulso : comportamento ondulatorio
- Tuttavia nella pratica si misurano posizioni e le manifestazioni ondulatorie sono di natura statistica

PRINCIPI DELLA MQ

(nella interpretazione di "Copenhagen")

(P.A.M. Dirac- Principi della MQ
R. Feynman, "La Fisica di Feynman"
J.J. Sakurai, "MQ Moderna")

- Vettore di stato $|VS\rangle$ ovvero Funzione d'onda Ψ :
Funz. matematica che descrive la nostra conoscenza
(De Broglie/Schroedinger : vera onda "pilota")

(Unita' di misura nella pratica: $c = 1, \hbar = 1$)

- Ψ : quantita' complessa

particella libera : $\Psi \sim e^{i(p \cdot r - E t)/\hbar}$

inversione del tempo $\sim \Psi \rightarrow \Psi^*$

- Spin : Momento angolare intrinseco S
 $2S+1$ funzioni d'onda che si evolvono insieme
 (Campo em vettore : 3 componenti $\rightarrow S=1$)
 Materia (elettroni/nucleoni) $S=1/2$
- Evoluzione nello spazio e nel tempo
 (in analogia con la conservazione dell'energia):
 eq. Schroedinger, Dirac ($S=1/2$)
 eq. D'Alambert ($S=1$)
 $\Psi \propto e^{-i|S|dt/\hbar}$ (traiettoria classica = azione minima)
- Eq. lineari : Principio di Sovrapposizione
 (la sovrapposizione Σ si conserva nell'evoluzione)

- Interpretazione probabilistica (Born):
 - prima di una misura Ψ e' Σ delle Ψ possibili
 - in generale non e' possibile conoscere q
 - nell'eseguire la misura Ψ collassa
 - se dopo la misura di q la funzione d'onda e' $\Phi_q(x)$
 - Probabilita' e' : $P(q) = \int dV \Phi_q(x)^* \Psi(x)$
 - Prob. di trovare la particella in x : $\Psi(x)^* \Psi(x)$

Ancora una volta la MQ e' controintuitiva:
 l'evoluzione nel tempo e nello spazio e' deterministica
 e l'operazione di misura e' casuale,
 mentre e' proprio l'evoluzione spazio-temporale
 che ci si aspetterebbe essere casuale !!

PARADOSSI della MQ

- Principio di Indeterminazione: impossibilita' di principio di descrizione completa di un evento
Realismo: variabile non misurata esiste comunque
(Contraddetto dai fatti sperimentali →
Esiste solo cio' che si misura !)
- Collasso della funzione d'onda:
Interazione strumento(ambiente)-sistema governata da eq. lineari → sovrapposizione di stati si dovrebbe mantenere nel passaggio dal microscopico al macroscopico !
(secondo Wigner : mente dell'osservatore → dal limbo delle potenzialita' alla realta')

Estensione MQ alla cosmologia: $E_{\text{tot}} \text{ Universo} \sim 0$

Big Bang \sim fluttuazione del vuoto

(Universo osservatore di se stesso?)

Paradosso del "Gatto di Schroedinger"

- Non localita':

Collasso in un punto induce il collasso ovunque con
velocita' $> c$! (conosciuto in un punto e' noto ovunque ?)

Funzione d'onda non locale: accelerazione senza forze
(effetto Bohm-Aharanov)

- Identita' delle particelle elementari
(secondo Leibniz: mai in natura due entita' uguali...)

