Cinématique trident

$E_t = E_e \equiv E$ (pas d'échange d'énergie avec le cristal).
$\vec{p}_t = \vec{p}_e - \vec{q}$ (le système en mouvement cède l'impulsion $\vec{q}$ au cristal).

$$m_t^2 = m_e^2 + 2\vec{p}_e.\vec{q} - \vec{q}^2 \simeq m_e^2 + 2\vec{p}_e.\vec{q}$$

en négligeant $\vec{q}^2$.

Cas $\vec{p}_e$ parallèle à Oz :

$$q_z = \frac{m_t^2 - m_e^2}{2p_e}$$

L'amplitude trident sur un atome est de la forme

$$A \simeq V(\vec{q}) \times F(\vec{p}_+, \vec{p}_-, \vec{p}\,'_-)$$

où $V(\vec{q})$ est la transformée de Fourier du potentiel $V(\vec{r})$,

$$V(\vec{q}) = \int d^3\vec{r}\; V(\vec{r})\; e^{-i\vec{q}.\vec{r}}$$

Représentation du paramètre d'impact. La dépendance en $\vec{q}_T$ est principalement due à $V(\vec{q})$. L'intégration sur $\vec{q}_T$ donne

$$I \simeq |F|^2 \times |\int \frac{d^2\vec{q}_T}{(2\pi)^2}\; V(\vec{q}_T, q_z)|^2$$

$$\simeq |F|^2 \times |\int d^2\vec{b}\; V(\vec{b}, q_z)|^2$$

avec

$$V(\vec{b}, q_z) = \int dz\; V(\vec{b}, z)\; e^{-i\vec{q}_z.z}$$

Cas d'un ensemble d'atome alignés, de positions $z_l = ld$ sur l'axe Oz :

$$V_\chi(\vec{b}, z) = \sum_l V_a(\vec{b}, z - z_l)$$

$$V_\chi(\vec{b}, q_z) = \sum_l V_a(\vec{b}, q_z)\; e^{ilq_z d}$$

d'où

$$I_\chi(\vec{b}, q_z) = I_a(\vec{b}, q_z) \times |\sum_l e^{ilq_z d}|^2$$

$$= I_a(\vec{b}, q_z) \times \frac{\sin^2(Nq_z d/2)}{\sin^2(q_z d/2)}$$

Le facteur d'interférence a une série de pics en q_z, de hauteur N^2, à $q_z = 2n\pi$ avec $n = 1, 2, ...$ La largeur d'un pic est $1/N$ fois l'espace entre deux pics consécutifs. Pour m_t fixé, ceci donne des résonances en E_e.