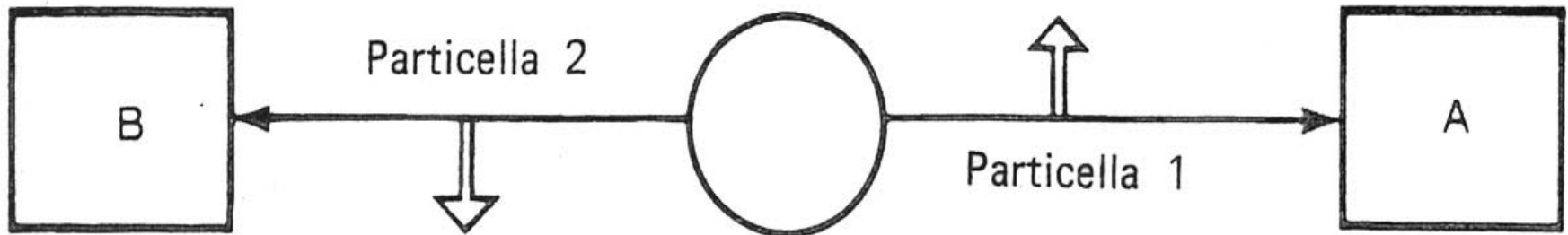
PARADOSSO Einstein-Podolsky-Rosen

- Nella formulazione di D.Bohm:

$$S = 0 \rightarrow A(S=1/2) + B(S=1/2)$$

lungo z:

$$|0,0\rangle \propto |A,1/2\rangle |B,-1/2\rangle - |A,-1/2\rangle |B,1/2\rangle$$



Ruotando di θ :

$$|+1/2\rangle = \cos\theta/2 |+\rangle - \sin\theta/2 |-\rangle$$

$$|-1/2\rangle = \sin\theta/2 |+\rangle + \cos\theta/2 |-\rangle$$

$$|0,0\rangle \propto |A, +\rangle |B, -\rangle - |A, -\rangle |B, +\rangle$$

Comunque si sceglie la direzione in cui si misurano gli spin con un polarimetro, se:

$$S_A = + \quad \Rightarrow \quad S_B = - \quad (\text{e viceversa})$$

indipendentemente dalla distanza tra A e B!

Principio di localita' di Einstein:

"La reale situazione di B e' indipendente da quanto accade ad A quando essi sono "spazialmente" separati"

Probabilita' di mis. $S_B = -$ con il polarimetro $\propto (\sin \theta_0/2)^2$

θ_0 = angolo di partenza di A,B rispetto al polarimetro

Viceversa B e' misurato con certezza:

B "conosce" la misura di A!

"EPR" a DAΦNE

(C. Bernardini, "Fisica e Strumenti Matematici", Ed. Riuniti)

- DAΦNE con $E_{e^+} = E_{e^-} = 510 \text{ MeV}$:

Mesone vettore Φ come il fotone γ : $C = -1, P = -1$

$e^+ e^- \rightarrow \Phi$ (interazione em)

$\Phi \rightarrow K_S K_L$ (interazione forte)

$K_S \rightarrow 2\pi, K_L \rightarrow 3\pi$ (interazione debole)

$K_L \rightarrow 2\pi$ violazione di CP (prob $\sim 0.3\%$)

- $P \{ K_S(p) K_L(-p) \} = K_S(-p) K_L(p)$

$$\Phi \rightarrow K_S(p) K_L(-p) - K_S(-p) K_L(p)$$

- Eventi con violazione di CP:
entrambi gli stati possono contribuire

- $K(t) = K(0) e^{-iEt}$

$$\Rightarrow K(t) = K(0) e^{-imt} e^{-t/2\tau}, \quad |k(t)|^2 = e^{-t/\tau}$$

$$E = m - i/(2\tau)$$

- Decadimenti ai tempi t_1 e t_2 , nello stesso stato (2π):

$$\Psi \propto e^{-imSt_1} e^{-t_1/2\tau_s} e^{-imLt_2} e^{-t_2/2\tau_L} - e^{-imLt_1} e^{-t_1/2\tau_L} e^{-imSt_2} e^{-t_2/2\tau_s}$$

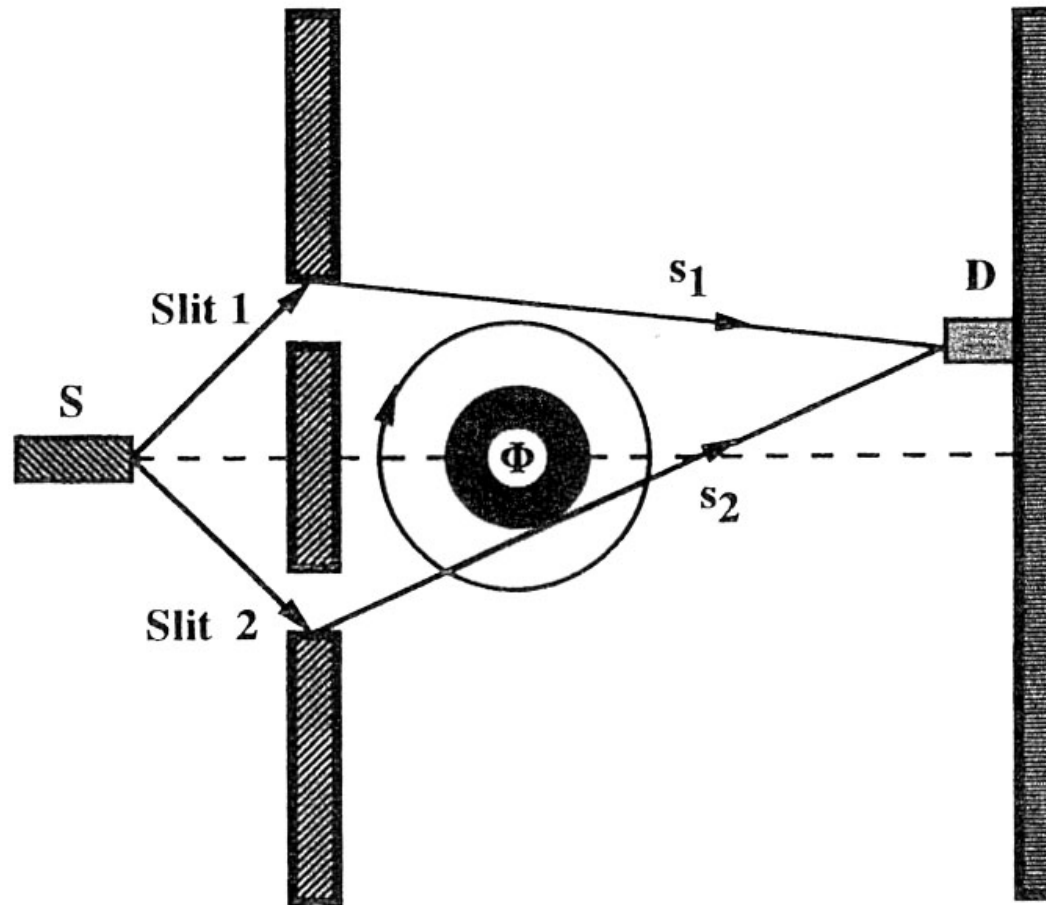
$$|\Psi|^2 = e^{-t_1/\tau_s} e^{-t_2/\tau_L} + e^{-t_1/\tau_L} e^{-t_2/\tau_s} - 2 e^{-(1/\tau_s + 1/\tau_L)(t_1 + t_2)/2} \cos[(m_L - m_s)(t_2 - t_1)]$$

$$|\Psi|^2 = 0 \quad \text{quando} \quad t_1 = t_2$$

Se un K decade, in quell'istante l'altro K non puo' decadere nello stesso stato finale (violando CP),
Indipendentemente dalla loro distanza relativa !!

ACCELERAZIONE SENZA FORZA EFFETTO BOHM-AHARANOV

- Esp. 2 fenditure, con interposto un solenoide:



- Esternamente al solenoide $\underline{B} = 0 \Rightarrow$ nessuna forza

$$\underline{B} = \text{rot } \underline{A}, \quad \Phi(\underline{B}) = \int \underline{A} \, dl \Rightarrow A \neq 0$$

$$\underline{A} \rightarrow \underline{A} + \underline{X} \quad (\text{se } \text{div } \underline{X} = 0)$$

- $\Psi \propto e^{-i\int S dt / \hbar} = \Psi \propto e^{-iq\int A dl / (\hbar c)} \Rightarrow \delta = q / (\hbar c) \Phi(\underline{B})$
- Spostamento figura d'interferenza, in assenza di forza lungo la "traiettoria"
- Non localita' $\rightarrow 0$, se $\hbar \rightarrow 0$
- E' plausibile che il mondo **microscopico** non obbedisca al senso comune, tuttavia la **MQ** produce paradossi anche su scala **macroscopica**

VARIABILI NASCOSTE

DISUGUAGLIANZA di BELL

(J.J.Sakurai, "Meccanica Quantistica Moderna", Zanichelli)

- Principio di localita' di Einstein
- Variabili nascoste: MQ appare probabilistica solo perche' alcuni parametri sono sconosciuti
- Come EPR, con polarimetri su 3 direzioni a, b, c
Se Principio di Localita' + variabili nascoste + gran numero di decadimenti

(se Part. 1 $a = +$ \Rightarrow Part. 2 $a = -$
 $b = +$ $b = -$
 $c = +$ $c = -$...etc.)

Popolazione	Particella 1	Particella 2
N_1	+ + +	- - -
N_2	+ + -	- - +
N_3	+ - +	- + -
N_4	+ - -	- + +
N_5	- + +	+ - -
N_6	- + -	+ - +
N_7	- - +	+ + -
N_8	- - -	+ + +

$$P(a=+, b=+) = (N_3 + N_4) / (\sum N)$$

$$P(a=+, c=+) = (N_2 + N_4) / (\sum N)$$

$$P(c=+, b=+) = (N_3 + N_7) / (\sum N)$$

$$P(a=+, b=+) < P(a=+, c=+) + P(c=+, b=+)$$

(Disuguaglianza di Bell)

Secondo la MQ :

$$P(a,b) \propto (\sin\theta_{ab}/2)^2$$

$$\text{Bell} \Rightarrow (\sin\theta_{ab}/2)^2 < (\sin\theta_{ac}/2)^2 + (\sin\theta_{cb}/2)^2$$

$$\text{Ma se: } \theta_{ab} = 90^\circ, \theta_{ac} = \theta_{bc} = 45^\circ \Rightarrow 0.5 > 0.29$$

La MQ viola la Disuguaglianza di Bell !!
Il Principio di Localita' e' violato, non ci sono
Variabili Nascoste

SVILUPPI FUTURI TEORIE ALTERNATIVE

- Tests della MQ su sistemi sempre piu' complessi alla ricerca della "spiegazione" del collasso della Ψ :
 - Riduzione spontanea (Ghirardi, Rimini, Weber): un termine non lineare nella eq. di evoluzione, sulla scala dei tempi $\sim 10^8$ anni
 - Curvatura spazio-tempo (R.Penrose, "La nuova mente dell'imperatore")

- Violazione del Pr. di Sovrapposizione alla scala di Planck
($L_P = \sqrt{\hbar G/c^3} \sim 10^{-35} \text{ m}$, $M_P = \sqrt{\hbar c/G} \sim 10^{19} \text{ GeV}$)

Ovvero violazione della simmetria CPT alla scala di Planck.
Per questo, ad una massa m occorre una sensibilità δm ,
tale che:

$$\delta m/m \sim m/M_P$$

$$\text{DAΦNE: } m \sim 1 \text{ GeV} \Rightarrow \delta m \sim 10^{-19} \text{ GeV}$$

$$(m_L - m_S = 3.5 \cdot 10^{-15} \text{ GeV})$$

TEORIE SIMMETRICHE NELL'EVOLUZIONE DEL TEMPO

(P.A.M.Dirac, Proc.Roy.Soc. A167(1938)148

J.A.Wheeler,R.P.Feynman, Rev.Mod.Phys.27(1949)425

W.K.H.Panofsky,M.Philips, "Elettricità e Magnetismo"

C.A.Mead, "Collective Electrodynamics"

D.Gribbins,"Schroedinger's kittens and the search for reality"

P.Davis, "About time")

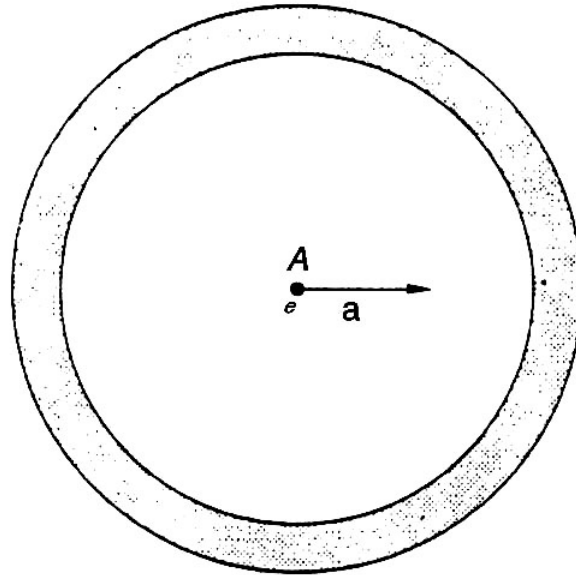
In Meccanica Classica:

- Soluzione eq. propagazione delle onde em:

$$\begin{array}{ccc} F(r-ct) & + & F(r+ct) \\ \text{Ritardate} & & \text{Anticipate} \\ \text{(avanti nel t)} & & \text{(indietro nel t)} \end{array}$$

- Principio di Causalità: solo onde ritardate

- Tuttavia la **soluzione del moto di una carica** (classica) in presenza della forza di reazione dovuta all'irraggiamento implica lo stesso una violazione del Pr. di causalita' a tempi (piccoli) $\tau \sim e^2/(mc^3)$ (Jackson)
- E' possibile introdurre **onde anticipate**, non avendo violazione del Pr. di causalita' (debole), se:
 - si tiene conto degli assorbitori presenti nell'Universo
 - Universo e' finito (ip. formulata prima di ogni evidenza)
- **Causalita'**: di origine termodinamica
- **Freccia del tempo**: dettata dal **Big Bang**



Esternamente all'assorbitore: $\Sigma F_{rit} = \Sigma F_{ant} = 0$

Per ogni carica A :

$$F_{rit}^A - F_{ant}^A \sim \Sigma(e^{ikr}/r - e^{-ikr}/r) \sim e^2 a / (6 \pi \epsilon c^3)$$



$$\Sigma(F_{rit} - F_{ant}) = 0 \quad \text{ovunque}$$

(essendo nulla al contorno e non singolare all'interno)

Forza efficace su A :

$$F_{eff} = \Sigma(F_{rit} + F_{ant})/2 = \Sigma F_{rit} \text{ (esclusa } A) + e^2 a / (6 \pi \epsilon c^3)$$

Estensione alla MQ (interpr. transazionale):

(J.G.Cramer, Rev.Mod.Phys. 58(1986)647)

- Ψ^* = onda anticipata!
- $\Psi^* \Psi$ = overlap dell'onda anticipata con Ψ
- Non localita' naturale in questa interpretazione
- La funzione d'onda e' un'onda vera
- Interpretazione probabilistica \sim soluzioni di un' eq. differenziale con condizioni al contorno non completamente definite

CONCLUSIONI

Roger Penrose ("Ombre della mente"):

"La MQ e lo spirito della concezione spazio-temporale della Relativita' Generale richiederanno un cambiamento radicale del nostro modo di rappresentarci la realta' fisica...un cambiamento profondo dei nostri punti di vista, che rende estremamente difficile immaginare ora quale potranno essere le sue caratteristiche specifiche. Per di piu' esso, senza alcun dubbio, sembrera' ancora piu' folle."